



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/02.13.17.40-TDI

**UM ESTUDO DE MODELOS ALTERNATIVOS:  
GRAVITAÇÃO, COSMOLOGIA E FONTES DE ONDAS  
GRAVITACIONAIS**

Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pelo Dr. Oswaldo Duarte Miranda, aprovada em 25 de fevereiro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3HU98CH>>

INPE  
São José dos Campos  
2015

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

## **COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):**

### **Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **Membros:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas  
(CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos  
(CPT)

Dr<sup>a</sup> Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação  
(SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/02.13.17.40-TDI

**UM ESTUDO DE MODELOS ALTERNATIVOS:  
GRAVITAÇÃO, COSMOLOGIA E FONTES DE ONDAS  
GRAVITACIONAIS**

Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pelo Dr. Oswaldo Duarte Miranda, aprovada em 25 de fevereiro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3HU98CH>>

INPE  
São José dos Campos  
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Moraes, Pedro Henrique Ribeiro da Silva.

M791e Um estudo de modelos alternativos: gravitação, cosmologia e fontes de ondas gravitacionais / Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes. – São José dos Campos : INPE, 2015.  
xxv + 96 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/02.13.17.40-TDI)

Tese (Doutorado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.  
Orientador : Dr. Oswaldo Duarte Miranda.

1. Cosmologia. 2. Gravitação. 3. Ondas gravitacionais.  
4. Relatividade. 5. Energia escura. I.Título.

CDU 531.5+524.8

---

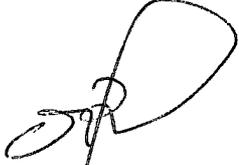


Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de **Doutor(a)** em  
**Astrofísica**

Dr. Odylio Denys de Aguiar



---

Presidente / INPE / SJCampos - SP

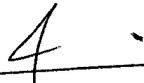
Dr. Oswaldo Duarte Miranda



---

Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Jailson Souza de Alcaniz



---

Convidado(a) / ON / Rio de Janeiro - RJ

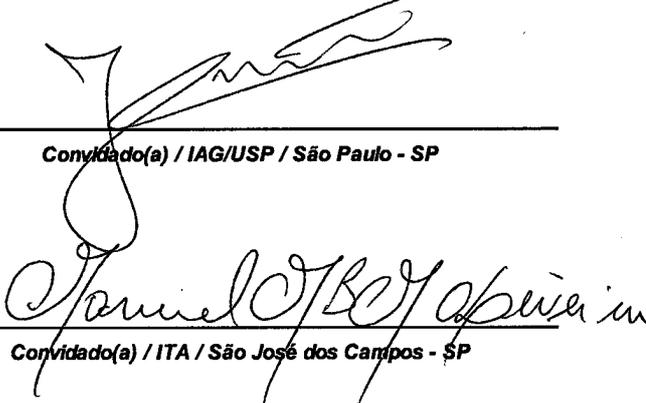
Dr. Jorge Ernesto Horvath



---

Convidado(a) / IAG/USP / São Paulo - SP

Dr. Manuel Máximo Bastos Malheiro de  
Oliveira



---

Convidado(a) / ITA / São José dos Campos - SP

**Este trabalho foi aprovado por:**

maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Pedro Henrique Ribeiro da Silva Moraes**

**São José dos Campos, 25 de Fevereiro de 2015**



*“A percepção do desconhecido é a mais fascinante das experiências.  
O homem que não tem os olhos abertos para o mistério passará pela  
vida sem ver nada”.*

ALBERT EINSTEIN



*A meus pais Doraci e Alvaro e ao meu irmão Lucas, por tudo que passamos, que nos tornou mais fortes, corajosos e unidos*



## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe, Doraci Ribeiro da Silva Moraes, por ter dado todo o suporte que precisei ao longo dessa caminhada e por ser um exemplo de pessoa forte e determinada. A meu pai, Álvaro Eduardo de Moraes, por ter me apontado a constelação de Órion em minha remota infância. Tal ação gerou uma cadeia de eventos que culmina na defesa da presente tese. A meu irmão, Lucas Ribeiro da Silva Moraes, por ser inigualável companhia e dedicar-se tanto a nossa família.

A meus primos: Guilherme Ribeiro, por proporcionar-me inúmeros momentos salutares; Gabriel Ribeiro, por confiar em mim como seu mentor; e Otto Luiz Ribeiro da Silva, pelas inúmeras situações cômicas oferecidas.

A meu tio, Marco Antônio Pereira da Silva (vulgo Jack), por comemorar cada conquista minha como se fosse dele.

Aos meus amigos: Rafael Augusto Couceiro Corrêa e João Rafael Lúcio dos Santos, pela parceria profissional; João Rafael Lasmar Guimarães, pela duradoura amizade; Ana Virginia Penacchioni, por sua mui aprazível companhia; e Caio Lima de Melo Machado, pelo carinho e admiração despendidos.

A minha professora de meditação e *dharma*, Miriam de Oliveira Lazarim, por mostrar-me o caminho.

Ao meu orientador, Dr. Oswaldo Duarte Miranda, por proporcionar-me a oportunidade de trabalhar na fronteira do conhecimento e pelos fundamentos teóricos de cosmologia e gravitação concedidos.

Quero agradecer, de maneira especial, a todos aqueles que participaram ativamente do difícil e exigente momento pelo qual minha família recentemente passou: minha professora de *dharma*, Arlette Zucchi Griskonis, por ensinar-me o mantra da saúde, que fluiu em minha mente por incontáveis vezes, trazendo-me paz e esperança; minha madrinha, Flávia Cristina Moraes Campos, pela sua acentuada emoção em tudo o que faz, fala e pensa; Josenaldo Soares Franklin, amigo da família, por sua assídua dedicação em confortar-nos e recuperar a saúde do meu pai; meu primo, Rafael Pereira da Silva, por ser meu maior exemplo de bondade e caráter; minhas primas, Marina Cristina Moraes Campos, por sua incessante ternura e Paula Cristina Moraes Campos, por ter encarado diversas dificuldades por amor e pelo bem da família.



## RESUMO

A Relatividade Geral considera o universo como uma entidade de  $3 + 1$  dimensões, sendo três delas espaciais e uma temporal. Dela, é diretamente derivado o Modelo Cosmológico  $\Lambda$ CDM (ou Modelo Cosmológico Padrão), que considera o universo como homogêneo e isotrópico, e apesar de ser bem-sucedido na combinação entre teoria e observação, carece de explicações físicas consistentes para  $\sim 95\%$  da composição de matéria-energia do universo. O presente trabalho tem como principal propósito analisar modelos cosmológicos derivados de teorias de gravitação alternativas à Relatividade Geral. Tais modelos surgem na literatura para tratar as inconsistências e/ou incompletudes do Modelo Cosmológico  $\Lambda$ CDM. Também analisamos um caso alternativo para o estudo de fontes de ondas gravitacionais, bem como suas implicações observacionais.



# A STUDY OF ALTERNATIVE MODELS: GRAVITATION, COSMOLOGY AND GRAVITATIONAL WAVE SOURCES

## ABSTRACT

General Relativity considers the universe as an entity of  $3 + 1$  dimensions, with three of them being spatial and one temporal. It is directly derived from it the  $\Lambda$ CDM Cosmological Model (or Standard Model), which considers the universe as homogeneous and isotropic, and despite being successful in matching theory and observation, necessitates consistent physical explanations for  $\sim 95\%$  of the matter-energy universe composition. The present work has as its main purpose to analyse cosmological models derived from gravitational theories alternative to General Relativity. Such models rise in the literature in order to treat the inconsistencies and/or incompleteness of  $\Lambda$ CDM Cosmological Model. We also analyse an alternative case for the study of gravitational wave sources, as well as their observational consequences.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Três estágios de um processo de coalescência de um sistema binário de objetos compactos. Fonte: (VAISHNAV, 2007) . . . . .	9
7.1 Evolução da função $\alpha/\alpha_0$ com o redshift. . . . .	61
7.2 Evolução da função $\dot{\alpha}/\alpha$ com o redshift. . . . .	61
8.1 Comportamento da densidade do universo contra o tempo para $m = 3, \lambda = 3, C_1 = 3, C_2 = 0$ . . . . .	66
8.2 Comportamento da pressão do universo contra o tempo para $m = 3, \lambda = 3, C_1 = 3, C_2 = 0$ . . . . .	66
8.3 Comportamento da pressão do universo contra o tempo para $m = 2, \lambda = -6, 5$ . . . . .	67
9.1 Comportamento do parâmetro de Hubble $H(t)$ com $A = 5, \alpha = -1, \beta = 3/2, a_0 = 3/2$ e $B = -3$ para a curva em preto, $a_0 = 1/32$ e $B = 0$ para a curva em vermelho, $a_0 = 1/64$ e $B = 1$ para a curva em azul, e $A = 5, \alpha = -2, \beta = 1/2, a_0 = 1/16$ e $B = -2$ para a curva em verde. . . . .	78
9.2 Comportamento do fator de escala $a(t)$ com $A = 5, \alpha = -1, \beta = 3/2, a_0 = 3/2$ e $B = -3$ para a curva em preto, $a_0 = 1/32$ e $B = 0$ para a curva em vermelho, $a_0 = 1/64$ e $B = 1$ para a curva em azul, e $A = 5, \alpha = -2, \beta = 1/2, a_0 = 1/16$ e $B = -2$ para a curva em verde. . . . .	78
9.3 Comportamento do parâmetro de aceleração $\bar{q}(t)$ , em que foi considerado $A = 5, \alpha = -1, \beta = 3/2$ com $B = -3$ para a curva em preto, $B = 0$ para a curva em vermelho, $B = 1$ para a curva em azul, e $A = 5, \alpha = -2, \beta = 1/2, B = -2$ para a curva em verde. . . . .	79
9.4 Comportamento do parâmetro da equação de estado $\omega(t)$ , com $A = 5, \alpha = -1, \beta = 3/2$ e $B = -3$ na curva em preto, $B = 0$ na curva em vermelho, $B = 1$ na curva em azul, e $A = 5, \alpha = -2, \beta = 1/2, B = -2$ na curva em verde. A figura no painel abaixo mostra em maiores detalhes o comportamento tipo-plateau de $\omega(t)$ , que ocorre para a curva em azul. . . . .	80

9.5 Comportamento do parâmetro da equação de estado  $\omega(t)$  com  $b_3 = b_1 = 1/2$ ,  $A = 5$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3/2$  e  $B = -3$  para a curva em preto,  $B = 0$  para a curva em vermelho e  $B = 1/2$  para a curva em azul. Também apresentamos  $A = 5$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 1/2$  e  $B = -2$  na curva em verde. . . 81

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

RG	–	relatividade geral
EsC	–	equações de campo
$\Lambda$ CDM	–	<i><math>\Lambda</math>-cold dark matter</i>
EdS	–	equação de estado
EE	–	energia escura
CC	–	constante cosmológica
OG	–	onda gravitacional
aLIGO	–	<i>advanced laser interferometer gravitational-wave observatory</i>
EQ	–	estrela de quarks
SB	–	sistema binário
GRB	–	<i>gamma-ray burst</i>
KK	–	Kaluza-Klein
RS	–	Randall-Sundrum
EN	–	estrela de nêutrons
lGRB	–	<i>long gamma-ray burst</i>
sGRB	–	<i>short gamma-ray burst</i>
BN	–	buraco negro
PN	–	pós-newtoniana
ME	–	matéria estranha
ET	–	<i>Einstein telescope</i>
AB	–	anã-branca
NGO	–	<i>european new gravitational wave observatory</i>
FRW	–	Friedmann-Robertson-Walker
EsF	–	Equações de Friedmann
MMI	–	modelo de matéria induzida
AdS	–	anti-de Sitter
SR	–	razão sinal-ruído
MF	–	matriz de Fisher
MFC	–	matriz de Fisher covariante
SGR	–	<i>soft gamma repeaters</i>
MSV	–	método de separação de variáveis
MACHOs	–	<i>massive compact halo objects</i>



# SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2 ONDAS GRAVITACIONAIS</b> . . . . .	<b>5</b>
2.1 Equação da onda . . . . .	5
2.2 Fontes de ondas gravitacionais . . . . .	6
2.2.1 Sistemas binários compactos e <i>Gamma-Ray Bursts</i> . . . . .	6
2.2.2 Sistemas binários compactos com estrelas de quarks . . . . .	9
2.2.3 Sistemas binários de anãs-brancas . . . . .	10
2.3 Detectores de ondas gravitacionais . . . . .	10
2.3.1 Advanced LIGO . . . . .	11
2.3.2 Einstein Telescope . . . . .	12
2.4 A técnica de <i>Matched Filtering</i> . . . . .	13
2.5 Sistemas binários em espiralação como fontes de ondas gravitacionais . . . . .	17
<b>3 A COSMOLOGIA CLÁSSICA</b> . . . . .	<b>21</b>
3.1 O Modelo Cosmológico $\Lambda$ CDM . . . . .	21
3.1.1 Homogeneidade e Isotropia . . . . .	21
3.1.2 Relatividade Geral . . . . .	22
3.1.3 A conservação do tensor energia-momentum e os campos de matéria . . . . .	24
3.2 A dinâmica do universo $\Lambda$ CDM . . . . .	25
3.3 A necessidade da inflação no modelo $\Lambda$ CDM . . . . .	26
<b>4 MODELOS ALTERNATIVOS DE GRAVITAÇÃO</b> . . . . .	<b>29</b>
4.1 O modelo gravitacional de Kaluza-Klein . . . . .	30
4.2 O modelo gravitacional de Randall-Sundrum . . . . .	32
4.3 Teorias $f(R, T)$ . . . . .	36
4.4 Modelos de quintessência . . . . .	37
<b>5 PROVANDO ESTRELAS DE QUARKS COM DETECTORES DE ONDAS GRAVITACIONAIS AVANÇADOS</b> . . . . .	<b>39</b>
5.1 O estado fundamental da matéria . . . . .	39
5.2 A produção astrofísica de <i>strangelets</i> . . . . .	40

5.3	A taxa de eventos de sistemas binários . . . . .	41
5.4	A incerteza na massa dos sistemas binários . . . . .	42
5.5	Quais foram os Progenitores de GRB 070201 e GRB 051103? . . . . .	45
5.6	Justificativa para a escolha da massa das estrelas de quarks . . . . .	47
<b>6</b>	<b>VINCULANDO A TENSÃO NA BRANA NA COSMOLOGIA DE RANDALL-SUNDRUM ATRAVÉS DE ONDAS GRAVITACIONAIS EMITIDAS POR SISTEMAS BINÁRIOS DE ESTRELAS DE NÊUTRONS . . .</b>	<b>51</b>
6.1	Sistemas binários de estrelas de nêutrons como sirenes padrão . . . . .	51
6.2	Uma inovadora abordagem para sistemas binários de estrelas de nêutrons . . . . .	52
6.3	Vinculando o parâmetro de densidade de tensão na brana a partir da propagação de erros . . . . .	53
<b>7</b>	<b>COSMOLOGIA A PARTIR DO MODELO GRAVITACIONAL DE KALUZA-KLEIN . . . . .</b>	<b>57</b>
7.1	Análise da cosmologia a partir do modelo de Kaluza-Klein . . . . .	57
<b>8</b>	<b>COSMOLOGIA A PARTIR DO MODELO DE MATÉRIA INDUZIDA APLICADO À TEORIA <math>f(R, T)</math> EM 5D . . . . .</b>	<b>63</b>
8.1	As equações de campo de Einstein e a aplicação do Modelo de Matéria Induzida . . . . .	63
8.2	Soluções cosmológicas . . . . .	65
8.3	A expansão acelerada do universo . . . . .	67
8.4	A aplicação da condição cilíndrica e a descrição da era da radiação . . . . .	68
<b>9</b>	<b>COSMOLOGIA DE DOIS CAMPOS ESCALARES A PARTIR DE MODELOS DE UM CAMPO ACOPLADOS . . . . .</b>	<b>71</b>
9.1	Fundamentos para o estudo de dois campos escalares em um espaço- tempo plano . . . . .	71
9.2	O método de extensão . . . . .	73
9.3	O modelo efetivo - Exemplo . . . . .	74
9.4	Análise dimensional . . . . .	77
9.5	Interpretações cosmológicas . . . . .	77
<b>10</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>83</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>87</b>

# 1 INTRODUÇÃO

“O primeiro passo é a metade do caminho”

(Autor desconhecido)

Uma vez publicada a teoria da Relatividade Geral (RG) de Einstein em 1915 (EINSTEIN, 1915), modelos cosmológicos passaram a ser dela derivados. Um modelo cosmológico derivado da RG deve partir das soluções de suas equações de campo (EsC)

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

com  $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - (1/2)g_{\mu\nu}R$  sendo o tensor de Einstein,  $R_{\mu\nu}$  o tensor de Ricci, dado pela contração do tensor de Riemann tal que  $R_{\mu\nu} = g^{\alpha\beta}R_{\beta\mu\alpha\nu}$ , com

$$R_{\nu\alpha\beta}^{\mu} = \partial_{\alpha}\Gamma_{\nu\beta}^{\mu} - \partial_{\beta}\Gamma_{\nu\alpha}^{\mu} + \Gamma_{\nu\beta}^{\gamma}\Gamma_{\gamma\alpha}^{\mu} - \Gamma_{\nu\alpha}^{\gamma}\Gamma_{\gamma\beta}^{\mu}, \quad (1.2)$$

sendo

$$\Gamma_{\nu\alpha}^{\mu} = \frac{1}{2}g^{\mu\beta}(\partial_{\nu}g_{\beta\alpha} + \partial_{\alpha}g_{\beta\nu} - \partial_{\beta}g_{\nu\alpha}) \quad (1.3)$$

a conexão métrica,  $g_{\mu\nu}$  a métrica,  $R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}$  o escalar de Ricci,  $8\pi^1$  a constante de acoplamento,  $T_{\mu\nu}$  o tensor energia-momentum e os índices  $\mu, \nu, \alpha, \beta, \gamma$  assumem os valores 0, 1, 2, 3, pois considera-se o espaço-tempo como uma entidade de 3 + 1 dimensões, sendo três delas espaciais e uma temporal. Para o caso do universo ser permeado por um fluido perfeito, tem-se  $T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p)$ , sendo  $\rho$  e  $p$  a densidade e a pressão do universo, respectivamente. Com isso, o desenvolvimento de  $G_{\mu\nu}$ , a partir da substituição de uma métrica em (1.1), evidencia as soluções para  $\rho$  e  $p$ .

Atualmente o modelo cosmológico mais bem aceito na comunidade científica, por seu alto grau de concordância com dados observacionais e simplicidade, é o modelo

---

<sup>1</sup>Ao longo do texto serão utilizadas unidades naturais tais que  $c = G = 1$ .

$\Lambda$ CDM ( $\Lambda$  - *cold dark matter*). Sabe-se que um universo preenchido em sua maior parte por matéria não prediz de forma coerente o valor da distância de luminosidade de Supernovas do tipo Ia (RIESS, 1998; PERLMUTTER, 1999). Para contornar-se tal questão, assume-se que o universo contém uma espécie de fluido exótico de equação de estado (EdS)  $\omega = p/\rho \sim -1$ , conhecido como energia escura (EE), que atualmente domina a sua dinâmica, fazendo com que sua expansão ocorra de forma acelerada. Fisicamente, tal EdS está relacionada à energia quântica do vácuo, que matematicamente é representada pela inserção da constante cosmológica (CC)  $\Lambda$  nas EsC (1.1), tendo-se então:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu}. \quad (1.4)$$

A distância de luminosidade derivada a partir de (1.4)<sup>2</sup>, para determinado valor da CC, combina com os valores observacionais de tal grandeza para Supernovas Ia (RIESS, 1998; PERLMUTTER, 1999). No entanto, apesar de tal sucesso, há fortes indícios de que a interpretação física de  $\Lambda$  não seja coerente. Quando comparamos seu valor obtido via observação de anisotropias na temperatura da radiação cósmica de fundo (HINSHAW, 2013) com o obtido via Física de Partículas (WEINBERG, 1989), a enorme discrepância entre esses valores, nomeada “problema da CC”, implica no surgimento de diversos modelos de gravitação alternativos à RG, desenvolvidos com o intento de explicar a EE, ou, genericamente, tratar a questão da expansão acelerada do universo e evadir o problema da CC.

Dentre os principais modelos alternativos de gravitação, pode-se citar: teorias  $f(R)$  (SOTIRIOU T.P.; FARAONI, 2010), nas quais a parte gravitacional da ação, da qual as EsC do modelo são derivadas, depende de uma função genérica do escalar de Ricci<sup>3</sup>; teorias  $f(R, T)$  (HARKO, 2011), nas quais, além da função genérica de  $R$ , a ação também depende de uma função de  $T$ , o traço do tensor energia-momentum; modelos extradimensionais (CLIFTON, 2012), que definem o espaço-tempo como uma entidade com cinco ou mais dimensões; e modelos de quintessência (TSUJIKAWA, 2013), nos quais a dinâmica do universo é regida por um campo escalar.

É intuitivo que ao tomar-se modelos gravitacionais alternativos como plano de fundo para estudar-se o universo, modelos cosmológicos alternativos ao  $\Lambda$ CDM

---

<sup>2</sup>Vide Capítulo 3.

<sup>3</sup>Ressalte-se que a ação de Einstein-Hilbert, donde as equações de campo da RG são derivadas, apresenta um termo linear em  $R$  (vide Capítulo 4).

sejam obtidos. O foco da presente tese situa-se justamente no estudo de modelos cosmológicos alternativos ao  $\Lambda$ CDM.

Além disso, iremos apresentar uma análise sobre fontes de ondas gravitacionais (OGs). Em 1916, Einstein percebeu os efeitos de uma propagação à velocidade finita em suas equações de gravitação e predisse a existência de soluções tipo-onda nas EsC para o vácuo linearizadas (EINSTEIN, 1916). A amplitude típica dessas ondas seria  $\sim 10^{-21}m$ , e uma fundamental corroboração da RG no aspecto astrofísico poderá advir de sua detecção. Para isso, detectores de OGs, como Advanced LIGO (aLIGO) (HARRY, 2010), têm sido implementados, o que deve tornar a detecção de OGs factível num curto intervalo de tempo.

Nesta tese, nós mostramos que OGs poderão configurar-se num importante ferramental para o estudo de estrelas de quarks (EQs), bem como para o estudo de dimensões extras. Com relação às EQs, propomos que os GRB 070201 e GRB 051103, cuja não detecção pelo LIGO, em sua configuração inicial, ainda aguarda uma explicação, podem ter sido originados num sistema binário (SB) em que pelo menos uma das estrelas era uma EQ.

O presente texto está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 salientaremos a predição teórica da existência de OGs, bem como introduziremos alguns conceitos básicos sobre o que concerne aos detectores de OGs que foram abordados durante o doutoramento e às fontes de OGs a serem, por eles, detectadas. No Capítulo 3 apresentaremos as principais características e equações do modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM. No Capítulo 4 descreveremos os modelos de gravitação alternativa que foram abordados ao longo deste processo de doutoramento. No Capítulo 5, o trabalho sobre EQs como fontes de OGs e prováveis sistemas progenitores de *Gamma-ray bursts* (GRBs) será exposto. No Capítulo 6 apresentaremos uma inovadora forma de vincular-se os valores da tensão na brana no modelo extradimensional de Randall-Sundrum (RS) enquanto o Capítulo 7 apresentará a forma funcional que um parâmetro de quinta dimensão no modelo de Kaluza-Klein (KK) deve apresentar para mimetizar os efeitos dinâmicos da presença de uma CC em quatro dimensões (4D). No Capítulo 8 será exibido um modelo cosmológico derivado do tratamento de teorias  $f(R, T)$  em 5D. No Capítulo 9 apresentaremos as implicações cosmológicas de um modelo de quintessência com dois campos escalares, enquanto o Capítulo 10 é destinado às conclusões.

São frutos desta tese os seguintes artigos: *Cosmology from Kaluza-Klein gravitational model*, *AIP Conference Proceedings* **1483**, 435 (2012); *Cosmology from Induced Matter Model Applied to 5D  $f(R, T)$  Theory*, *Astrophysics and Space Science* **352**, 273 (2014); *Two scalar field cosmology from coupled one-field models*, *Physical Review D* **89**, 083516 (2014); *Probing strange stars with advanced gravitational wave detectors*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters* **445**, L11 (2014); *Constraining the brane tension in Randall-Sundrum cosmology through gravitational waves from binary neutron stars*, *Astrophysics and Space Science* **354**, 2121 (2014).

