

# Função de crescimento de estruturas a partir da escala de homogeneidade

Felipe Avila

Orientador: Armando Bernui

Inovation Week - 13 a 16 de Janeiro de 2022

Observatório Nacional, RJ

- 1 INTRODUÇÃO
- 2 ESCALA DE HOMOGENEIDADE
- 3 RELAÇÃO ENTRE  $f(z)$  E  $R_H(z)$
- 4 APROXIMAÇÃO PARA A FUNÇÃO  $\zeta(R_H)$
- 5 RESULTADOS
- 6 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

# Introdução

## Função de Crescimento

Na teoria linear das perturbações cosmológicas, podemos obter uma equação diferencial que descreve a evolução das perturbações na distribuição de matéria. A partir da solução dessa equação,  $D(a)$ , pode-se definir a **função de crescimento das estruturas cósmicas** (Peebles 1980),

$$f(a) \equiv \frac{d \ln D(a)}{d \ln a}, \quad (1)$$

onde  $a$  é o fator de escala na métrica de Robertson-Walker.

Uma boa aproximação para  $f(z)$  é (Linder 2005)

$$f(z) \simeq \Omega_m(z)^\gamma, \quad (2)$$

sendo  $\gamma$  conhecido como índice de crescimento. O valor de  $\gamma$  depende da teoria usada para descrever a gravidade e do modelo cosmológico assumido.

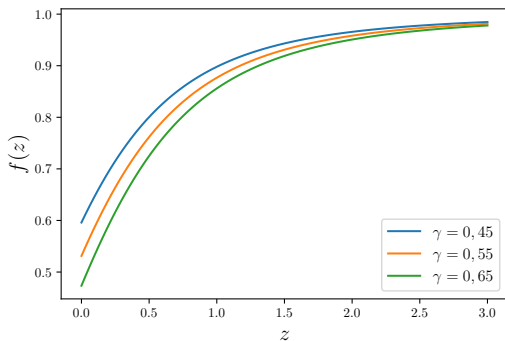


Figura 1: Função de crescimento para três valores de  $\gamma$ : 0,45, 0,55 e 0,65.

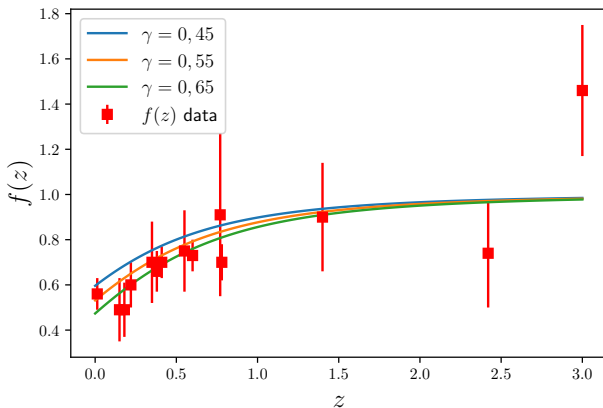
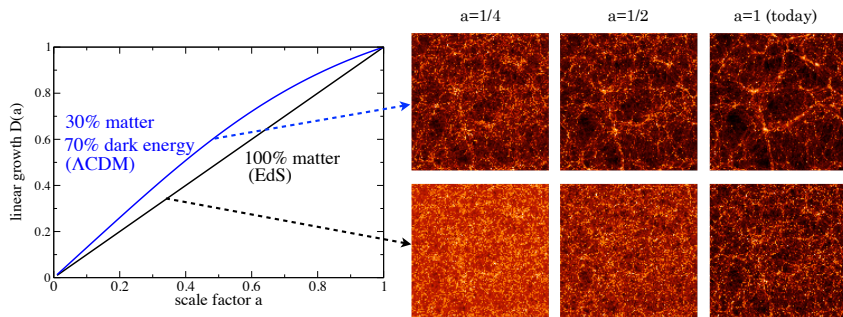


Figura 2: Função de crescimento para três valores de  $\gamma$ : 0,45, 0,55 e 0,65. Os dados de  $f(z)$  foram compilados em Avila et al.(2021).

Pode-se observar pela figura abaixo que, a medida que aumentamos a amplitude das flutuações de matéria, torna-se maior a escala em que o universo é observado estatisticamente **homogêneo e isotrópico**.



**Figura 3: Esquerda:** Crescimento de estruturas,  $D(a)$ , para a cosmologia  $\Lambda$ CDM e Einstein-de Sitter. **Direita:** *snapshots* de simulações de N-corpos para as cosmologias da figura ao lado (Huterer & Kirkby, 2013).

