ESCOLA DAS ADOLESCÊNCIAS

CONSTRUIR UMA ESCOLA QUE FAÇA MAIS SENTIDO E QUE PROMOVA APRENDIZAGENS MAIS SIGNIFICATIVAS PARA TODAS AS ADOLESCÊNCIAS

Clube de Letramento Matemático

CADERNO DE INOVAÇÃO CURRICULAR (CIC)

EIXO ORGANIZAÇÃO CURRICULAR E PEDAGÓGICA

UNDIME União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação
consed Conselho Nacional de Secretários de Educação
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
GOVERNO FEDERAL BRASIL UNIÃO E RECONSTRUÇÃO

Ficha técnica

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO | MEC

Ministro da Educação
Camilo Sobreira de Santana

Secretário Executivo
Leonardo Barchini Rosa

Secretária de Educação Básica I SEB
Katia Helena Serafina Cruz Schweickardt

Diretor de Políticas e Diretrizes da Educação Integral Básica
Alexsandro do Nascimento Santos

Coordenadora Geral de Ensino Fundamental
Tereza Santos Farias

Coordenadora de Projetos
Érika Botelho Guimarães

Técnica em Assuntos Educacionais
Ananda Carrias Lima Sousa

Analista administrativa
Letícia Ribeiro da Costa do Carmo

Técnica em Secretariado
Isaene Francisco Cordeiro dos Santos

Consultoria Especialista
Allan Greicon Macedo Lima
Lívia Prado Martins
Stael Borges Campos
Victor Augusto Both Eyng

Comitê Gestor Nacional do Programa Escola das Adolescências (CONAPEA)

Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed)
Vitor de Angelo - Presidente

Roseane Vasconcelos – Secretária de Estado da Educação de Alagoas

União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime)
Alessio Costa Lima - Presidente

José Marques Aurélio de Souza – Dirigente Municipal de Educação de Jucás/CE
Presidente da Undime Ceará

Magda Elaine Sayão Capute – Dirigente Municipal de Educação de Vassouras/RJ

APOIO TÉCNICO

Instituto Reúna

Diretoria Executiva
Katia Stocco Smole

Gerência de Inovação e Desenvolvimento
Priscila Santos de Oliveira

Coordenação do projeto
Dayane Costa da Silva
Mainara Guimarães
Verônica Mendonça

Consultoria Pedagógica
Cynthia Sanches

Autoria
Clube de Humanidades e Cidadania - Lepes
Aline Pereira Rennó
Julia Teodoro da Silva
Mayra Antonelli Ponti
Samanta Rodrigues
Rômulo Francisco de Castro

Clube de Letramento Matemático - Mathema
Cristiane Chica
Fernanda Sanches
Letícia Vieira Oliveira Giordano
Maria Teresa Merino Ruz
Silvia Longato

Clube de Letramento Científico - Universidade Federal da Bahia
Herbert Gomes da Silva

Clube de Letramento Literário e Corporeidade - Rede Estadual da Bahia
Elizabeth Abreu Maluf
Edivânia Maria Barros Lima

Leitura Crítica
Aline Geraldi
Cintia Nigro
Dayse Oliveira
Jefferson Meneses
João Gabriel Nganga
Juliana Leonel
Katia Stocco Smole
Solange Utuari

PÓS-PRODUÇÃO

Revisão Textual
Raquel Saraiva

Diagramação
Felipe Uehara

Colaboradores da Rede Nacional de Articuladores do Programa Escola das Adolescências (RENAPEA)

UNDIME CONSED

FERREIRA GOMES (AP)
- Regiane do Socorro Moreira Rodrigues
- Hildete Margarida de Souza

MOJU (PA)
- Carlos Jônatas Dias Negrão
- Adriana de Jesus Silva Sousa

PACARAIMA (RR)
- Cassandra Cezario Oliveira
- Gilvania Barbosa da Silva

BENJAMIN CONSTANT (AM)
- Odileni Bindá Bráulio
- Thayana Silva Pessoa

CRUZEIRO DO SUL (AC)
- Albertina Azevedo de Vasconcelos
- Maria das Dores Melo de Souza

CACOAL (RO)
- Silvana dos Santos Miguel Raymundo
- Elcilene Neves de Araujo Ribas

VÁRZEA GRANDE (MT)
- Paulo Sergio Chimello
- Helen Ilse Deniz Pietrowski

PONTA PORÃ (MS)
- Mirta Mabel Escovar Torraca Silva
- Jaqueline Almeida de Carvalho Dutra

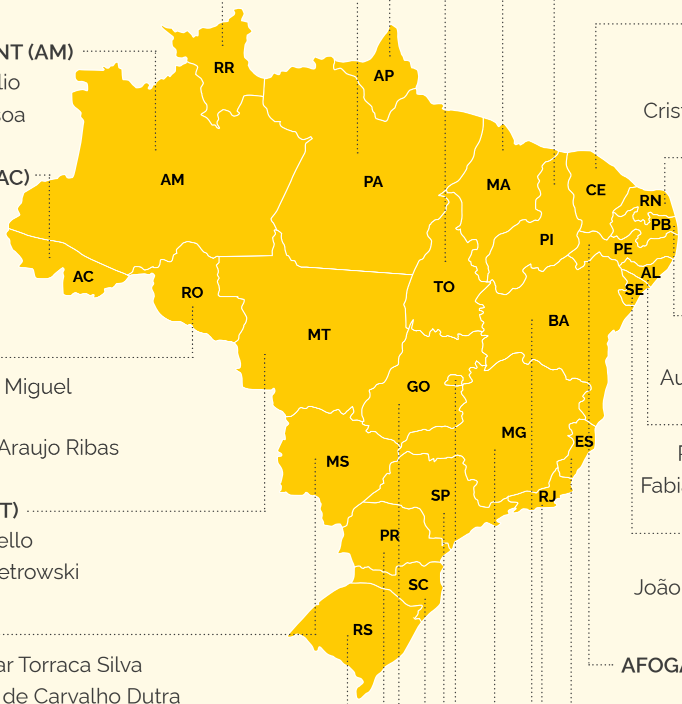
RIO VERDE (GO)
- Walquiria Silva Carvalho
- Tamara Trentin

CASCAVEL (PR)
- Solange Fachin
- Ane Carolina Chimanski

NOVO HAMBURGO (RS)
- Neide Beatriz Rodrigues Vargas
- Rossana Ramos de Aguiar

JARAGUÁ DO SUL (SC)
- Gilmara Franco Ferreira da Cruz
- Fernanda Zimmermann Forster

RIO CLARO (SP)
- Danilo Soares Veloso
- Valéria Tarantello de Georgel



MARAJÁ DO SENA (MA)
- Antonio Bezerra Pessoas
- Daiane Lago Marinho Barboza

PALMAS (TO)
- Maria das Graças Alves dos Santos
- Kerley Alessandra Barbosa Reis

PORTO-PIAUÍ (PI)
- Juliene Lima
- Maria do Perpétuo Socorro França Costa

FORTALEZA (CE)
- Ana Márcia Maia Gadelha de Andrade
- Cristiano Rodrigues Rabelo

SÃO MIGUEL (RN)
- Francisco Clébio de Figueiredo
- Téogenes Maria da Silva

ESPERANÇA (PB)
- Leonardo Araújo Diniz
- Audileia Gonçalo da Silva

MACEIÓ (AL)
- Ricardo Almeida Maciel
- Fabiana Alves de Melo Dias

NOSSA SENHORA DO SOCORRO (SE)
- João Kennedy de Sá Passos
- Raiana Santos Reis

AFOGADOS DA INGAZEIRA (PE)
- Veratânia Lacerda Gomes de Morais
- Eduardo de Santana

ARATUÍPE (BA)
- Gilson Duarte Machado
- Gilbene Esquivel Souza

DISTRITO FEDERAL
- Fabíola Gonzaga de Freitas
- Beatriz Oliveira Gontijo

CACHOEIRO DE ITAPEMIRIM (ES)
- Liviane Dias Freitas da Silva
- Rafaela Possato

SETE LAGOAS (MG)
- Márcia Adriana Barbosa da Veiga Valadares
- Rosely Lúcia de Lima

NITERÓI (RJ)
- Andrea Paiva de Figueiredo Pereira
- Rita de Cássia Manhães da Silva

Os municípios destacados representam as SEDUC dos técnicos da RENAPEA indicados pela UNDIME.

Apresentação

Prezado(a) professor(a),

A **Política Nacional Escola das Adolescências** tem como objetivo construir uma proposta para os Anos Finais do Ensino Fundamental que se conecte com as diversas formas de viver as adolescências no Brasil, que promova um espaço acolhedor e impulsione a qualidade social da oferta educativa, melhorando o acesso, o progresso e o desenvolvimento integral dos(as) estudantes. Essa é uma estratégia do Governo Federal de apoio técnico-pedagógico e financeiro para viabilizar o alcance das metas 2 e 7 do Plano Nacional de Educação 2014-2024, para esta etapa da Educação Básica.

A política se divide em três eixos estratégicos:

GOVERNANÇA

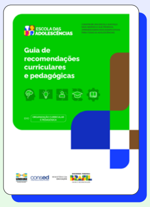
Centralidade na articulação interfederativa, com foco no fortalecimento do regime de colaboração e na constituição de uma governança com olhar sobre os territórios.

DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL

Centralidade nos processos de formação continuada de profissionais da educação, para potencializar a atuação das redes e escolas junto aos(às) estudantes adolescentes.

ORGANIZAÇÃO CURRICULAR E PEDAGÓGICA

Centralidade na organização de tempos e espaços curriculares, para potencializar o percurso formativo e a aprendizagem nos Anos Finais do Ensino Fundamental.



Explore o **Guia de Recomendações Curriculares e Pedagógicas**, um material voltado para equipes de gestão escolar e professores(as), e aprofunde-se nos cinco capítulos para saber mais:

1. **Entendendo as adolescências: diversidade, desafios e potencialidades**
2. **A proposta curricular da escola das adolescências**
3. **Metodologias e avaliação da aprendizagem na escola das adolescências**
4. **Planejamento docente, gestão da aprendizagem e gestão da aula**
5. **Como trabalhar com os Clubes de Letramento**

Este **Caderno de Inovação Curricular (CIC)** faz parte do eixo de **Organização Curricular e Pedagógica** da política. A proposta curricular orienta a estruturação da parte diversificada do currículo[1], por meio da implementação dos **Clubes de Letramento**, respeitando os critérios de regionalidade, de acordo com as normativas vigentes para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

A proposta de implementação dos Clubes de Letramento cumpre uma dupla função: amplia e oportuniza a recomposição de aprendizagens prioritárias e estimula e promove situações pedagógicas inovadoras e impulsionadoras de maior participação e autonomia estudantil.

Clubes de Letramento		
São formas de organização curricular e pedagógica inovadoras	**São espaços para mediação pedagógica ativa**	**São desenvolvidos com intencionalidade pedagógica**
▪ Integram conhecimentos teóricos e aplicação prática. ▪ Tornam o aprendizado mais significativo e instigante para os(as) adolescentes. ▪ Contribuem para a interrupção das defasagens e a recomposição de aprendizagens. ▪ Favorecem a continuidade e o avanço nos estudos e na trajetória educacional.	▪ Promovem a presença pedagógica dos(as) professores(as). ▪ Encorajam situações de ensino e aprendizagem interativas e dinâmicas.	▪ Participação ativa e engajamento dos(as) estudantes. ▪ Colaboração entre pares. ▪ Autoria e protagonismo. ▪ Autonomia no processo de aprendizagem.

[1] A parte diversificada do currículo, conforme a Resolução nº 7/2010, deve originar-se de diferentes campos do saber, como disciplinas científicas, linguagens, trabalho, cultura, tecnologia, artes, esportes, saúde e cidadania. Deve articular conhecimentos sistematizados com saberes diversos, respeitando os referenciais de cada componente curricular.

Os Cadernos de Inovação Curricular (CICs) incluem a ementa do Clube e as sequências didáticas propostas para os períodos letivos do ano, considerando:

- As habilidades prioritárias das áreas de conhecimento de Matemática, Ciências da Natureza, Linguagens e Ciências Humanas;
- A organização de cada Clube como componente curricular, com, no mínimo, um tempo de aula semanal, preferencialmente ministrado por professores habilitados na Área do Conhecimento do Clube;
- As singularidades da adolescência e o reconhecimento das formas específicas de vivenciar essa fase da vida;
- A ampliação do olhar sobre a proposta curricular e as práticas pedagógicas;
- A intencionalidade educativa, contribuindo para a estruturação de um currículo voltado para as adolescências.

Os Clubes de Letramento organizam-se deste modo:

Área do conhecimento	Clube de Letramento	Ano
Matemática	Clube de Letramento Matemático	6º ano
Ciências da Natureza	Clube de Letramento Científico	7º ano
Linguagens	Clube de Letramento Literário e Corporeidade	8º ano
Ciências Humanas	Clube de Humanidades e Cidadania	9º ano

Flexibilidade na implementação dos Clubes de Letramento

Os Clubes de Letramento permitem o uso dos Cadernos de Inovação Curricular (CICs) como material complementar nas aulas da Base Comum. Além disso, é possível adequá-los por ano escolar, como, por exemplo, aplicar o Clube de Letramento Matemático, originalmente para o 6º ano, a estudantes de outros anos. Para isso, converse com o(a) coordenador(a) pedagógico(a) de sua escola.

Conheça, a seguir, quais são os princípios norteadores para o desenvolvimento integral dos(as) adolescentes que orientam a Política Nacional Escola das Adolescências e a elaboração das sequências didáticas para os Clubes de Letramento.

7 princípios norteadores do desenvolvimento integral dos(as) adolescentes

1 PROTAGONISMO DO(A) ESTUDANTE

Fomentar o protagonismo do(a) estudante ao trazê-lo(a) para o centro das práticas educativas, conectando-o(a) com seus anseios e estimulando sua autonomia para aprender e fazer escolhas. Reconhecer o protagonismo do(a) estudante na aprendizagem e na construção de seus projetos de vida, em uma perspectiva ética, considerando o bem comum e a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2 APRENDIZAGEM PARA TODOS(AS)

Acreditar no potencial dos(as) estudantes, cultivando altas expectativas de aprendizagem e reconhecendo que todos(as) são capazes de aprender. Há comprometimento com os direitos de aprendizagem e desenvolvimento previstos na BNCC, respeitando os diversos ritmos, com uso de metodologias que valorizam as necessidades específicas de cada estudante para não deixar ninguém para trás.

3 DESENVOLVIMENTO INTEGRAL

Oferecer oportunidades intencionais e articuladas ao currículo para o desenvolvimento físico, cognitivo, social e emocional dos(as) estudantes.

4 PERTENCIMENTO, BEM-ESTAR E SAÚDE

Instituir e fortalecer ambientes físicos e sociais seguros, saudáveis, protegidos e inclusivos. O currículo, as práticas pedagógicas e o modelo de gestão apoiam os aspectos físicos, socioemocionais e psicológicos da saúde e do bem-estar dos(as) estudantes e educadores(as), e promovem um clima escolar de acolhimento e cuidado.

5 EQUIDADE, INCLUSÃO E DIVERSIDADE

Definir e implementar práticas antirracistas, antissexistas, anticapacitistas e democráticas, com vistas à equidade e à inclusão. Garantir, por meio do reconhecimento e da valorização da diversidade, o acesso e a permanência de modo equânime, além da conclusão escolar, o fortalecimento das identidades e a promoção de um clima acolhedor para todos e todas.

6 AMPLIAÇÃO DOS ESPAÇOS EDUCATIVOS

Investir na ampliação dos espaços educativos, considerando todos os espaços intra e extraescolares. Analisar, planejar e compor o projeto pedagógico escolar em integração com a comunidade na qual a escola se insere.

7 DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DA EQUIPE PEDAGÓGICA

Investir no desenvolvimento profissional de gestores(as) e professores(as), preparando-os(as) para a implementação do currículo, por meio de formação continuada centrada nos contextos de trabalho e necessidades específicas indicadas pelos(as) profissionais ou mapeadas pelas lideranças.

Sumário

1

O que é o Clube de Letramento Matemático

O que é o Clube de Letramento Matemático

O **Clube de Letramento Matemático** tem dois principais objetivos. O primeiro é apoiar a recomposição das aprendizagens não realizadas até o 5º ano, de modo que os(as) estudantes possam aprender habilidades centrais que apoiarão a construção de conhecimentos no 6º ano e a melhoria da aprendizagem na sequência dos Anos Finais. O segundo objetivo, não menos importante, é que eles(as) vivenciem o aprendizado da matemática de forma mais envolvente e desafiadora, em um processo baseado na resolução de problemas, para incentivá-los(as) a aprender a partir de propostas que permitam sua participação ativa, a percepção de sua capacidade de pensar matematicamente, desenvolvendo sua autoconfiança e o desejo de aprender cada vez mais.

Temos observado que, mesmo quando os(as) estudantes possuem informações e conceitos, eles(as) não conseguem mobilizá-los de forma eficaz. Muitas vezes, desanimam-se, esperam que o(a) professor(a) explique tudo, não se permitem tentar ou errar e, principalmente, não confiam em suas habilidades e conhecimentos. A resolução de problemas e o tratamento de situações complexas oferecem aos(às) estudantes a oportunidade de pensar por si mesmos(as), construir estratégias de resolução, desenvolver argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, finalmente, perseverar na busca da solução.

Neste ambiente, valem diferentes soluções para um mesmo problema; os erros serão analisados e discutidos em conjunto; há foco em aprender a linguagem matemática, em discutir e argumentar usando os conhecimentos matemáticos em cada proposta. A ideia é desestabilizar nos(as) estudantes crenças tais como "matemática é para poucos", "ser bom em matemática é dar respostas rápidas" e "em matemática temos que dar sempre respostas únicas e corretas", entre outras. Tais crenças, muitas vezes, despertam nos(as) estudantes um sentimento de ansiedade, impedindo que progridam na aprendizagem.

Para isso, o Clube está estruturado em sete iniciativas relacionadas à resolução de problemas, que serão retomadas e ampliadas em cada Sequência Didática (SD):

1. **Fazer o(a) estudante pensar produtivamente –** Propor situações-problemas desafiadoras e instigantes que motivem os(as) estudantes e os(as) encorajem a buscar soluções.
2. **Desenvolver o raciocínio matemático –** Estimular o raciocínio lógico e o uso de recursos disponíveis para que o(a) estudante proponha soluções eficazes.
3. **Aprofundar o aprendizado –** Ajudar os(as) estudantes a irem além da mera memorização de procedimentos, promovendo uma compreensão profunda e significativa.

4. **Repertoriar o(a) estudante com estratégias de resolução –** Oferecer espaço para diferentes abordagens e soluções, enriquecendo as discussões e o raciocínio matemático.
5. **Engajar no fazer matemática –** Promover nos(as) estudantes a iniciativa, a persistência, a confiança, a criatividade e a independência ao resolver problemas, bem como a oportunidade para explorar, experimentar e colaborar.
6. **Aplicar a matemática em situações práticas –** Incentivar o uso da matemática no cotidiano, desenvolvendo uma atitude positiva dos(as) estudantes em relação a esse componente curricular.
7. **Desenvolver a fluência matemática –** Formar cidadãos com letramento matemático, preparados para atuar e participar de forma ativa na sociedade.

Outros dois focos estão em jogo no Clube de Letramento Matemático: o compromisso em desenvolver o **protagonismo adolescente** e a **aprendizagem colaborativa**.

O **protagonismo adolescente** no contexto educativo é um conceito que valoriza e estimula a participação ativa dos(as) adolescentes no processo de aprendizagem, permitindo que eles(as) sejam agentes ativos na construção de seu conhecimento e na definição das direções a serem tomadas na sua formação. Ao permitir que os(as) estudantes participem ativamente da construção do conhecimento, da gestão de suas próprias trajetórias educativas e da transformação de sua realidade, promove-se uma educação mais inclusiva e dinâmica, alinhada com as necessidades e desafios contemporâneos.

Trabalhar com protagonismo adolescente e aprendizagem colaborativa nas aulas de matemática envolve criar oportunidades para que os(as) estudantes sejam ativos(as) em sua aprendizagem, tomem decisões, compartilhem responsabilidades e, acima de tudo, sintam-se empoderados(as) para aprender e ensinar. Ao adotar essas práticas, os(as) estudantes não apenas desenvolvem suas habilidades matemáticas, mas também suas competências sociais e emocionais, preparando-se para atuar de forma crítica e colaborativa no mundo.

Ao adotar a **aprendizagem colaborativa** como um dos princípios do Clube de Letramento Matemático, assumimos que os(as) estudantes devem trabalhar juntos para alcançar objetivos comuns de aprendizagem, compartilhando conhecimentos, habilidades e experiências para resolver problemas, realizar tarefas ou desenvolver um entendimento mais profundo de um determinado tema. Por isso, os(as) estudantes irão alternar entre tarefas individuais e atividades em duplas ou grupos, de forma equilibrada. O conceito de aprendizagem colaborativa aqui está intimamente ligado à ideia de que a interação entre os(as) estudantes pode promover a construção conjunta de conhecimentos, em vez de ser um processo isolado de aprendizagem individual, permitindo que, junto(as), possam atingir níveis mais elevados de compreensão.

Vale destacar que as propostas de atividades têm como foco apoiar o(a) professor(a) a refletir sobre o **conhecimento pedagógico do conteúdo**, ou seja, a habilidade de transformar a compreensão do conteúdo em formas eficazes de ensino.

Em matemática, esse conhecimento inclui quatro componentes essenciais: domínio do currículo (o que ensinar), estratégias de ensino (como ensinar), compreensão do aprendizado dos estudantes (como aprendem) e avaliação (como medir).

O Clube promoverá o trabalho em aspectos centrais da recomposição de aprendizagens matemáticas, com o objetivo de estabelecer conexões entre diferentes tópicos da matemática e, quando possível, com outras áreas do conhecimento. São eles:

- **Números** sob uma perspectiva **algébrica**, observando regularidades e padrões. Nesta abordagem, trabalharemos especialmente as operações de **multiplicação e divisão** de números naturais, estratégias de cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos e suas propriedades.
- O estudo de **frações** em conexão com **geometria**, com o objetivo de explorar leitura, escrita, comparação, representações numéricas e equivalência de frações. Também serão trabalhados conhecimentos geométricos relacionados ao estudo de ângulos, suas representações e a relação com os polígonos, com ênfase em triângulos e quadriláteros.
- A exploração de **Grandezas e Medidas**, com foco no comprimento, será feita relacionando essa grandeza ao sistema numérico decimal. Isso permitirá explorar os **números decimais** em relação à leitura, escrita, comparação e representação na reta numérica.

Outro aspecto importante do Clube é a transição dos(as) estudantes do 5º para o 6º ano. Esse é um momento crucial para o desenvolvimento dos(as) estudantes, especialmente em matemática. Durante esse período, é essencial adotar uma abordagem cuidadosa para garantir uma adaptação tranquila. O 6º ano marca o início dos Anos Finais, com mudanças como a introdução de diferentes professores(as) e o aumento da complexidade dos conteúdos. Muitos(as) estudantes podem sentir ansiedade devido às novas expectativas; por isso, criar um ambiente acolhedor será fundamental. As atividades lúdicas, o trabalho em grupo e a resolução de problemas serão estratégias importantes utilizadas no Clube para apoiar essa transição, uma vez que os(as) estudantes estão saindo da infância e ingressando na adolescência.