## 2 ONDAS GRAVITACIONAIS

*“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos.”*

(Isaac Newton)

Neste capítulo, apresentaremos a equação de onda obtida a partir da linearização das EsC de Einstein. Também iremos abordar fontes e detectores de OGs.

### 2.1 Equação da onda

Vamos linearizar as EsC de Einstein (1.1) tomando

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (2.1)$$

sendo  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ . À primeira ordem em  $h_{\mu\nu}$ , as conexões métricas e o tensor de Riemann são:

$$\Gamma_{\mu\rho}^{\nu} = \frac{1}{2}\eta^{\nu\lambda}(\partial_{\rho}h_{\lambda\mu} + \partial_{\mu}h_{\lambda\rho} - \partial_{\lambda}h_{\mu\rho}), \quad (2.2)$$

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2}(\partial_{\rho\nu}h_{\mu\sigma} + \partial_{\sigma\mu}h_{\nu\rho} - \partial_{\rho\mu}h_{\nu\sigma} - \partial_{\sigma\nu}h_{\mu\rho}). \quad (2.3)$$

A Eq.(2.3) pode ser simplificada se introduzirmos o tensor

$$\bar{h}^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}h, \quad (2.4)$$

sendo  $h = \eta_{\alpha\beta}h^{\alpha\beta}$  e  $\bar{h} = -h$ . Um pouco de álgebra leva-nos a

$$\square\bar{h}_{\nu\sigma} + \eta_{\nu\sigma}\partial^{\rho}\partial^{\lambda}\bar{h}_{\rho\lambda} - \partial^{\rho}\partial_{\nu}\bar{h}_{\rho\sigma} - \partial^{\rho}\partial_{\sigma}\bar{h}_{\rho\nu} + \mathcal{O}(h^2) = -16\pi T_{\nu\sigma}, \quad (2.5)$$

com  $\square = \eta_{\rho\sigma}\partial^{\rho}\partial^{\sigma}$ . Impondo-se o calibre de Lorentz,

$$\partial_{\nu}\bar{h}^{\mu\nu} = 0, \quad (2.6)$$

na Eq.(2.5), obtemos

$$\square \bar{h}_{\nu\sigma} = -16\pi T_{\nu\sigma}. \quad (2.7)$$

Queremos estudar a propagação das OGs uma vez que elas foram geradas. Tomando-se  $T_{\mu\nu} = 0$  em (2.7), obtemos a equação de onda no vácuo:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} = 0. \quad (2.8)$$

Tal equação representa uma onda propagando-se no vácuo à velocidade da luz. De fato, as OGs distorcem o espaço-tempo conforme propagam-se por ele a essa velocidade. Abaixo, apresentaremos objetos astrofísicos que representam fontes de OGs.

## 2.2 Fontes de ondas gravitacionais

### 2.2.1 Sistemas binários compactos e *Gamma-Ray Bursts*

SBs compactos caracterizam as principais fontes de OGs (CUTLER, 1993). Eles contêm estrelas de nêutrons (ENs) e/ou buracos negros (BNs). Uma EN é o remanescente de uma explosão de supernova conhecida por sua alta densidade, campo gravitacional forte e alta taxa de rotação. Além de caracterizarem as principais fontes de OG, SBENs em coalescência têm uma contrapartida observacional expressiva, uma vez que estão relacionados aos eventos explosivos mais extremos do universo, os GRBs, definidos como *flashes* eletromagnéticos na banda de raios-*gamma* associados à explosões extremamente energéticas observadas em galáxias distantes. De fato, havia muita controvérsia quanto à medida de distância dos primeiros GRBs detectados. Pela enorme quantidade de energia liberada, esperava-se que estes fossem objetos galácticos. No entanto, a partir do estudo do *afterglow* de GRBs, tal controvérsia desvaneceu. É previsto teoricamente (veja, por exemplo, (LIANG E.P.; MATHEWS, 1996)) que explosões de GRBs sejam seguidas por um sinal eletromagnético dissipativo em comprimentos de onda maiores, o chamado *afterglow*. Uma vez que saiba-se aproximadamente a posição de um GRB no céu, tal informação pode ser transferida para telescópios terrestres, que passam a visar a detecção do *afterglow*, conseguindo assim, uma medida mais precisa da distância até o GRB. O fato da distribuição de GRBs no céu ser isotrópica também gradualmente

fortaleceu a interpretação cosmológica para estes eventos (MEEGAN, 1992).

Raios-*gamma* não ultrapassam a atmosfera terrestre, logo, experimentos com o intuito de detectá-los devem situar-se acima de nossa atmosfera, caso do IPN3 (*Third Interplanetary Network*) (veja, por exemplo, (LUGINBUHL, 1995)). Os GRBs são divididos em duas categorias: GRBs de longa duração (IGRBs)<sup>1</sup>, cujo *burst* dura mais do que 2s e GRBs de curta duração (sGRBs)<sup>2</sup>, cujo *burst* dura no máximo 2s. De fato, SBENs são os principais candidatos a sistemas progenitores de sGRBs, que também podem ser gerados por SBs EN-BN (NAKAR, 2007). Para que ENs se fundam, é necessário que elas estejam inicialmente a uma grande distância, e inspirem vagarosamente até contactarem-se. Tal processo, usualmente, leva bilhões de anos. Isso significa que no momento em que a fusão ocorre, as estrelas massivas da galáxia hospedeira já morreram<sup>3</sup>, sobrando apenas estrelas mais velhas. Assim, espera-se encontrar-se sGRBs em galáxias elípticas. Por outro lado, IGRBs surgem do colapso de estrelas massivas ( $\sim 100M_{\odot}$ ). Espera-se encontrar-se IGRBs em locais de formação de estrelas massivas, já que a formação e o estágio final de tais estrelas devem ocorrer no mesmo ambiente, como braços de galáxias espirais.

As medidas com maior acurácia no que concerne às ENs são as determinações de massa a partir de pulsares<sup>4</sup>. Apesar da maioria das ENs ter massa próxima a  $1,3 - 1,4M_{\odot}$  (LATTIMER, 2012), há amplo suporte observacional de pulsares com ENs de massas significativamente maiores que  $1,4M_{\odot}$ , por exemplo, o PSR J1614 – 2230, com massa  $(1,97 \pm 0,04)M_{\odot}$  (GUILLEMOT, 2012), que causa alguma controvérsia sobre sua origem.

Quanto à formação de BNs, ela ocorre quando matéria colapsa à densidade infinita, produzindo uma singularidade de curvatura infinita no tecido do espaço-tempo. De fato, tais objetos podem ser remanescentes de GRBs. Cada BN é rodeado por um horizonte de eventos, no qual a velocidade de escape é a velocidade da luz. Quando SBBNs se fundem, forma-se um único horizonte de eventos cuja área é no mínimo tão grande quanto a soma dos horizontes individuais (CENTRELLA, 2010).

Astrônomos encontraram evidências para a existência de BNs por todo o universo. Os

---

<sup>1</sup>Sigla para *Long Gamma-Ray Bursts*.

<sup>2</sup>Sigla para *Short Gamma-Ray Bursts*.

<sup>3</sup>Lembre-se que do estudo de Evolução Estelar, sabe-se que estrelas massivas “morrem” mais rapidamente.

<sup>4</sup>Estrelas de nêutrons que apresentam desalinhamento entre o eixo magnético e o de rotação, que faz com que uma enorme quantidade de radiação seja emitida em seus pólos.

menores deles, conhecidos como BNs estelares, têm massas no intervalo  $\sim (3-30)M_{\odot}$  e se formam como produto final da evolução de estrelas massivas. BNs de massa intermediária têm massas no intervalo  $\sim (10^2 - 10^4)M_{\odot}$ . Eles podem formar-se como resultado de múltiplas fusões de objetos menores nos centros de aglomerados estelares densos. Por fim, BNs supermassivos têm massas  $\sim (10^4 - 10^9)M_{\odot}$  e são encontrados no centro de galáxias, incluindo a Via Láctea.

Fusões de SBBNs de massas comparáveis estão entre as mais fortes fontes de OGs. De fato, tal fenômeno, que resulta na “morte” dos SBs consiste de três estágios:

- *inspiração (inspiral)*: uma vez que os BNs estão consideravelmente separados, eles podem ser tratados como partículas pontuais. A dinâmica e as formas de onda podem ser calculadas utilizando-se equações pós-newtonianas (PN), que resultam de uma expansão sistemática das EsC de Einstein em potências de  $v^2$ , com  $v$  sendo a velocidade orbital do sistema (BLANCHET, 2006). São produzidas OGs com a forma característica de um *chirp*, que é uma senoide com frequência e amplitude crescentes com o tempo;
- *fusão (merger)*: conforme os BNs inspiralam, eles atingem o regime da dinâmica de campo forte da RG. Os objetos se fundem, formando um único BN altamente distorcido e assimétrico, rodeado por um horizonte de eventos comum. Uma vez que as aproximações de partícula pontual e PN passam a ser inválidas, simulações de relatividade numérica das EsC de Einstein são necessárias. Devido à dificuldade em realizar-se tais simulações, as formas de onda ainda são desconhecidas (CENTRELLA, 2010);
- *ringdown*: o remanescente de BN altamente assimétrico estabelece-se em um BN quiescente em rotação, perdendo sua assimetria pela emissão de OG. Diversas técnicas analíticas da teoria de perturbação de BNs (BERGER, 1973) formam a base dos cálculos que prevêm formas de onda na forma de sinusoides exponenciais amortecidos (BERTI, 2009).

A figura abaixo é uma representação artística destes três estágios.

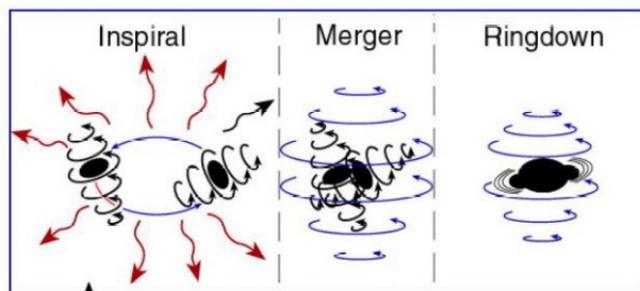


Figura 2.1 - Três estágios de um processo de coalescência de um sistema binário de objetos compactos. Fonte: (VAISHNAV, 2007)

### 2.2.2 Sistemas binários compactos com estrelas de quarks

Dependendo da massa e da frequência rotacional, a matéria nas regiões nucleares de ENs pode ser comprimida a enormes densidades, chegando a até uma ordem de magnitude maior que a densidade do núcleo atômico (WEBBER, 2007). Quando comprimida a tais densidades, ela torna-se uma matéria uniforme de dois sabores<sup>5</sup> - *up* e *down*. No entanto, essa matéria é instável e conseqüentemente é convertida em uma com três sabores - *up*, *down* e *strange* - nomeada matéria estranha (ME). Apesar de ainda não saber-se precisamente, a partir de experimentos, a densidade em que ocorre a transição para a ME, acredita-se que nêutrons dentro de tais ENs podem sofrer uma transição a seus quarks constituintes, resultando em uma EQ. As interações fracas, responsáveis por cindir as partículas, convertem cerca de um terço dos quarks *up* e *down* em quarks *strange* (KOSHY, 2011), fazendo com que essas estrelas sejam também referidas como estrelas estranhas.

A hipótese da ME implica que uma EQ tem uma relação *massa vs. raio* muito diferente quando comparada à tal relação para uma EN, uma vez que elas têm diferentes EdE. A partir da EdE convencional de Akmal-Pandharipande-Ravenhall para ENs (AKMAL, 1998), pode-se notar a implicância em um limite inferior de massa de  $0,08M_{\odot}$ . Por outro lado, EQs não apresentam limite inferior de massa teórico. A inexistência de tal limite vem da forte possibilidade de que a ME seja mais estável que a matéria nuclear ordinária (BODMER, 1971). Isso, nas condições

<sup>5</sup>No Modelo Padrão, há seis tipos diferentes (sabores) de quarks: *up*, *down*, *strange*, *charm*, *bottom* e *top*.

físicas do interior de um objeto compacto, pode ser o que prevê a estrela de colapsar, produzindo um objeto mais compacto. É essencial identificar esse objeto e tentar distingui-lo de uma EN. Uma EN com massa  $\sim 0,2M_{\odot}$ , por exemplo, tem um raio  $R > 15km$ , enquanto para uma EQ de mesma massa,  $R \lesssim 5km$ . Desse modo, a distinção entre ENs e EQs pode ser feita medindo-se os raios de estrelas tipo-pulsar de baixa massa por satélites de raio-X.