Scrimgeour et al.(2012) observa que a escala de homogeneidade aumenta monotonicamente em função de  $\sigma_8^2(z) \equiv \sigma_8^2(z=0)D^2(z)$ .

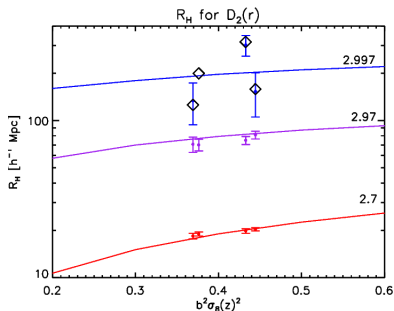


Figura 4: Escala de homogeneidade em função de  $b^2 \sigma_8(z)^2$  para diferentes limiares que se aproximam da homogeneidade (Scrimgeour et al. 2012).



Scrimgeour et al. (2012)

*"Since we expect  $\sigma_8(z)$  in  $\Lambda$ CDM to grow over time due to growth of structure, we would therefore also expect the homogeneity scale to increase over time, for galaxies with fixed bias."*

# Escala de Homogeneidade

## Escala de Homogeneidade

Definimos a **Escala de Homogeneidade**,  $R_H$ , como a escala de transição para um certo valor na dimensão fractal,  $\mathcal{D}_2(R_H)$ , observado na distribuição de matéria (Scrimgeour et al. 2012).

# Contagem normalizada em esferas

Define-se a escala de contagem normalizada em esferas como

$$\mathcal{N}(< r) \equiv \frac{N_{\text{gal}}(< r)}{N_{\text{ale}}(< r)} = 1 + \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi(s) s^2 ds. \quad (3)$$

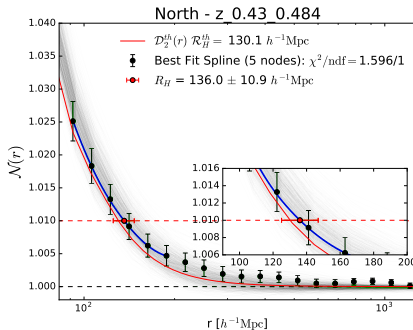


Figura 5: Contagem normalizada em esferas para o *survey* BOSS (Ntelis et al. 2017).

# Dimensão fractal normalizada

Define-se a dimensão fractal normalizada como

$$\mathcal{D}_2(r) \equiv \frac{d \ln \mathcal{N}(< r)}{d \ln r} + 3 \quad (4)$$

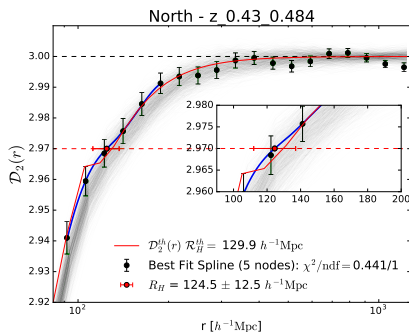


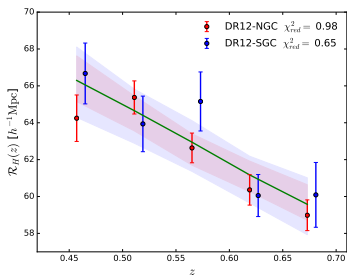
Figura 6: Dimensão fractal normalizada para o *survey* BOSS (Ntelis et al. 2017).

# Limite estatístico para a escala de homogeneidade

Para a escala de homogeneidade, a dimensão de correlação assume o valor

$$\mathcal{D}_2(R_H) \equiv 3(1 - \epsilon). \quad (5)$$

Desde 2012, com o trabalho de Scrimgeour et al. (2012), tem se assumido  $\epsilon = 0,01$ , ou seja,  $\mathcal{D}_2(R_H) = 2,97$ .



**Figura 7:** Escala de homogeneidade,  $R_H(z)$ , para o *survey* BOSS no intervalo  $0,43 < z < 0,70$  (Ntelis et al. 2017).

Obtendo a relação entre  $f(z)$  e  $R_{\mathbf{H}}(z)$

Lembrando a equação (3):

$$\mathcal{N}(< r) \equiv 1 + \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi(s) s^2 ds$$

A partir da definição de  $\xi(r)$  e da solução para a equação diferencial que descreve a evolução das perturbações, pode-se definir a função  $\xi(r, z)$  como

$$\xi(r, z) \equiv D^2(z)\xi(r, z = 0), \quad (6)$$

onde  $\xi(r, z = 0)$  é a função de correlação calculada em  $z = 0$ .