2

Conheça a ementa do Clube de Letramento Matemático

Conheça a ementa do Clube de Letramento Matemático

Clube de Letramento Matemático	
Descrição	O Clube apresenta três Sequências Didáticas escolhidas para apoiar o trabalho do(a) professor(a), com foco nos aspectos centrais da aprendizagem que podem dificultar o progresso dos(as) estudantes nas aulas de matemática, especialmente devido a defasagens de conteúdos de anos anteriores. As propostas buscam promover a recomposição de aprendizagens a partir de uma perspectiva problematizadora, garantindo avanços no aprendizado dos(as) estudantes. As Sequências Didáticas foram organizadas para um trabalho com 35 aulas, ou seja, uma aula por semana. Elas abordam temas das unidades temáticas de Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, com um recorte específico de habilidades que visa a promover aprendizagens estruturantes, garantindo o avanço dos(as) estudantes no 6º ano. Além disso, as Sequências Didáticas proporcionam conexões entre as diferentes unidades temáticas da matemática e outras áreas do conhecimento, sempre que possível.
Objetivos	Os principais objetivos das Sequências Didáticas do Clube de Letramento Matemático são: ▪ Promover a organização e gestão da sala de aula, mas com ênfase no conteúdo e na maneira como ele é ensinado. Por isso, as orientações são detalhadas e incluem questionamentos/perguntas com o objetivo de ensinar matemática e estimular o protagonismo dos(as) estudantes, mantendo-os(as) ativos(as), reflexivos(as) e engajados(as). ▪ Planejar com foco nos objetivos de aprendizagem, antecipando possíveis equívocos e auxiliando o(a) professor(a) a ajustar as estratégias de ensino conforme a dificuldade do tema e o progresso dos(as) estudantes. ▪ Proporcionar uma variedade de estratégias pedagógicas, de forma a possibilitar uma abordagem coerente e adaptada às necessidades de aprendizagem da turma. ▪ Incentivar a participação ativa dos(as) estudantes, promovendo a autoavaliação de seu próprio trabalho e o dos(as) colegas, além de estimular o engajamento em tarefas que conectem o conhecimento prévio a novos conceitos.

Estrutura sugerida para a implementação	O Clube de Letramento Matemático foi planejado para atender aos(às) estudantes do 6º ano dos Anos Finais. As Sequências Didáticas abordam conhecimentos específicos de matemática, e a recomendação principal é que as aulas sejam ministradas por um(a) professor(a) especialista da área. A carga horária indicada é de uma aula semanal, podendo ser oferecida como componente específico ou como parte do conjunto de aulas do(a) professor(a) de matemática da base comum.
Como o Clube Letramento Matemático contribui para a aprendizagem e o desenvolvimento dos(as) adolescentes	Este Clube fomenta o protagonismo do(a) estudante, colocando-o(a) no centro das práticas educativas e conectando-o(a) com seus anseios. A proposta é estimular sua autonomia para aprender matemática, apostando no potencial dos(as) estudantes, cultivando altas expectativas de aprendizagem e reconhecendo que todos(as) são capazes de aprender. Além disso, o Clube oferece oportunidades intencionais, articuladas ao currículo de matemática, com foco no desenvolvimento de aprendizagens que não foram consolidadas em anos anteriores. Ao reconhecer e valorizar a diversidade, busca-se fortalecer as identidades e promover um clima acolhedor para todos(as).
Competências específicas	1. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. 2. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções. 3. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

Conexão com Objetivos de Desenvolvimento Sustentável	4. Educação de Qualidade, promovendo a capacitação e empoderamento dos indivíduos, ampliando as oportunidades dos(as) estudantes mais vulneráveis no caminho do desenvolvimento. 10. Redução das desigualdades, uma vez que são consideradas as identidades culturais dos estudantes, reforçando um ambiente inclusivo e propício ao aprendizado de todos.
Integração Curricular	Este Clube sugere algumas integrações com os componentes curriculares de Arte, Educação Física e Língua Portuguesa. Contudo, essas indicações podem ser ampliadas conforme o envolvimento dos(as) professores(as) da escola.
Metodologias de ensino e de aprendizagem	Aprendizagem baseada em problemas (aprendizagem por investigação); painel de soluções; análise de erros; jogos matemáticos e memória coletiva.
Propostas de avaliação	As estratégias de avaliação são diversificadas e abrangem diferentes momentos de observação das aulas pelo(a) professor(a); produções de texto e registros pelos(as) estudantes; testes relâmpago; autoavaliação e avaliação entre pares.

3

Conheça as sequências didáticas propostas

Conheça as sequências didáticas propostas

O Clube de Letramento Matemático propõe três Sequências Didáticas organizadas de modo a dar ao(à) professor(a) liberdade de escolhê-las na ordem que preferir, em consonância com as aulas do currículo regular da Base Comum, com foco na recomposição das aprendizagens. Essa flexibilidade permite que o(a) professor(a) avalie os conhecimentos prévios essenciais para o desenvolvimento das habilidades no período escolar e os articule com as propostas do Clube.

Cada Sequência Didática desenvolve um conjunto de habilidades relacionadas a temas específicos: Números e Álgebra; Frações e Geometria; Grandezas e Medidas e Números Decimais. Além disso, cada sequência inclui duas propostas: **Dez minutos de fluência** e a aula de **Resolução de Problemas**.

Em cada aula da Sequência Didática, sugerimos a dedicação de dez minutos à **fluência** com os(as) estudantes. Fluência, aqui, refere-se à capacidade dos(as) estudantes de aplicar rapidamente, de forma eficiente e precisa, os conhecimentos e habilidades matemáticas adquiridas, sem necessidade de muita reflexão ou esforço consciente. O objetivo é desenvolver a habilidade de cálculo mental, tornando os(as) estudantes mais ágeis e evitando erros simples nas operações básicas com números naturais, frações e decimais. Isso é importante, pois dificuldades nesses cálculos podem prejudicar a aprendizagem, desviando a atenção dos conceitos e propriedades essenciais, que são fundamentais para o desenvolvimento da matemática.

Ao final de cada Sequência Didática, reservamos uma aula específica para trabalhar com a **resolução de problemas não convencionais**. Nesses problemas, os(as) estudantes não encontram um procedimento de cálculo ou fórmula pronta para a resolução. O foco está na construção de estratégias, o que exige que cada estudante analise o texto do problema, formule hipóteses e as teste, em um processo contínuo de autorregulação e autoavaliação. Esses problemas ajudam a desestabilizar crenças limitantes dos(as) estudantes, como a ideia de que problemas são sempre numéricos, têm respostas únicas ou podem ser resolvidos por uma única operação ou equação.

Nas Sequências Didáticas, o(a) professor(a) encontrará uma aula estruturada em três ou quatro momentos distintos: **inicie**, cujo foco é apresentar a essência da aula, engajar os(as) estudantes na tarefa e proporcionar um momento para o levantamento de conhecimentos prévios; **desenvolva**, momento em que o(a) professor(a) propõe a atividade principal da aula, permitindo que os(as) estudantes explorem e construam os conhecimentos previstos; **discuta**, momento de compartilhamento das descobertas, em que os(as) estudantes consolidam e organizam as aprendizagens sob a mediação do(a) professor(a); e **amplie**, em que o(a) professor(a) recebe sugestões de possíveis conexões e abordagens para aprofundar ou dar continuidade ao trabalho.

Para saber mais sobre como implementar o Clube de Letramento Matemático, consulte o Guia de Recomendações Curriculares e Pedagógicas.

3.1 Fichas de trabalho dos estudantes

O(a) professor(a) encontrará *fichas de atividade* organizadas para o trabalho com os(as) estudantes, que, em alguns casos, são destinadas à impressão individual e, em outros, em grupo, com o objetivo de facilitar o seu planejamento.

No detalhamento de cada atividade, são indicados os momentos apropriados para sua utilização, bem como as orientações nos quadros organizativos de cada Sequência Didática. Fique atento(a), pois há indicações de materiais específicos para a realização das aulas, como régua, tesoura, materiais de desenho, entre outros.

3.2 Caderno de registro

O registro da aprendizagem pelo(a) estudante é uma ferramenta fundamental para acompanhar o seu desenvolvimento ao longo das aulas. Ele oferece ao(à) estudante a oportunidade de refletir sobre suas experiências, organizar seus pensamentos, aprofundar-se em um assunto, revisar o que aprendeu e se apropriar melhor de novos conhecimentos, sejam eles conceitos ou procedimentos. Além disso, o registro permite que o(a) estudante mantenha uma memória do que é relevante, valide suas conclusões e descobertas, entre outras possibilidades que enriquecem o processo de aprendizagem.

O conjunto de informações obtidas pela análise dos diversos registros de acompanhamento dos(as) estudantes permite ao(à) professor(a) refletir sobre o progresso de cada estudante e sobre o próprio trabalho. Assim, ao longo das aulas, o(a) professor(a) acumula dados e evidências que permitem avançar ou que indicam a necessidade de replanejamento.

Cada Sequência Didática propõe uma abordagem única e diferenciada para que os(as) estudantes possam aprender, valorizar e aperfeiçoar seus registros. Inicialmente, eles são feitos de forma coletiva, como Memória Coletiva da turma. Gradualmente, os registros passam a ser realizados em grupos até que os(as) estudantes consigam realizá-los com maior autonomia e independência.

3.3 Organizador curricular

Algumas expectativas de Letramento estarão presentes ao longo do desenvolvimento de todas as Sequências Didáticas. São elas:

- Desenvolver estratégias pessoais para a resolução de problemas não convencionais.
- Argumentar de forma consistente para justificar suas escolhas, tanto na forma de calcular quanto na resolução de problemas.
- Ler, interpretar, produzir escritas e representações em linguagem matemática, correspondentes aos conceitos aprendidos, aos processos de cálculo e à resolução de problemas.
- Desenvolver autoconfiança em relação à sua forma de pensar em matemática e a persistência diante de situações-problema diversas.

Sequências didáticas (SD)	Aulas	Habilidade específica	Competências para o desenvolvimento integral	Expectativas de letramento
SD1 Operações, propriedades e regularidades	12 aulas (50 min cada)	EF03MA10 EF04MA11 EF03MA03 EF04MA05 EF05MA08	▪ Competência Geral 2 - Pensamento científico, crítico e criativo ▪ Competência Geral 3 - repertório cultural ▪ Competência Geral 4 - comunicação	▪ Identificar regularidades por meio de investigação em sequências repetitivas e não repetitivas. ▪ Descrever a regra de formação de uma sequência numérica ou não. ▪ Determinar em uma sequência elementos faltantes ou seguintes por meio de investigação. ▪ Identificar padrões e regularidades em sequências numéricas relacionadas às tabuadas. ▪ Utilizar as propriedades da multiplicação e da divisão para dar sentido ao algoritmo formal e a técnicas de cálculo mental. ▪ Resolver problemas envolvendo as operações multiplicação e divisão.
SD2 Tangram, frações e Geometria	13 aulas (50 min cada)	EF04MA18 EF05MA17 EF04MA09 EF05MA03 EF05MA04 EF05MA05	▪ Competência Geral 1 - Conhecimento ▪ Competência Geral 2 - Comunicação ▪ Competência Geral 4 - Comunicação	▪ Compor e decompor figuras geométricas planas. ▪ Associar ângulo a um movimento de giro ou mudança de direção. ▪ Identificar lados e ângulos em polígonos. ▪ Reconhecer ângulos retos e não retos em polígonos ▪ Relacionar frações a representações de partes de um inteiro. ▪ Reconhecer, ler e representar frações maiores e menores que a unidade. ▪ Comparar frações. ▪ Identificar frações equivalentes.
SD3 Arte, Medidas e decimais	10 aulas (50 min cada)	EF05MA02 EF05MA19	▪ Competência Geral 2 - Pensamento científico, crítico e criativo ▪ Competência Geral 4 - Comunicação	▪ Relacionar grandezas, unidades de medidas e instrumentos de medidas de massa, comprimento, tempo e capacidade ▪ Relacionar unidades de medida de comprimento e utilizá-las na resolução de problemas. ▪ Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal na reta numérica relacionados ao seu contexto. ▪ Relacionar medida de comprimento a números decimais. ▪ Ler, escrever, comparar, compor e decompor números decimais em contextos da vida cotidiana dos estudantes.

SD1 - Operações, propriedades e regularidades

Objetivo geral	▪ Identificar regularidades por meio de investigação em sequências repetitivas e não repetitivas. ▪ Descrever a regra de formação de uma sequência numérica ou não numérica. ▪ Determinar os elementos faltantes ou seguintes em uma sequência por meio de investigação. ▪ Identificar padrões e regularidades em sequências numéricas relacionadas às tabuadas. ▪ Utilizar as propriedades da multiplicação e da divisão para dar sentido ao algoritmo formal e às técnicas de cálculo mental. ▪ Resolver problemas envolvendo as operações de multiplicação e divisão.
Principal habilidade específica enfocada	▪ **(EF03MA10)** Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes. ▪ **(EF04MA11)** Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural. ▪ **(EF03MA03)** Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. ▪ **(EF04MA05)** Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo. ▪ **(EF05MA08)** Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Competências em foco para o desenvolvimento integral	**Competência Geral 2** **Competência Geral 3** **Competência Geral 4**

Expectativas de aprendizagem: o que os(as) estudantes vão aprender e saber fazer	■ Reconhecer e valorizar as manifestações artísticas e culturais africanas e indígenas, ampliando seu repertório pessoal e identificando a matemática presente nesses contextos como relevante produção intelectual; ■ Descrever o padrão em sequências repetitivas e não repetitivas; ■ Representar, analisar e fazer generalizações em vários padrões, usando palavras e regras simbólicas; ■ Utilizar as operações de multiplicação e divisão na resolução de problemas, por meio de diferentes estratégias; ■ Identificar regularidades em procedimentos de cálculo relacionados às propriedades das operações de multiplicação e divisão; ■ Identificar e compreender a regularidade na multiplicação de um número por 10, 100, 1 000 e seus múltiplos.
Proposta de avaliação	Ao longo da Sequência Didática, os(as) estudantes terão alguns momentos de avaliação processual, descritas a seguir: observação do(a) professor(a), teste relâmpago, avaliação entre pares. Ao final desta SD, os(as) estudantes farão uma autoavaliação.
Recursos e providências	■ Aula 1: Ficha de atividade em grupo: tiras de malha quadriculada, retangular e triangular; ■ Aula 2: Ficha de atividade: padrões e regularidades; ■ Aula 3: Ficha de atividade em grupo: gabarito de quadrados; Materiais: tesoura e tabela impressa; ■ Aula 4: Ficha de atividade: tábua de Pitágoras; ■ Aula 5: Ficha de atividade: multiplicando por 10, 100, 1 000 e seus múltiplos; Material: calculadora; ■ Aula 6: Ficha de atividade: diferentes formas de multiplicar; ■ Aula 7: Ficha de atividade: regularidades na multiplicação e divisão; ■ Aula 8: Ficha de atividade: diferentes formas de dividir; ■ Aula 9 e 10: Materiais artísticos variados, como: tesoura, tinta, retalhos de papel e tecidos, cola, lápis coloridos e materiais de percussão não estruturados diversos (copos, colheres etc.). **Resolução de problemas:** ■ Aula 11 e 12 : ficha de atividade de resolução de problemas: criptogramas. **Fichas de fluência:** ■ Dez minutos de fluência 1: Observando sequências repetitivas ■ Dez minutos de fluência 2: Representando padrões com letras ■ Dez minutos de fluência 3: Complete as sequências ■ Dez minutos de fluência 4: Tábua de Pitágoras ■ Dez minutos de fluência 5: Multiplicando por 10, 100 e 1 000 ■ Dez minutos de fluência 6: Diferentes formas de multiplicar ■ Dez minutos de fluência 7: Regularidades na multiplicação ■ Dez minutos de fluência 8: Calculando metades

Duração sugerida	12 aulas de 50 minutos cada.
Para sua mediação	No Clube de Letramento Matemático, trabalharemos para qualificar as interações entre os dois principais atores do processo de ensino-aprendizagem: professores(as) e estudantes. Para que essas interações sejam eficazes e promovam a criação de vínculos, é essencial transformar a sala de aula em um espaço de respeito, tranquilidade e responsabilidade, fundamentais para o desenvolvimento do conhecimento. O primeiro aspecto que deve ser destacado é o papel central do(a) professor(a) na construção de uma **presença pedagógica** constante. É importante que os(as) estudantes reconheçam em sua prática a **abertura**, a **reciprocidade** e o **compromisso** do(a) professor(a) com o processo formativo deles(as). Esses valores se refletem em atitudes como o interesse genuíno pelos(as) estudantes, o reconhecimento e a valorização dos pontos de vista e das culturas adolescentes, além do respeito pela individualidade de cada um(a). Uma maneira eficaz de demonstrar essa presença é conhecer os(as) estudantes e tratá-los(as) com respeito, destacando suas qualidades e conquistas. Essas vitórias podem servir como base para superar dificuldades e erros. Ao longo das atividades, o(a) professor(a) deve icentivar os(as) estudantes a expressarem suas ideias, usando suas contribuições como ponto de partida para novas descobertas e promovendo um diálogo genuíno. O segundo aspecto foca nas interações entre os(as) próprios(as) estudantes, apostando no protagonismo adolescente para fomentar aprendizagens colaborativas. No entanto, é importante lembrar que os(as) estudantes ainda estão em processo de aprendizagem sobre como trabalhar em colaboração e, por isso, possuem grande dependência da orientação do(a) professor(a).

Orientações para o desenvolvimento da sequência didática

O pensamento algébrico, como destacado na BNCC (2018), é uma competência a ser desenvolvida desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, juntamente com o aprendizado da aritmética. Esta sequência didática visa a explorar as regularidades presentes tanto na geometria quanto nos procedimentos de cálculo, promovendo a compreensão das propriedades das operações. Isso porque uma das ideias centrais da álgebra que os(as) estudantes devem aprender é a de aritmética generalizada.

A aritmética fornece o terreno para que os(as) estudantes observem padrões, estabeleçam conexões e generalizem conceitos. Por sua vez, o pensamento algébrico amplia essas ideias para incluir o uso de variáveis, expressões, equações e generalizações. Trabalhar de forma integrada ajuda os(as) estudantes a perceberem a continuidade entre os conceitos matemáticos e os diferentes níveis de abstração.

A aritmética envolve operações e sequências numéricas, que podem ser usadas para introduzir o pensamento algébrico, por meio da observação e generalização de padrões. Por exemplo, ao identificar a regularidade em uma sequência numérica (como 2, 4, 6, 8...), os(as) estudantes podem começar a expressar essa relação de forma generalizada, usando variáveis e expressões algébricas (ex.: 2n).

O desenvolvimento do pensamento algébrico ocorre quando os(as) estudantes começam a reconhecer padrões em operações aritméticas e os generalizam. Por exemplo, eles(as) podem perceber que a soma de dois números ímpares sempre resulta em um número par e, então, expressar essa ideia usando variáveis, como:

$$(2n + 1) + (2m + 1) = 2n + 2m + 2 = 2.\,(n + m + 1)$$

Embora a aritmética trabalhe com números concretos, o pensamento algébrico leva os(as) estudantes a pensarem em termos de variáveis que podem representar qualquer número. Assim, problemas de aritmética, como "Qual é o número que somado a 5 resulta em 12?", podem ser representados algebricamente como $x + 5 = 12$. O estudo das propriedades associativa, comutativa e distributiva das operações aritméticas ajuda a construir a base para a compreensão do pensamento algébrico. Por exemplo, a propriedade distributiva de $a.(b + c) = a.b + a.c$ é tanto uma ideia aritmética quanto algébrica. A transição do raciocínio aritmético para o pensamento algébrico pode ser facilitada por meio de problemas em que os(as) estudantes utilizem padrões e estratégias aritméticas para encontrar soluções. Ao formalizarem essas estratégias, eles(as) passam a expressá-las em linguagem algébrica.

Estudos indicam que as dificuldades na aprendizagem da álgebra muitas vezes estão associadas a uma compreensão limitada da aritmética, especialmente no que diz respeito às convenções e propriedades aritméticas. Dessa forma, esta abordagem visa a realizar um trabalho preventivo, fortalecendo a base aritmética e evitando possíveis dificuldades futuras no aprendizado da álgebra.

Nesta sequência didática, a proposta adota uma abordagem reflexiva sobre padrões e regularidades, com foco especial nas operações de multiplicação e divisão. Os(as) estudantes estarão envolvidos(as) em situações-problema que lhes permitirão fazer escolhas estratégicas para determinar os melhores procedimentos de cálculo. Esses procedimentos estarão relacionados ao sistema de numeração, às propriedades das operações e às relações entre elas, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos envolvidos.

ETAPA 1 - PROBLEMATIZAÇÃO

AULA 1 - Padrões repetitivos

Esta aula tem como objetivo retomar os conhecimentos dos(as) estudantes sobre sequências e padrões, com um foco específico em sequências repetitivas, utilizando como exemplo os motivos de tecidos africanos (capulanas).

Inicie

Explique que, nesta aula, os estudantes irão conhecer as capulanas, com o objetivo de entender e analisar os padrões presentes nessas peças, estabelecendo uma conexão com o tema de estudo.

Apresente as capulanas aos(às) estudantes e contextualize com informações históricas e culturais.

- Mostre o mapa africano e discuta os aspectos culturais associados a esse artefato.
- Incentive os(as) estudantes que conhecem as capulanas a compartilharem suas experiências, valorizando suas contribuições.

Mostre à turma uma seleção de imagens, previamente separadas por você, e faça algumas perguntas para provocar reflexões sobre os padrões. Pergunte:

- Quais características vocês observam nas capulanas?
- Quais padrões estão presentes? Como eles se repetem?

Saiba mais

A capulana, um tecido colorido tradicional do continente africano, tem sua origem na Ásia e chegou à África entre os séculos IX e X por meio das trocas comerciais. Inicialmente utilizada como moeda de troca e símbolo de poder por monarcas, ao longo do tempo tornou-se um ícone cultural, representando identidade e tradição em diversas regiões da África. Para saber mais sobre as capulanas, acesse os seguintes sites:

- Texto ***Capulana: Um tecido carregado de história***, da Universidade de Pernambuco.
- Texto ***Capulana, o retalho de pano que é patrimônio cultural em Moçambique***, da rádio francesa RFI.
- Texto ***Aplicando a Etnomatemática na Cultura Africana***, da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná.

Desenvolva

- A proposta é que os(as) estudantes realizem uma atividade de criação de padrões.
  - Forme duplas e distribua a *ficha de atividade em grupo: tiras de malha quadriculada, retangular e triangular*, além das respectivas malhas.
  - Oriente a criação de um padrão inspirado nas capulanas, usando formas, cores e repetições.
- Em seguida, peça aos(às) estudantes que troquem suas tiras com outra dupla de trabalho e observem o padrão que criaram, descrevendo-o em poucas linhas. Nesta atividade, não há certo nem errado, apenas a atenção para as observações e percepções dos estudantes.

Vale refletir

A exploração desta sequência tem como objetivo que os(as) estudantes observem e identifiquem semelhanças e diferenças entre seus elementos, ou seja, percebam como ela se desenvolve. O foco é compreender o conceito de sequências que apresentam padrões repetitivos, ou seja, aquelas em que um determinado motivo se repete de forma contínua e indefinida.

- Promova a socialização das anotações de cada dupla e, em seguida, faça as seguintes perguntas:
  - Qual padrão vocês observaram nas tiras que receberam?
  - Como vocês explicariam a regularidade presente na tira?
  - Vocês conseguiriam continuar a sequência da tira?
  - Como vocês pensaram para descobrir o “segredo” do padrão presente na tira? Expliquem.
  - Eles são semelhantes ou diferentes dos padrões criados para as capulanas?
- Explique que padrões repetitivos seguem uma “regularidade” (regra) e apresentam um “motivo” que se repete de maneira previsível.
- Organize com a turma os pontos principais de aprendizagem desta aula em um cartaz que ficará afixado na sala de aula ao longo de toda esta sequência, funcionando como uma memória coletiva. Cole também os padrões criados pelo grupo.

De olho na metodologia: Memória Coletiva

A Memória Coletiva é um registro feito pelo grupo, que reflete o que foi compreendido a partir de um estudo ou vivência. Trata-se de um painel coletivo dos pontos mais importantes que não devem ser esquecidos. Esse registro é reeditado ao longo de todo o processo, ou seja, à medida que novos conhecimentos são adquiridos, os primeiros registros (o painel de memórias) são revisitados e complementados com novas aprendizagens ou aspectos importantes sobre o tema. Esse painel deve ser afixado de forma visível para que os(as) estudantes possam consultá-lo durante o desenvolvimento da sequência didática.