Uma outra forma de distinguir-se ENs de EQs pode surgir da detecção de OGs<sup>6</sup> (BAUSWEIN, 2010). Com os atuais e futuros detectores de OGs como aLIGO e Einstein Telescope<sup>7</sup> (ET), confirmaremos se os sinais de OG de SBs EN-EQ ou EQ-EQ são distintos dos sinais provindos de sistemas EN-EN.

### 2.2.3 Sistemas binários de anãs-brancas

SBs que emitem OGs a mais baixas frequências são mais abundantes que SBs coalescentes. SBs de Anãs-Branças (ABs) na Galáxia serão objetos de procura do NGO (*European New Gravitational Wave Observatory*) (AMARO-SEOANE, 2013), que provavelmente detectará milhares deles. ABs são remanescentes estelares compostas em sua maior parte por elétrons degenerados. São pouco luminosas e não tão compactas como ENs ou BNs. Apesar de suas massas poderem ser similares àquelas de ENs, elas são muito maiores, com raios de tipicamente  $3.000km$ .

A amplitude máxima de OG de SBABs é diversas ordens de magnitude menor do que aquela de um SBENs ou SBBNs (próximos da coalescência) a uma mesma distância. Há milhares de SBABs em nossa Galáxia, radiando em frequências detectáveis pelo NGO, i.e.,  $\sim 1mHz$ .

## 2.3 Detectores de ondas gravitacionais

A radiação eletromagnética, principal meio de observação astronômica, é gerada pela excitação de partículas atômicas. Já as OGs têm uma natureza bastante diferente, sendo geradas pelo movimento de corpos celestes<sup>8</sup>, como os destacados acima.

As OGs oferecem uma oportunidade notável de observar-se o universo sobre uma

---

<sup>6</sup>Vide Capítulo 5.

<sup>7</sup>Vide próxima seção deste capítulo para uma descrição técnico-científica destes detectores.

<sup>8</sup>De fato, é previsto que eventos como o Big-Bang ou a inflação cósmica também gerem ondas gravitacionais, no entanto, a presente tese tratará apenas de ondas gravitacionais de origem astrofísica.

nova perspectiva, provendo acesso à informações astrofísicas não disponíveis de outra forma. A detecção de OGs complementar a observação de ondas eletromagnéticas (luz visível, rádio, micro-ondas, raios-X e raios-*gamma*) e de astrofísica de partículas (raios cósmicos e neutrinos). Ela revelará aspectos do universo inatingíveis por estes meios e irá estender seu domínio observável para zonas cósmicas escurecidas por poeira, por exemplo.

A operação da geração inicial de detectores interferométricos de OGs foi completa. Ela contou com uma rede de quatro interferômetros de Michelson-Morley: detectores LIGO (*Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*) (ABBOTT, 2009) em Hanford e Livingston, Estados Unidos da América; GEO-600 (GROTE, 2008) em Hannover, Alemanha; e Virgo (ACERNESE, 2006) em Cascina, Itália. As operações dos detectores avançados, como o aLIGO (HARRY, 2010), iniciarão por volta de 2015 e prometem prover a primeira detecção de OGs.

Quando esses aparatos atingirem suas sensibilidades nominais, a detecção de OGs parece certa em poucos anos de levantamento de dados. Mas a sensibilidade necessária para testar a gravitação de Einstein em condições de campo forte ou para realizar uma astrofísica de OGs mais precisa vai além das performances esperadas pelos detectores avançados. O projeto ET (PUNTURO, 2010) emerge, então, como um detector de terceira geração, planejado por diferentes instituições da União Europeia, e hábil para testar a RG em condições de campo forte, além de exercer uma astrofísica de OGs precisa e possivelmente alcançar uma sensibilidade até dez vezes maior do que a dos detectores avançados.

Abaixo, descrevemos alguns pontos característicos e relevantes dos detectores aLIGO e ET, que foram abordados durante este processo de doutoramento.

### 2.3.1 Advanced LIGO

A colaboração aLIGO conta com dois interferômetros de  $4km$  de comprimento. Os dois detectores foram colocados a uma grande distância (o tempo da viagem da luz entre eles é de  $\sim 10ms$ ) para que os ruídos não estivessem correlacionados.

O aLIGO é mais de dez vezes mais sensível e cobre uma faixa de frequência muito mais ampla que sua versão inicial (LIGO ou *initial* LIGO). Pode, também, observar um volume do espaço mais de mil vezes maior.

A performance de um detector de OGs é caracterizada pela densidade espectral de ruído como função da frequência,  $S_h(f)$ . O *fit* analítico da curva de ruído do aLIGO é (MISHRA, 2010):

$$S_h^{aL} = S_0^{aL} \left[ 10^{16-4(f-7,9)^2} + 2,4 \times 10^{-62} x^{-50} + 0,08 x^{-4,69} + 123,35 \left( \frac{1 - 0,23x^2 + 0,0764x^4}{1 + 0,17x^2} \right) \right], \quad (2.9)$$

sendo  $x = f/f_0^{aL}$ ,  $f_0^{aL} = 215Hz$ ,  $S_0^{aL} = 10^{-49}Hz^{-1}$  e para frequências abaixo da frequência de corte  $f_c^{aL} = 10Hz$ ,  $S_h^{aL}(f)$  é considerado infinito.

### 2.3.2 Einstein Telescope

O ET é a proposta de um interferômetro de terceira geração com base no solo. O objetivo dos projetos dos detectores de terceira geração é atingir uma melhoria de um fator 10 na sensibilidade com respeito aos detectores avançados, e empurrar a sensibilidade até  $\sim 1Hz$ .

O desenho do ET segue uma configuração triangular com três interferômetros idênticos posicionados em cada vértice do triângulo, com um ângulo de abertura de  $60^\circ$  e rotacionados, um com relação ao outro, de  $120^\circ$ .

A densidade espectral de ruído do ET é (MISHRA, 2010):

$$S_h^{ET} = S_0(p_1 y^{q_1} + p_2 y^{q_2} + p_3 y^{q_3} + p_4 y^{q_4})^2, \quad (2.10)$$

com  $y = f/f_0^{ET}$ ,  $f_0^{ET} = 100Hz$ ,  $S_0^{ET} = 10^{-50}Hz^{-1}$ ,  $p_1 = 2,39 \times 10^{-27}$ ,  $p_2 = 0,349$ ,  $p_3 = 1,76$ ,  $p_4 = 0,409$ ,  $q_1 = -15,64$ ,  $q_2 = -2,145$ ,  $q_3 = -0,12$  e  $q_4 = 1,10$ . Para  $f \leq f_c^{ET} = 1Hz$ ,  $S_h^{ET}(f)$  pode ser considerado infinito.

Com o conhecimento da função  $S_h(f)$  para os detectores abordados acima, pode-se calcular a distância de luminosidade que SBENs alcançam a partir de (ARUN, 2005):

$$d_L = \frac{1}{\varrho \pi^{2/3}} \left[ \frac{2\eta \tilde{M}^{5/3}}{15} \int_{f_c}^{f_{uoe}} \frac{f^{-7/3}}{S_h(f)} df \right]. \quad (2.11)$$

Na Eq.(2.11),  $\varrho$  é a razão sinal-ruído (SR) atingida no detector de OG,  $\eta = m_1 m_2 / M^2$  é a razão adimensional de massa e  $f_{uoe}$  é a frequência de última órbita estável do

SB. Tal equação será desenvolvida nos Capítulos 5 e 6.

## 2.4 A técnica de *Matched Filtering*

A saída (*output*) de qualquer detector de OGs é uma série temporal e apresenta a forma

$$s_s(t) = h_s(t) + n_s(t). \quad (2.12)$$

Ela é uma combinação de um sinal de OG verdadeiro,  $h_s(t)$ , e do ruído,  $n_s(t)$ . Para entender-se como sinal e ruído se combinam, é útil pensar num detector de OG como um sistema linear. Na sua entrada (*input*) está o sinal de OG que queremos detectar. Mais precisamente, podemos dizer que a entrada e a saída do detector são quantidades escalares, enquanto a OG é descrita por um tensor  $h_{ij}$ . Portanto, geralmente, a entrada do detector terá a forma:

$$h(t) = D^{ij}h_{ij}(t), \quad (2.13)$$

com  $D^{ij}$  sendo um tensor constante.

Com estimativas plausíveis da quantidade de sinais de OG atingindo a Terra e com a sensibilidade dos detectores atuais, espera-se que  $|h_s(t)| \ll |n_s(t)|$ . Como podemos trazer à tona o sinal de OG a partir de um cenário como este? Isto pode ser feito se conhecermos com algum grau de acurácia a forma de  $h_s(t)$ . Para que a ideia básica por trás deste método seja entendida, podemos ilustrar uma versão simples do procedimento de filtragem (*matched filtering*). Na Eq.(2.12), vamos supor que conhecemos a forma do sinal de OG  $h_s(t)$  que estamos procurando. Multipliquemos, então, a saída  $s_s(t)$  por  $h_s(t)$ , integremos por um tempo de observação  $T_{obs}$  e dividamos por  $T_{obs}$ :

$$\frac{1}{T_{obs}} \int_0^{T_{obs}} dt s_s(t) h_s(t) = \frac{1}{T_{obs}} \int_0^{T_{obs}} dt h_s^2(t) + \frac{1}{T_{obs}} \int_0^{T_{obs}} dt n_s(t) h_s(t). \quad (2.14)$$

Aqui, o ponto principal é que  $h_s(t)$  e  $n_s(t)$  separadamente são funções oscilatórias. No entanto, o integrando na primeira integral do lado direito de (2.14) é positivo. Esta integral para grandes valores de  $T_{obs}$  cresce conforme  $T_{obs}$ . Assim, seu valor médio durante  $T_{obs}$  é de primeira ordem em  $T_{obs}$ :

$$\frac{1}{T_{obs}} \int_0^{T_{obs}} dt h_s^2(t) \sim h_0^2, \quad (2.15)$$

com  $h_0$  sendo a amplitude característica da função oscilatória  $h(t)$ . Em contraste, uma vez que o ruído  $n_s(t)$  e a função  $h(t)$  não estão correlacionadas, a quantidade  $n_s(t)h_s(t)$  é oscilatória e sua integral cresce conforme  $T_{obs}^{1/2}$  para grandes valores de  $T_{obs}$ , portanto:

$$\frac{1}{T_{obs}} \int_0^{T_{obs}} dt n_s(t) h_s(t) \sim \left( \frac{t_0}{T_{obs}} \right)^{1/2} n_0 h_0, \quad (2.16)$$

com  $n_0$  sendo a amplitude característica da função oscilatória  $n(t)$  e  $t_0$  uma escala de tempo característica, como por exemplo o período de oscilação da função  $h(t)$ . Note que no limite  $T_{obs} \rightarrow \infty$ , o segundo termo do lado direito de (2.14) é, em média, zero, de modo que tenha-se filtrado a contribuição do ruído na saída do detector.

Vejamos como o procedimento acima pode ser matematicamente mais preciso e otimizado de modo a obter o mais alto valor possível para SR. Definamos

$$\hat{s} = \int_{-\infty}^{+\infty} dt s_s(t) K(t), \quad (2.17)$$

com  $K(t)$  sendo a chamada função filtro. Continuamos assumindo que sabemos a forma de  $h(t)$  e buscamos a função filtro que maximiza SR referente a tal sinal de OG.