Já que  $\mathcal{N}(< r)$  pode ser escrita em termos de  $\xi(r)$ , equação (3), podemos determinar  $R_H(z)$  em função de  $D(z)$ .



Aplicando a definição (6) para a equação de  $\mathcal{N}(< r)$  envolvendo  $\xi(r)$  e fazendo aproximações quando necessário, podemos obter

$$f(z) = \frac{1+z}{2} \left( \frac{1}{R_H} \frac{dR_H}{dz} + \frac{1}{\zeta} \frac{d\zeta}{dz} \right), \quad (7)$$

onde

$$\zeta(r) \equiv \frac{d\bar{\xi}(r)}{dr} \quad (8)$$

é a derivada da função  $\bar{\xi}(r)$ , definida como

$$\bar{\xi}(r) \equiv \frac{3}{r^3} \int_0^r \xi(s, z=0) s^2 ds. \quad (9)$$

## Aproximação para a função $\zeta(R_H)$

Pode-se aproximar  $\zeta(R_H)$  para uma lei de potência dupla (DPL - *Double Power Law*), utilizada para descreve a função de luminosidade das AGNs (Kulkarni, Worseck & Hennawi 2019)

$$\zeta(R_H) = -\frac{CR_H^{-1}}{(R_H/R_\star)^\alpha + (R_H/R_\star)^\beta}, \quad (10)$$

onde  $C$ ,  $R_\star$ ,  $\alpha$ , e  $\beta$  são parâmetros livres.

Para o modelo  $\Lambda$ CDM, temos  $[R_\star, \alpha, \beta, C] = [46.16, 2.76, 1.12, 0.19]$ .

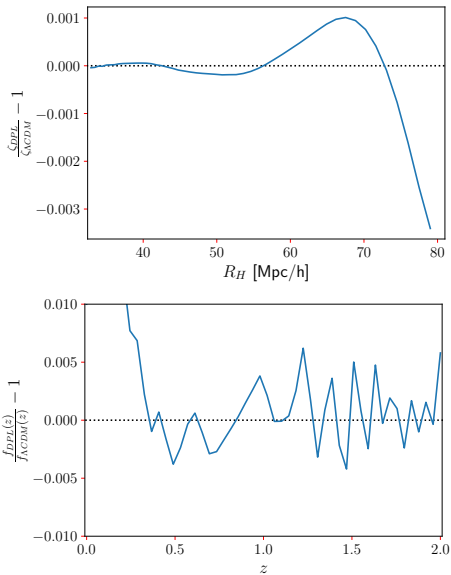


Figura 8: Erro relativo para as funções  $\zeta(R_H)$  e  $f(z)$  usando o modelo DPL. Figuras extraídas de Avila et al.(2021).

# Resultados

- 1 Com o intuito de testar essa nova equação para  $f(z)$ , coletamos dados de  $R_{\text{H}}^m(z)$  na literatura.

- 1 Com o intuito de testar essa nova equação para  $f(z)$ , coletamos dados de  $R_{\text{H}}^m(z)$  na literatura.
- 2 No entanto, como são poucos dados, decidimos por aplicar o método de reconstrução para obter uma função contínua de  $R_{\text{H}}^m(z) \equiv R_{\text{H}}$ .

| $z$   | $R_H$ [Mpc/h]    |                  | Reference                |
|-------|------------------|------------------|--------------------------|
|       | NGC              | SGC              |                          |
| 0.457 | $64.20 \pm 1.30$ | $66.70 \pm 1.60$ | Ntelis et al. (2017)     |
| 0.511 | $65.40 \pm 0.90$ | $63.90 \pm 1.50$ |                          |
| 0.565 | $62.60 \pm 0.80$ | $65.20 \pm 1.60$ |                          |
| 0.619 | $60.40 \pm 0.80$ | $60.10 \pm 1.10$ |                          |
| 0.673 | $59.00 \pm 0.80$ | $60.10 \pm 1.80$ |                          |
|       | PH               | LS               |                          |
| 0.985 | $48.78 \pm 3.82$ | $52.93 \pm 7.55$ | Gonçalves et al. (2018b) |
| 1.350 | $40.56 \pm 3.39$ | $40.43 \pm 5.64$ |                          |
| 1.690 | $36.19 \pm 3.45$ | $36.66 \pm 4.80$ |                          |
| 2.075 | $27.91 \pm 3.91$ | $29.94 \pm 3.35$ |                          |

Figura 9: Tabela extraída de Avila et al.(2021).