A metodologia da Memória Coletiva será utilizada e explorada ao longo de toda a Sequência Didática, funcionando como uma ferramenta para retomadas, análise do percurso e sistematização dos conhecimentos adquiridos.

Vale refletir - Uma palavra sobre equidade

Uma aula centrada na equidade, em se tratando de educação matemática, exige uma reflexão constante sobre as práticas pedagógicas, crenças e interações com estudantes diversos(as). Isso envolve revisar crenças improdutivas que possam impactar negativamente as práticas de ensino e as relações com os(as) estudantes, especialmente aqueles(as) pretos(as), pardos(as) e indígenas. Enfrentar preconceitos implícitos, microagressões e mal-entendidos culturais é fundamental para a criação de um ambiente de ensino mais inclusivo, acolhedor e eficaz.

É essencial que a aula seja conduzida com uma mentalidade centrada na equidade. Isso implica engajar-se em processos de autoavaliação contínuos, manter altas expectativas para todos(as) os(as) estudantes e implementar práticas pedagógicas baseadas nos pontos fortes de cada um(a). Como professor(a), seu papel é estabelecer relações positivas e de confiança com os(as) estudantes, compreendendo suas forças culturais e individuais, e aplicando estratégias pedagógicas que promovam a participação ativa, o engajamento rigoroso e a resolução colaborativa de problemas.

Dessa forma, ao valorizar as múltiplas culturas e identidades dos(as) estudantes, você pode criar um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e estimulante. Um exemplo de como valorizar diferentes culturas e ao mesmo tempo ensinar conceitos matemáticos é o uso das capulanas. Esses tecidos tradicionais africanos, que carregam significados culturais e simbólicos, são uma ferramenta pedagógica rica para trabalhar a matemática de maneira contextualizada e inclusiva. As capulanas não são apenas belos tecidos, elas também escondem conceitos matemáticos complexos, que podem ser explorados em sala de aula:

1. **Simetria:** Muitas capulanas apresentam padrões simétricos, o que permite discutir o conceito de simetria em geometria.
2. **Geometria:** A presença de formas geométricas como triângulos, quadrados, círculos e outras formas geométricas é comum nas capulanas, o que as torna excelentes para trabalhar conceitos fundamentais de geometria.
3. **Padrões:** As capulanas são ricas em padrões repetitivos, que podem ser usados para ensinar conceitos de sequência e série.
4. **Proporção:** A maneira como as formas e tamanhos são proporcionais nas capulanas cria uma harmonia visual, permitindo que os(as) estudantes discutam o conceito de proporção de maneira prática.

Ao incorporar as capulanas na aula de matemática, você oferece uma abordagem inclusiva, que não só valoriza a cultura e a experiência dos(as) estudantes, especialmente pretos e pardos, mas também proporciona uma maneira de aprender e aplicar conceitos matemáticos de forma concreta, envolvente e significativa.

Apresente aos(às) estudantes a ficha *Dez minutos de fluência 1: Observando sequências repetitivas.*

1. Entregue a ficha "Observando Sequências Repetitivas".
   - Instrua os(as) estudantes a responderem às perguntas e buscarem regularidades nas sequências.
   - Ressalte que eles(as) terão dez minutos para resolver as operações.
2. Discuta: *Quais padrões foram identificados?*
3. Estimule a análise e a síntese coletiva.

ETAPA 2 - DESENVOLVIMENTO

Esta etapa está organizada em duas aulas.

AULA 2 - Padrões e regularidades

Inicie

O objetivo desta atividade é promover um avanço no pensamento algébrico, focando na generalização. Para isso, orientaremos os(as) estudantes a perceberem que sequências diferentes podem seguir a mesma regularidade, mesmo utilizando padrões ou motivos diferentes. Eles(as) aprenderão a representar essas regularidades simbolicamente, utilizando letras para representar um padrão. Retome a Memória Coletiva registrada na aula anterior e informe que a atividade de hoje dará continuidade a novas investigações, utilizando as capulanas.

Apresente aos(às) estudantes a imagem da Atividade 1 da *ficha de atividade:* ***padrões e regularidades***.

Explore a regularidade do tecido da capulana, seguindo as orientações descritas na *ficha do estudante:* ***padrões e regularidades***. É importante garantir que os(as) estudantes consigam:

- compreender a regra de formação dessa regularidade;
- representar os elementos/motivos com letras;
- verificar que elementos iguais devem receber a mesma letra;
- identificar o elemento/motivo de acordo com sua posição.

Desenvolva

- Peça aos(às) estudantes que realizem a Atividade 2 da ficha. Em seguida, solicite que comparem as soluções com um colega, discutindo semelhanças e diferenças nas representações encontradas.
- Ainda em duplas, na Atividade 3, peça que retomem as produções feitas na aula anterior e que utilizem letras para representar as regularidades presentes nelas.
- Na Atividade 4, os(as) estudantes deverão criar um novo padrão, seguindo uma regra específica.

Para refletir: o pensamento algébrico

Pensar algebricamente está relacionado a observar e identificar regularidades, e então generalizar o que foi observado para deduzir novas ideias ou novos fatos. Dessa forma, faz sentido afirmar que a principal característica da álgebra é ser uma linguagem que expressa generalidades, não é mesmo?

Portanto, quando o trabalho com sequências se limita apenas a observar e identificar, não se alcança todo o potencial do pensamento algébrico. É necessário avançar com atividades que permitam aos(às) estudantes generalizar e deduzir. Foi isso que buscamos com a atividade proposta.

Uma generalização que pode ser entendida pelos(as) estudantes é a de que sequências construídas com materiais diferentes podem representar o mesmo padrão.

Discuta

- Faça um painel com os diferentes padrões criados pelos(as) estudantes. Explore as diferentes representações.
- Foque nas discussões acerca das generalizações. Problematize: sequências diferentes podem ter a mesma regularidade, apesar de utilizarem padrões/motivos diferentes? De que maneira conseguimos perceber isso em nosso painel?
- Finalize a aula solicitando aos(às) estudantes que registrem, com sua ajuda, as descobertas e aprendizagens da aula no painel de Memória Coletiva.

Apresente aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 2: Representando padrões com letras*.

1. Atividade interativa:
   - Apresente sequências repetitivas da ficha *Representando padrões com letras*.
   - Divida a turma em dois grupos e organize a atividade da seguinte forma:
     - Um grupo lê os padrões utilizando as letras "A, B, C", enquanto o outro grupo fecha os olhos.
     - Após "ouvir" o padrão, o grupo com os olhos fechados analisa as tiras e tenta identificar o padrão descrito.
     - Inverta os papéis e repita a atividade.
2. Peça aos estudantes que reflitam sobre a seguinte questão: *Como a mesma regularidade pode se manifestar em padrões diferentes?*

Avaliação em processo - Teste relâmpago

A proposta de fluência pode ser uma boa ferramenta para a avaliação processual dos temas trabalhados. Aproveite esse momento para dar devolutivas individuais e replanejar, se necessário, a estratégia da aula para que todos(as) consigam avançar em suas aprendizagens matemáticas.

AULA 3 - Padrões numéricos

Nesta aula, o objetivo é explorar padrões não repetitivos no campo numérico. Vamos investigar sequências não repetitivas que são regidas por algum padrão.

Inicie

Escreva no quadro exemplos de sequências repetitivas e não repetitivas (figuras e números), como os exemplos abaixo.

a. 

b. 1 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | ...

- Indague à turma se o registro realizado no quadro pode ser considerado uma sequência.
- Peça que continuem as sequências.
- Convide voluntários(as) ao quadro para registrar e justificar suas respostas.

Em seguida, questione-os(as):

- *Como vocês decidiram qual elemento vinha a seguir?*
- *As sequências de figuras e números seguem o mesmo padrão? Por quê?*
- *Encontraram o padrão em ambas as sequências da mesma forma?*

Durante a discussão, verifique se os(as) estudantes percebem que a primeira sequência tem um padrão repetitivo (retângulo, triângulo e círculo) e que na segunda sequência o padrão não é repetitivo. A intenção é observar que a diferença entre as sequências está na interdependência de um elemento em relação ao outro, ou seja, para continuar a sequência não repetitiva, os termos são obtidos seguindo uma regra, de forma previsível em relação ao anterior.

Desenvolva

- Organize-os(as) em grupos e distribua a *ficha de atividade em grupo: gabarito de quadrados.*
- Instrua os grupos a recortar e replicar a sequência inicial, ampliando-a com os três próximos elementos. Peça que completem a tabela fornecida, explicando como chegaram à solução.

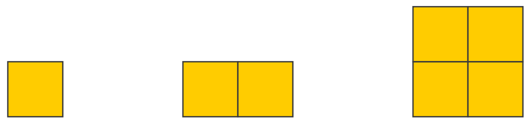


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Para sua mediação

- Circule pela sala observando a interação entre os grupos.
- Verifique se compreendem que a regra da sequência consiste em dobrar o número de quadradinhos da figura anterior.
- Evite interferências desnecessárias e priorize questionamentos que estimulem a reflexão.

Discuta

Socialize as descobertas realizadas pelos grupos. Pergunte:

- Como diferenciar sequências repetitivas de não repetitivas?
- Como descobrimos os próximos elementos de uma sequência não repetitiva?

Releiam a Memória Coletiva e discutam o que deve ser adicionado sobre sequências não repetitivas. Registrem as conclusões de forma coletiva, utilizando vocabulário matemático preciso.

Amplie

Caso tenha mais tempo, proponha uma atividade em que os(as) estudantes possam construir novas sequências com seus quadradinhos, definindo o padrão a ser utilizado para a construção da sequência seguinte.

Peça que troquem suas produções, de modo que um grupo resolva a atividade do outro e possa tecer comentários sobre o que acharam fácil, o que acharam difícil e o que aprenderam com a atividade.

Entregue aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 3: Complete as sequências.*

1. Dê cinco minutos para que os(as) estudantes completem as sequências e socializem as respostas.
2. Pergunte: Qual é a regra ou padrão utilizado?

AULA 4 - Explorando regularidades na tabuada

Esta proposta tem como objetivo identificar e explorar os conhecimentos prévios dos(as) estudantes sobre as regularidades nos números e operações, com foco específico na multiplicação e divisão, destacando suas propriedades e padrões na aritmética.

Inicie

Para iniciar, pergunte aos(às) estudantes o que eles(as) sabem sobre multiplicação e como explicariam a alguém o que é multiplicar.

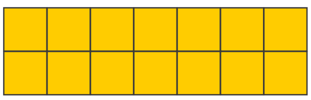
Peça que, individualmente, escrevam com palavras, representem com desenhos ou com expressões matemáticas no caderno de registro, uma maneira de apresentar seus conhecimentos.

Dê um tempo para que escrevam, enquanto observa se utilizam expressões numéricas, representam graficamente a multiplicação, ou ainda, se escrevem palavras como: “tabuada”, “não sei resolver”, “sei que multiplicar é saber quantas vezes um número se repete”, “é como se fosse uma adição mas os números são iguais” etc. Anote as diferentes formas utilizadas por eles(as).

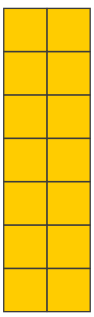
Desenvolva

Ao final desse tempo, peça que alguns(algumas) estudantes, previamente selecionados(as) por você, compartilhem seus registros indo até o quadro para mostrar como pensaram. É possível que apresentem registros como:

- tabuada: 1 × 2; 2 × 2; 3 × 2; 4 × 2; 5 × 2
- 4 × 5 = 20 porque é metade de 4 × 10 = 40
- 3 × 6 = 6 + 6 = 18
- representação gráfica 2 × 7 ou 7 × 2

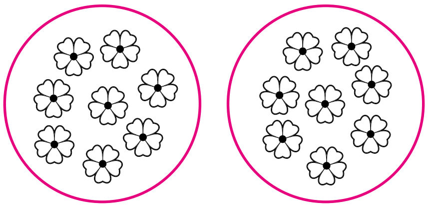


2 × 7



7 × 2

- usando desenhos diversos para representar:



Caso não haja uma diversidade de expressões ou representações, utilize um dos exemplos anteriores e problematize com a turma:

- Qual o significado de 4 × 6 "quatro vezes o seis"? Pode-se indicar que isso corresponde à escrita "curta", abreviada, da adição 6 + 6 + 6 + 6.
- Quem pode me explicar como alguém pensou ao desenhar esses retângulos? Por que há dois diferentes?
- Por que uma multiplicação pode ser representada por esses conjuntos de flores? O que isso significa?

Proponha algumas situações para garantir que todos(as) compreendam a multiplicação como uma adição de parcelas iguais.

No quadro, escreva uma a uma as seguintes situações e combine com a turma que deve respondê-las no caderno de registro de duas formas distintas, usando a escrita multiplicativa e aditiva.

- Quantas rodas têm 5 bicicletas?
- Se uma caixa tem 6 lápis de cor, quantos lápis terão 3 caixas?
- Uma caneta custa 4 reais, quanto custam 6 canetas?

Neste momento, não é necessário corrigir as propostas imediatamente. Os diálogos podem ocorrer à medida em que os(as) estudantes compartilham suas soluções e registros.

Retome a situação das caixas de lápis com o grupo e escreva no quadro a tabuada do número 6:

- 1 × 6 = 6
- 2 × 6 = 12
- 3 × 6 = 18
- 4 × 6 = 24
- ...
- 10 × 6 = 60

Indague à turma quais perguntas poderiam ser feitas sobre o problema das caixas de lápis, cuja resposta está nesta lista de multiplicações. Verifique se os(as) estudantes compreendem que as perguntas poderiam ser, por exemplo: quantos lápis há em 2 caixas? E em 3 caixas? E em 4 caixas? E em 5 caixas? Explore ainda mais: E se fossem 50 caixas, o que deveria ser feito? E 100? E 1 000? Existe alguma regularidade entre a quantidade de lápis e o número de caixas solicitado no problema?

Verifique também se os(as) estudantes sabem o que é uma tabuada. Questione-os: O que vocês sabem sobre as tabuadas? Para que elas servem? Existe alguma tabuada cujos resultados vocês saibam "de cabeça"? Qual? E por que vocês sabem essa tabuada?

Explique que, na *ficha de atividade Tábua de Pitágoras*, eles(as) terão acesso às tabuadas organizadas de uma maneira interessante, chamada *Tábua de Pitágoras* e a tarefa deles(as) será investigar as regularidades presentes nela.

Saiba mais

Tábua de Pitágoras

Veja mais detalhes sobre o uso da Tábua de Pitágoras nos links:

- ***Tabuada: como usar a tabela pitagórica***
- ***O uso da Tábua de Pitágoras para auxiliar na compreensão de Estruturas Multiplicativas em turmas de 7º ano do Ensino Fundamental***

Explique que essa atividade será realizada em duas etapas: a primeira individualmente e a segunda coletivamente, seguindo as orientações da ficha.

Discuta

Previamente, tenha a Tábua de Pitágoras preenchida exatamente como foi proposto na *ficha de atividade: Tábua de Pitágoras* exposta no quadro ou projetada por você.

Convide alguns(algumas) estudantes para socializarem uma regularidade descoberta até a tabuada do 5 e peça que eles(as) verifiquem com a turma se outras duplas chegaram à mesma conclusão, se desejam ampliar, concordar ou discordar das descobertas dos(as) colegas. Faça a mediação de forma que os(as) estudantes se sintam confortáveis para argumentar e expressar o seu ponto de vista, criando um clima de respeito e confiança entre todos(as).

Promova a circulação de ideias e conhecimentos, tendo como referência as primeiras descobertas sobre as regularidades até a tabuada do 5, e questione:

- É possível descobrir os números que devem ser escritos nos quadradinhos em branco sem precisar fazer a conta de multiplicação?
- Por exemplo, olhem a linha da tabuada do 1 e a linha da tabuada do 3. Se somarmos os números das colunas uma a uma, os resultados dessas somas correspondem a qual tabuada?

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

Espera-se que os(as) estudantes indiquem que a linha correspondente aos resultados da soma está na linha da tabuada do 4.

- E se somarmos agora os números da linha da tabuada do 2 com os da tabuada do 3, qual tabuada corresponde aos resultados dessas somas?

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

Espera-se que os(as) estudantes indiquem que a linha correspondente aos resultados da soma está na linha da tabuada do 5. Com esse processo investigativo, é possível que alguns(as) estudantes identifiquem que a soma dos resultados das tabuadas 1 e 4 também resulta na tabuada do 5.

- Peça que comparem a linha da tabuada do 2 com a da tabuada do 4. Como uma pode ser obtida a partir da outra? Que relação há entre elas? Espera-se que eles(as) percebam que a tabuada do 4 é o dobro da tabuada do 2.

Comente que, neste final de aula, os 10 minutos de fluência serão realizados em duplas. Solicite que preencham o restante da Tábua de Pitágoras, utilizando as estratégias descobertas até o momento. Nessa atividade, eles(as) irão investigar um pouco mais a Tábua de Pitágoras e terão a oportunidade de descobrir diferentes maneiras de preencher as demais tabuadas.

Apresente aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 4 - Tábua de Pitágoras*

1. Dê um tempo para os(as) estudantes preencherem as tabuadas de 6 a 10 na *ficha de atividade: Tábua de Pitágoras*, utilizando os conhecimentos adquiridos.

2. Peça que socializem as estratégias que utilizaram para completar a tabela sem fazer a multiplicação diretamente.

3. Registre em um cartaz as estratégias apresentadas, para que possam ser discutidas na próxima aula.

AULA 5 - Multiplicação por 10, 100 e 1 000

Metodologia em ação - Aprendizagem baseada em problemas

Neste tipo de metodologia, os(as) estudantes exploram problemas e realizam descobertas por conta própria, com o(a) professor(a) atuando como facilitador(a). Em matemática, essa abordagem incentiva a curiosidade e o desenvolvimento de habilidades de investigação, promovendo uma compreensão mais aprofundada.

Nas próximas propostas, usaremos a calculadora como um recurso valioso para investigações em aula. Ela permite aos(às) estudantes explorar conceitos numéricos e operacionais sem a limitação de cálculos manuais demorados. Com a calculadora, a turma pode testar hipóteses, identificar padrões e verificar resultados rapidamente, o que facilita a compreensão de conceitos mais abstratos, como o sistema posicional decimal e as operações com números decimais.

Além disso, ao utilizar a calculadora, os(as) estudantes podem focar em raciocínios matemáticos e estratégias, como decomposição e reconfiguração de números, sem se distrair com possíveis erros de cálculo. Isso promove a autonomia na resolução de problemas e incentiva o desenvolvimento do pensamento crítico e da capacidade de análise.

Inicie

O objetivo desta aula é que os(as) estudantes compreendam as regularidades presentes na tabuada, identifiquem as propriedades que garantem sua validade e investiguem o efeito da multiplicação de um número por 10, 100 ou 1 000, com destaque para a aplicação da propriedade associativa.

Inicie a aula conversando com os(as) estudantes sobre a atividade realizada na aula passada. Retome as estratégias utilizadas pelo grupo para justificar o preenchimento das tabuadas do 6 ao 10. Pergunte: "Por que podemos afirmar que a tabuada do 6 é o dobro da tabuada do 3? Por que isso funciona?".

Mostre ao grupo que a multiplicação pode ser decomposta de diferentes maneiras, e entender essas decomposições ajuda a visualizar as regularidades e os padrões por trás da operação. Apresente um exemplo, como o mostrado abaixo:

$$4 \times 6$$

$$6 + 6 + 6 + 6$$

$$\underbrace{3 + 3 + 3 + 3}_{4 \times 3} + \underbrace{3 + 3 + 3 + 3}_{4 \times 3}$$

$$4 \times 6 = 2 \times 4 \times 3$$

Continue indagando: "Por que podemos afirmar que a tabuada do 7 é a soma da tabuada do 3 e da tabuada do 4? Por que isso funciona?". Mostre para os(as) estudantes:

$$7 \times 7$$

$$\underbrace{7 + 7 + 7 + 7}_{4 \times 7} + \underbrace{7 + 7 + 7}_{3 \times 7}$$

$$7 \times 7 = 4 \times 7 + 3 \times 7$$

Aproveite para explorar outras regularidades:

- Peça aos(às) estudantes que observem produtos iguais na Tábua, e questione: "Há algo a falar a respeito dos seus fatores?". Espera-se que eles(as) percebam que os números se repetem de acordo com a ordem dos fatores, por exemplo, $4 \times 8 = 8 \times 4$, $3 \times 9 = 9 \times 3$.
- Incentive os(as) alunos(as) a compararem os números das multiplicações da 1ª e da 2ª colunas com os números da 3ª coluna. Pergunte: "Que relação há entre eles?". Espera-se que percebam que, por exemplo, $3 \times 1 + 3 \times 2 = 3 \times 3$... $7 \times 1 + 7 \times 2 = 7 \times 3$.

Registre as descobertas a respeito das regularidades presentes na tabuada no cartaz de Memória Coletiva.

Desenvolva

Conte que agora eles(as) farão uma nova investigação de regularidades relacionadas à multiplicação de números por 10, 100 e 1 000 e seus múltiplos. Em seguida, organize a classe em duplas.

Para sua mediação: duplas produtivas

Para garantir que os(as) estudantes trabalhem de forma produtiva em duplas, é necessário cuidar de alguns aspectos:

1. **Objetivos claros:** Antes de formar as duplas, defina claramente o que você espera que os(as) estudantes realizem. Seja específico(a) sobre os resultados esperados, como a resolução de um problema. A comunicação dos objetivos é fundamental para que todos(as) os(as) estudantes saibam o que devem alcançar durante a atividade.
2. **Critérios variados:** Considere aspectos como níveis de habilidade, temperamento ou até mesmo a dinâmica de personalidade. As duplas podem ser formadas de maneira elaborada ou estratégica, com o objetivo de equilibrar diferentes capacidades ou para promover a colaboração entre estudantes com habilidades complementares.
3. **Duplas autônomas:** Se os(as) estudantes já estão acostumados(as) com o trabalho em duplas, permita que escolham seus(as) próprios(as) parceiros(as), mas estabeleça uma regra para que isso aconteça de maneira respeitosa e equilibrada.
4. **Monitoramento:** Acompanhe regularmente as duplas para garantir que todos(as) os(as) estudantes estejam envolvidos(as) e que a dinâmica esteja fluindo bem. Ofereça *feedback* contínuo.
5. **Orientações durante o processo:** Pergunte como estão progredindo e se têm dúvidas. Isso pode ajudar a corrigir possíveis problemas antes que se tornem maiores.

Entregue a *ficha de atividade: multiplicando por 10, 100, 1 000 e seus múltiplos* e peça que resolvam as atividades propostas. Nessa proposta, exploraremos a propriedade associativa da multiplicação.

Enquanto as duplas trabalham, verifique como os(as) estudantes resolvem as multiplicações propostas na tabela, que estratégias usam, quais dúvidas surgem, se começam pela coluna, percebendo a regularidade na multiplicação daquele número, ou por linha, e se solicitam a calculadora. Observe se eles(as) compreendem o exemplo dado na proposição da multiplicação por múltiplos de 10, 100 e 1 000, ou se utilizam outro método para resolver.

Discuta

- No coletivo, peça que algumas duplas socializem a primeira parte da atividade, trazendo como pensaram para completar as multiplicações e se perceberam alguma regularidade.
- Verifique se durante a socialização a dupla evidencia que os resultados das multiplicações mostram que o número quando multiplicado por 10, por 100 ou por 1 000 aumenta o valor da ordem de cada algarismo do número em 10, 100 ou 1 000 vezes.
- Esteja atento(a) às falas para não concluírem que se trata apenas de "aumentar os zeros", mas de estabelecer relação na ordem dos números que se baseia no Sistema de Numeração Decimal.
- Após a socialização da primeira parte da folha de atividade, pergunte se todos compreenderam o procedimento usado pela estudante Margarida e se identificaram a presença de alguma regularidade estudada nas aulas anteriores. Não é esperado que explicitem a propriedade associativa, mas podem manifestar o exemplo apresentado ($5 \times 90 = 5 \times 9 \times 10 = 45 \times 10 = 450$).
- Veja se os(as) estudantes percebem que a estratégia da Margarida facilita o cálculo mental, ou seja, é uma multiplicação em que não é necessário utilizar o algoritmo formal ("conta em pé").
- A atividade 3 pode ser utilizada por você para avaliar os conhecimentos dos(as) estudantes acerca das discussões desta aula.
- Garanta um tempo para a realização das descobertas da aula no Painel de Memória Coletiva da turma.