A SR é definida por  $\varrho = S/N$ , com  $S$  sendo o valor esperado de  $\hat{s}$ ,

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle s(t) \rangle K(t) \quad (2.18)$$

e  $N$  é o valor quadrático médio de  $\hat{s}$  quando o sinal está ausente, tal que

$$N^2 = [\langle \hat{s}(t)^2 \rangle - \langle \hat{s}(t) \rangle^2]_{h=0}. \quad (2.19)$$

Desenvolvendo (2.18) e (2.19) (MAGGIORE, 2007), chegamos a:

$$\frac{S}{N} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} df \tilde{h}(f) \tilde{K}^*(f)}{[\int_{-\infty}^{\infty} df (1/2) S_h(f) |\tilde{K}(f)|^2]^{1/2}}, \quad (2.20)$$

com \* representando o complexo conjugado da função e  $S_h(f)$  sendo definido de forma que<sup>9</sup>

$$\langle \tilde{n}^*(f) \tilde{n}(f') \rangle = \delta(f - f') \frac{1}{2} S_h(f), \quad (2.21)$$

com

$$\tilde{n}(f) = T^{-1}(f) \tilde{n}_s(f) \quad (2.22)$$

e  $T(f)$  sendo conhecida como função de transferência do sistema.

Qual o filtro  $K(t)$  que maximiza  $\varrho$  para um dado  $h(t)$ ? Esse problema variacional pode ser resolvido definindo-se o produto escalar entre duas funções reais  $A(t)$  e  $B(t)$  como

$$(A|B) = Re \int_{-\infty}^{+\infty} df \frac{\tilde{A}^*(f) \tilde{B}(f)}{(1/2) S_h(f)}, \quad (2.23)$$

com  $Re$  representando a porção real do resultado da integral. Uma vez que  $A(t)$  e  $B(t)$  são reais, temos  $\tilde{A}(-f) = \tilde{A}^*(f)$ , e reescrevemos (2.23) como

$$(A|B) = 4Re \int_0^{+\infty} df \frac{\tilde{A}^*(f) \tilde{B}(f)}{S_h(f)}. \quad (2.24)$$

Como  $S_h(f) > 0$ , o produto escalar em (2.24) é positivo. Portanto podemos reescrever (2.20) como

$$\frac{S}{N} = \frac{(u|h)}{(u|u)^{1/2}}, \quad (2.25)$$

com  $u(t)$  sendo a função cuja transformada de Fourier é

---

<sup>9</sup>De fato, como mostrado acima, a função  $S_h$  representa a densidade espectral de ruído do detector de ondas gravitacionais.

$$\tilde{u}(f) = \frac{1}{2} S_h(f) \tilde{K}(f). \quad (2.26)$$

Assim, estamos procurando pelo “vetor” de norma  $\tilde{n} = u/(u|u)^{1/2}$ , de modo que seu produto escalar com  $h$  seja máximo. Isto é obtido escolhendo-se  $\tilde{n}$  e  $h$  paralelos, i.e.,  $\tilde{u}(f)$  proporcional a  $\tilde{h}(f)$ , de modo que

$$\tilde{K}(f) = \text{const.} \frac{\tilde{h}(f)}{S_h(f)}. \quad (2.27)$$

Substituindo (2.27) em (2.26), re-escrevemos (2.25) como

$$\left(\frac{S}{N}\right) = (h|h)^{1/2}, \quad (2.28)$$

ou seja,

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = 4 \int_0^\infty df \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_h(f)}. \quad (2.29)$$

Note que nos Capítulos 5 e 6, ao trabalharmos com a Matriz de Fisher (MF) utilizaremos exatamente a equação acima, fixando a SR em 8.

A técnica de *matched filtering* para SBs compactos pode ser computacionalmente intensiva devido à variedade de formas de ondas possíveis. Apesar dos sinais provindos da inspiralação terem a mesma forma funcional (vide Seção 6.1), tal forma depende de diversos parâmetros, como por exemplo a massa dos dois objetos, a excentricidade da órbita, sua posição no céu etc. Na verdade, a técnica *matched filtering* permite-nos extrair os parâmetros de um SB a partir de um sinal de OG imerso no ruído. Conforme mostrado nesta seção, isto é feito a partir da integração da função  $h(t)$ . De fato, o sinal medido passa por um “filtro” construído a partir do sinal esperado  $h(t, \vec{\theta})$ , com  $\vec{\theta}$  representando os parâmetros do SB, e da densidade espectral do ruído do detector. A SR é então computada. O sinal e a SR esperados são expressos como funções do vetor  $\vec{\theta}$ . Os valores verdadeiros destes parâmetros, denotados por  $\vec{\tilde{\theta}}$ , são desconhecidos antes da medição. Quando  $\theta = \vec{\tilde{\theta}}$ , tem-se o maior valor possível para SR. Os parâmetros do SB podem ser determinados, então, maximizando-se  $S/N(\vec{\theta})$  ao longo de um amplo conjunto de sinais esperados  $h(t, \vec{\theta})$ , os “templates”.

Além disso, considerando que o ruído do detector tenha uma forma Gaussiana, a função de distribuição de probabilidade para os parâmetros do sinal é (POISSON E.; WILL, 1995)

$$p(\vec{\theta}) \propto e^{-\frac{1}{2}\Gamma_{ab}\Delta\theta^a\Delta\theta^b}, \quad (2.30)$$

sendo

$$\Delta\theta^a = \theta^a - \hat{\theta}^a, \quad (2.31)$$

com  $a$  denotando diferenciação parcial com respeito ao parâmetro  $\theta^a$  e  $\hat{\theta}$  o valor para o qual a função de distribuição de probabilidade é máximo. Além disso,

$$\Gamma_{ab} = (\partial h/\partial\theta^a, \partial h/\partial\theta^b) \quad (2.32)$$

é a chamada MF, de modo que a medida do erro estatístico do parâmetro  $\theta^a$  seja dado pela inversa da MF, ou seja,  $\langle (\Delta\theta^a)^2 \rangle^{1/2} = \sqrt{\Sigma^{aa}}$ , com  $\Sigma^{ab} = (\Gamma^{-1})^{ab}$  sendo a inversa da MF.

## 2.5 Sistemas binários em espiralação como fontes de ondas gravitacionais

Na RG, o gráviton é considerado uma partícula sem massa e as OGs podem ser descritas por um tensor  $h_{ij}^{TT}$ , com  $TT$  representando o calibre transverso e de traço nulo. Os momentos da fonte de OGs são descritos através de uma expansão em harmônicos esféricos no caso tensorial. O primeiro momento não nulo dessa expansão multipolar é o momento de quadrupolo. Define-se o tensor de quadrupolo de traço nulo conforme (BUONANNO, 2007)

$$Q_{ij} = M_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}M_{kk}, \quad (2.33)$$

com

$$M^{ij} = \int d^3x T^{00} x^i x^j. \quad (2.34)$$

Note que impondo a lei de conservação  $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$  (válida na gravitação linearizada), temos, para  $\mu = 0$ ,  $\partial_0 T^{00} + \partial_i T^{i0} = 0$ , com  $i = 1, 2, 3$ . Integrando-se esta equação em um volume contendo a fonte, obtemos a conservação da massa  $\dot{M} = 0$ . De fato, a quantidade  $T^{00}$  é considerada uma densidade de massa.

Quando trabalhando com um SB composto de dois objetos compactos, como ENs, BNs ou até mesmo EQs, estes são tratados como partículas pontuais de massas  $m_1$  e  $m_2$ . No referencial do centro de massa, a dinâmica de tal sistema reduz-se ao problema de um corpo com massa igual à massa reduzida  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ . Para estes tipos de sistemas, também é válido introduzir a massa *chirp*  $\mathcal{M} = \mu^{3/5} M^{2/5}$ .

Segundo as definições do parágrafo acima, podemos escrever a amplitude de OG como (POISSON E.; WILL, 1995)

$$h(t, \vec{\theta}) = r^{-1} Q(\theta, \varphi, \psi, \iota) \mathcal{M} (\pi \mathcal{M} f)^{2/3} \cos \Phi(t), \quad (2.35)$$

sendo  $r$  a distância até a fonte. A função  $Q$  e os ângulos  $\theta, \varphi, \psi, \iota$  descrevem a posição e orientação do SB no céu. Considerando coordenadas polares esféricas centradas na Terra, a reta  $\theta = 0$  seria o eixo de rotação da Terra, o ângulo  $\varphi$  a longitude e  $\pi/2 - \theta$  a latitude norte (para  $\theta < \pi/2$ ). Além disso,  $\iota$  é o ângulo de inclinação da órbita e  $\psi$  é o ângulo de polarização<sup>10</sup>.

A taxa de variação da frequência é dada por

$$\frac{df}{dt} = \frac{96}{5\pi \tilde{\mathcal{M}}^2} (\pi \tilde{\mathcal{M}} f)^{11/3}, \quad (2.36)$$

sendo  $\tilde{\mathcal{M}} = \mathcal{M}(1 + z_{\text{fonte}})$  a massa de *chirp* desviada para o vermelho. Note que se o detector não estiver em repouso com relação ao SB, o sinal detectado sofrerá o efeito Doppler, sendo assim, diferente do sinal emitido. Deste modo, uma vez que trabalharemos com SBs a distâncias cosmológicas, a relação acima torna-se essencial.

As expressões para  $\phi(f)$  e  $t(f)$ , respectivamente representando a fase e o tempo como funções da frequência da OG são:

$$\phi(f) = \phi_c - \frac{1}{16} (\pi \tilde{\mathcal{M}} f)^{-5/3}, \quad (2.37)$$

---

<sup>10</sup>Na Relatividade Geral são previstos dois estados de polarização para as ondas gravitacionais: + e ×.

$$t(f) = t_c - \frac{5}{256} \tilde{\mathcal{M}}(\pi \tilde{\mathcal{M}} f)^{-8/3}, \quad (2.38)$$

sendo  $t_c$  o tempo de coalescência e  $\phi_c$  o valor de  $\phi$  quando  $t \rightarrow t_c$ .

É conveniente trabalharmos com a transformada de Fourier  $\int dt h(t) e^{2\pi i f t}$  da Eq.(2.35). De (POISSON E.; WILL, 1995):

$$\tilde{h}(f) = \mathcal{A} f^{-7/6} e^{i\psi(f)}, \quad (2.39)$$

com  $\mathcal{A} \propto \tilde{\mathcal{M}}^{5/6} Q(\theta, \varphi, \psi, \iota) r^{-1}$  e

$$\psi(f) = 2\pi f t_c - \phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{128} (\pi \tilde{\mathcal{M}} f)^{-5/3}. \quad (2.40)$$

Note que as Eqs.(2.39)-(2.40) também serão utilizadas nos Capítulos 5 e 6.



## 3 A COSMOLOGIA CLÁSSICA

*“No meio da dificuldade encontra-se a oportunidade.”*

(Albert Einstein)

A cosmologia clássica é descrita pelo Modelo Cosmológico  $\Lambda$ CDM. Neste modelo, a gravitação, força que rege o universo em grandes escalas, é descrita pelas EsC de Einstein da RG. Para o lado esquerdo dessas equações (vide (1.4)), referente à geometria do espaço-tempo, considera-se os conceitos de homogeneidade e isotropia. Além disso, considera-se que a maior parte do universo ( $\sim 95\%$ ) seja composta por entes exóticos, conhecidos como matéria escura e EE. Abaixo, apresentaremos o Modelo Cosmológico  $\Lambda$ CDM a partir da descrição das premissas ou fundamentos aos quais este está enraigado.

### 3.1 O Modelo Cosmológico $\Lambda$ CDM

#### 3.1.1 Homogeneidade e Isotropia

Quando observamos as galáxias, há algumas coisas a serem notadas. Olhando em diferentes direções no céu, vemos que as galáxias são distribuídas igualmente em grandes escalas. Nesse contexto, grandes escalas não são escalas galáticas, nem mesmo escalas de aglomerados de galáxias, mas escalas da ordem de  $100Mpc^1$ . Nessas escalas, as galáxias apresentam uma distribuição isotrópica, ou seja, são distribuídas igualmente nas diferentes direções do céu. Elas também são igualmente distribuídas no espaço, ou seja, sua distribuição é homogênea em grandes escalas. Retomemos essas duas propriedades:

- não há um ponto em especial no universo. As galáxias são igualmente distribuídas no espaço em grandes escalas. O universo é dito ser homogêneo nessas escalas;
- não há uma direção espacial especial no universo. As galáxias são igualmente distribuídas em diferentes direções angulares no espaço em grandes escalas. O universo é dito ser isotrópico nessas escalas.

---

<sup>1</sup> $1pc = 3,26anos - luz.$

De fato, essas duas importantes propriedades formam o chamado “Princípio Cosmológico”; fundamental conceito assumido no Modelo Cosmológico  $\Lambda$ CDM.

