

# Relatório Técnico Final

## IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO

**Instituição Executora:** Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA)

**Instituição de vínculo do aluno:** Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)

**Orientadora:** Vanessa Bawden de Paula Macanhan de Arruda

**Co-orientador:** Luciano Fraga

**Nome do Bolsista:** Eron Pontes Lima

**Título do Projeto:** Desenvolvimento de modelo para cálculo de deslocamento de tubos ópticos

**Agência de Fomento:** Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)

**Projeto Vinculado:** Projeto Universal CNPq nº 407802/2021-5

**Período de Vigência da Bolsa:** 01/04/2025 a 28/02/2026

# **Desenvolvimento de modelo para cálculo de deslocamento de tubos ópticos**

## **SUMÁRIO**

1. HISTÓRICO
2. RESUMO
3. OBJETIVO
4. DESCRIÇÃO DO PROJETO
5. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS DURANTE O PERÍODO DA BOLSA
6. RESULTADOS OBTIDOS
7. CONCLUSÕES GERAIS

## 1. HISTÓRICO

O projeto foi desenvolvido no âmbito do Laboratório Nacional de Astrofísica (LNA) e integra o Projeto Universal CNPq nº 407802/2021-5, financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Inserido no contexto da instrumentação astronômica nacional, o trabalho contribui para o desenvolvimento e otimização de componentes estruturais utilizados em sistemas ópticos de alta precisão. A pesquisa está alinhada às iniciativas de aprimoramento tecnológico voltadas à infraestrutura observacional brasileira.

## 2. RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de um modelo computacional para o cálculo do deslocamento de tubos ópticos utilizados em instrumentação astronômica.

A proposta partiu da necessidade de garantir a precisão no alinhamento do feixe luminoso transmitido por tubos estruturais sujeitos à flexão por peso próprio. O modelo desenvolvido permite ao projetista inserir parâmetros como dimensões geométricas do tubo e material, obtendo como resultado o deslocamento esperado de um *pinhole* ou o dimensionamento necessário para atender a tolerância especificada.

A validação do modelo foi realizada por meio de simulações utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF), garantindo maior confiabilidade aos resultados obtidos.

## 3. OBJETIVO

Desenvolver um modelo computacional capaz de determinar o deslocamento de tubos ópticos sujeitos à flexão, permitindo a inserção de parâmetros geométricos e de material para obtenção do parâmetro desejado.

## 4. DESCRIÇÃO DO PROJETO

O projeto foi conduzido com abordagem quantitativa e analítica, fundamentada na teoria da Resistência dos Materiais.

Inicialmente, realizou-se levantamento de dados de tubos comerciais e propriedades mecânicas de materiais comumente utilizados em estruturas optomecânicas. Em seguida, foram desenvolvidos cálculos analíticos baseados em equações clássicas de flexão de vigas para modelar o comportamento estrutural do tubo sob carregamento distribuído (peso próprio).

A partir da formulação matemática, foi implementado um modelo computacional capaz de:

- Receber parâmetros geométricos (comprimento  $L$ , espessura  $e$ );
- Receber propriedades mecânicas do material (módulo de elasticidade);
- Calcular o deslocamento máximo esperado no *pinhole*.

A Figura 1 apresenta esquema para visualização de um tubo generalizado e seus parâmetros.