Apresente aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 5: Multiplicando por 10, 100 e 1 000.* Reitere que eles(as) terão dez minutos para resolver as operações.

1. Incentive-os(as) a resolverem sem recorrer à calculadora, utilizando cálculo mental ou estratégias pessoais.
2. Selecione alguns(algumas) estudantes para que expliquem como resolveram.

Avaliação processual

Acompanhe o cálculo das multiplicações por 10, 100 e 1 000 e observe quais estudantes precisaram usar a calculadora. Isso ajudará a identificar aspectos que ainda não foram completamente compreendidos por eles(as). Durante o diálogo com os(as) estudantes, busque entender suas dificuldades. Intervenha apenas caso eles(as) peçam ajuda, sem, no entanto, fornecer a resposta diretamente. Faça perguntas que os(as) incentivem a buscar e pensar em estratégias, como: “O que acontece com o número 30 quando você o multiplica por 8?”; “Você pode pensar em 30 como 3 vezes 10? Como isso ajuda a resolver o problema?” ou “Se você tivesse contado 8 grupos de 30, como poderia organizar isso para facilitar a conta?”.

Esse olhar atento e os registros feitos durante a atividade fornecerão evidências sobre as dificuldades dos(as) estudantes, permitindo que você verifique se são comuns a toda a classe ou a grupos específicos de estudantes. Ter essa visão permitirá ações futuras planejadas, que poderão exigir um trabalho coletivo ou uma abordagem mais diversificada, utilizando duplas produtivas ou uma mentoria de colegas da sala.

AULA 6 - Diferentes formas de multiplicar

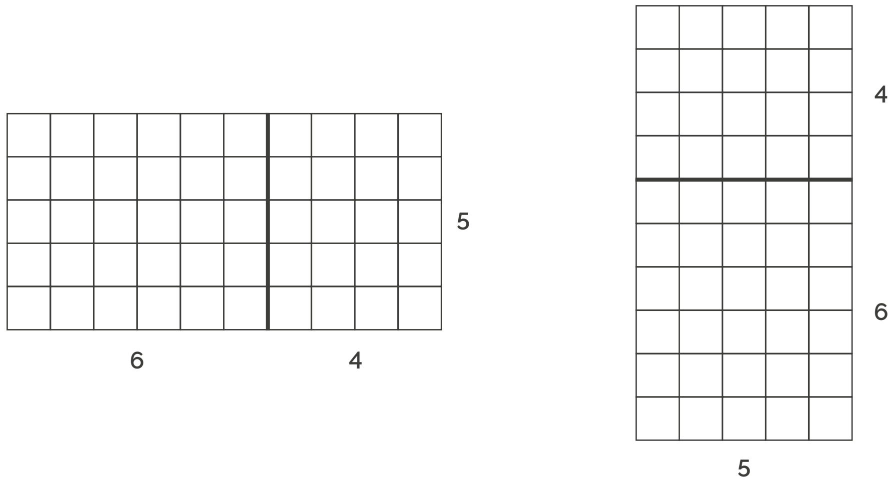
Inicie

Esta atividade tem como objetivos que os(as) estudantes reconheçam regularidades na operação de multiplicação e suas propriedades; identifiquem as propriedades comutativa, associativa e distributiva da multiplicação; e utilizem essas propriedades para compreender o algoritmo formal e desenvolver estratégias de cálculo mental.

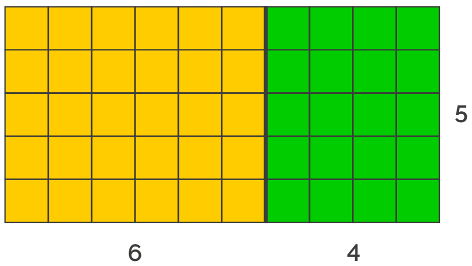
Relembre com os(as) estudantes como podemos representar, usando o quadriculado, a multiplicação de 2×7 e 7×2, estabelecendo relação entre a escrita matemática e sua representação gráfica (quadriculado).

Chame a atenção para a comutatividade $7 \times 2 = 2 \times 7 = 14$.

Organize a turma em duplas e entregue folhas de papel quadriculadas, lápis de cor e tesoura. Lance o desafio: solicite que representem na folha quadriculada os produtos 6×5 e 4×5 e, depois, recortem os retângulos obtidos. As duplas terão que descobrir como é possível formar um novo retângulo a partir desses dois retângulos, contabilizar os quadradinhos dentro deste novo retângulo e representar essa quantidade de dois modos diferentes. Espera-se que as duplas percebam que podem formar um novo retângulo assim:



Explore as diferentes escritas obtidas por eles(as), evidenciando a propriedade distributiva, como no exemplo a seguir.



O total de quadradinhos do retângulo pode ser determinado de duas maneiras:

• Em cada linha existem (6 + 4) quadrados. • Nas 5 linhas existem 5 × (6 + 4) quadrados.	• Total de quadrados no retângulo amarelo = 5 × 6. • Total de quadrados no retângulo verde = 5 × 4 • Total de quadrados no retângulo = 5 × 6 + 5 × 4.

Os cálculos foram realizados a partir do mesmo retângulo, portanto:

$$5 \times (6 + 4) = 5 \times 6 + 5 \times 4 = 30 + 20 = 50$$

Para multiplicar um número por uma soma, podemos multiplicar cada uma das parcelas por esse número e somar os resultados obtidos. Isso é o que chamamos de propriedade distributiva.

Desenvolva

- Com a classe ainda organizada em duplas, entregue a *ficha de atividade: diferentes formas de multiplicar*. Dê um tempo para que discutam e resolvam as propostas.

- Circule pela sala observando como as duplas estão se organizando para as atividades, se conseguem realizar as propostas com autonomia, com base na discussão realizada no início da aula.

- Verifique se optaram por usar o quadriculado, se compreenderam a decomposição realizada por Antônio na conta armada, se utilizam os conhecimentos sobre a multiplicação por 10 e seus múltiplos para calcular e como se relacionam com o algoritmo convencional.

Discuta

Promova uma discussão coletiva sobre a realização da atividade pelas duplas. Convide algumas duplas para compartilharem como fizeram: qual dos três procedimentos usaram para resolver as multiplicações e por quê?

- Incentive as duplas a justificarem suas escolhas e os motivos por trás delas. Falar e argumentar em matemática auxilia os(as) estudantes a organizarem ideias, desenvolver o vocabulário matemático e fazer conexões entre ideias e conceitos.

Procure focar a discussão nos pontos em que você observou que seus(suas) estudantes mostraram maior dificuldade. Ao final, com a ajuda dos(as) estudantes, pergunte: o que aprendemos nesta aula e o que deveríamos registrar no nosso Painel de Memória Coletiva? Faça o registro com a turma.

Avaliação em processo - Teste relâmpago

Proponha que os(as) estudantes resolvam o problema a seguir, utilizando o que aprenderam na aula:

Uma grande loja encomendou alguns brinquedos. Eles foram entregues em 123 caixas, com 8 brinquedos em cada uma. Quantos brinquedos essa loja recebeu?

Recolha as resoluções e analise os diferentes modos como fizeram para solucionar o problema:

- se usaram a propriedade distributiva: $8 \times (100 + 20 + 3) = 800 + 160 + 24 = 984$ ou
- realizaram a decomposição usando a conta armada:

$$\begin{array}{ccc} & 100 + 20 + 3 & \\ & \times & 8 \\ \hline & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 0 \\ 8 & 0 & 0 \\ \hline 9 & 8 & 4 \end{array}$$

Inicie a próxima aula dando um *feedback* aos(às) estudantes em relação à resolução dos problemas. Verifique se é preciso retomar possíveis erros recorrentes para que sejam analisados e discutidos por todos(as).

Amplie

- Se tiver mais tempo de trabalho com os(as) estudantes, trabalhe com multiplicações de dois algarismos, explorando a propriedade distributiva e a relação entre os diferentes algoritmos e representações:

	10	6
10	**100**	**60**
2	**20**	**12**

$$\begin{array}{rcrcr} & & 10 + 6 & & \\ & & 10 + 2 & & \\ \hline 2 & \times & 6 & = & 12 \\ 2 & \times & 10 & = & 20 \\ 10 & \times & 6 & = & 60 \\ 10 & \times & 10 & = & 100 \\ \hline & & & & 192 \end{array}$$

ou

$$\begin{array}{rl} 10 + 6 & \\ \times\ 12 & \\ \hline 72 & \longrightarrow 12 \times 6 \\ 120 & \longrightarrow 12 \times 10 \\ \hline 192 & \end{array}$$

Entregue aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência: Diferentes formas de multiplicar*. Diga a eles(as) que têm dez minutos para resolver os cálculos. Ao final, selecione alguns cálculos para discutir com os(as) estudantes as estratégias utilizadas. Vale ressaltar que os(as) estudantes poderão resolvê-los de diferentes formas e utilizar, por exemplo, decomposições diversificadas. Valorize os procedimentos da turma.

AULA 7 - Propriedades da multiplicação e divisão

Inicie

Faça o *feedback* da avaliação realizada na aula anterior para os(as) estudantes. Essa aula tem como foco investigar regularidades presentes na multiplicação e divisão que apoiarão futuramente a compreensão dessas operações com os números decimais.

Converse com os(as) estudantes a respeito dos nomes dos termos das operações de adição e subtração. Verifique se eles(as) compreendem que, numa multiplicação, temos os fatores e o produto, ou seja, multiplicando, multiplicador e produto. Se, na divisão, reconhecem qual termo é chamado de dividendo, de divisor, de quociente e de resto.

Organize, com a ajuda do grupo, um cartaz, mostrando em cada uma dessas operações os seus respectivos termos matemáticos, e fixe-o na sala.

Desenvolva

Essa proposta está dividida em duas etapas: análise das regularidades presentes na multiplicação e em seguida na divisão. Solicite que os(as) estudantes, em duplas, façam apenas a Atividade 1 da *ficha de atividade: regularidades na multiplicação e divisão*, relacionada à multiplicação.

Permita que a dupla utilize uma calculadora para a realização da proposta. Lembre-se de que o foco é investigar regularidades e propriedades e não dominar um ou mais procedimentos de cálculo.

Discuta

Após a realização dessa etapa, discuta com o grupo sobre as descobertas feitas. Solicite que socializem as afirmações falsas e verdadeiras elaboradas por eles(as). Analise-as com toda a turma, permitindo que validem ou refutem os argumentos dos(as) colegas.

Solicite que eles(as) sempre exemplifiquem ou apresentem contraexemplos para suas justificativas. Esse movimento coletivo de análise e discussão permite aos(às) estudantes desenvolverem o seu letramento matemático, usando o vocabulário matemático, refinando o pensamento crítico e estabelecendo relações entre as ideias discutidas.

Ao final da discussão, é importante realizar, junto com a turma, um registro sobre as propriedades descobertas. Por exemplo.

- Em toda multiplicação, se multiplicarmos um dos fatores por um número diferente de zero, o produto fica multiplicado por esse número.

  Observe:

$$\begin{tikzcd} 14 \times & 8 \arrow[rrrr, bend left, "\times 2"] & = & 112, \arrow[rrrr, bend right, "\times 2"'] & 14 \times & 16 & = & 224 \end{tikzcd}$$

- Em toda multiplicação, se multiplicarmos um dos fatores por um número *a* e o outro fator por um número *b*, o produto ficará multiplicado por *a* × *b*.

  Observe:

a) $$\begin{tikzcd} 14 \arrow[rrrrr, bend left, "\times 2"] & \times & 8 \arrow[rrrrr, bend left, "\times 2"] & = & 112 \arrow[rrrrr, bend right, "\times 4"'] & 28 & \times & 16 & = & 448 \end{tikzcd}$$

b) $$\begin{tikzcd} 6 \arrow[rrrrr, bend left, "\times 3"] & \times & 8 \arrow[rrrrr, bend left, "\times 4"] & = & 48 \arrow[rrrrr, bend right, "\times 12"'] & 18 & \times & 32 & = & 576 \end{tikzcd}$$

Faça o mesmo movimento metodológico para a Atividade 2 da *ficha de atividade: regularidades na multiplicação e divisão*, agora com foco na discussão acerca das regularidades e propriedades observadas nesta operação.

Garanta as discussões, o fechamento e as descobertas feitas pelos(as) estudantes. Faça registros coletivos a respeito das conclusões obtidas. Por exemplo:

- Em toda divisão, o resto é sempre menor que o divisor.
- Em toda divisão, o dividendo é igual à soma do resto com o produto do divisor pelo quociente.
- Em toda divisão exata, se multiplicarmos o dividendo e o divisor por um mesmo número natural, diferente de zero, o quociente permanece o mesmo.

- se o dividendo é multiplicado por 10 e o divisor permanece o mesmo, então, o quociente é multiplicado por 10:

$$416 \div 4 = 104 \xrightarrow{\times 10,\ \times 10} 4\,160 \div 4 = 1\,040$$

- se o dividendo e o divisor são multiplicados por 10, o quociente permanece o mesmo.

$$416 \div 4 = 104 \xrightarrow{\times 10,\ \times 10} 4\,160 \div 40 = 104$$

Para refletir

É comum que essas análises a respeito das características e propriedades das operações não sejam o foco do trabalho nas aulas de matemática, pois, de modo geral, as ações centram-se nos procedimentos e técnicas, sem muita reflexão ou relação com as propriedades que as regem.

Em especial, optamos por explorar essa regularidades por serem extremamente úteis na discussão dos algoritmos envolvendo a multiplicação e a divisão de números decimais.

$$\begin{array}{rr} & 6{,}5 \\ \times & 6{,}5 \\ \hline & 325 \\ & 3\,900 \\ \hline & 42{,}25 \end{array} \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{\times 10} \\ \xrightarrow{\times 10} \\ \\ \\ \\ \xrightarrow{\times 100} \\ \xleftarrow{\div 100} \end{array} \quad \begin{array}{rr} & 65 \\ \times & 65 \\ \hline & 325 \\ & 3\,900 \\ \hline & 4\,225 \end{array}$$

$$36{,}9 \ \underline{|\ 0{,}75} \xrightarrow{\times 100,\ \times 100} 3\,690 \ \underline{|\ 75}$$

A intenção deste trabalho é ajudar os(as) estudantes a compreenderem os processos envolvidos no cálculo de maneira significativa, em um processo que envolve conceitos matemáticos fundamentais: a resolução de problemas e a investigação.

Entregue aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 7 - regularidades na multiplicação*.

Essa proposta tem como objetivo que os(as) estudantes percebam a relação entre os fatores e os produtos, quando estes são dobrados, triplicados ou quadruplicados. Discuta como as propostas realizadas em sala de aula ajudaram na resolução desse conjunto de cálculos com agilidade.

AULA 8 - Diferentes formas de dividir

Inicie

Nesta aula, o objetivo é explorar algumas regularidades presentes na divisão por 10, 100 e 1 000 e relacionar o seu uso em procedimentos de cálculo mental.

- Inicie a aula convidando os(as) estudantes a analisarem um conjunto de divisões por 10 e 100 já resolvidas. Peça que eles(as) conversem com o(a) colega ao lado sobre que segredo essas divisões possuem.

Sugestão de operações para colocar no quadro:

350 ÷ 10 = 35
21 500 ÷ 10 = 2 150
3 400 = 34 000 ÷ 10
5 = 50 ÷ 10

2 500 ÷ 100 = 25
4 800 ÷ 100 = 48
120 = 12 000 ÷ 100
102 = 10 200 ÷ 100

- Discuta com a turma as descobertas realizadas e relacione-as à multiplicação por 10 e 100. Provoque-a: "O que acontece com os valores da ordem de cada algarismo quando multiplicamos ele por 10? E agora, o que acontece quando dividimos por 10?".

Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade	
		1	2	4	0	× 10
	1	2	4	0	0	÷ 10
			1	2	4	

Faça a mesma problematização referente à divisão por 100.

- Apresente à turma mais uma tabela para que ela possa auxiliá-lo(a) a terminar o preenchimento de cada coluna, a partir da percepção da primeira coluna já preenchida:

Sugestão de tabela:

12 ÷ 3 = 4	81 ÷ 9 =	56 ÷ 7 =	35 ÷ 5 =
120 ÷ 3 = 40	810 ÷ 9 =	560 ÷ 7 =	350 ÷ 5 =
1 200 ÷ 3 = 400	8 100 ÷ 9=	5 600 ÷ 7 =	350 ÷ 50 =
12 000 ÷ 3 = 4 000	81 000 ÷ 9 =	56 000 ÷ 7 =	3 500 ÷ 50 =

- Explore e discuta as regularidades percebidas, apoiando os(as) estudantes na compreensão dos cálculos. Relembre o que aprenderam na aula passada: “se o dividendo é multiplicado por 10 e o divisor permanece o mesmo, então o quociente é multiplicado por 10”.

Desenvolva

Entregue a *ficha de atividade: diferentes formas de dividir*. Explique que, no primeiro momento, os(as) estudantes farão uma análise da Atividade 1 individualmente. Dê um tempo para que analisem as estratégias utilizadas pela Camila para resolver as três operações de divisão. Esse momento é importante para que os(as) estudantes analisem as diferentes escritas matemáticas, compreendam as estratégias e levantem suas dúvidas.

Peça então que conversem com um colega para verificar se ambos compreenderam as estratégias de Camila e se um pode apoiar o outro em alguma possível dúvida. Lembre-se de que, em duplas, eles(as) exercitarão trabalhar juntos(as) como uma instigante forma de aprender a colaborar e a assumir uma atitude de corresponsabilidade com o aprendizado do outro(a).

Questione a turma, de modo a contribuir com esse processo de compartilhamento, perguntando:

- Por que Camila fez (6 000 + 400 + 80 + 2) ÷ 2 e determinou a metade de cada número?
- Como é possível determinar rapidamente a metade desses números?
- Como ela obteve o quociente (resultado) da divisão?

Problematize a segunda operação realizada por Camila: 12 168 ÷ 3.

- Como Camila decompôs 12 168?
- Por que ela não fez 10 000 + 2 000 + 100 + 60 + 8?

Observe como os(as) estudantes explicam essa estratégia, veja se estabelecem relação com as discussões sobre divisão por 10, 100 e 1 000, reconhecendo que escolher dividir 12 000 por 3 é uma maneira mais fácil e direta já que 12 000 ÷ 3 = 4 000.

Ainda em trios, proponha que, inspirados pelas estratégias usadas por Camila resolvam mais algumas divisões, propostas na *ficha de atividade: diferentes formas de dividir,* tomando a decisão de qual estratégia usar.

Discuta

Ao final, converse com a classe sobre essa atividade: como foi realizá-la, o que não sabiam e o que aprenderam, de que forma as discussões nas duplas contribuíram para tirar dúvidas e o que foi comum entre os(as) colegas.

Comente que essas estratégias materializam o cálculo mental, fazendo registro de cada etapa do pensamento.

Após a finalização dessa etapa de análise, discussão e compartilhamento, comente que os dez minutos de fluência serão realizados em trios e, juntos(as), terão a oportunidade de explorar mais algumas divisões, usando as estratégias estudadas e trocando entre si dúvidas e aprendizagens.

Entregue aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 8: Calculando metades*

- Comente que eles(as) farão algumas divisões e terão a oportunidade de exercitar algumas das estratégias estudadas.
- Incentive-os(as) estudantes a explorar o que aprenderam para calcular as divisões por 2.

AULAS 9 e 10 - Criando padrões diversos

Inicie

- Retome os padrões estudados:
    - Relembre todo o estudo realizado, com o apoio da Memória Coletiva.
    - Discuta a possibilidade de criar outros tipos de padrões utilizando o corpo, música ou arte.
- Organize os grupos, explique a proposta e permita que escolham o tipo de padrão que desejam criar.
- Ofereça recursos de pesquisa, com links sugeridos ou materiais preparados previamente.

Saiba mais

Algumas sugestões de recursos para ilustrar a aula (se necessário. imprima os materiais ou apresente-os com o projetor):

- **Atividades com o corpo, música e sequência:** vídeo ***Trabalhando noções de ritmo na Educação Infantil***
- **Capulanas:** imagens de **padrões em capulanas**
- **Grafismos indígenas:** galeria de **telas indígenas**
- **Padrões na natureza:** texto **6 padrões matemáticos na natureza**

Desenvolva

Cada grupo desenvolverá um projeto, inspirado por buscas em sites de pesquisa, como:

- Pintura em tecido inspirada nas capulanas.
- Painel com grafismos indígenas ou locais.
- Maquete baseada na arquitetura Ndebele.
- Sequência musical utilizando o corpo ou objetos.
- Representações de padrões encontrados na natureza.

Circule pelos grupos, observando e incentivando a colaboração e a criatividade. Auxilie no desenvolvimento das ideias, sem impor soluções.

Discuta

- Organize uma exposição aberta à comunidade escolar. Os(as) estudantes devem apresentar os padrões criados e explicar o processo de criação.

Para sua mediação

Incentive a interdisciplinaridade envolvendo professores(as) de Arte, Música ou Educação Física, aproveitando o estudo de padrões para conectar essas áreas à matemática.

AULAS 11 e 12 - O nosso problema é...

Inicie

Entregue a *ficha de atividade de resolução de problemas: criptogramas*, para cada estudante e dê um tempo para que leiam com calma. Pergunte se já conhecem esse tipo de representação, o criptograma, incentivando que compartilhem suas impressões ou conhecimentos prévios.

Em seguida, peça que resolvam individualmente o primeiro criptograma da ficha de atividade, reservando de cinco a dez minutos para essa tarefa. Após esse período, oriente-os(as) a formar duplas para comparar suas resoluções. Explique que o objetivo não é apenas comparar as respostas, mas discutir como cada um(a) pensou na resolução, quais dúvidas surgiram, os impasses enfrentados e como podem superá-los juntos(as).

Saiba mais

A Criptaritmética está associada à matemática recreativa e pode ser definida como a arte de propor e resolver criptogramas, que são quebra-cabeças matemáticos envolvendo operações aritméticas, nos quais os algarismos são substituídos por letras do alfabeto ou outros símbolos.

A invenção da criptaritmética é atribuída à China antiga, onde era originalmente chamada de "aritmética de letras" ou "aritmética verbal". Ela também apareceu na Índia, onde, durante a Idade Média, foram criados os esqueletos ou restaurações aritméticas, um tipo de criptograma no qual a maioria ou todos os dígitos eram substituídos por asteriscos (ou outros símbolos). Em 1955, o americano J. A. H. Hunter criou o termo *alfamético* para se referir aos criptogramas nos quais as letras formam palavras aparentadas ou frases que fazem sentido.

Desenvolva

Reserve tempo suficiente para que as duplas leiam e resolvam os criptogramas. Enquanto as duplas trabalham, circule pela classe e faça intervenções norteadoras, como:

- "Explique para mim o que entendeu", "Como estão pensando?", "Qual é a dúvida?", "Como estão se ajudando para encontrar a solução?", entre outras. Essas perguntas podem ajudar os(as) estudantes a manterem o foco e o esforço na tarefa. No entanto, evite dar respostas diretas ou pedir para prestarem atenção a algum detalhe específico. O objetivo é fazer com que eles(as) reflitam, expliquem e justifiquem suas ideias.

- Observe as resoluções e escolha pelo menos três diferentes (caso haja variação). Peça às duplas selecionadas que coloquem suas resoluções no quadro e analise com a classe por que as respostas podem ter sido diferentes (se isso ocorrer). Isso pode ser feito com soluções corretas ou incorretas.