### 3.1.2 Relatividade Geral

Dentre as alternativas de dedução das EsC da RG (1.1), descrevamos a baseada no princípio da mínima ação. Consideremos a ação de Einstein-Hilbert:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( -\frac{R}{4} + \mathcal{L}_m \right). \quad (3.1)$$

Variando-se (3.1), tem-se:

$$\delta S = \int d^4x \left[ (\delta\sqrt{-g}) \left( -\frac{R}{4} + \mathcal{L}_m \right) + \sqrt{-g} \delta \left( -\frac{R}{4} + \mathcal{L}_m \right) \right]. \quad (3.2)$$

Como

$$\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}, \quad (3.3)$$

re-escrevemos (3.2) como

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{4} \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + 2g_{\mu\nu}\mathcal{L}_m \right) \delta g^{\mu\nu} - \frac{1}{4}g^{\mu\nu}\delta R_{\mu\nu} + \delta\mathcal{L}_m \right]. \quad (3.4)$$

Considerando que o termo de superfície acima pode ser suprimido uma vez que as condições de contorno impõem que os campos sejam nulos no infinito, chegamos a

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{4} \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \right) + \frac{1}{2} \left( 2\frac{\partial\mathcal{L}_m}{\partial g^{\mu\nu}} - g^{\mu\nu}\mathcal{L}_m \right) \right] \delta g^{\mu\nu}. \quad (3.5)$$

Consideremos a ação de Einstein-Hilbert como decomposta em seus termos de curvatura e matéria, tal que  $S = S_R + S_m$ , com

$$S_R = \int d^4x \sqrt{-g} (-R/4) \quad (3.6)$$

sendo a ação de curvatura e

$$S_m = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_m \quad (3.7)$$

a ação dos campos de matéria. Podemos definir o tensor energia-momentum, que deve satisfazer a relação

$$\delta S_m = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} T_{\mu\nu} \delta g^{\mu\nu}. \quad (3.8)$$

Um resultado direto dessa formulação é obtido quando fazemos  $\delta S_m = 0$ . Neste caso, é possível mostrar que a derivada covariante do tensor energia-momentum é nula, ou seja,  $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ .

Agora podemos reescrever (3.5) como

$$\delta S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ -\frac{1}{4} \left( R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \right) + \frac{1}{2} T_{\mu\nu} \right] \delta g^{\mu\nu}, \quad (3.9)$$

de modo a identificar

$$T_{\mu\nu} = 2 \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu} \mathcal{L}_m. \quad (3.10)$$

Como consequência do princípio variacional  $\delta S = 0$ , obtemos

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 2T_{\mu\nu}. \quad (3.11)$$

De acordo com as convenções adotadas, note que a constante de acoplamento  $\kappa = 8\pi$  reduz-se a 2 (veja Eq.(1.1)).

Ressalte-se aqui que à época da publicação das EsC da gravitação, acreditava-se que o universo era estático, enquanto as EsC acima descrevem um universo dinâmico. Para obter um universo estacionário, Einstein foi levado a modificar suas EsC originais, introduzindo nelas um termo repulsivo, denominado CC, como mencionado acima.

### 3.1.3 A conservação do tensor energia-momentum e os campos de matéria

As identidades de Bianchi,  $\nabla_\nu G^{\mu\nu} = 0$ , aplicadas em (1.4), com  $\nabla$  representando a derivada covariante, tal que

$$\nabla_\beta \theta_\alpha = \frac{d\theta_\alpha}{dx^\beta} - \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \theta_\mu, \quad (3.12)$$

também levam à conservação do tensor energia-momentum ( $\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0$ ):

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (3.13)$$

Assumindo-se uma EdE do tipo  $p = \omega\rho$ , com  $\omega$  sendo uma constante, a solução de (3.13) é

$$\rho \propto a(t)^{-3(\omega+1)}. \quad (3.14)$$

No universo primordial, a radiação, com  $\omega = 1/3$ , dominou sua dinâmica. Nessa época, o universo era bem descrito por um modelo espacialmente plano e preenchido apenas por radiação, tal que sua densidade evoluía de acordo com  $\rho \propto a(t)^{-4}$ .

Conforme o universo expande e esfria, torna-se propício à formação de estrelas, galáxias e estruturas de grande porte, como aglomerados de galáxias. Tal universo é descrito pela EdE da matéria, i.e.,  $\omega = 0$ , que implica em  $\rho \propto a(t)^{-3}$ , de acordo com a Eq.(3.14).

No entanto, segundo o Modelo  $\Lambda$ CDM, a maior parte da matéria do universo não constitui-se de matéria bariônica<sup>2</sup>. De fato, apenas  $\sim 5\%$  dele, seria constituído de matéria ordinária. Mais de 20% do universo seria constituído de matéria escura, um tipo de matéria que não interage com a força eletromagnética, portanto, não é observável. Uma importante evidência da existência da matéria escura surgiu da análise de curvas de rotação de galáxias (RUBIN, 1980). Para que a velocidade de rotação de estrelas ao redor de suas galáxias hospedeiras prevista teoricamente concordasse com dados observacionais, foi necessário assumir uma quantidade de matéria nas galáxias muito superior à quantidade observável. A essa porção não

---

<sup>2</sup>A matéria bariônica é a matéria formada por prótons e nêutrons, que constitui tudo aquilo que conhecemos e observamos no universo.

observável de matéria atribui-se o nome “matéria escura”.

Acima foi dito que a expansão acelerada do universo pode ser explicada a partir da existência de um fluido exótico de EdE  $\omega = -1$  conhecido como EE, que domina atualmente sua dinâmica. Note que tomando-se tal EdE em (3.14), tem-se  $\rho \propto cte$ .

### 3.2 A dinâmica do universo $\Lambda$ CDM

O modelo cosmológico  $\Lambda$ CDM parte da geometria suposta por Friedmann-Robertson-Walker (FRW), na qual o universo é considerado homogêneo e isotrópico. Tal geometria é descrita pelo elemento de linha de FRW, que em coordenadas polares e assumindo uma assinatura do tipo  $(+, -, -, -)$ , é dado por:

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) \right], \quad (3.15)$$

sendo  $a(t)$  o fator de escala, que dita como a expansão do universo depende do tempo e  $k$  o parâmetro de curvatura, tal que para  $k = 0$  tem-se um espaço-tempo plano,  $k = +1$  representa uma curvatura esférica e  $k = -1$  uma curvatura hiperbólica. Ao longo do presente texto, assumiremos  $k = 0$ <sup>3</sup>. Desenvolvendo-se as EsC de Einstein com CC (Eq.(1.4)) para o elemento de linha (3.15), considerando-se o tensor energia-momentum de um fluido perfeito, temos:

$$3 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 - \Lambda = 8\pi\rho, \quad (3.16)$$

$$2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 - \Lambda = -8\pi p, \quad (3.17)$$

sendo que o ponto denota derivada temporal. As Eqs.(3.16)-(3.17) apresentam a evolução temporal de  $\rho$  e  $p$  e são conhecidas como Equações de Friedmann (EsF). Note que da Eq.(3.16), podemos escrever

$$H^2 = \frac{8\pi}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}, \quad (3.18)$$

em que, como usualmente, foi definido  $H \equiv \dot{a}/a$  como o parâmetro de Hubble. Note também que, definindo-se o parâmetro de densidade da matéria e da CC,

---

<sup>3</sup>Observações de anisotropias na distribuição de temperatura da radiação cósmica de fundo revelam a planeza do universo (vide (BENNETT, 2013)).

respectivamente, como  $\Omega_m = \rho/\rho_c$ , com  $\rho_c = 8\pi/3H_0^2$  sendo a densidade crítica do universo<sup>4</sup>, e  $\Omega_\Lambda = \Lambda/3H_0^2$ , podemos escrever:

$$H^2 = H_0^2(\Omega_m + \Omega_\Lambda). \quad (3.19)$$

Assumindo-se, para o caso da matéria, que a constante de proporcionalidade em (3.14) é a densidade atual do universo,  $\rho_0$ , podemos re-escrever (3.19) como

$$H^2 = H_0^2(\Omega_{m0}a^{-3} + \Omega_{\Lambda0}), \quad (3.20)$$

sendo que o subíndice 0 denota o valor da grandeza no presente. Utilizando-se da relação entre o fator de escala e o *redshift*,

$$a = \frac{1}{1+z}, \quad (3.21)$$

em que assumimos  $a_0 = 1$ , re-escrevemos (3.20) como

$$H^2 = H_0^2[\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda0}]. \quad (3.22)$$

Em posse de (3.22), podemos escrever a distância de luminosidade prevista pelo modelo como

$$d_L = (1+z) \int_0^z \frac{dz'}{H(z')} = \frac{1+z}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{[\Omega_{m0}(1+z')^3 + \Omega_{\Lambda0}]^{1/2}}. \quad (3.23)$$

Como pode-se ver, tal quantidade depende do modelo cosmológico assumido. Na Seção 4.2, apresentaremos a forma funcional da distância de luminosidade para um modelo extradimensional.

### 3.3 A necessidade da inflação no modelo $\Lambda$ CDM

De acordo com a teoria inflacionária, o universo primordial expandiu numa taxa exponencial por uma fração de segundo após o Big-Bang. Tal conceito foi introduzido para resolver importantes problemas em cosmologia, como:

---

<sup>4</sup>Se a densidade de matéria-energia do universo for maior que  $\rho_c$ , este tem curvatura positiva.

- “o problema do horizonte”: observa-se que fótons emitidos de direções opostas do universo devem ter se comunicado de algum modo no passado, já que a radiação cósmica de fundo em microondas apresenta aproximadamente a mesma temperatura em todas direções do céu (HINSHAW, 2013). Este problema pode ser resolvido a partir da ideia de uma expansão exponencial sofrida pelo universo num curto período logo após o Big-Bang. Antes desse período de inflação, todo o universo pode ter estado em contato causal e em equilíbrio térmico. Regiões que hoje estão amplamente separadas estariam muito próximas no universo primordial, razão pela qual fótons dessas regiões têm quase exatamente a mesma temperatura.

- “o problema da planeza”: o problema da planeza surge porque aparentemente vivemos num universo cujo parâmetro de densidade total  $\Omega_T$  é muito próximo de 1 (HINSHAW, 2013). O problema é que para a densidade do universo ser tão próxima da densidade crítica (lembre da definição do parâmetro de densidade) após  $\sim 13,7$  bilhões de anos, estes valores devem ter sido ainda mais próximos em épocas primordiais. O conceito de inflação prediz a observada planeza do universo.

- “a inexistência de monopolos magnéticos”: o modelo cosmológico padrão sem a admissão da inflação não justifica a inexistência de monopolos magnéticos na natureza. De acordo com a teoria inflacionária, monopolos magnéticos são criados antes ou durante a inflação, de modo que a rápida expansão dilua sua densidade a níveis radicalmente baixos.

O conceito de inflação é matematicamente descrito a partir da existência de um campo escalar  $\phi$  responsável pela dinâmica do universo. Na Seção 4.4 e no Capítulo 9 apresentaremos os fundamentos matemáticos utilizados para descrever-se a dinâmica do universo quando regida por um e por dois campos escalares.



## 4 MODELOS ALTERNATIVOS DE GRAVITAÇÃO

*“Insanidade é continuar fazendo sempre a mesma coisa e esperar resultados diferentes.”*

(Albert Einstein)

Os modelos alternativos de gravitação surgem como propostas para evadir problemas do modelo cosmológico padrão.

Uma alternativa para tal é considerar que o universo é constituído de cinco e não quatro dimensões. A dimensão extra do tipo-espaço<sup>1</sup> não seria observável pois:

- seria compactificada. No modelo de KK (KALUZA, 1921; KLEIN, 1926), costuma-se assumir que a dimensão extra apresenta uma topologia circular com um raio extremamente pequeno; ou
- apenas os grávitons<sup>2</sup> interagiriam com ela. As partículas mediadoras da força eletromagnética, responsáveis por observações astronômicas, estariam confinadas ao usual espaço-tempo 4D. Tal configuração é considerada no modelo de RS (RANDALL L.; SUNDRUM, 1999b).

Além de tratar a expansão acelerada do universo como um efeito da existência da dimensão extra (veja (PUROHIT K.D.; YOGESH, 2011; MORAES P.H.R.S; MIRANDA, 2012; DARABI, 2010)), o modelo de KK unifica gravitação e eletromagnetismo, duas das quatro forças fundamentais da natureza, como será observado na Seção 4.1.