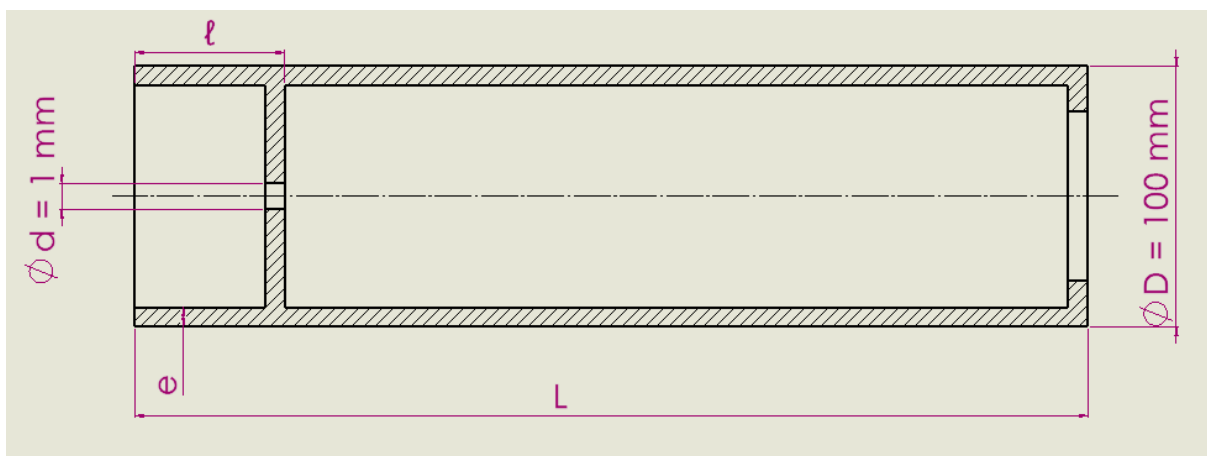


Figura 1 - Esquema do tubo e seus parâmetros

Posteriormente, os resultados analíticos foram comparados com simulações realizadas via Método dos Elementos Finitos (MEF), permitindo validação e análise de precisão do modelo.

## 5. ATIVIDADES DESENVOLVIDAS DURANTE O PERÍODO DA BOLSA

O bolsista iniciou suas atividades com uma pesquisa detalhada de tubos comerciais, realizando o levantamento das propriedades mecânicas e especificações dos materiais necessários para a viabilidade do projeto. Em paralelo, aprofundou-se no estudo teórico de resistência dos materiais, fundamentando a base necessária para o desenvolvimento dos cálculos analíticos estruturais.

Material	Espessura (mm)	Área seção (cm <sup>2</sup> )	Peso (kg/m)	Tensão escoamento (MPa)	Resistência tração (MPa)	Módulo E (GPa)	Densidade (g/cm <sup>3</sup> )
Alumínio 6061-O	2	6,2600	1,69	55	125	68,9	2,7
Alumínio 6061-O	3	9,2900	2,51	55	125	68,9	2,7
Alumínio 6061-O	5	15,1700	4,1	55	125	68,9	2,7
Alumínio 6061-O	6	18,0200	4,87	55	125	68,9	2,7
Alumínio 6061-O	8	23,5200	6,35	55	125	68,9	2,7
Alumínio 6061-T6	2	6,2600	1,69	270	300	69	2,7
Alumínio 6061-T6	3	9,2900	2,51	270	300	69	2,7
Alumínio 6061-T6	5	15,1700	4,1	270	300	69	2,7
Alumínio 6061-T6	6	18,0200	4,87	270	300	69	2,7
Alumínio 6061-T6	8	23,5200	6,35	270	300	69	2,7
Inox 304	2	6,2600	5	290	579	193	7,99
Inox 304	3	9,2900	7,42	290	579	193	7,99
Inox 304	5	15,1700	12,12	290	579	193	7,99
Inox 304	6	18,0200	14,4	290	579	193	7,99
Inox 304	8	23,5200	18,8	290	579	193	7,99
Inox 304L	2	6,2600	5	290	579	193	7,99
Inox 304L	3	9,2900	7,42	290	579	193	7,99
Inox 304L	5	15,1700	12,12	290	579	193	7,99
Inox 304L	6	18,0200	14,4	290	579	193	7,99

Dando continuidade ao trabalho, o bolsista realizou o equacionamento e o desenvolvimento de cálculos analíticos, que serviram de parâmetro para a implementação do modelo computacional.

Foi desenvolvido um modelo analítico fundamentado na teoria clássica da Resistência dos Materiais, utilizando a equação da linha elástica para vigas submetidas a carregamento distribuído (peso próprio).

## 5.1. Deslocamento do Pinhole

A equação para o deslocamento total do pinhole ( $u_{ph}$ ) é dada pela soma da deflexão vertical na extremidade do tubo ( $y(L)$ ) com o deslocamento adicional devido à rotação da seção ( $\theta(L)$ ) projetada a uma distância  $l$ .

$$u_{ph} = y(L) + \theta(L) \cdot l \quad (1)$$

Onde:

- $y(L)$ : Deflexão vertical na extremidade do tubo (em  $x = L$ ).
- $\theta(L)$ : Rotação da seção na extremidade do tubo, em radianos.
- $l$ : Distância do pinhole até o anteparo de projeção.
- $t$ : Espessura do tubo.