- Dedique mais tempo para que os(as) estudantes expliquem como chegaram a suas resoluções. Este é o momento crucial: a investigação, o levantamento e a checagem de hipóteses, o raciocínio dedutivo, a análise da relação entre os algarismos nas operações, as propriedades das operações, o entendimento do conceito de incógnita e o desenvolvimento da argumentação e da comunicação matemática. Esses são os aspectos fundamentais do processo de fazer matemática que queremos que apareça nas aulas. Para orientar essa discussão, consulte os comentários a seguir sobre cada um dos criptogramas.

Para saber mais

Para apoiar as discussões coletivas, confira a seguir mais detalhes sobre os criptogramas propostos:

Criptograma 1

Este criptograma tem como resposta a maior soma, 1 173, e a menor subtração, 78. As regras e propriedades do sistema de numeração decimal e a comparação de números serão a base para que os(as) estudantes encontrem as soluções. É necessário compreender quais dígitos entre 1 e 6 deverão ocupar os espaços na 3ª ordem do criptograma, para a condição de soma ou subtração proposta.

Criptograma 2

Este criptograma permite mais de uma solução.

Veja algumas delas: 262 + 250 = 512; 353 + 370 = 723.

O mais interessante não é apenas chegar à resposta, mas explorar, junto aos(às) estudantes, as condições que eles(as) encontram para descobrir cada uma das letras.

Discuta

Ao final, construa um painel de soluções para cada criptograma e convide algumas duplas para apresentarem suas respostas, explicando os argumentos que justificam seus processos, demonstrando quais conhecimentos foram mobilizados na resolução e de que maneira.

Após o painel de soluções, organize uma roda de conversa para que os(as) estudantes compartilhem suas experiências ao resolver os criptogramas, discutindo desafios enfrentados, estratégias utilizadas e aprendizados adquiridos.

O painel de soluções e as práticas inclusivas nas aulas de Matemática

O painel de soluções também oferece uma oportunidade para abordar a matemática na perspectiva da **equidade**, desmistificando a cultura do desempenho, em matemática, que segrega os(as) estudantes considerados portadores de “genes matemáticos” daqueles(as) que “não os possuem”, ou os(as) que “são dotados de habilidades matemáticas” daqueles(as) que “não são”. Essa perspectiva classificatória e excludente reforça uma cultura elitista, que historicamente privilegia os(as) estudantes brancos(as) em detrimento dos(as) não brancos(as), os homens em relação às mulheres, entre outras desigualdades. Além disso, essa postura gera nos(as) estudantes sentimentos de incapacidade e de não pertencimento, além de um traço fixo de mentalidade que molda sua relação com a matemática ao longo da vida.

Acreditamos que o motivo pelo qual isso ocorre no ambiente escolar pode estar relacionado à maneira pouco acessível como a matemática é ensinada. Por isso, nossa proposta é apoiar o(a) professor(a) em sala de aula com **estratégias equitativas,** que valorizem todos(as) os(as) estudantes, garantindo que se sintam incluídos(as) e capazes de aprender matemática.

Nesta proposta de trabalho, busca-se permitir que os(as) estudantes explorem uma situação-problema com flexibilidade para escolher a forma como desejam solucioná-la. Mais do que em obter a resposta correta, o foco está em garantir que todos(as) possam se envolver genuinamente na atividade, com a certeza de que suas ideias serão igualmente valorizadas e compartilhadas, criando um ambiente de respeito e confiança dentro da turma.

Algumas dicas para promover inclusão e equidade:

- Adote uma escuta ativa: Preste atenção às percepções, preocupações e necessidades dos(as) estudantes para ajustar a abordagem pedagógica conforme necessário.
- Promova um ambiente inclusivo: Assegure-se de que todos(as) os(as) estudantes se sintam incluídos(as) e sejam parte integrante do processo de aprendizagem.
- Demonstre empatia e respeito: Estabeleça interações baseadas na compreensão mútua e que reforcem a confiança.
- Proporcione oportunidades de diálogo: Crie espaços para que os(as) estudantes compartilhem suas experiências e participem ativamente da construção de um ambiente de aprendizado colaborativo.
- Valide as experiências dos(as) estudantes: Reconheça e valorize as vivências e desafios enfrentados pelos(as) estudantes, utilizando essas informações para enriquecer o ensino de matemática.
- Facilite a comunicação entre pares: Incentive a colaboração e o apoio entre os(as) próprios(as) estudantes, fortalecendo a rede de confiança dentro da sala de aula.

Antes de finalizar o trabalho com esta sequência didática:

- Retome suas anotações, observações e a análise das avaliações em processo realizadas pelos(as) seus(suas) estudantes. Verifique se é necessário revisar ou ampliar as propostas para garantir que todos(as) aprendam.
- Além disso, reflita sobre a composição das duplas durante a atividade, analisando se a dinâmica funcionou e o que ainda pode ser aprimorado para a próxima Sequência.

SD2 - Tangram, frações e geometria

Objetivo geral	▪ Compor e decompor figuras geométricas planas. ▪ Associar ângulo a um movimento de giro ou mudança de direção. ▪ Identificar lados e ângulos em polígonos. ▪ Reconhecer ângulos retos e não retos em polígonos ▪ Relacionar frações a representações de partes de um inteiro. ▪ Reconhecer, ler e representar frações maiores e menores que a unidade. ▪ Comparar frações. ▪ Identificar frações equivalentes.
Principal habilidade específica enfocada	▪ **(EF04MA18)** Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros ou softwares de geometria. ▪ **(EF05MA17)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais. ▪ **(EF04MA09)** Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso. ▪ **(EF05MA03)** Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso. ▪ **(EF05MA04)** Identificar frações equivalentes. ▪ **(EF05MA05)** Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
Competências em foco para o desenvolvimento integral	**Competência Geral 1 -** Conhecimento **Competência Geral 2 -** Pensamento científico, crítico e criativo **Competência Geral 4 -** Comunicação
Expectativas de aprendizagem: o que os(as) estudantes vão aprender e saber fazer	▪ Identificar características das figuras geométricas, percebendo semelhanças e diferenças entre elas por meio da composição e decomposição. ▪ Construir um medidor de ângulo reto e utilizá-lo para analisar ângulos e figuras planas. ▪ Ler e representar frações em registros numéricos, desenhos e em língua materna; ▪ Compreender a ideia de fração como parte de um todo; ▪ Comparar e ordenar números racionais, em representação fracionária, menores ou maiores que um inteiro; ▪ Identificar frações equivalentes de modo visual.

Proposta de avaliação	Ao longo desta Sequência Didática, os(as) estudantes terão alguns momentos de avaliação processual, por meio da observação do(a) professor(a) e da elaboração de lista de aprendizagem em várias etapas. Ao final desta SD, os(as) estudantes farão a produção de situações-problema que evidenciarão suas aprendizagens.
Recursos e providências	▪ Aulas 1 – Ficha de atividade: o tangram. Materiais: tesoura e lápis de cor ▪ Aulas 2 – Ficha de atividade: o tangram Materiais: papel pardo e fita adesiva ▪ Aulas 3 e 4 – Materiais: copos descartáveis ou tampas circulares, tesoura e papel branco ▪ Aulas 5 e 6 – Ficha de atividade: frações do tangram; ficha de atividade: outras atividades de frações ▪ Aulas 7 a 10 - Ficha de atividade – régua de frações; ficha de atividade em grupo – cartas do jogo *Papa todas de fração* ▪ Aula 11 e 12 - Materiais: folhas para registro e materiais para a elaboração do livro de problemas **Fichas de fluência:** ▪ Dez minutos de fluência 1: Resolvendo pequenos problemas ▪ Dez minutos de fluência 2: Estimando o resultado ▪ Dez minutos de fluência 3: Estimando o quociente ▪ Dez minutos de fluência 4: Quartos ▪ Dez minutos de fluência 5: Estimativa em frações. ▪ Dez minutos de fluência 6: Frações maiores que o inteiro **Resolução de problemas:** ▪ Aula 13 - Ficha de atividade - resolução de problemas: verdadeiros ou mentirosos
Duração sugerida	13 aulas de 50 minutos cada
Para sua mediação	Um ambiente acolhedor é fundamental para que os(as) estudantes se sintam à vontade para se expressar, levantar hipóteses e produzir conhecimento sem o receio de errar e repensar suas estratégias. A cada início de aula, escreva no quadro o objetivo e as atividades que serão realizadas, deixando clara a expectativa de aprendizagem do dia. A organização da aula auxilia os(as) estudantes a perceberem o que é esperado deles(as) em cada atividade proposta e os(as) coloca como protagonistas na sala de aula. Ao final da aula, separe um momento para, juntamente com os(as) estudantes, registrar as principais aprendizagens, analisar e refletir sobre o andamento da aula. Vocês atingiram o objetivo? Quais foram os destaques positivos? O que poderia ter sido melhor em relação à dinâmica da aula?

	Como ao final haverá a produção de um livro coletivo, é importante que você auxilie os grupos a organizarem as principais aprendizagens ao término de cada aula, assumindo um papel de curadoria que garantirá que a produção dos(as) estudantes reflita as explorações vivenciadas. Planeje-se com antecedência para as aulas, leia todo o conteúdo previamente, antecipe possíveis dúvidas que os(as) estudantes possam apresentar, separe os materiais necessários e organize o espaço da sala de modo a favorecer as características das atividades propostas. Por exemplo, caso a atividade envolva um momento de socialização, dispor as carteiras de modo que todos se vejam pode ser convidativo para o debate de ideias. Pense na composição dos grupos, promovendo oportunidades para que os(as) estudantes aprendam uns(umas) com os(as) outros(as). Conclua cada aula reservando um momento para refletir e registrar suas práticas pedagógicas. Documentar os acontecimentos do dia ajuda a ter uma perspectiva mais clara sobre o que foi planejado e executado, permitindo ajustes, aperfeiçoamentos e novas ideias para as próximas aulas. Esse hábito fortalece sua atuação como professor(a) e contribui para um ensino mais efetivo e reflexivo.

Orientações para o desenvolvimento da sequência didática

Nesta sequência didática, optamos por explorar de forma integrada a geometria e as frações, utilizando um material manipulativo: o tangram. Nosso objetivo é promover a aprendizagem ou retomada de conhecimentos sobre as figuras planas e ângulos. Mas por que essa escolha? O tangram é um quebra-cabeça chinês de origem milenar, formado pela decomposição de um quadrado em 7 peças: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo.

Uma das vantagens desse material é a possibilidade de ampliar os tipos de figuras conhecidas pelos(as) estudantes. Pela composição das peças, é possível formar diversas figuras, e, nesse processo, as relações entre forma e tamanho são percebidas, permitindo o desenvolvimento da percepção espacial.

Por meio da composição e decomposição de figuras, os(as) estudantes passam a conhecer propriedades das figuras relacionadas a lados e ângulos. A partir disso, utilizamos o mesmo recurso para trabalhar a conceituação de frações.

Partindo da ideia de fração como parte de um todo, as propostas abordam as diferentes representações dos números racionais, estimulando a leitura, a interpretação e a comunicação de conceitos matemáticos em diferentes linguagens. As primeiras atividades propõem a investigação das relações entre as áreas das peças do tangram para explorar o significado de frações. Em seguida, introduzimos a "Régua de Frações" para aprofundar e sistematizar a ideia de fração unitária como parte de um inteiro, compreender frações maiores que um inteiro e dar significado à comparação e equivalência de frações. Esse recurso também poderá ser utilizado para abordar em outros momentos a adição e subtração de frações.

Ao final da sequência, os(as) estudantes terão a missão de elaborar um livro coletivo de problemas envolvendo frações, promovendo o desenvolvimento de competências como criatividade, resolução de problemas e comunicação.

ETAPA 1 - PROBLEMATIZAÇÃO

AULA 1 - Explorando as peças do Tangram

Inicie

- O objetivo desta aula é que os(as) estudantes conheçam o tangram, explorem e identifiquem características das figuras geométricas (triângulo, quadrado, paralelogramo), percebendo semelhanças e diferenças entre elas por meio da composição e decomposição.

- Entregue a *ficha de atividade: o tangram* para os(as) estudantes e pergunte se já viram essas peças antes e se sabem do que se trata. Dê um tempo para que dialoguem e compartilhem seus conhecimentos sobre esse quebra-cabeça.

Desenvolva

- Explique à turma que o tangram é um quadrado composto por sete figuras geométricas: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. Em chinês, é conhecido como “as sete peças inteligentes”.

- Proponha um desafio para que identifiquem as peças no material entregue, utilizando as seguintes pistas:

  a) Formamos um par de figuras idênticas. Juntos, ocupamos metade do quadrado do jogo.

  b) Cada um de nós tem três lados. Quem somos? (Resposta: triângulos grandes). Peça que pintem de vermelho.

c) Tenho quatro lados idênticos. Quem sou? (Resposta: quadrado). Peça que pintem de verde.

d) Tenho três lados. Meus “irmãos” maiores têm o dobro do meu tamanho.

e) Meus “irmãos” menores têm metade do meu tamanho. Quem sou? (Resposta: triângulo médio). Peça que pintem de amarelo.

f) Tenho quatro lados, mas não são todos iguais, ou melhor, são dois pares de lados iguais. (Resposta: paralelogramo). Peça que pintem de azul.

g) Somos um par de figuras idênticas. Cada um de nós tem três lados. Juntos, podemos formar uma outra forma do jogo: o quadrado. Quem somos? (Resposta: triângulos pequenos). Peça que pintem de rosa.

h) Sou uma figura formada pelas sete peças do tangram e possuo quatro lados iguais. Quem sou? (Resposta: quadrado). Peça que pintem de cinza.

Desenvolva

Após a pintura e o recorte das peças, peça que preencham a tabela da *ficha de atividade: o tangram*, registrando as características das figuras que já conhecem. Essa tabela poderá ser revisitada e completada ao longo das atividades. Não é necessário que preencham com todas as informações de imediato.

Para saber mais

Na internet, há opções para explorar o tangram de forma digital. Caso considere pertinente, permita que os(as) estudantes explorem diferentes construções com o auxílio da tecnologia.

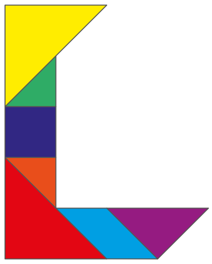
Algumas sugestões de sites são:

- Racha Cuca
- Tangram Puzzles (em inglês)

Amplie

Que tal propor aos(às) estudantes que montem algumas figuras com as peças do quebra-cabeça? Aqui estão algumas sugestões.

- Na primeira atividade, convide os(as) estudantes a formar a primeira letra de seus nomes usando as peças do tangram. Essa proposta exige um raciocínio intuitivo sobre as características das figuras, permitindo que identifiquem e posicionem corretamente as peças no modelo. Por exemplo, veja como ficaria a letra "L" montada com as peças na ilustração:



Saiba mais

Outros modelos de letras e números criados com tangram podem ser encontrados facilmente na internet. Confira alguns exemplos que podem ser explorados com os(as) estudantes:

- **Modelos de letras**
- **Modelos de números**

- Ao final da aula, não se esqueça de retomar o objetivo da aula e conversar sobre como foi o desenvolvimento das atividades previstas.

Apresente aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 1: Resolvendo pequenos problemas.* Ressalte que eles(as) terão cinco minutos para resolver as operações.

- Verifique que os problemas 1 e 2 são resolvidos com a mesma operação (72 ÷ 8); no entanto, um representa a ideia de repartir, e o outro, a de medir.
- Os dois últimos problemas também envolvem divisão, relacionada à ideia de parte de um todo.
- Ao final, promova uma breve discussão sobre as resoluções.

AULA 2 - Compondo e decompondo

Inicie

Esta proposta tem como objetivo ampliar os conhecimentos dos(as) estudantes sobre o reconhecimento de figuras geométricas planas, bem como a composição e decomposição de formas. Solicite que os(as) estudantes peguem seus tangrans. O desafio é montar diferentes formas geométricas utilizando as peças do tangram.

Desenvolva

- Desafie os(as) estudantes a formar figuras usando apenas os dois triângulos pequenos. Eles(as) devem descobrir que podem formar um quadrado, um paralelogramo e um triângulo médio. Depois, peça que tentem formar as mesmas figuras com os triângulos grandes. Embora o tamanho seja diferente, os triângulos grandes também podem formar essas mesmas figuras.
- Em seguida, peça que os(as) estudantes verifiquem se é possível formar triângulos usando quadrados e paralelogramos. Eles(as) perceberão que não é possível, pois essas figuras têm mais de três lados, e a união de seus lados não resulta em um triângulo.
- Por fim, proponha que descubram outras formas geométricas (de 3, 4 ou mais lados) que podem ser feitas com duas, três, quatro ou mais peças do tangram. Peça que desenhem cada figura geométrica em uma folha de papel em branco. Incentive-os a usar a régua para traçar melhor as figuras e a fazer as marcações internas das peças.

Discuta

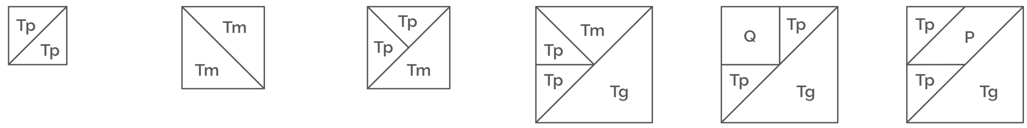
- Cada estudante escolherá uma montagem para compartilhar com a classe. Incentive-os(as) a explicar suas descobertas, como:
  - É possível formar várias figuras a partir de outras;
  - A maneira como a união das peças altera a quantidade de lados;
  - Triângulos podem formar quadriláteros, entre outros.
- Incentive a comunicação na aula para que possam construir um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática.
- Aproveite o painel e verifique se conseguiram criar outros quadriláteros com as peças do tangram, como retângulos e trapézios. Se há figuras de 6 lados, por exemplo. Solicite que registrem na tabela da atividade o nome dessas figuras e preencham com as informações a respeito delas, como número de lados e de vértices.

- Deixe o painel exposto com as figuras descobertas pelos(as) estudantes. Na próxima aula, eles(as) analisarão as formas explorando a ideia de ângulo.

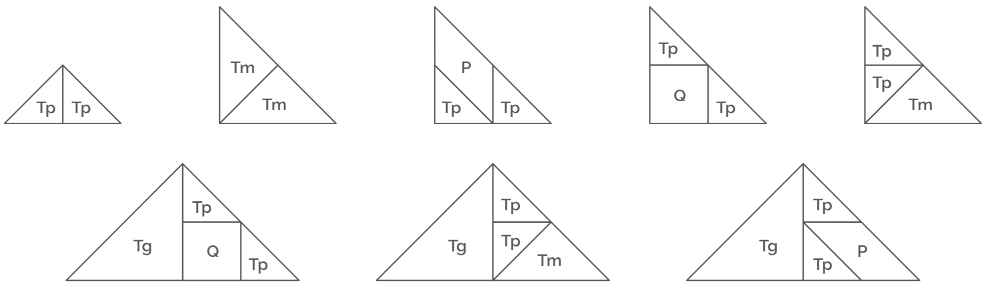
Para saber mais

Professor(a), compartilhamos aqui algumas possibilidades de figuras geométricas que podem surgir no painel com os(as) estudantes:

Quadrados

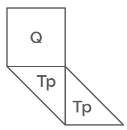


Triângulos



Outros quadriláteros

Hexágono



Apresente aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 2 - Estimando o resultado.* Diga que eles(as) têm cinco minutos para resolvê-la. Atenção: a ideia não é resolver as operações, mas sim desenvolver estratégias e argumentos para estimar quantos algarismos terá o resultado. Compartilhe as diferentes estratégias encontradas pelos(as) estudantes.

AULAS 3 e 4 - Ângulo e figuras

Inicie

Nesta proposta, o objetivo é explorar o conceito de ângulo como giro e a identificação de ângulos retos, maiores e menores que o reto nas figuras geométricas estudadas.

Inicie a aula solicitando que todos(as) os(as) estudantes fiquem em pé ao lado de suas mesas, de frente para o quadro. Diga que você dará alguns comandos e eles(as) deverão realizá-los, movimentando seus corpos e retornando sempre ao estado inicial (de frente para o quadro).

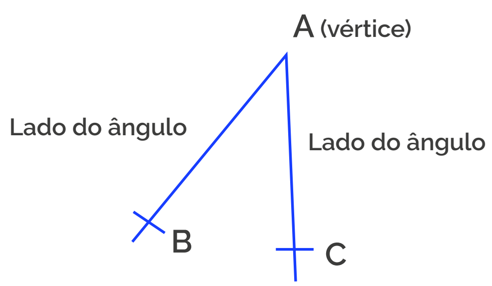
- "Gire seu corpo para a direita, de modo a ficar de costas para o quadro."
- "Gire o seu corpo para a esquerda, realizando um movimento que o(a) leve a ficar novamente de frente para o quadro."
- "Gire o seu corpo de modo a ficar de frente para a porta (ou qualquer outra referência a 90° da situação inicial)."
- Questione: Em qual dos giros vocês deram uma volta completa? Sabem como chamamos esse giro? Verifique se os(as) estudantes relacionam isso ao ângulo de 360°.
- Se um giro completo tem 360°, a quantos graus corresponderia meio giro?
- E o giro em que vocês ficaram de frente para a porta (ou outra referência dada)?

Incentive-os(as) a refletir sobre as relações existentes entre os giros e os ângulos de uma volta, meia-volta e um quarto de volta. Se possível, faça novas problematizações:

- De quantas meias-voltas (meios giros) você necessita para ter uma volta completa?
- E de quantos quartos de giro você precisa para ter meio giro? E um giro completo?

Desenvolva

- Conceitue com os(as) estudantes o que é um ângulo, representando-o graficamente como duas semirretas com a mesma origem:



- Conte que eles(as) irão fazer um medidor de ângulo, utilizando dobradura. Organize a turma em grupos e entregue a cada um papel, tesoura e um objeto que tenha uma base circular (como copos plásticos, tampas etc.). Peça que cortem um círculo. Explore a partir de perguntas, como: “Qual giro ou ângulo esse círculo representa?”.
- Agora pergunte: "Que dobra podemos fazer nesse círculo para que ele represente meio giro?". Verifique se os(as) estudantes sugerem dobrar o círculo ao meio.
- Em seguida, pergunte: "Como podemos obter um quarto de giro?". Verifique se eles(as) respondem que basta dobrar o semicírculo ao meio. Explique que o ângulo obtido é chamado de ângulo reto, ou seja, um ângulo de 90°.

Discuta

- Você pode, com a ajuda dos(as) estudantes, organizar um registro coletivo das descobertas sobre ângulos feitas durante a aula. Veja uma sugestão no vídeo ***Ângulos na Dobradura***.
- Solicite aos(às) estudantes que verifiquem como podem usar esse “medidor” de ângulos para investigar os ângulos presentes nas formas geométricas das peças do tangram e no painel de formas geométricas montado na atividade anterior. Explore como posicionar o medidor de ângulo nas figuras para descobrir se os ângulos são retos, maiores que o ângulo reto ou menores que o ângulo reto.
- Circule pela sala e observe as interações entre os(as) participantes dos grupos. Faça perguntas que levem os(as) estudantes a refletir, como: “Como vocês chegaram a essa conclusão?”, “Qual foi o raciocínio que usaram aqui?” ou “Há outras maneiras de resolver isso?”.
- Evite dar respostas prontas. Em vez de responder diretamente, oriente-os(as) com perguntas que estimulem o pensamento crítico.
- Retome com a turma a tabela da *ficha de atividade: o tangram* e solicite que preencham com as informações descobertas por eles(as).

Avaliação processual

- Em relação à aprendizagem matemática, verifique se os(as) estudantes compreendem o ângulo como giro e reconhecem o ângulo de 360° como um giro completo, o ângulo de 180° como meio giro e o de 90° como um quarto de giro. Verifique também se identificam o ângulo de 90° como um ângulo reto nas formas geométricas.
- Faça registros da sua observação sobre a aprendizagem matemática dos(as) estudantes:
  - eles(as) sabem nomear as figuras (triângulo, quadrado, paralelogramo, trapézio, hexágono)?
  - identificam e quantificam lados e vértices?
  - identificam ângulos retos, maiores ou menores que o reto nas figuras geométricas?
- Utilize seus registros para verificar a necessidade de retomar conceitos e ideias.