Modelos alternativos também surgem ao generalizar-se a dependência do escalar de Ricci na ação de Einstein-Hilbert (3.1) Aplicando-se o princípio variacional ( $\delta S = 0$ ) em (3.1), chega-se às EsC fundamentais da RG (1.1) (como mostrado na Subseção 3.1.2). Tomando-se uma função genérica de  $R$  em (3.1), despontam-se as teorias  $f(R)$  (SOTIRIOU T.P.; FARAONI, 2010). Recentemente (HARKO, 2011),

---

<sup>1</sup>Embora modelos extradimensionais com duas dimensões temporais já tenham sido propostos, como por exemplo (SHTANOV Y.; SAHNI, 2003), estes não fazem parte do escopo desta tese.

<sup>2</sup>Partículas elementares responsáveis pela transmissão da força da gravidade.

foi proposta uma teoria com aspecto ainda mais genérico, uma vez que considera que a ação acima depende não apenas de uma função de  $R$ , como também de uma função de  $T$ , o traço do tensor energia-momentum. As teorias  $f(R, T)$  têm sido amplamente utilizadas para descrever modelos anisotrópicos (FAYAZ, 2014; SHAMIR, 2014; MISHRA B.; SAHOO, 2014) e modelos extradimensionais (RAM, 2013; MORAES, 2014; SAMANTA G.C.; DHAL, 2013).

Há também a possibilidade de alterar-se a parte física (e não geométrica) das EsC de Einstein. Se assumirmos que a densidade lagrangeana dos campos de matéria, a ser somada à Eq.(3.1), depende de um campo escalar  $\phi$ , procedemos para com os modelos de quintessência (veja (TSUJIKAWA, 2013) para uma ampla revisão sobre o tema). O modelo de quintessência é bem-sucedido ao tratar a inflação cósmica abordada acima.

Como abordado em capítulos anteriores, o universo atual também passa por uma fase com alta taxa de expansão. Deste modo, espera-se que modelos de quintessência sirvam também como alternativa à EE<sup>3</sup>. Iniciaremos nossa abordagem sobre esse quesito na Seção 4.4.

Abaixo, aprofundaremos a abordagem dos modelos gravitacionais alternativos aproveitados nesta tese.

#### 4.1 O modelo gravitacional de Kaluza-Klein

O modelo gravitacional de KK (OVERDUIN J.M.; WESSON, 1997) considera que o universo é vazio em cinco dimensões (5D), ou seja, pode ser descrito pelas EsC

$$G_{AB} = 0, \tag{4.1}$$

sendo que os índices  $A$  e  $B$  assumem os valores 0, 1, 2, 3, 4.

No modelo de KK, a matéria surge como uma manifestação geométrica do espaço-tempo pentadimensional vazio. De fato, pode-se mostrar que as EsC de KK (4.1) contêm as EsC de Einstein (1.1) juntamente com as equações de Maxwell do eletromagnetismo na ausência de fontes, como segue.

---

<sup>3</sup>De fato, como será mostrado no Capítulo 9, modelos de quintessência podem descrever também as épocas em que a dinâmica do universo é regida pela radiação e pela matéria (ou poeira).

Primeiramente, veja que uma vez que o lado direito de (4.1) é nulo, no modelo de KK tudo depende da escolha da forma da métrica pentadimensional a ser substituída em (4.1). Uma conveniente forma de parametrizar-se tal métrica é escrevendo

$$g_{AB} = \begin{bmatrix} g_{\alpha\beta} + A_\alpha A_\beta \phi^2 & A_\alpha \phi^2 \\ A_\beta \phi^2 & \phi^2 \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

com  $g_{\alpha\beta}$  representando a métrica 4D,  $A_\alpha$  o potencial eletromagnético e  $\phi$  um campo escalar.

Para unificar gravitação e eletromagnetismo, Kaluza impôs uma condição um tanto artificial na coordenada extra do espaço-tempo, a chamada “condição cilíndrica”, que dita que todas as derivações com respeito à coordenada extra devem ser nulas. A contribuição de Klein foi tornar tal condição menos postiça, argumentando que a condição cilíndrica surgiria do fato da dimensão extra ser compactificada.

Substituindo-se (4.2) em (4.1) e aplicando-se a condição cilíndrica, chega-se a (LESSNER, 1982):

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi\phi^2 T_{\alpha\beta}^{EM} - \frac{1}{\phi} [\nabla_\alpha (\partial_\beta \phi) - g_{\alpha\beta} \square \phi], \quad (4.3)$$

$$\nabla^\alpha F_{\alpha\beta} = -3 \frac{\partial^\alpha \phi}{\phi} F_{\alpha\beta}, \quad (4.4)$$

$$\square \phi = \frac{\phi^3}{4} F_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}, \quad (4.5)$$

sendo  $G_{\alpha\beta}$  o tensor de Einstein definido como usualmente,  $T_{\alpha\beta}^{EM} \equiv g_{\alpha\beta} F_{\gamma\delta} F^{\gamma\delta} / 4 - F_\alpha^\gamma F_{\beta\gamma}$  o tensor energia-momentum eletromagnético e  $F_{\alpha\beta} \equiv \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$ .

Tomemos o campo escalar  $\phi = 1$ , como originalmente proposto por Kaluza e Klein. As equações acima reduzem-se a

$$G_{\alpha\beta} = 8\pi T_{\alpha\beta}^{EM}, \quad (4.6)$$

$$\nabla^\alpha F_{\alpha\beta} = 0, \quad (4.7)$$

que são justamente as EsC da gravitação de Einstein e as equações de Maxwell do eletromagnetismo, respectivamente (sendo que foi inserida a constante de

acoplamento  $8\pi$ ).

O fato da Eq.(4.1), sem fonte de matéria levar, à Eq.(4.6), com fonte de matéria, constitui o principal portento da teoria de KK. Matéria quadridimensional (radiação eletromagnética, ao menos) surge puramente da geometria de um espaço-tempo 5D vazio. O objetivo de modelos subsequentes derivados dos trabalhos de Kaluza e Klein eram, naturalmente, estender tal sucesso para outros tipos de matéria.

Uma importante e influente interpretação física da teoria gravitacional de KK surge do modelo de matéria induzida (MMI), elaborado por P.S. Wesson (WESSON, 1992). Wesson sugeriu que as propriedades de matéria do universo 4D, como densidade e pressão, surgem dos termos de dimensão extra no tensor de Einstein pentadimensional. Por exemplo, se na Eq.(4.1) considerarmos um elemento de linha geral de KK do tipo:

$$ds^2 = e^{\Phi(t,l)} dt^2 - e^{\Psi(t,l)} (dx^2 + dy^2 + dz^2) - e^{\Omega(t,l)} dl^2, \quad (4.8)$$

os termos do tensor de Einstein que envolvem  $\Omega(t,l)$  e/ou o operador  $\partial/\partial l$  passam ao lado direito de (4.1), como um tensor energia-momentum efetivo de matéria induzida.

Uma aplicação direta do MMI será descrita no Capítulo 8.

## 4.2 O modelo gravitacional de Randall-Sundrum

O modelo gravitacional de RS (RANDALL L.; SUNDRUM, 1999b; RANDALL L.; SUNDRUM, 1999a) apresenta-se em duas formas diferentes, conhecidas como RS1 e RS2. O modelo RS1 (RANDALL L.; SUNDRUM, 1999b) foi elaborado com o intuito de resolver o problema da hierarquia<sup>4</sup>. Para isso, é assumido que o universo constitui-se de duas branas que estão embutidas num espaço-tempo com dimensão extra, conhecido como *bulk*. Das partículas do Modelo Padrão<sup>5</sup>, apenas os grávitons interagiriam com a dimensão extra. De fato, eles “vazariam” da brana em que vivemos (o usual espaço-tempo 4D) e direcionariam-se à segunda brana, por meio

---

<sup>4</sup>Em Física de Partículas, o problema da hierarquia é a enorme discrepância entre aspectos da gravitação e das demais forças fundamentais, como por exemplo, o fato da força nuclear fraca ser  $\sim 10^{32}$  vezes mais forte que a gravitação.

<sup>5</sup>O Modelo Padrão da Física de Partículas é uma teoria que descreve as forças fundamentais forte, fraca e eletromagnética, bem como as partículas fundamentais que constituem toda a matéria.

da dimensão extra do *bulk*. Isso causaria um efeito de “enfraquecimento” da força gravitacional no universo observável. O modelo RS2 (RANDALL L.; SUNDRUM, 1999a) considera que a segunda brana é movida para o infinito, de modo a não fazer parte da configuração do universo. Tal modelo é bem-sucedido na recuperação da mecânica newtoniana no limite de campo fraco. Abaixo, descreveremos o aparato matemático do modelo RS2.

Para a métrica de RS, foi proposto um produto entre um fator de distorção, que varia rapidamente em função da dimensão extra, e a métrica quadridimensional, tal que

$$ds^2 = e^{-2\sigma(\phi)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + r_c^2 d\phi^2. \quad (4.9)$$

Em (4.9),  $0 \leq \phi \leq \pi$  é a coordenada da dimensão extra que pertence a um intervalo finito regido por  $r_c$ .

As EsC do modelo são (RANDALL L.; SUNDRUM, 1999b):

$$\begin{aligned} \sqrt{-g^{(5)}} \left( R_{AB} - \frac{1}{2} g_{AB} R^{(5)} \right) = & -\frac{1}{4M_P^3} [\Lambda^{(5)} \sqrt{-g^{(5)}} g_{AB} + \\ & + V_{vis} \sqrt{-g_{vis}} g_{\mu\nu}^{vis} \delta_A^\mu \delta_B^\nu \delta(\phi - \pi) + V_{esc} \sqrt{-g_{esc}} g_{\mu\nu}^{esc} \delta_A^\mu \delta_B^\nu \delta(\phi)], \end{aligned} \quad (4.10)$$

sendo  $g^{(5)}$  o determinante da métrica 5D  $g_{AB}$ ,  $R^{(5)}$  o tensor de Ricci em 5D,  $M_P$  a massa fundamental de Planck,  $\Lambda^{(5)}$  a CC do *bulk*, e  $V_{vis}$  e  $V_{esc}$  termos constantes de energia do vácuo, com os subíndices *vis* e *esc* referindo-se à “brana visível” e “brana escondida”, respectivamente.

Com o uso da Eq.(4.9), a Eq.(4.10) torna-se

$$\frac{6\sigma'^2}{r_c^2} = \frac{-\Lambda}{4M_P^3}, \quad (4.11)$$

$$\frac{3\sigma''}{r_c^2} = \frac{V_{esc}}{4M_P^3 r_c} \delta(\phi) + \frac{V_{vis}}{4M_P^3 r_c} \delta(\phi - \pi). \quad (4.12)$$

A solução de (4.11) é

$$\sigma = r_c |\phi| \sqrt{\frac{-\Lambda^{(5)}}{24M_P^3}}, \quad (4.13)$$

sendo que a constante de integração aditiva foi omitida. Claramente, esta solução só faz sentido se  $\Lambda < 0$ . Desse modo, o espaço-tempo no modelo RS2 é do tipo AdS<sub>5</sub>, ou seja, um espaço-tempo pentadimensional cuja dinâmica é dominada por uma CC de sinal negativo.