## 5.2. Fórmulas da Viga em Balanço

Para uma viga em balanço (cantilever) com carga distribuída  $w$ , a deflexão e a rotação na extremidade livre são:

$$y(L) = \frac{wL^4}{8EI} \quad (2)$$

$$\theta(L) = \frac{wL^3}{6EI} \quad (3)$$

Onde  $E$  é o módulo de elasticidade e  $I$  é o momento de inércia da seção transversal.

A carga distribuída  $w$  corresponde ao peso por unidade de comprimento.

## 5.3. Derivação da Equação Final

Substituindo as equações (2) e (3) na equação (1), obtemos:

$$u_{ph} = \frac{wL^4}{8EI} + \frac{wL^3}{6EI} \cdot l \quad (4)$$

Fatorando os termos comuns:

$$u_{ph} = \frac{wL^3}{EI} \left( \frac{L}{8} + \frac{l}{6} \right) = \frac{wL^3}{EI} \left( \frac{3L + 4l}{24} \right) \quad (5)$$

Resultando em:

$$u_{ph} = \frac{wL^3}{24EI}(3L + 4l) \quad (6)$$

A carga distribuída  $w$  pode ser expressa em função do peso específico do material ( $\rho g$ ) e da área da seção transversal ( $A$ ):

$$w = \rho g A \quad (7)$$

Substituindo (7) em (6), chegamos à fórmula final para o deslocamento:

$$u_{ph} = \frac{\rho g A L^3}{24EI}(3L + 4l) \quad (8)$$

#### 5.4. Parâmetros da Seção Transversal

Para um tubo de diâmetro externo  $D$  e espessura  $t$ , a área ( $A$ ) e o momento de inércia ( $I$ ) são:

$$A = \frac{\pi}{4}(D^2 - (D - 2t)^2) \quad (9)$$

$$I = \frac{\pi}{64}(D^4 - (D - 2t)^4) \quad (10)$$

Isso mostra que o deslocamento é uma função de diversas variáveis:

$$u_{ph} = f(\rho, g, L, l, E, D, t) \quad (11)$$

A partir dessa formulação, foi possível determinar o deslocamento máximo do tubo óptico e, conseqüentemente, o deslocamento do *pinhole*, considerando as condições de contorno equivalentes ao sistema estrutural adotado.

Com o modelo estabelecido, foram executadas simulações via Método de Elementos Finitos (MEF) para a validação das tensões e deformações previstas. Por fim, o trabalho concentrou-se na comparação sistemática entre os modelos analíticos e numéricos, garantindo a precisão dos resultados obtidos e a integridade técnica das soluções propostas.

## **6. RESULTADOS OBTIDOS**

Para exemplificar, a situação apresentada utilizará como parâmetro um tubo de 1 metro de comprimento, parede com espessura igual a 2 milímetros em Alumínio 6061-T6.

$$u_{AN} = 4,5 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

### **6.1 Validação Numérica via Método dos Elementos Finitos**

Para validação do modelo analítico, foram realizadas simulações estruturais por meio do Método dos Elementos Finitos (MEF), utilizando análise estática com carregamento correspondente ao peso próprio do tubo. Para a validação foi utilizado as mesmas especificações apresentadas anteriormente: tubo de 1 metro de comprimento, parede com espessura igual a 2 milímetros em Alumínio 6061-T6.

A Figura 1 apresenta o campo de deslocamentos obtido na simulação numérica, evidenciando o gradiente de deformação ao longo do comprimento do tubo.