Entregue aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 3: Estimando quocientes*. Esta atividade é semelhante à anterior, porém com divisões. Verifique se em uma divisão os(as) estudantes são capazes de dizer, sem fazer a conta, quantos algarismos terá o quociente. Uma possível estratégia para 3 248 ÷ 4, é verificar que 4 × 1 000 = 4 000 e 4 × 100 = 400. O quociente será menor que 4 000 e maior que 400, logo ele terá 3 algarismos.

AULAS 5 e 6 - Frações no Tangram

Esta proposta tem como objetivo abordar o conceito de fração como parte de um todo, principalmente dando significado às frações unitárias e suas diferentes representações. Por meio da exploração das partes do tangram e da relação entre suas áreas, esperamos que os(as) estudantes percebam, por exemplo, que $\frac{1}{8}$ do inteiro pode ter diferentes representações/formatos.

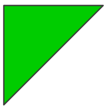
Inicie

- Explique aos(às) estudantes que, nessas próximas aulas, vocês continuarão explorando o tangram e usarão a relação entre as peças e o quadrado para trabalhar o conceito de fração. Registre no quadro as expectativas de aprendizagem para este momento, a fim de retomá-las ao final da aula:
  - Ler e representar frações em registros numéricos, desenhos e em língua materna;
  - Compreender a ideia de fração como parte de um todo;
  - Relacionar as frações unitárias a medidas menores que a unidade.
- Antes de começar a exploração das peças, solicite que, em grupos, façam uma lista do que já sabem sobre frações. É importante que cada time registre suas respostas.
- Após alguns minutos, peça que cada grupo leia um de seus itens. Estimule-os(as) a complementar as ideias dos outros times. Não é necessário registrar as respostas, mas incentive-os(as) a anotar pontos interessantes apresentados por outros grupos, se for o caso.

Desenvolva

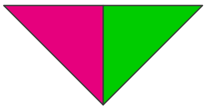
- Explique aos(às) estudantes que o quadrado maior, que contém todas as 7 peças do tangram, será considerado como a unidade inteira, e cada peça representa uma fração desse todo.
- Solicite aos(às) estudantes que identifiquem qual fração do quadrado corresponde a cada peça, incentivando a discussão em grupo. Depois de um tempo, peça que compartilhem suas respostas com a turma. É fundamental estimular o diálogo e a troca de ideias para decidir a fração que cada peça representa no total.
- Se os(as) estudantes tiverem dificuldades, sugira que utilizem o triângulo pequeno como referência, pois ele corresponde a $\frac{1}{16}$.

- Todas as outras peças podem ser vistas como combinações desse triângulo menor. Confira o exemplo a seguir:



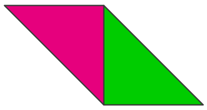
Triângulo pequeno

$\frac{1}{16}$



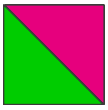
Triângulo médio

$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16}$



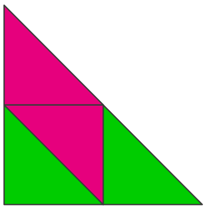
Paralelogramo

$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16}$



Quadrado

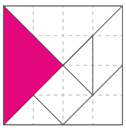
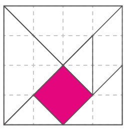
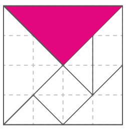
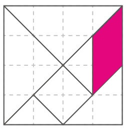
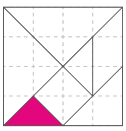
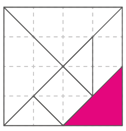
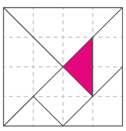
$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{2}{16}$



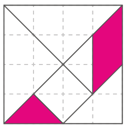
Triângulo grande

$\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16}$

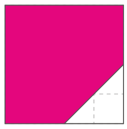
- Outra abordagem é imaginar o quadrado dividido em 16 partes iguais, formando pequenos quadrados de mesmo tamanho. Veja o exemplo:

	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{8}$
	$\frac{1}{16}$		

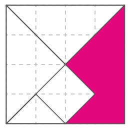
- Explore a escrita, a identificação e a comparação das frações unitárias que correspondem às peças do tangram. Além disso, é possível trabalhar frações maiores formadas pela união de várias peças. Aqui estão algumas sugestões para essa atividade:



$\frac{1}{4}$



$\frac{7}{8}$



$\frac{5}{16}$

- Para finalizar essa exploração, proponha uma atividade que evidencie diferentes representações de frações, disponível na *ficha de atividade: frações do tangram*.

Discuta

- Peça que cada grupo retome sua lista de aprendizagens sobre frações. Proponha que verifiquem a necessidade de correção ou de ampliação de algum conceito já registrado. Incentive-os(as) a escrever suas novas descobertas a partir da exploração realizada com as peças do tangram. Não esqueça de retomar as expectativas de aprendizagem listadas por você no início da aula e converse com a turma sobre como foi o desenvolvimento da aula, perguntando se percebem que atingiram o objetivo preestabelecido.

Avaliação processual

A avaliação processual é uma estratégia pedagógica que coloca o(a) estudante no centro do processo de aprendizagem, valorizando o percurso que ele(a) realiza na construção do conhecimento. Nesse contexto, as listas de aprendizagens que estão sendo elaboradas pelos(as) estudantes permitem acompanhar de maneira contínua o desenvolvimento de cada grupo. Essas listas, combinadas com as observações do(a) professor(a), oferecem um panorama rico e detalhado sobre os avanços, dificuldades e reflexões dos(as) estudantes ao longo das aulas.

Ao propor que os(as) estudantes registrem inicialmente o que sabem sobre frações e revisitem essas listas ao final de cada aula, o(a) professor(a) cria oportunidades para que eles(as) reflitam sobre suas aprendizagens, identifiquem lacunas no conhecimento e reconheçam o que foi ampliado ou consolidado. Essa prática contribui para que desenvolvam autonomia e um olhar crítico sobre sua própria aprendizagem, enquanto o(a) professor(a) tem acesso a evidências para avaliar não apenas o produto final, mas todo o processo de construção do conhecimento.

Para tornar essa avaliação processual ainda mais eficaz, o(a) professor(a) pode observar e registrar como os(as) estudantes interagem com as propostas: quais estratégias utilizam, como se engajam nas discussões, que dúvidas apresentam e como respondem às intervenções realizadas. Esses registros, somados às listas, formam uma base rica de dados para identificar padrões de aprendizagem, planejar intervenções pedagógicas e ajustar o ritmo e os métodos de ensino às necessidades específicas de cada grupo.

Além disso, as revisões e ampliações das listas podem servir como momentos de sistematização coletiva, nos quais os(as) estudantes compartilham suas descobertas e reflexões. Essa troca de ideias possibilita que o(a) professor(a) explore conceitos-chave, esclareça equívocos e promova conexões mais profundas entre os conteúdos abordados.

Essas discussões, mediadas pelo(a) professor(a), ajudam a consolidar aprendizagens e a desenvolver competências como comunicação, argumentação e colaboração.

Amplie

- A fim de verificar a compreensão dos(as) estudantes sobre os conceitos explorados, utilize outros exercícios para explorar a relação entre parte e todo, expressa por frações. Varie os tipos de exercícios e incentive os(as) estudantes a discutir se uma fração específica está sendo corretamente representada. Organizamos, na *ficha de atividades: outras atividades de frações*, algumas possibilidades para aprofundar essa exploração.
- Com esses exercícios, estamos incentivando os(as) estudantes a refletir sobre o conceito de fração como representação de partes de um todo, indo além da simples identificação. Observe o progresso do aprendizado e ajuste os exercícios conforme necessário.

Apresente aos(às) estudantes a ficha *dez minutos de fluência 4: Quartos*. Combine que, desta vez, eles(as) farão a leitura individualmente e, depois de três minutos, conversarão sobre o que entenderam. Proponha que tentem resolver os cálculos nos cinco minutos seguintes e confiram com os colegas.

Escolha dois itens para apresentar no quadro com diferentes soluções.

Essa atividade tem como objetivo desenvolver diferentes estratégias de cálculo para quartos, baseadas na decomposição de números e na ideia de que um quarto é metade da metade.

ETAPA 3 - SISTEMATIZAÇÃO

AULAS 7 a 10 - A régua de frações

Inicie

- Nestas aulas de sistematização, apresentaremos um outro recurso didático para a exploração de frações: a "régua de frações". Providencie uma cópia da *ficha de atividade: régua de frações* para cada estudante, de modo que possam utilizá-la nas atividades propostas.
- Organize os(as) estudantes em grupos. Peça que recuperem a lista feita na última aula sobre frações e tire as dúvidas que eventualmente apareçam.
- Diga a eles(as) que, nesta aula, vocês vão retomar o conceito de fração e aprofundá-lo para alcançar as seguintes expectativas de aprendizagem:
    - Ler, interpretar e representar frações menores que um inteiro e maiores do que um inteiro;
    - Comparar e ordenar frações;
    - Identificar frações equivalentes.
- Entregue a cada estudante uma cópia da *ficha de atividade: régua de frações*.
- Apresente o material e informe que se chama **régua de frações**, uma ferramenta visual rica para explorar conceitos relacionados a frações. Permita que os(as) estudantes a observem por alguns minutos e faça perguntas para estimular sua curiosidade:
    - Vocês conseguem imaginar como ela foi construída?
    - Conseguem nomear todas as frações representadas?

- Faça algumas explorações iniciais. Não forneça respostas. Incentive os(as) estudantes a investigar com a régua e pedir que expliquem seu raciocínio.
  - Quantos terços são necessários para formar 1 inteiro?
- Mostre como observar isso na régua: $1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$. É importante sistematizar e representar as relações por meio da escrita matemática.
  - O que é maior: $\frac{1}{5}$ ou $\frac{1}{2}$?
- Pode ser que os(as) estudantes respondam com base no conceito de parte e todo. Mesmo assim, mostre como podem comparar usando a régua de frações como apoio.
  - O que é menor: $\frac{2}{5}$ ou $\frac{3}{7}$?
- Muito provavelmente, para comparar esse par de frações será necessário recorrer à régua de frações. É essencial que os(as) estudantes percebam que $\frac{2}{5}$ equivalem a duas partes de $\frac{1}{5}$ e que $\frac{3}{7}$ equivalem a três partes de $\frac{1}{7}$. Nem sempre essa ideia é clara para os(as) estudantes. A régua de frações pode ser uma ferramenta útil para auxiliar nessa compreensão.
  - Dê um exemplo de uma fração menor que $\frac{1}{2}$.
- Há muitas possibilidades de respostas: você pode escrever e discutir se perceberam alguma relação entre os numeradores e denominadores dessas frações.
  - Dê um exemplo de uma fração maior que $\frac{1}{2}$ e menor que $\frac{3}{4}$.
- Mais uma vez, há muitas possibilidades. Se achar conveniente, faça uma relação com as escritas decimais desses números. Você pode usar a calculadora para isso, uma vez que o foco não está no cálculo, e sim na comparação.
  - Qual fração está mais próxima de 1 inteiro: $\frac{7}{8}$ ou $\frac{11}{12}$?
- É possível fazer essa comparação usando a régua. Entretanto, incentive os(as) estudantes a pensar em quanto falta para 1 inteiro. Uma possibilidade de raciocínio é: $\frac{7}{8}$ para 1 inteiro falta $\frac{1}{8}$; $\frac{11}{12}$ para 1 inteiro falta $\frac{1}{12}$; como $\frac{1}{8}$ é maior que $\frac{1}{12}$, $\frac{11}{12}$ está mais próximo de 1 inteiro do que $\frac{7}{8}$.
- Peça aos(às) estudantes que registrem as respostas dadas a cada problematização em seus cadernos de registro.

Desenvolva

- Para ampliar a percepção dos(as) estudantes sobre fração, após essas primeiras explorações, sugerimos que você proponha um jogo chamado ***Papa todas de fração***.
- Faremos a exploração desse jogo em três etapas. Ou seja, os(as) estudantes terão três momentos distintos de trabalho com esse recurso para que, de fato, possam consolidar as aprendizagens esperadas.

Metodologia em ação: jogos e resolução de problemas

O uso de jogos nas aulas de matemática tem se consolidado como uma estratégia pedagógica eficaz para o desenvolvimento de conceitos matemáticos e da habilidade de resolução de problemas. Ao envolver os(as) estudantes em situações que exigem tomadas de decisão, planejamento e raciocínio lógico, os jogos estimulam não apenas a reflexão e a exercitação de conteúdos, mas também o desenvolvimento de competências essenciais para a vida, como a autonomia, comunicação, argumentação e a capacidade de trabalhar em equipe.

Na prática, os jogos oferecem oportunidades para que os(as) estudantes experimentem, errem e corrijam suas estratégias, promovendo um aprendizado ativo e reflexivo. Ao resolverem situações-problema durante o jogo, os(as) estudantes mobilizam conceitos matemáticos previamente aprendidos e são incentivados a buscar novos conhecimentos para superar desafios.

Outro aspecto importante do uso de jogos em sala de aula é o papel mediador do(a) professor(a). É fundamental que o docente planeje as atividades de forma alinhada aos objetivos de ensino, selecionando jogos que favoreçam a compreensão dos conceitos trabalhados e proporcionando momentos de reflexão após as partidas. Durante esses momentos, o(a) professor(a) pode explorar as estratégias utilizadas pelos(as) estudantes, discutir os erros mais comuns e sistematizar os conteúdos matemáticos abordados no jogo, conectando-os às habilidades previstas no currículo.

A interação com os(as) colegas durante as atividades lúdicas estimula o diálogo e a troca de ideias, tornando o aprendizado mais colaborativo. Nesse sentido, os jogos também promovem o engajamento e a motivação.

Incluir jogos nas aulas de matemática não é apenas uma forma de tornar as aulas mais interessantes ou exercitar conceitos, mas também uma estratégia pedagógica poderosa para o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas. O uso intencional de jogos permite que os(as) estudantes construam significados, experimentem ideias matemáticas e aprendam de maneira significativa, conectando a matemática a diferentes contextos e desenvolvendo competências para além da sala de aula.

Para saber mais

A resolução de problemas como abordagem metodológica e o uso dos processos de comunicação para desenvolver a leitura e a escrita em matemática são essenciais no ensino e na aprendizagem dessa área. Professor(a), para conhecer mais propostas de jogos para trabalhar em sala de aula, consulte os materiais a seguir:

- SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. e CANDIDO, P. *Jogos de matemática de 1º ao 5º ano*. Coleção Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- SMOLE, K.S; DINIZ, M.I e MILANI, E. *Jogos de Matemática de 6º ao 9º ano*. Coleção Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2006.

1º momento

- Com os(as) estudantes ainda divididos(as) em grupos, antes de explicar as regras do jogo, entregue a cada grupo um conjunto de cartas preparado a partir da *ficha de atividade em grupo: jogo Papa todas de fração*.
- Peça que, olhando a régua, separem as cartas em três grupos:
  I. Frações maiores que 1 inteiro;
  II. Frações iguais a 1 inteiro;
  III. Frações menores que 1 inteiro.
- Divida o quadro em três partes, uma para cada grupo, e escreva alguns exemplos mencionados pelos(as) estudantes. Conduza a conversa para que percebam a relação entre o numerador e o denominador em cada caso. Você pode dar os nomes às frações (próprias, impróprias ou aparentes), mas isso não deve ser o foco para o desenvolvimento do conceito.
- Apresente as regras do jogo que estão na *ficha de atividade em grupo: jogo Papa todas de fração*.

- Faça uma simulação do jogo, jogando contra a turma para verificar se todos(as) compreenderam as regras e identificar possíveis dúvidas.
- Observe que, além da comparação de frações, o jogo permite trabalhar o conceito de frações equivalentes. Cada vez que houver empate, temos frações do mesmo tamanho em relação ao todo.
- Ande pela sala enquanto os(as) estudantes jogam. Observe as dúvidas, intervenha para esclarecê-las e veja se os grupos estão interagindo bem. Anote suas observações.
- Na primeira vez, o jogo pode parecer um pouco caótico, pois os(as) estudantes podem se empolgar e ainda não dominar completamente os materiais e as regras. Mas tenha paciência, pois este não será o único momento em que poderão explorar o jogo. Garanta que eles(as) se sintam mais confiantes a cada rodada.
- Ao final, proponha uma conversa com a turma sobre suas impressões em relação ao jogo: o que foi fácil, o que foi difícil, o que não compreenderam e como melhorar na próxima vez.
- Anote essas observações em um cartaz para retomar na próxima aula.

2º momento

- Retome o jogo ***Papa todas de fração*** com base no registro coletivo feito no momento anterior. Faça combinados relacionados aos pontos levantados pelos(as) estudantes para garantir que o jogo seja bem aproveitado.
- Organize os grupos para jogar novamente. Retome suas observações e ajuste a formação dos grupos, se necessário.
- Entregue os materiais e permita que joguem novamente.

Avaliação processual

Ao propor o jogo pela segunda vez, circule pela sala e observe como os(as) estudantes estão comparando frações. Alguns focos de observação sugeridos são:

- Os(as) estudantes já perceberam quando uma fração é igual ou maior que um inteiro e usam essa ideia para comparar, sempre utilizando a régua?
- Como comparam frações com denominadores diferentes?
- Já perceberam alguma relação entre frações unitárias?
- Como comparam frações maiores que um inteiro?

Essas observações ajudarão a:

- Identificar necessidades de intervenção,
- Aprofundar as conversas sobre frações e
- Avaliar o progresso dos(as) estudantes.

Professor(a), use essas observações para ajustar sua abordagem e garantir que os(as) estudantes desenvolvam uma compreensão sólida sobre frações.

- Ao final, proponha que os grupos elaborem um texto com dicas e estratégias que eles recomendariam para alguém que fosse jogar.

Avaliação processual

Ao escreverem nas aulas de matemática, os(as) estudantes manifestam suas aprendizagens, suas dúvidas e suas impressões sobre o conteúdo abordado, como aponta Smole (2007).

Esse tipo de proposta encoraja os(as) estudantes a refletirem, organizando suas ideias, e pode ser um catalisador para as discussões em grupo. Os registros ajudam os(as) estudantes a aprenderem o que estão estudando e também fornecem informações importantes sobre suas aprendizagens, tornando-se um importante instrumento de avaliação.

- Recolha as produções dos(as) estudantes e analise os dados sobre suas aprendizagens e dificuldades.

3º momento

- Inicie a aula retomando a produção dos(as) estudantes. Selecione uma produção para ler para o grupo ou trechos de várias delas.
- Dê tempo para os(as) estudantes jogarem novamente.

- Peça que, em grupos, eles(as) resolvam os problemas propostos a partir do jogo.
- Verifique que os problemas estão dentro de um contexto significativo, permitindo que os(as) estudantes vejam de forma mais detalhada a ideia de equivalência de frações, um dos focos da aula.
- Após essa sequência de atividades com o jogo *papa todas de fração,* retome os objetivos previstos e peça que os(as) estudantes completem sua lista sobre a aprendizagem das frações.

Entregue a *ficha dez minutos de fluência 5: Estimativa em frações* e diga aos(às) estudantes que eles(as) têm 5 minutos para resolvê-la. Nos cinco minutos seguintes, converse sobre como tomaram decisões para chegar à resposta. Se necessário, utilize a régua de frações como apoio.

Essa atividade tem como objetivo estimular o senso numérico relacionado aos números racionais na forma de fração. Ela pode ser realizada ao final desta aula ou no início da próxima, servindo como uma retomada das aprendizagens adquiridas.

As atividades propostas na *ficha dez minutos de fluência 6: Frações maiores que o inteiro* visam a aprofundar o conceito de equivalência de frações, interpretando frações maiores que um inteiro e sua escrita como número misto.

Para essa atividade, os(as) estudantes precisarão saber escrever o inteiro de diferentes formas e reconhecer a escrita mais conveniente, habilidade apoiada no conceito de equivalência.

AULAS 11 e 12 - Fração não é um problema!

Após explorar várias atividades sobre frações, é hora de consolidar os conhecimentos adquiridos e desenvolver habilidades de resolução de problemas. Nesta proposta, você e seus(suas) estudantes criarão um livro de problemas sobre frações, utilizando uma metodologia ativa e colaborativa. Este projeto estimulará a criatividade, a resolução de problemas e a comunicação matemática.

ETAPA 1 - REVISÃO DAS APRENDIZAGENS

Antes de iniciar o projeto, revise com os(as) estudantes as listas de aprendizagens sobre frações elaboradas nas atividades anteriores. Destaque o que entenderam sobre:

- Conceito de fração
- Comparação de frações
- Frações unitárias
- Frações menores ou maiores que um inteiro
- Frações equivalentes

ETAPA 2 - ELABORAÇÃO DOS PROBLEMAS

Cada time deve elaborar ao menos três problemas sobre frações para compor o livro.

Algumas sugestões de orientações para os grupos:

- Utilizar atividades anteriores como referência ou adaptar propostas de sites ou livros.
- Garantir que os problemas abordem diferentes conceitos sobre frações.
- Incluir problemas com diferentes níveis de dificuldade.
- Usar linguagem clara e objetiva.

ETAPA 3 - REVISÃO

Após a elaboração dos problemas, peça que cada time revise e sugira ajustes nos problemas dos outros times. Isso ajudará a:

- Verificar a precisão matemática,
- Ajustar a dificuldade e
- Melhorar a clareza da linguagem.

ETAPA 4 - SOCIALIZAÇÃO E COMPARTILHAMENTO

Organize uma sessão de socialização para que os grupos compartilhem os problemas com a turma. Isso pode ser feito por meio de apresentações orais, exposições de cartazes ou compartilhamento digital.

ETAPA 5 - COMPILAÇÃO E EDIÇÃO

Compile os problemas elaborados pelos grupos e edite o livro. Certifique-se de que:

- Os problemas estejam organizados por conceito ou habilidade
- A linguagem seja clara e consistente
- As soluções dos problemas sejam incluídas (opcional).

Considere criar uma versão digital do livro, utilizando ferramentas como:

- Documentos do Google, PowerPoint, Canva, Flipboard, sites de educação, dentre outras.

Isso permitirá que os(as) estudantes compartilhem seus trabalhos com mais facilidade e acessem o livro de problemas em qualquer lugar.

A construção do livro de problemas sobre frações é uma oportunidade para os(as) estudantes desenvolverem habilidades de resolução de problemas, criatividade e comunicação matemática. Ao seguir esses passos, você estará adotando uma metodologia ativa e colaborativa, que estimulará o aprendizado e a motivação dos(as) estudantes.

AULA 13 - Resolução de problemas

Nesta aula, serão resolvidos problemas do tipo "verdadeiros ou mentirosos", um desafio lógico que envolve um conjunto de afirmações, algumas verdadeiras e outras falsas. O objetivo é identificar quais afirmações são verdadeiras com base nas informações fornecidas.

Inicie

- Diga aos(às) estudantes que eles(as) resolverão dois problemas envolvendo "verdadeiros ou mentirosos". O primeiro será resolvido coletivamente e o segundo será resolvido pelos grupos, que deverão escolher um relator para explicar a solução. É importante destacar como será a socialização da resolução a fim de que os(as) estudantes saibam o que é esperado deles(as).

Desenvolva

- Proponha o primeiro problema, que se encontra na ficha *resolução de problemas: verdadeiros ou mentirosos.*

Problema 1

Você está em uma ilha onde cada habitante é um verdadeiro ou um mentiroso. Os verdadeiros sempre dizem a verdade; os mentirosos sempre mentem. Israel e Gabriel estão na ilha.

- Israel diz: "Se 7 é par, então eu sou um verdadeiro".
- Gabriel diz: "Israel é um mentiroso".