Seguindo Ntelis et al.(2019), combinamos os dados da tabela 1 usando a definição

$$R_{\text{H}}^w(z_i) \equiv \left( \frac{1}{\sigma_j^2(z_i)} + \frac{1}{\sigma_k^2(z_i)} \right) \times \left( \frac{R_{\text{H}}^j(z_i)}{\sigma_j^2(z_i)} + \frac{R_{\text{H}}^k(z_i)}{\sigma_k^2(z_i)} \right), \quad (11)$$

onde  $\sigma_j$ ,  $\sigma_k$ , e  $R_{\text{H}}^j$ ,  $R_{\text{H}}^k$  são, respectivamente, erros e dados para duas medidas independentes,  $j$  e  $k$ , no mesmo redshift,  $z_i$ .

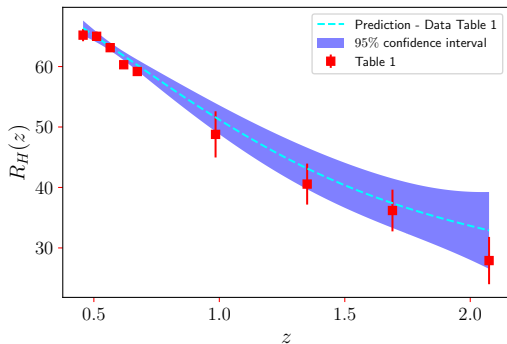


Figura 10: Reconstrução da escala de homogeneidade  $R_H(z)$  usando o Processo Gaussiano (linha tracejada) e as medidas de  $R_H(z)$  apresentadas na Tabela 1; a sombra representa 95 % CL. Figura extraída de Avila et al.(2021).

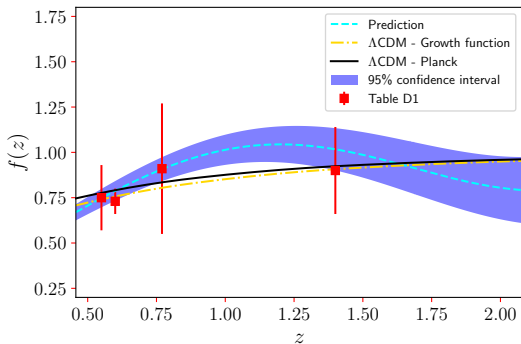


Figura 11: Função de crescimento,  $f(z)$ , usando a reconstrução de  $R_H(z)$ . Foi assumido a aproximação DPL durante o processo. Figura extraída de Avila et al.(2021).

## Conclusões e considerações finais

- 1 A partir da teoria de perturbações cosmológicas e do estudo da distribuição fractal em catálogos de galáxias, é possível obter uma relação entre  $f(z)$  e  $R_H(z)$ .

- 1 A partir da teoria de perturbações cosmológicas e do estudo da distribuição fractal em catálogos de galáxias, é possível obter uma relação entre  $f(z)$  e  $R_H(z)$ .
- 2 Nossos resultados mostram que a função  $f(z)$  obtida a partir da escala de homogeneidade concorda com o modelo cosmológico vigente,  $\Lambda$ CDM, e com os dados de  $f(z)$  obtidos da literatura.

- 1 A partir da teoria de perturbações cosmológicas e do estudo da distribuição fractal em catálogos de galáxias, é possível obter uma relação entre  $f(z)$  e  $R_H(z)$ .
- 2 Nossos resultados mostram que a função  $f(z)$  obtida a partir da escala de homogeneidade concorda com o modelo cosmológico vigente,  $\Lambda$ CDM, e com os dados de  $f(z)$  obtidos da literatura.
- 3 No entanto, tal concordância é esperada, já que a função  $\zeta(R_H)$  (modelo DPL) foi ajustada ao modelo  $\Lambda$ CDM.

- 1 A partir da teoria de perturbações cosmológicas e do estudo da distribuição fractal em catálogos de galáxias, é possível obter uma relação entre  $f(z)$  e  $R_H(z)$ .
- 2 Nossos resultados mostram que a função  $f(z)$  obtida a partir da escala de homogeneidade concorda com o modelo cosmológico vigente,  $\Lambda$ CDM, e com os dados de  $f(z)$  obtidos da literatura.
- 3 No entanto, tal concordância é esperada, já que a função  $\zeta(R_H)$  (modelo DPL) foi ajustada ao modelo  $\Lambda$ CDM.
- 4 Tal relação, entre  $f(z)$  e  $R_H(z)$ , é universal? A partir de uma definição geral de  $R_H(z)$ , pode-se obter a mesma relação?