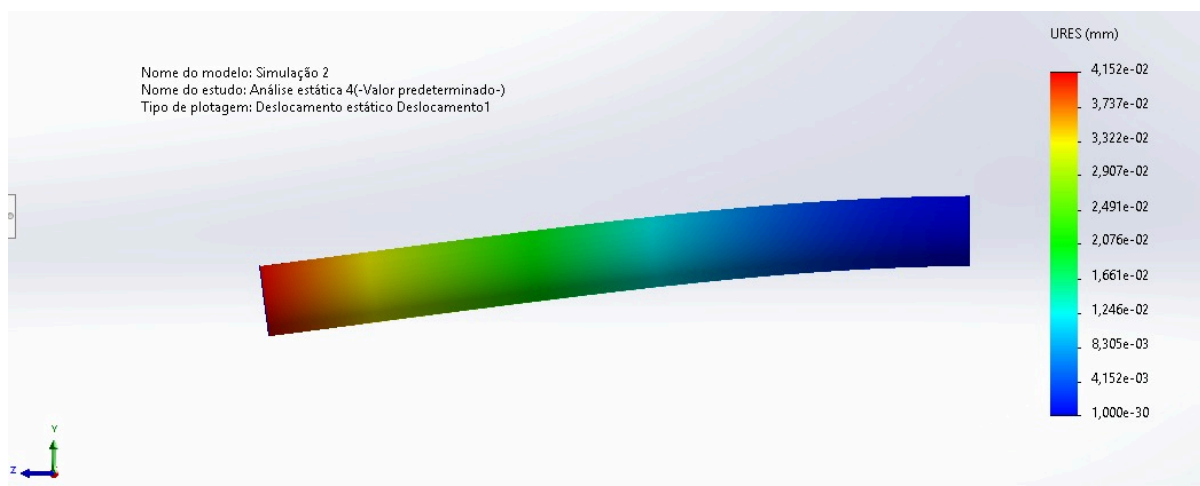


Figura 1 – Campo de deslocamento obtido via MEF (vista lateral).

Observa-se que o deslocamento máximo ocorre na extremidade livre do tubo, comportamento compatível com o modelo teórico de viga engastada sob carregamento distribuído.

A Figura 2 apresenta o detalhamento do deslocamento na região do pinhole.

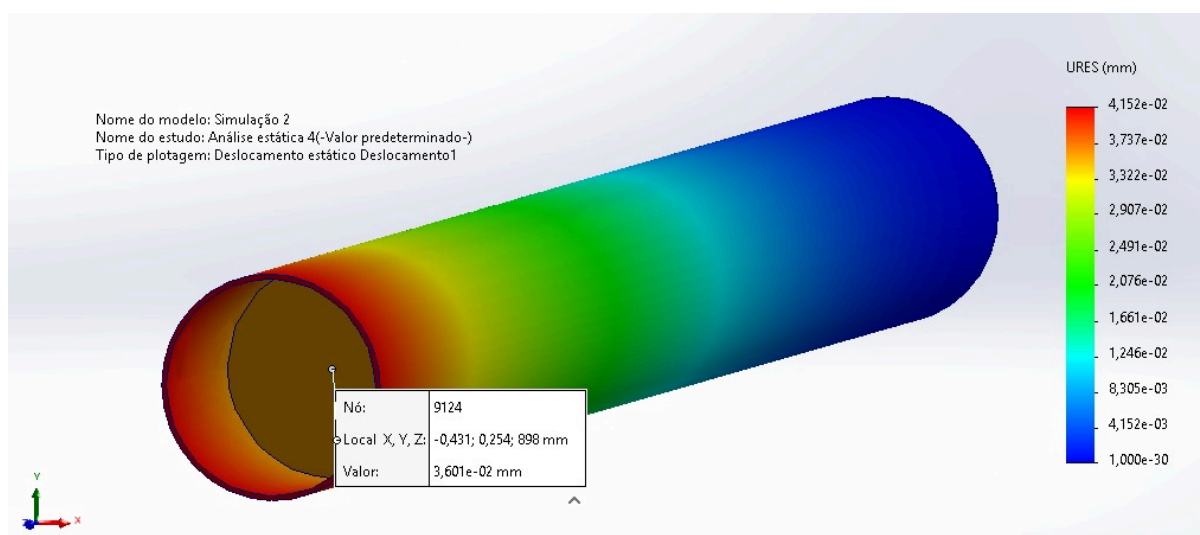


Figura 2 – Detalhamento do deslocamento na seção do pinhole.

O valor máximo obtido via MEF foi da ordem de:

$$u_{MEF} = 3,60 \times 10^{-2} \text{ mm}$$

O resultado se aproxima de forma satisfatória com o valor determinado analiticamente por meio da equação da linha elástica, considerando os mesmos parâmetros geométricos e propriedades do material.

A diferença observada entre os métodos encontra-se dentro da margem esperada para a discretização numérica do MEF, validando o modelo matemático desenvolvido.

## 6.2 Desenvolvimento do Aplicativo Computacional

Com base no modelo analítico validado, foi desenvolvido um aplicativo computacional para automatizar o processo de dimensionamento.