- Peça aos(às) estudantes que reflitam e convide alguns(algumas) deles(as) para compartilhar seu raciocínio, mesmo que ainda não tenham chegado a uma resposta.
- Independentemente de a turma encontrar a resposta correta ou conseguir defender seu ponto de vista, explique que, para resolver problemas desse tipo, é comum analisar o que aconteceria se supuséssemos que cada personagem é verdadeiro ou mentiroso.

- Apresente uma possível abordagem de resolução:

  Analisando a afirmação de Israel:

  - Se Israel for um verdadeiro, sua afirmação também será verdadeira. No entanto, como 7 é ímpar e não par, a afirmação não garante sua veracidade.
  - Se Israel for um mentiroso, sua afirmação será falsa. Como 7 é ímpar, isso não tornaria Israel um verdadeiro.

  Agora, analisando a afirmação de Gabriel:

  - Se Gabriel for verdadeiro, então Israel é realmente um mentiroso.
  - Se Gabriel for mentiroso, então Israel não pode ser um mentiroso, o que significa que ele seria um verdadeiro.

  Dessa forma, podemos concluir:

  - Se Israel for mentiroso, Gabriel será verdadeiro (concordando com a mentira de Israel).
  - Se Israel for verdadeiro, Gabriel será um mentiroso (negando a verdade de Israel).

  Portanto: Israel é um mentiroso e Gabriel é um verdadeiro.

- Caso a turma tenha dificuldade para compreender a explicação, proponha uma simulação, convidando dois estudantes para interpretar os papéis de Israel e Gabriel.

Discuta

- Agora, proponha um segundo problema para ser resolvido pelos grupos, que deverão escolher um(a) representante para apresentar a solução encontrada por eles.

Problema 2

Sílvia, Lívia e Carlos têm idades distintas. Em uma conversa, eles fizeram as seguintes declarações:

- Sílvia: "Eu sou mais nova que Lívia".

- Lívia: "Carlos é mais velho que Sílvia".

- Carlos: "Lívia é a mais jovem dos três".

Sabemos que, dos três, apenas uma das meninas (Sílvia ou Lívia) falou a verdade. Com base nisso, qual é a ordem das idades, começando pela pessoa mais nova?

A) Carlos, Silvia, Lívia.
B) Carlos , Lívia, Sílvia.
C) Sílvia, Lívia, Carlos.
D) Sílvia, Carlos, Lívia.
E) Lívia, Carlos, Sílvia.

Resposta: (A) Carlos, Sílvia, Lívia.

Possível solução:

Se apenas uma das meninas falou a verdade, Carlos está mentindo e Lívia não é a mais jovem dos três (isso já elimina a alternativa E como resposta). Temos duas situações então:

- Se Sílvia falou a verdade, ela é mais nova que Lívia, Carlos é mais novo que Sílvia e a alternativa correta é A.
- Se Lívia falou a verdade, Carlos é mais velho que Sílvia, mas Lívia não pode ser a mais jovem.

Portanto, a única ordem viável das idades é: Carlos é o mais novo, seguido por Sílvia, e a mais velha é Lívia, o que corresponde à alternativa A como resposta ao problema.

Outra possível solução é supor que uma das meninas fala a verdade e testar as alternativas apresentadas como respostas possíveis.

Para saber mais

Esses problemas remetem ao conceito do *paradoxo do mentiroso*, que tem suas raízes na Antiguidade, com Epimênides, um poeta e profeta grego do século VI a.C., de Creta.

Ele formulou uma famosa afirmação paradoxal: “Todos os cretenses são mentirosos”. O problema surge porque Epimênides, sendo um cretense, estaria incluído nessa categoria. Se sua afirmação fosse verdadeira, ele próprio seria um mentiroso, o que tornaria a afirmação falsa. Por outro lado, se sua afirmação fosse falsa, então os cretenses não seriam todos mentirosos, o que tornaria a afirmação de Epimênides verdadeira.

Esse paradoxo é um exemplo clássico de contradição lógica e continua a intrigar filósofos(as) e lógicos(as) até os dias de hoje.

SD3 - Arte, medidas e decimais	
Objetivo geral	▪ Relacionar grandezas, unidades de medida e instrumentos de medida de massa, comprimento, tempo e capacidade. ▪ Relacionar unidades de medida de comprimento e utilizá-las na resolução de problemas. ▪ Resolver problemas com números racionais positivos na representação decimal na reta numérica, relacionados ao seu contexto. ▪ Relacionar medidas de comprimento a números decimais. ▪ Ler, escrever, comparar, compor e decompor números decimais em contextos da vida cotidiana dos(as) estudantes.
Principal habilidade específica enfocada	▪ **(EF05MA02)** Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica. ▪ **(EF05MA19)** Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas das grandezas comprimento, área, massa, tempo, temperatura e capacidade, recorrendo a transformações entre as unidades mais usuais em contextos socioculturais.
Competências em foco para o desenvolvimento integral	**Competência Geral 2** **Competência Geral 4**
Expectativas de aprendizagem: o que os(as) estudantes vão aprender e saber fazer	▪ Reconhecer unidades e instrumentos de medida relacionados a diferentes grandezas: comprimento, massa, capacidade e tempo. ▪ Realizar estimativas de medidas em diversas situações e compreender sua importância para a vida diária. ▪ Ler, escrever e comparar números decimais, relacionando-os às medidas de comprimento. ▪ Desenvolver estratégias de cálculo mental.
Proposta de avaliação	Ao longo da Sequência Didática, os(as) estudantes passarão por momentos de avaliação processual, que incluem: observação do(a) professor(a), teste relâmpago e avaliação entre pares. Ao final desta SD, os(as) estudantes farão uma autoavaliação.

Recursos e providências	▪ Aula 1: Ficha de atividade em grupo: jogo da memória das medidas ▪ Aulas 2 e 3: Ficha de atividade: distância percorrida a caminho da escola ▪ Aulas 4 e 5: Ficha atividade em grupo: nossas medidas Materiais: tesoura, barbante, diferentes instrumentos de medida: fita métrica, trena, metro de carpinteiro, régua etc. ▪ Aulas 6 e 7: Ficha de atividade em grupo: fichas sobrepostas e ficha de atividade: explorando as fichas sobrepostas ▪ Aula 8 e 9: Materiais: papel pardo de 2 m para cada grupo, cola, tesoura, tinta, pincel e rolinho, pedaços de papel colorido, canetões **Fichas de fluência:** ▪ Dez minutos de fluência 1: Situação e unidade de medida ▪ Dez minutos de fluência 2: Transformando metros em quilômetros ▪ Dez minutos de fluência 3: Transformando metros em centímetros ▪ Dez minutos de fluência 4: Decompondo números decimais **Resolução de problemas:** ▪ Aula 10: ficha de resolução de problemas: Travessia
Duração sugerida	10 aulas de 50 minutos cada.
Para sua mediação	Criar um ambiente acolhedor e organizado na sala de aula é essencial para promover a aprendizagem. Utilize o quadro como suporte para a comunicação: escreva, no início de cada aula, uma mensagem de boas-vindas, registre os principais tópicos discutidos e anote as conclusões dos debates, incentivando os(as) estudantes a registrarem suas anotações. Transforme as paredes em espaços de conhecimento, exibindo os resultados das atividades, por exemplo. Prepare-se previamente, lendo todo o material, separando os materiais necessários e organizando as carteiras antes das atividades, evitando perda de tempo. Os(as) estudantes serão organizados(as) em grupos ou duplas, pois essa dinâmica será frequentemente utilizada nas atividades. Dessa forma, desenvolverão habilidades de colaboração e a responsabilidade compartilhada pelo aprendizado. Ao final de cada aula, registre suas observações e reflita sobre sua prática. O registro do cotidiano escolar permite um olhar mais distanciado sobre as ações e planejamentos, auxiliando na revisão e aprimoramento da atuação pedagógica.

Orientações para o desenvolvimento da sequência didática

Esta sequência didática tem como foco retomar conceitos relacionados a grandezas e medidas, especialmente os instrumentos e unidades de medida de massa, comprimento, capacidade e tempo.

Além disso, a ideia é explorar as unidades de medida de comprimento relacionadas ao sistema numérico decimal e a leitura, escrita, comparação e representação na reta numérica.

A missão final dos(as) estudantes será produzir uma obra de arte em grupo, baseada nas suas alturas, inspirada na obra do artista brasileiro Alex Flemming (1954-).

Para todas as atividades propostas, os(as) estudantes trabalharão em grupos fixos ao longo da sequência didática.

ETAPA 1 - PROBLEMATIZAÇÃO

AULA 1 - Memórias das medidas

Esta atividade tem como objetivo avaliar os conhecimentos prévios dos(as) estudantes sobre medidas: conhecimento das grandezas (comprimento, massa, capacidade e tempo), o reconhecimento de algumas unidades de medida, abrangendo a compreensão das grandezas e os principais instrumentos utilizados.

Inicie

- Com os(as) estudantes organizados(as) em semicírculo, proponha uma primeira conversa, trazendo algumas perguntas provocativas para estimular a reflexão sobre o tema:
  - O que é possível medir ou mensurar no mundo em que vivemos?
  - Como realizamos essas medições? Quais instrumentos e métodos utilizamos para medir?
- É provável que os(as) estudantes mencionem que medimos o tempo, a distância entre lugares, a altura das pessoas e o "peso" dos objetos. Também podem surgir ideias sobre coisas que não conseguimos medir, como o amor, a saudade ou a raiva.

- Explore as ideias trazidas pelos(as) estudantes, relacionando-as às suas experiências, vivências e ao cotidiano. Peça para que exemplifiquem e argumentem seus pontos de vista, promovendo um ambiente de diálogo e respeito, onde todos possam colaborar e aprender com a fala dos(as) colegas.

- Proponha algumas perguntas para estimular a reflexão e o aprofundamento das ideias:

  - "Vocês mencionaram que medimos comprimentos. Será que usamos o mesmo instrumento para medir o comprimento de um lápis e o da quadra de esportes da escola?". Espera-se que os(as) estudantes percebam que uma régua é adequada para medir o comprimento de um lápis, por exemplo, mas não é o instrumento ideal para medir o comprimento de uma quadra de esportes.

  - "Será que usamos a mesma unidade de medida para calcular o tempo que levamos para pegar um lápis que caiu no chão e o tempo de uma aula inteira?". Espera-se que os(as) estudantes percebam que, na primeira situação, mede-se em segundos, sendo o cronômetro uma ferramenta ideal, enquanto, para medir a duração de uma aula, minutos ou horas são mais apropriados, e um relógio pode ser utilizado.

- Essas problematizações criam um espaço para explorar as diferentes unidades e instrumentos de medida, além de demonstrar a aplicação prática dos conceitos de medidas e números decimais no cotidiano.

Desenvolva

- Explique aos(às) estudantes que eles(as) irão participar de um jogo da memória para revisar conceitos sobre grandezas e medidas. Cada grupo receberá um conjunto de cartas, disponível na *ficha de atividade em grupo: jogo da memória das medidas.*

Metodologia em ação: o trabalho com jogos nas aula de Matemática

O uso de jogos é um recurso valioso no ensino da matemática, pois promove uma aprendizagem ativa e lúdica, estimulando o raciocínio lógico e a compreensão dos conceitos matemáticos de forma prática e envolvente.

Os jogos facilitam a construção do conhecimento, permitindo que os(as) estudantes explorem estratégias, resolvam problemas e colaborem entre si, criando um ambiente que reduz a pressão do erro e valoriza a experimentação, o diálogo e a tomada de decisões.

Essa abordagem torna o aprendizado mais significativo e contribui para o desenvolvimento de habilidades como concentração, planejamento e flexibilidade, fundamentais para o pensamento matemático.

- Peça que cada grupo analise as cartas e observe os elementos representados em cada uma. É importante que identifiquem, por exemplo:
  - Unidades de medida: metro, quilômetro, litro, quilo, hora, mililitro.
  - Instrumentos de medição: fita métrica, copo graduado, régua, relógio, cronômetro.
  - Grandezas: comprimento, massa, capacidade e tempo.

  Incentive os(as) estudantes a perceberem que algumas palavras se repetem e fazem parte de diferentes categorias.

- Após essa exploração inicial, explique o objetivo do jogo: formar trios de cartas que se relacionem, por exemplo: comprimento – metro – trena. Quem formar um trio ganha um ponto. O jogo segue com os(as) participantes se alternando, e vence quem tiver mais pontos ao final.

- Ao término do jogo, solicite que os(as) estudantes registrem em seus cadernos, em forma de tabela, como exemplificado abaixo, a organização das cartas obtidas:

Grandeza	Unidade de medida	Instrumento de medida

Discuta

Promova uma roda de conversa com os(as) estudantes sobre o que perceberam do jogo, a partir de seus registros:

- Que conceitos de medida relembraram?
- Houve algum conceito novo que desconheciam (uma grandeza, unidade de medida ou instrumento)?
- Ficaram em dúvida quanto a alguma carta ou à relação entre elas?

Solicite que cada grupo discuta e faça um registro no caderno de anotações sobre uma descoberta promovida pelo jogo.

Apresente aos(às) estudantes a *ficha dez minutos de fluência 1: Situação e unidade de medida.* Explique que eles(s) terão cinco minutos para indicar qual unidade de medida utilizariam para cada situação proposta.

Ao final, promova uma breve discussão sobre as escolhas feitas pelos(as) estudantes, permitindo que justifiquem, refutem ou modifiquem suas respostas.

Essa atividade tem como objetivo "Reconhecer a unidade de medida mais apropriada para medições de comprimento, massa, capacidade e tempo".

AULAS 2 e 3 - Memória das medidas (parte 2)

Esta atividade tem como objetivo aprofundar o trabalho com grandezas e suas unidades de medida, avançando para a relação existente entre elas.

Inicie

- Retome com os(as) estudantes o jogo da memória das medidas. Pergunte como foi participar do jogo e solicite que os grupos compartilhem as descobertas registradas em seus cadernos sobre grandezas e medidas.
- Ouça cada grupo, faça comentários e incentive os demais a contribuírem com suas observações. Problematize com perguntas como: "Alguém mais não sabia que o copo graduado é um instrumento de medida que serve para medir a capacidade?"; "Alguém mais não tinha ideia do que era capacidade?"; " O que a capacidade mede?"; "O mililitro é menor que o litro?". À medida que os grupos compartilham suas ideias, registre-as em um papel pardo e deixe o material afixado na sala para consulta da turma.

Desenvolva

- Convide os(as) estudantes a jogarem novamente o jogo da memória das medidas em seus respectivos grupos.

Avaliação em processo

Aproveite esse momento para analisar se os grupos organizam os trios de cartas com mais facilidade; se reconhecem a diferença entre grandeza, unidade e instrumento de medida; e se conseguem relacionar a grandeza à unidade de medida. Registre suas observações, professor(a), e ofereça apoio aos grupos que necessitarem de mais ajuda. Incentive-os(as) a consultar o registro feito no papel pardo.

- Ao final do jogo, solicite que resolvam em grupo os problemas propostos na *ficha de atividade: distância percorrida a caminho da escola,* seguindo as orientações do material.

Para refletir

- Essa atividade tem como objetivo ensinar a leitura de problemas matemáticos, ajudando os(as) estudantes a compreender os dados, a pergunta e o que é necessário saber para resolver cada problema. Além disso, busca relacionar as unidades de medida metro e quilômetro na resolução de problemas.
- Observe que a maioria dos(as) estudantes não apresenta dificuldades na leitura de palavras ou frases isoladas. No entanto, a dificuldade está na articulação do texto como um todo, pois os enunciados de problemas possuem características próprias e exigem um modo específico de leitura, que precisa ser aprendido nas aulas de matemática.
- A primeira condição para se resolver um problema é a de aceitá-lo como seu. Ou seja, a proposta do problema deve ser envolvente o suficiente para mobilizar o(a) estudante a querer resolvê-lo. Em seguida, é necessário compreender o problema, identificando o que se pede, o que se sabe e o que é preciso saber para resolver a situação. Sem essas etapas iniciais, a resolução torna-se apenas uma obrigação, gerando desinteresse, busca por soluções prontas ou abandono do problema.

- Circule pela sala, sem interferir nos trabalhos dos grupos, observando de perto as estratégias utilizadas. Anote as diferentes formas adotadas pelos(as) estudantes para chegar à solução. Observe se percebem que, para resolver o primeiro problema, basta multiplicar: 600 m × 7 = 4 200 m. Para resolver os problemas 2 e 3, será necessário saber que: 1 000 m = 1 km. Assim, no problema 2, terão que realizar 21 000 m ÷ 600 m = 35 dias. Já no problema 3, apontarão que 300 m × 200 = 60 000 m e que 60 000 m equivalem a 60 km.
- Se possível, permita que os(as) estudantes utilizem a calculadora na resolução da atividade, pois o foco não está nos cálculos em si, mas no desenvolvimento da estratégia de resolução.

Discuta

- Escolha um grupo para cada um dos problemas propostos. Peça que cada grupo apresente à classe o que identificou como a pergunta do problema, quais foram os dados usados para a resolução e quais palavras indicam as operações realizadas.
- Solicite que exponham no quadro a forma como solucionaram o problema. Se surgirem diferentes formas de resolução, solicite que todas sejam apresentadas e promova a discussão sobre as semelhanças e diferenças com a turma.
- Você poderá incentivar os grupos a resolverem o mesmo problema em casa, usando como referência a distância entre suas residências e a escola. Discuta sobre como eles podem descobrir essa distância e aproveite para analisar as questões relacionadas ao tempo.

Amplie

- Caso tenha mais tempo com os(as) estudantes, proponha problemas semelhantes aos que foram explorados em aula, abrangendo outras grandezas e unidades de medida, conforme as necessidades da turma. Seguem algumas sugestões:

Coleta de tampinhas para reciclagem

- Se você recolhesse 200 gramas de tampinhas de plástico todos os dias, quantos quilos teria ao final de uma semana?
- Quanto tempo levaria para juntar 1 kg de tampinhas?
- Se continuasse coletando 200 gramas de tampinhas diariamente durante um bimestre, qual seria o peso total coletado?

Estudos noturnos

- Se você estudasse por quarenta minutos todas as noites, quanto tempo total teria estudado ao final de uma semana?
- Quanto tempo levaria para acumular doze horas de estudo?
- Se continuasse estudando quarenta minutos por noite durante um mês, quantas horas totalizaria ao final?

Economia de água

- Se cada estudante economizasse 250 ml de água ao fechar a torneira enquanto ensaboa as mãos, quantos litros a turma inteira, com 30 estudantes, economizaria em um dia?
- Quanto tempo levaria para economizar 15 litros de água?
- Se todos mantivessem essa economia diária durante um mês, quantos litros de água seriam poupados?

Apresente aos(às) estudantes a *ficha dez minutos de fluência 2: Transformando metros em quilômetros e vice-versa.* Diga que eles(as) têm cinco minutos para completar as igualdades. Ao final, selecione algumas igualdades para discutir com a turma sobre as estratégias utilizadas.

Essa atividade tem como objetivo levar os(as) estudantes a: "Relacionar as unidades de medida de comprimento metro e quilômetro e as relações de igualdade e equivalência".

ETAPA 2 - DESENVOLVIMENTO

AULAS 4 e 5 - Explorando comprimentos

Inicie

Que tal explorar um pouco mais a grandeza comprimento com os(as) estudantes? A intenção dessa proposta é apresentar o sistema métrico decimal, abordando a leitura, a escrita e a comparação de números decimais, além da representação na reta numérica.

- Para essa atividade, providencie alguns instrumentos de medida. Você também pode solicitar que os(as) estudantes tragam de casa materiais como fita métrica, trena, metro de costureira ou régua.

- Disponibilize os instrumentos de medida entre os grupos e inicie uma conversa sobre o que eles sabem sobre esses instrumentos. Permita que manipulem os materiais e compartilhem seus conhecimentos: como são, quais marcações possuem e onde são utilizados. À medida que os(as) estudantes falam, registre suas ideias em um cartaz de papel pardo sob o título: "O que sabemos sobre medida de comprimento e seus instrumentos".

- Durante essa discussão com a turma, garanta que algumas ideias sejam percebidas por ela:
  - O metro está dividido em 100 partes iguais (cada uma delas corresponde a 1 centímetro do metro) – 1 cm = 1/100 m ou 1 cm = 0,01 m
  - O metro está dividido em 10 partes iguais (cada uma delas equivalente a 10 cm ou 1 decímetro do metro) – 1 dm = 1/10 m ou 1 dm = 0,1 m
  - O metro está dividido em 1 000 partes iguais (cada uma delas equivalente a 1 mm ou 1 milímetro do metro) – 1 mm = 1/1 000 ou 1 mm = 0,001

Desenvolva

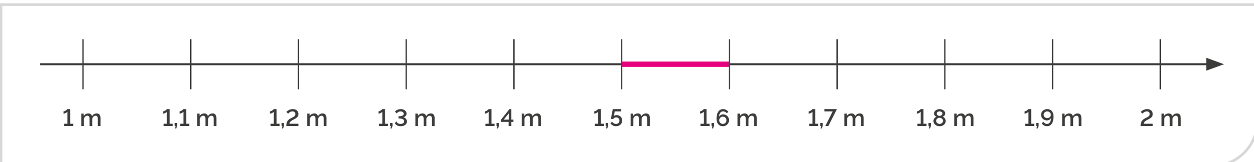
Organize os(as) estudantes em grupos. Entregue um rolo de barbante e uma tesoura para cada grupo. Solicite que realizem as atividades 1 a 3 da *ficha de atividade em grupo: nossas medidas.*

- Os(as) estudantes deverão recortar barbantes correspondentes às suas respectivas alturas e utilizar um dos instrumentos de medida para medi-los.

- Em seguida, deverão registrar as medidas em uma tabela. Aproveite esse momento para explorar as diferentes formas de registro utilizadas por eles(as): 135 cm ou 1,35 m ou 1 metro e 35 centímetros ou cento e trinta e cinco centímetros. Problematize: “Estou vendo que Fernando e João têm a mesma altura, mas Fernando escreveu 135 cm e o João, 1,35 m! Quem registrou a medida corretamente?".

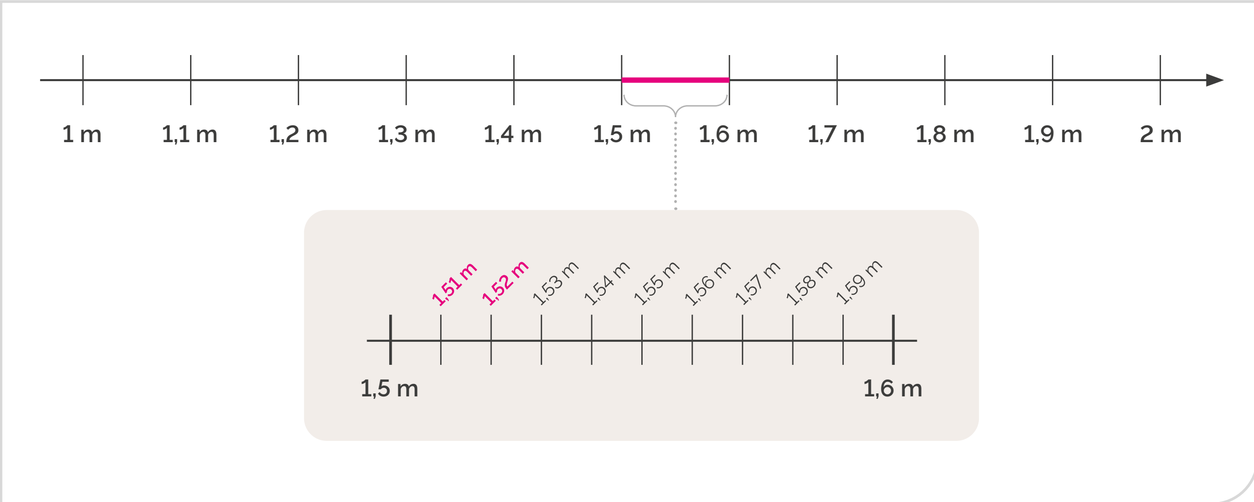
- Reproduza no quadro uma reta numerada, conforme a proposta da atividade 2 da *ficha de atividade em grupo: nossas medidas*. Verifique se os(as) estudantes conhecem o conceito de reta numérica. Explore os números presentes na reta com perguntas como: “O que significa 1,3 m na reta?", "Como sabemos que essa reta refere-se à medida de comprimento?", "O que vem antes e depois da medida 1,3 m?", "Como lemos essa medida?", "Essa reta tem uma regularidade. Qual é?", "Como ela está dividida?", "Na reta temos representado 2 m. Existe outra forma de representar essa medida?" e "Por que usamos a abreviatura 'm' à frente dessas escritas?".

- Após essa exploração, solicite que os(as) estudantes identifiquem em que ponto da reta está representada a medida de sua altura:



- Problematize: “Vocês acham que a medida da altura da maioria da nossa turma está entre quais números da reta?" e "Será que está mais perto de um número da reta ou de outro? Como podemos saber?”. Por exemplo: “Sofia me disse que mede 1,43 m. A representação dessa medida está entre quais números na reta numérica? Está mais próxima de 1,4 m ou de 1,5 m?".

- Aproveite para discutir o que tem entre dois pontos dessa reta. Por exemplo: “Quais medidas podem estar entre 1,5 m e 1,6 m?".



- Proponha outras problematizações de forma coletiva, promovendo a discussão e o debate do grupo:
  - "Eu tenho 1,64 m. Em que local dessa reta numérica está localizada a minha altura? Está mais perto de 1,6 m ou de 1,7 m?".
  - "O professor de Educação Física tem 1,78 m. Em que local dessa reta numérica está localizada a altura dele? Está mais perto de 1,7 m ou de 1,8 m?".
- Apresente à turma um quadro mostrando o sistema métrico decimal e, com a ajuda do grupo, escreva a altura de um dos(as) estudantes nele, explorando as relações entre as diferentes representações:

Parte inteira	**Parte decimal**		
Metro	**Decímetro**	**Centímetro**	**Milímetro**
1,	3	5	

  - podemos ler: 1 metro e 35 centímetros
    1 metro e 350 milímetros
    135 centímetros ou
    1 350 milímetros
- Explore as diferentes leituras do número e o papel do zero, que não está registrado neste quadro.
- Peça que realizem a atividade 4 da *ficha de atividade em grupo: nossas medidas*, representando e escrevendo no quadro de ordens do sistema métrico decimal as medidas dos componentes do grupo.

Discuta

- Finalize a aula retomando o cartaz realizado no início desta atividade, de modo a complementá-lo com novas aprendizagens. É possível realizar essa solicitação para cada grupo, permitindo que você verifique a ampliação de conhecimento dos(as) estudantes.

- Solicite que os grupos guardem em um envelope os barbantes com suas medidas, pois elas serão utilizadas na aula de fechamento desta sequência didática.

Avaliação em processo

Proponha que, ao final destas duas aulas, uma atividade avaliativa para verificar os conhecimentos dos(as) estudantes.

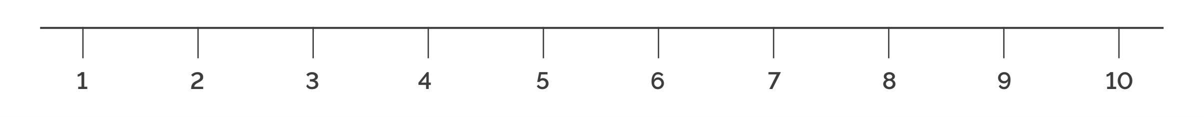
Trata-se de uma proposta avaliativa rápida, que os(as) estudantes realizam com a finalidade de verificar o quanto aprenderam na aula. Após a análise das produções realizadas, é possível obter uma série de *insights* que podem apoiar as discussões da próxima aula. Dessa maneira, é possível também acompanhar a aprendizagem de cada estudante e da turma, replanejando a estratégia da aula, garantindo que nenhum(a) estudante fique para trás em relação à turma que se encontra e que todos consigam avançar nas suas aprendizagens matemáticas.

Prepare o início da próxima aula para realizar uma devolutiva da atividade junto aos(às) estudantes por meio de uma Roda de Conversa, apontando as estratégias utilizadas, os acertos, os erros e, sobretudo, como superá-los.

Proposta:

João e Ana mediram o comprimento de duas árvores que estão crescendo rapidamente em uma área da escola. A árvore de João mede 4,5 metros, e a árvore de Ana mede 6,5 metros.

1. Localize as alturas de ambas as árvores na reta numérica.



2. Observando a reta numérica, responda: quantos metros a árvore de Ana é maior em comparação à de João?

3. Se as árvores crescerem 1 metro por mês, qual será o comprimento de cada árvore após 3 meses? Localize essas novas alturas na reta numérica.

Amplie

- Caso tenha outros momentos com os(as) estudantes, amplie a conversa sobre o sistema métrico, abordando a história das medidas. Em nossa história, muitos foram os processos de medição e as unidades de medida utilizadas. No ano de 1 960, foi criado o Sistema Internacional (SI), que padronizou as unidades de medida ao redor do mundo. Até então, as civilizações recorreram a formas próprias de medir e registrar os resultados dessa medição.

Para saber mais

Sugerimos alguns materiais que podem ser consultados e utilizados para essa conversa:

- Livros paradidáticos como: MACHADO, N. J. *Medindo Comprimentos*. Scipione, 2 000.
- Vídeos como ***De onde surgiu o Sistema Métrico?***, do canal Click Ciência UFSCar.
- Caso você não tenha acesso ao livro ou ao vídeo, você pode ler com os(as) estudantes um texto da internet. Sugerimos o texto da Associação de Professores de Matemática de Portugal, ***Medidas Antigas***.

Apresente aos(às) estudantes a *ficha Dez minutos de fluência 3: Transformando metros em centímetros.* Ressalte que eles(as) têm cinco minutos para completá-la. Ao final, selecione algumas igualdades para discutir com os(as) estudantes a respeito das estratégias utilizadas por eles(as).

Essa atividade tem como objetivo levar os(as) estudantes a: “Relacionar as unidades de medida de comprimento metro e centímetro e as relações de igualdade/equivalência”.

AULAS 6 e 7 - Explorando os números decimais (fichas sobrepostas)

Inicie

Esta proposta tem como objetivo a leitura, escrita, comparação, composição e decomposição de números decimais de diferentes maneiras.

Saiba mais

As fichas sobrepostas (também conhecidas como fichas escalonadas) são um recurso amplamente utilizado em sala de aula e muito útil para explorar a decomposição numérica, o princípio aditivo do Sistema de Numeração Decimal e para desenvolver estratégias pessoais de cálculo. Trata-se de um conjunto de fichas numeradas que podem ser colocadas uma sobre as outras para formar diferentes numerais. É comum utilizá-las com foco nos números naturais, mas aqui fizemos uma versão para explorar a escrita, leitura, composição e decomposição de números decimais.

Neste caso, o conjunto de fichas é ampliado, contendo também o conjunto dos décimos, centésimos e milésimos. Veja que as fichas das unidades (inteiros) vêm acompanhadas da vírgula, e haverá também:

- Fichas das unidades: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9,
- Fichas dos décimos: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 e 0,9
- Fichas dos centésimos: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,06; 0,07; 0,08 e 0,09
- Fichas dos milésimos: 0,001; 0,002; 0,003; 0,004; 0,005; 0,006; 0,007; 0,008 e 0,009

As fichas devem ser sobrepostas para montar o número desejado.

- Peça aos(às) estudantes que recortem o material da *ficha de atividade em grupo: fichas sobrepostas* e estimule-os(as) a explorarem livremente o material com seu time. Observe como eles(as) alinham uma ficha ao lado da outra. Caso isso ocorra, explique que as fichas devem ser colocadas uma sobre a outra de modo que os algarismos sejam visualizados;

- Pergunte como eles(as) poderiam organizar os montes com as fichas. Analise se eles(as) agrupam as fichas usando o algarismo diferente de zero ou se utilizam as ordens decimais. Se julgar conveniente, auxilie-os para reunir os décimos, os centésimos e os milésimos;

- Mostre algumas fichas para a turma e peça para que tentem formar um número usando-as. Por exemplo, suponha que tenha mostrado as fichas:

5,			
0,	4		
0,	0	1	
0,	0	0	7

Nesse caso, espera-se que os(as) estudantes sobreponham as fichas 5; 0,4; 0,01 e 0,007, nessa ordem, para obter o número 5,417, conforme mostra a figura a seguir:

5,	4	1	7

- Pergunte quais fichas foram usadas para compor o número montado anteriormente. No exemplo dado foram utilizadas as fichas: 5 inteiros, 4 décimos, 1 centésimo e 7 milésimos.

- Solicite que retomem a *ficha de atividade em grupo: nossas medidas* e representem por meio das fichas sobrepostas a medida de cada membro do time.

- Assim que os(as) estudantes estiverem familiarizados(as) com o uso das fichas sobrepostas decimais, lance como desafio compor alguns números em que um determinado algarismo ocupe diferentes ordens decimais. Por exemplo, solicite à turma que montem os números 5,1; 0,52; 3,465 e 7,859. Pergunte se eles(as) notaram algo semelhante nos números formados. Espera-se que eles(as) notem que o único algarismo comum aos números é o 5. Assim que eles(as) identificarem isso, pergunte se o valor do algarismo 5 é o mesmo em todos os números formados.

5,	1		
0,	5	2	
3,	4	6	5
7,	8	5	9

- Apesar de todos os números terem o algarismo 5, o valor dele em cada número depende da posição ocupada. No número 5,1, o valor do algarismo 5 é 5 inteiros; no caso do número 0,52, vale 5 décimos; em relação a 3,465, o algarismo vale 5 milésimos; e, em 7,859, seu valor é de 5 centésimos.

Desenvolva

- Realize um ditado de números decimais para que os(as) estudantes utilizem as fichas sobrepostas para montar os números ditados. A seguir, apresentamos alguns exemplos de números que podem ser ditados e sua respectiva representação usando as fichas sobrepostas.

"Três inteiros e sete décimos"

3,	7

"Cinquenta e três centésimos"

0,	5	3

"Dois inteiros, quatrocentos e oito milésimos"

2,	4	0	8

- Durante o ditado, verifique se os(as) estudantes estão utilizando as fichas corretas para compor os números. Por exemplo, ao formar o número três inteiros e sete décimos, pode ocorrer de algum(a) estudante selecionar as fichas 3 (três inteiros) e 0,07 (sete centésimos), o que não corresponde à formação correta.

- Sugerimos que altere a estratégia de leitura dos números, anunciando, por exemplo: "4 inteiros, 3 décimos, 2 centésimos e 1 milésimo". Você também pode pedir que cada time fale um número para que todos(as) possam montar usando suas fichas. Solicite que os(as) estudantes registrem os números formados em uma tabela em seus cadernos:

Número	Decomposição	Como se lê esse número
3,7	3 + 0,7	três inteiros e sete décimos
0,53	0,5 + 0,03	cinquenta e três centésimos

- Os(as) estudantes podem organizar os números ditados em ordem crescente ou decrescente e também localizá-los em uma reta numérica previamente organizada por você.

Vale refletir! Possíveis erros dos(as) estudantes

Uma das dificuldades enfrentadas pelos(as) estudantes é a comparação de números com casas decimais. Muitos(as) desenvolvem conceitos equivocados, como a ideia de que o comprimento do número determina seu valor, levando-os(as) a pensar, por exemplo, que 0,185 é maior que 2. Outros(as) não têm clareza sobre a diferença entre números como 2,05 e 2,5, muitas vezes os confundindo como iguais. Por isso, sempre que possível, é recomendável retomar o uso do quadro de ordens, das fichas sobrepostas e da reta numérica. Esses recursos são valiosos para ajudar a desfazer aprendizagens inadequadas que podem estar bem enraizadas. Dessa forma, é importante questionar e confrontar essas crenças com frequência, utilizando esses materiais como apoio.

Discuta

- Reúna os(as) estudantes para discutir alguns números representados com as fichas sobrepostas, sua decomposição e leitura. Questione-os(as) (se possível, utilizando os números ditados):

- O que foi mais desafiador: montar o número, escrever a decomposição ou fazer a leitura?
- Quais números vocês tiveram mais dificuldade de escrever e decompor? Por quê?
- Qual número é maior: 1,65 ou 1,4? Como vocês sabem?
- Qual é o valor do algarismo 4 nestas duas escritas: 1,46 e 1,64? O que muda? O que permanece?

- Finalize a atividade solicitando que os(as) estudantes resolvam individualmente os problemas propostos na *ficha de atividade, explorando as fichas sobrepostas*. Esta etapa consiste em um teste relâmpago. Recolha as fichas para sua análise e avaliação.

Avaliação em processo - Teste relâmpago

Professor(a), esta é uma proposta diagnóstica rápida, que os(as) estudantes realizam com a finalidade de verificar o quanto aprenderam durante a aula. Após analisar as produções realizadas pelos(as) estudantes, é possível obter uma série de *insights* que podem apoiar as discussões na próxima aula. Dessa maneira, é possível também acompanhar a aprendizagem de cada estudante e da turma, replanejando a estratégia da aula para garantir que nenhum(a) estudante fique para trás e que todos(as) consigam avançar em suas aprendizagens matemáticas.

Prepare o início da próxima aula para realizar uma devolutiva da atividade junto aos(às) estudantes, por meio de uma Roda de Conversa, apontando as estratégias utilizadas, os acertos, os erros e, sobretudo, como superá-los.

Essa atividade pode ser realizada ao final desta aula ou no início da próxima como retomada das aprendizagens realizadas. Entregue aos(às) estudantes a *ficha dez minutos de fluência 4: Decompondo números decimais*. Diga que eles(as) têm cinco minutos para completar as igualdades. Ao final, selecione algumas igualdades para discutir com os(as) estudantes a respeito das estratégias utilizadas por eles(as).

ETAPA 3 - SISTEMATIZAÇÃO

AULAS 8 e 9 - Minha altura, minha obra

Para sua mediação

Você pode planejar esta aula em conjunto com o(a) professor(a) de Arte da sua escola. A ideia é iniciar com uma *nutrição estética* da série de obras Alturas, do artista Alex Flemming.

Para ter acesso às obras, clique na página **Alturas - Alex Flemming**.

Providencie para cada grupo papéis de dois metros de comprimento, cola, rolos e pincéis, tintas de cores diversas, canetinhas, retalhos de papéis coloridos ou outros materiais que desejar.

Nesta aula, os(as) estudantes vão utilizar os barbantes com suas respectivas alturas obtidas na Aula 3: Explorando comprimentos.

Acesse o conjunto de obras da série *Alturas*, de Alex Flemming. Organize um espaço amplo para projeção e realize algumas problematizações, com o objetivo de inserir os(as) estudantes no processo de *nutrição estética*. Pergunte:

- Por que vocês acham que o título desta série é *Alturas*?
- O que vocês imaginam que ele está representando?
- O que as obras têm em comum?
- O artista também preparou o fundo dessa obra. Como ele é?
- Quais são as cores presentes nas obras?
- O que vocês sentem ao olhar para essas obras?
- Têm ideia da dimensão dessas obras?

Apresente um pouco sobre o artista para a turma.

Saiba mais

Sobre Alex Flemming

Paulistano, descendente da junção de uma família tradicional paulista com família de origem alemã, nascido em 1954, Flemming estudou arquitetura, mas não concluiu o curso nem se dedicou a construir casas ou edifícios. Passou a registrar suas impressões da vida pintando, desenhando e gravando.

Flemming é um artista de experimentação constante. Sua obra fala sobre a condição humana, sobre anatomia e emoção, sobre corpo e palavra. Mesmo ao representar roupas e móveis, ele reflete sobre aspectos da vida humana.

Em uma de suas obras da série *Alturas*, Flemming representa a altura real de várias personalidades, como Paulo Caruso, Lívio Tragtenberg, Bete Coelho, Giulia Gam, Júlio Bressane e Horácio Costa. Cada linha na obra representa a altura de uma dessas pessoas. Você consegue imaginar o tamanho deste quadro?

Sobre nutrição estética

No campo da arte, a "nutrição estética", conforme abordada por Gisa Picosque, refere-se ao processo de alimentar e enriquecer o repertório estético e cultural dos indivíduos. Para Picosque, a nutrição estética é uma forma de promover a sensibilidade, o olhar crítico e a capacidade de apreciação das obras artísticas. Esse conceito é fundamental na educação artística, pois busca expandir a compreensão dos(as) estudantes, nutrindo-os(as) com experiências visuais, sensoriais e reflexivas, essenciais para uma apreciação mais profunda do mundo da arte.

A ideia central é que, assim como o corpo precisa de nutrientes para crescer e se desenvolver, o campo estético também necessita de estímulos e vivências que alimentem a percepção, a interpretação e a capacidade de expressão criativa das pessoas. Isso pode ser feito por meio da exposição a diferentes estilos artísticos, movimentos culturais, artistas variados e discussões críticas sobre a arte, com o objetivo de formar um olhar mais sensível e culturalmente enriquecido.

- **Agora é com você!** Convide os(as) estudantes a produzirem uma obra em grupo, utilizando os barbantes guardados na Aula 3.
- Com tinta em mãos, incentive o grupo a criar um fundo colorido para sua obra 3. Ela pode conter algo que seja significativo para o grupo. Eles(as) também devem decidir como posicionar o barbante com as alturas na obra: esticado, enrolado, entrelaçado? Essa é uma decisão do grupo.
- Convide-os(as) a darem um título à obra e expô-la em algum lugar da escola para a apreciação de todos.

AULA 10 - O nosso problema é...

Inicie

Esta é uma proposta de problema, chamada de *problemas não convencionais.*

Vale refletir

Esse tipo de problema é importante, pois impede o desenvolvimento de crenças inadequadas à aprendizagem da matemática. Além disso, com esse tipo de problema, podemos trabalhar com maior liberdade as habilidades de pensamento, sem as eventuais dificuldades de conteúdo específico que os(as) estudantes possam trazer em sua formação.

Trabalhar as habilidades de pensamento também permite desenvolver atitudes, como a organização e a dedicação para aprender, que são o foco deste tipo de atividade.

- Os chamados problemas de travessia têm sua origem em escritos bem antigos e formulações diversas. Os primeiros registros datam do século IX. O que caracteriza esse tipo de problema é que, para resolvê-lo, é preciso organizar as idas e vindas de pessoas, objetos, animais etc., até se completar a travessia, sempre com algumas limitações dependendo de cada situação.

- O problema selecionado exige o raciocínio lógico dedutivo e não possui uma única forma de resolução. Ele exigirá que os(as) estudantes façam um registro organizado para controlar todos os dados e as possibilidades de movimento para realizar a travessia. No entanto, não há uma forma fixa para esse tipo de registro: ele pode ser uma tabela, um diagrama, um texto explicativo de cada etapa da travessia, uma dramatização etc.

Desenvolva

- Apresente o desafio que se encontra na *ficha de resolução de problemas: travessia*, e forneça uma folha de papel branco para que os(as) estudantes realizem o registro da solução em dupla.
- Inicialmente, peça que cada estudante se certifique de que entendeu o texto do problema antes de discutir com o(a) colega de dupla sobre como buscar uma solução.
- Estabeleça o tempo necessário para que todos possam pensar sobre o problema.
- Esclareça que, para resolver esse problema, é preciso dedicação e organização, pois um bom registro é essencial para se encontrar a solução.
- Acompanhe os trabalhos, percorrendo a sala e observando como os(as) estudantes registram suas soluções. Observe se eles(as) fazem listas, desenhos, tabelas etc. Isso é importante para que, na socialização dos resultados, eles(as) possam conhecer outras formas de registro além da que utilizaram na dupla.

Discuta

- Prepare um painel e peça que as duplas colem suas soluções nele.
- O foco não está na resolução correta do problema, mas em como organizar os dados e elaborar uma possível solução.
- Discuta os diferentes recursos utilizados pelas duplas. Escolham uma estratégia para que possam encenar a situação e verificar se, por meio dessa encenação, conseguem chegar a uma possível solução.

Avaliação final

Para finalizar esta SD, sugerimos que os(as) estudantes realizem uma avaliação do trabalho realizado, com algumas perguntas como:

- Qual foi a atividade de que mais gostaram?
- Como foi trabalhar com seu grupo?
- O que aprendemos de matemática?
- O que aprendemos sendo protagonistas?

- Por fim, promova um momento de conversa para trocar opiniões e avaliar.

- Solicite que os(as) estudantes respondam com sinceridade às seguintes questões:
  - Qual das atividades dessa Sequência Didática você mais gostou de realizar? Por quê?
  - Como você avalia a sua participação nas aulas do Clube de Letramento Matemático? Por quê?
  - O que você prefere: trabalhar individualmente ou em grupo? Por quê? O que não foi bom? Por quê?
  - Como você avalia a atuação do(a) professor(a) nas aulas do Clube de Letramento Matemático? Por quê?
  - O que você aprendeu de matemática durante as atividades desta Sequência Didática do Clube? Ficou alguma dúvida?

- Forme uma roda e converse com os(as) estudantes sobre suas percepções em relação a cada pergunta. É importante que o clima na sala seja de troca, escuta e envolvimento, para que eles(as) não se sintam receosos(as) em fazer suas observações. Deixe-os(as) à vontade para falar, e nem todos(as) precisam comentar todas as questões. Apenas certifique-se de que não sejam sempre os(as) mesmos(as) a expor suas ideias e opiniões.

- Recolha todas as avaliações, pois elas podem ser bastante úteis para você durante o trabalho do ano.

- Parabenize a turma e reforce que todos(as) são importantes no Clube, e que ouvi-los(as) é essencial para o avanço e aprendizagem em matemática.

Antes de finalizar o trabalho com esta sequência didática:

- Revise suas anotações, observações e análise das avaliações em processo realizadas pelos(as) estudantes. Verifique se é necessário retomar ou ampliar as propostas realizadas para garantir que todos(as) aprendam.
- Avalie se a composição dos grupos para esta sequência didática funcionou e o que ainda precisa ser levado em consideração no futuro.

Referências bibiliográficas

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador.* Porto Alegre: Penso, 2018.

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas na sala de aula: ensino fundamental.* Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018.

DINIZ, Maria. Ignez. *et al*. A matemática das sete peças do Tangram. 4. ed. São Paulo: CAEM-IME/USP, 2006.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. *Fazendo arte com a matemática*. Porto Alegre: Penso, 2015.

HUMPHREYS, C. & PARKER, R. *Conversas numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática*. Porto Alegre: Penso, 2019.

LLOYD, G. *Developing Essential understanding of Expressions, equations and functions for teaching Mathematics in grades 6-8*. Reston: NCTM, 2011.

MISSE, Bruno Henrique La Briola *et al.* O Tangram como recurso para o trabalho com leitura e escrita nas aulas de matemática. *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática*, Curitiba: 18 a 21 de julho de 2013. ISSN 2178-034X.

MODANEZ, L. *Das sequências de padrões geométricos à introdução ao pensamento algébrico*. Dissertação de mestrado apresentada à PUC SP, 2003. Disponível em: **https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11235/1/leila%20modanez.pdf**. Acesso em: 29 jan. 2025.

NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Org.). *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.).

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.) *Materiais manipulativos para o ensino das quatro operações básicas.* Porto Alegre: Penso, 2016. (Coleção Mathemoteca ; v.2).

SMOLE, K.S; DINIZ, M.I. e CANDIDO, P. *Jogos de matemática de 1º a 5º ano.* Coleção Cadernos do Mathema. Porto Alegre: Artmed, 2006.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis. *In: As ideias da álgebra*. COXFORD, A.F., SHULTE, A.P. (orgs.). São Paulo: Atual, 1994, pp. 9 – 22.

VAN de WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.* 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ESCOLA DAS ADOLESCÊNCIAS

UNDIME União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação
consed Conselho Nacional de Secretários de Educação
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
GOVERNO FEDERAL BRASIL UNIÃO E RECONSTRUÇÃO