O sistema permite que o projetista:

- Selecione o material do tubo;
- Insira comprimento e espessura;
- Escolha qual parâmetro deseja calcular;
- Obtenha imediatamente o deslocamento estimado ou o parâmetro de dimensionamento necessário.

A Figura 3 apresenta a interface gráfica desenvolvida para o sistema.

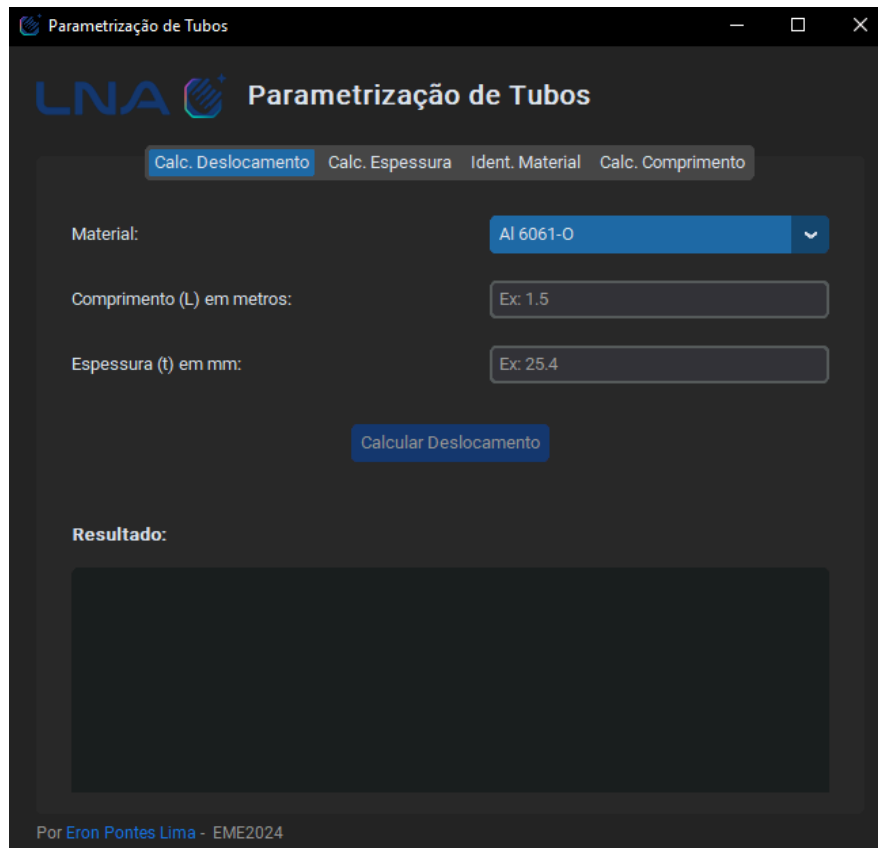


Figura 3 – Interface do aplicativo de parametrização de tubos.

O aplicativo foi estruturado de forma modular, contendo abas para:

- Cálculo de deslocamento;
- Cálculo de espessura;
- Identificação de material;
- Cálculo de comprimento admissível.

A implementação permitiu transformar o modelo matemático em uma ferramenta prática e intuitiva para uso em projetos optomecânicos no Laboratório Nacional de Astrofísica.

## 6.3 Contribuição Técnica

A concordância entre:

- Modelo analítico (linha elástica),
- Simulação via MEF,
- Aplicação computacional implementada,

demonstra a robustez da metodologia adotada.

O sistema desenvolvido reduz significativamente o tempo necessário para análises preliminares de projeto, mantendo a precisão exigida em sistemas ópticos com tolerâncias reduzidas no pinhole.

## 7. CONCLUSÕES GERAIS

A Iniciação Científica proporcionou desenvolvimento técnico significativo na área de engenharia mecânica aplicada à instrumentação astronômica.

O modelo desenvolvido representa uma ferramenta de apoio ao dimensionamento estrutural de tubos ópticos, reduzindo tempo de projeto e aumentando a confiabilidade no alinhamento óptico de instrumentos científicos.

Além da contribuição tecnológica ao LNA, o projeto possibilitou a consolidação de conhecimentos teóricos e práticos em modelagem estrutural, simulação numérica e desenvolvimento computacional aplicado.

Eron Pontes Lima

15 de março de 2026