Considerando-se a métrica uma função periódica em  $\phi$ , a Eq.(4.13) implica em

$$\sigma'' = 2r_c \sqrt{\frac{-\Lambda}{24M_P^3}} [\delta(\phi) - \delta(\phi - \pi)]. \quad (4.14)$$

Assim, apenas obtemos uma solução para (4.12) se  $V_{esc}$ ,  $V_{vis}$  e  $\Lambda^{(5)}$  estiverem relacionados em termos de uma escala  $K$ , tal que

$$V_{esc} = -V_{vis} = 24M_P^3 K, \quad (4.15)$$

$$\Lambda^{(5)} = -24M_P^3 K^2. \quad (4.16)$$

Portanto, a solução final para a métrica (4.9) é

$$ds^2 = e^{-2Kr_c|\phi|} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu + r_c^2 d\phi^2. \quad (4.17)$$

As EsF para tal modelo podem ser escritas como (KERESZTES, 2007)

$$H^2 = \frac{\Lambda}{3} + \frac{(8\pi)^2 \rho}{3} \left(1 + \frac{\rho}{2\lambda}\right) + \frac{2m_0}{a^{4-\zeta}}, \quad (4.18)$$

sendo  $\lambda$  a tensão na brana, e  $m_0$  e  $\zeta$  constantes. Introduzindo-se os parâmetros de densidade

$$\Omega_\lambda = \frac{(8\pi)^2 \rho_0^2}{6\lambda H_0^2} \quad (4.19)$$

e

$$\Omega_{re} = \frac{2m_0}{a_0^{4-\varsigma} H_0^2}, \quad (4.20)$$

podemos reescrever 4.18 como

$$H^2 = H_0^2 \left[ \Omega_\Lambda + \Omega_m \frac{a_0^3}{a^3} + \Omega_{re} \frac{a_0^{4-\varsigma}}{a^{4-\varsigma}} + \Omega_\lambda \frac{a_0^6}{a^6} \right]. \quad (4.21)$$

Na equação acima,  $\Omega_\lambda$  e  $\Omega_{re}$  denotam o parâmetro de densidade da tensão na brana e da radiação escura, respectivamente. Considera-se que o *bulk* no espaço-tempo AdS<sub>5</sub> de RS2 contém BNs de massa  $m$  em ambos lados da brana. A massa dos BNs pode mudar se radiação da brana atingir o *bulk*. Um *ansatz* comparável com formação de estruturas foi explorado em (PAL, 2006) para o fluido de Weyl  $m/a^4$  no caso em que a brana irradia conforme  $m = m_0 a^\varsigma$ , com  $\varsigma = 0, 2, 3$ . Para  $\varsigma = 0$ , o fluido de Weyl é conhecido como radiação escura.

A partir de (4.21), podemos escrever para a distância de luminosidade do modelo RS2:

$$d_L^{RS2} = \frac{1+z}{H_0} \int_{a_{em}}^{a_0} \frac{ada}{(\Omega_\Lambda a^6 + \Omega_m a_0^3 a^3 + \Omega_{re} a_0^{4-\varsigma} a^{\varsigma+2} + \Omega_\lambda a_0^6)^{1/2}}, \quad (4.22)$$

em que  $a_0$  será assumido como 1 a partir de agora e  $a_{em}$  representa o fator de escala do universo no momento de emissão dos fótons pela fonte. A integração em (4.22) é de alta complexidade pois não pode ser computada analiticamente na maioria dos casos. No entanto, observações feitas pelo WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) indicam que nosso universo atualmente pode ser descrito por um modelo extremamente semelhante ao  $\Lambda$ CDM. Assim, se considerarmos  $\Omega_{re} \ll 1$  e  $\Omega_\lambda \ll 1$ , pode-se realizar uma expansão de Taylor da Eq.(4.22) (KERESZTES, 2007), de modo que

$$d_L^{RS2} = d_L^{\Lambda CDM} + \Omega_\lambda I_\lambda + \Omega_{re} I_{re}, \quad (4.23)$$

com  $d_L^{\Lambda CDM}$  dado pela Eq.(3.23),

$$I_\lambda = \frac{1+z}{2H_0} \int_{a_{em}}^1 \frac{da}{a^{7/2} (\Omega_\Lambda a^3 + \Omega_m)^{3/2}} \quad (4.24)$$

e

$$I_{re}^{(s)} = \frac{1+z}{2H_0} \int_{a_{em}}^1 \frac{a^{s-3/2} da}{(\Omega_\Lambda a^3 + \Omega_m)^{3/2}}. \quad (4.25)$$

Note que a configuração do universo como descrita acima implica na existência de novas quantidades e parâmetros cosmológicos, como por exemplo, o raio de compactificação da dimensão extra, a constante cosmológica do *bulk* apresentados nas Eqs.(4.9)-(4.10), o parâmetro de densidade da radiação escura, a tensão na brana  $\lambda$  e o parâmetro de densidade da tensão na brana  $\Omega_\lambda$ . No Capítulo 6, apresentaremos uma forma pioneira de vincular-se os valores do parâmetro  $\Omega_\lambda$ , a partir do estudo do sinal de OGs emitidas por SBENs e das Eqs.(4.23-4.24).

### 4.3 Teorias $f(R, T)$

Publicada primeiramente em 2011 (HARKO, 2011), as teorias  $f(R, T)$  surgiram como uma generalização das teorias  $f(R)$  (SOTIRIOU T.P.; FARAONI, 2010), em que a parte gravitacional da ação, além de depender de uma função genérica de  $R$ , também depende de uma função de  $T$ . Tal dependência em  $T$  é assumida pela possível existência de fluidos imperfeitos exóticos ou efeitos quânticos. Assim, pode-se escrever a ação como

$$S_{f(R,T)} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} f(R, T) + \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_m, \quad (4.26)$$

sendo que também inserimos um termo proporcional a  $\mathcal{L}_m$ , que representa a densidade lagrangeana da matéria. O princípio variacional aplicado à Eq.(4.26) resulta nas seguintes EsC (HARKO, 2011):

$$f_R(R, T)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu}\square - \nabla_\mu \nabla_\nu)f_R(R, T) = 8\pi T_{\mu\nu} - f_T(R, T)T_{\mu\nu} - f_T(R, T)\Theta_{\mu\nu}, \quad (4.27)$$

com  $\square \equiv \partial_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu)/\sqrt{-g}$ ,  $\Theta_{\mu\nu} \equiv g^{\alpha\beta}\delta T_{\alpha\beta}/\delta g^{\mu\nu}$ ,  $f_R(R, T) \equiv \partial f(R, T)/\partial R$ ,  $f_T(R, T) \equiv \partial f(R, T)/\partial T$  e, como usualmente,  $T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\mathcal{L}_m - 2\partial\mathcal{L}_m/\partial g^{\mu\nu}$ .

Em (HARKO, 2011), os autores desenvolveram a Eq.(4.27) para três diferentes formas funcionais de  $f(R, T)$ :  $f(R, T) = R + 2f(T)$ ,  $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T)$  e

$f(R, T) = f_1(R) + f_2(R)f_3(T)$ . Nesta tese, iremos focar nossa atenção no primeiro caso, ou seja  $f(R, T) = R + 2f(T)$ , para o qual a Eq.(4.27) resulta em (MORAES, 2014)

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} + \lambda T g_{\mu\nu} + 2\lambda(T_{\mu\nu} + p g_{\mu\nu}), \quad (4.28)$$

sendo que foi assumido  $f(T) = \lambda T$ , com  $\lambda$  sendo uma constante.

No Capítulo 8, soluções cosmológicas retiradas de um cenário provindo da fusão entre o modelo  $f(R, T)$  e o modelo extradimensional de KK serão reportadas.

#### 4.4 Modelos de quintessência

A inflação cósmica (GUTH, 1981) e a EE são comumente tratadas via modelos envolvendo campos escalares, que constituem o tema abordado nesta seção. Até agora, muitos modelos descrevendo a dinâmica do universo regida por um campo escalar foram propostos (veja, por exemplo, (BRANS C.; DICKE, 1961; PADMANABHAN, 2002)), e em alguns casos, o campo escalar  $\phi(t)$  é nomeado “quintessência”. A ideia básica de modelos de quintessência consiste na análise de cenários cosmológicos em que uma densidade lagrangeana (daqui em diante chamada apenas “lagrangeana”) proporcional a um campo escalar  $\phi$  e a derivadas desse campo, é adicionada à ação de Einstein-Hilbert. Portanto, tem-se:

$$S_{quint} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} R + \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi). \quad (4.29)$$

A lagrangeana padrão é tomada simplesmente por

$$\mathcal{L} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi), \quad (4.30)$$

com  $V(\phi)$  sendo o potencial do campo escalar. Com isso, a equação de movimento de  $\phi$  é (TSUJIKAWA, 2013)

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0, \quad (4.31)$$

com  $V_\phi \equiv dV(\phi)/d\phi$ .

No Capítulo 9, será apresentado um modelo em que as Equações (4.29)-(4.31) são generalizadas para o caso de dois campos escalares. Apresentado o modelo, suas soluções cosmológicas são reportadas e interpretadas fisicamente.

## 5 PROVANDO ESTRELAS DE QUARKS COM DETECTORES DE ONDAS GRAVITACIONAIS AVANÇADOS

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”*

(Arthur Schopenhauer)

Quando estudando OGs emitidas por um SB compacto, uma importante e irresoluta questão surge. (ABBOTT, 2008) e (ABADIE, 2012) analisaram os GRBs 070201 e 051103, respectivamente, a partir de dados do LIGO e não encontraram evidência de sinal de OG. Uma vez que acredita-se que tais GRBs estavam dentro do horizonte que o LIGO poderia observar para este tipo de sistema, isso implica que SBs EN-EN ou EN-BN podem ser excluídos como progenitores plausíveis destes eventos<sup>1</sup>.

Abaixo, iremos discursar sobre a possibilidade de SBs EN-EQ serem os progenitores dos eventos acima mencionados.

### 5.1 O estado fundamental da matéria

A matéria hadrônica (bárions e mésons) é composta por quarks. Existem seis sabores (ou tipos) de quarks. São eles: *up(u)*, *down(d)*, *top(t)*, *bottom(b)*, *strange(s)* e *charm(c)*. Os bárions são compostos por três quarks e são responsáveis pela maior parte da massa da matéria visível do universo. Como exemplo, podemos citar os prótons, constituídos de dois quarks *up* e um *down* e os nêutrons, constituídos de dois quarks *down* e um *up*.

Os bárions interagem por meio da força nuclear forte e cada bárion tem uma antipartícula correspondente, denominada antibárion, cujos constituintes são os correspondentes antiquarks. Por exemplo, o antipróton é constituído por dois antiquarks *up* e um antiquark *down*.

Já os mésons são compostos por um quark e um antiquark, que implica em sua instabilidade. Com uma massa de  $\sim 966$  vezes a massa do elétron, o méson *K*, com carga positiva ou negativa, diferencia-se dos demais por decair (sob influência da

---

<sup>1</sup>Do Capítulo 2, lembre-se que SBs EN-EN e EN-BN são os principais candidatos a sistemas progenitores de SGRBs, caso dos GRBs 070201 e 051103 acima mencionados.

força nuclear fraca) muito mais lentamente (seu tempo de meia-vida é de  $\sim 10^{-8}s$ ).

Note que o fato dessas partículas serem mais estáveis do que suas massas, em princípio, permitiriam, foi considerado como “estranho”. Em 1953, Murray Gell-Mann sugeriu que partículas “estranhas” fossem identificadas por um novo número quântico, que batizou de “estranheza” e postulou que tal número deveria ser conservado nas interações fortes mas não nas interações fracas. Assim, a característica “estranheza” seria uma propriedade a ser conservada quando partículas estranhas participam de interações fortes. De fato, foi proposto que a lentidão no decaimento do méson  $K$  seria uma consequência de tal partícula ser composta por um antiquark “estranho” (por exemplo, o  $K^+$  é composto por um quark  $u$  e um antiquark  $\bar{s}$ ).

Segundo o Modelo de Sacola do MIT (*Massachusetts Institute of Technology*) (CHODOS, 1974), amontoados de quarks *strange*, *up* e *down* - conhecidos como *strangelets* - podem representar o estado fundamental da matéria ao invés de  $Fe^{56}$  (BODMER, 1971). Matéria com aproximadamente a mesma quantidade de quarks *up*, *down* e *strange* deve possuir menos energia que um núcleo atômico com o mesmo número bariônico, sendo assim, mais estável.

Este possível estado fundamental da matéria deve ser encontrado na natureza, sob condições de alta temperatura e/ou densidade. Um ambiente com essas características é encontrado, por exemplo, no interior de ENs, que podem assim conter uma quantidade significativa de ME em seu interior.

A existência de ME pode implicar em inúmeras consequências para a Física e Astrofísica, portanto, testar algumas destas consequências deve confirmar se ME realmente existe (MADSEN, 1999).

## 5.2 A produção astrofísica de *strangelets*

*Strangelets* são objetos com massas variando desde poucas dezenas em número bariônico até  $A \sim 2 \times 10^{57}$  (MACHADO, 2008). Sua relação carga-massa seria muito menor do que aquela verificada para núcleos ordinários, mas os valores absolutos de sua carga atômica podem ser muito maiores. Processos tais como coalescência de SBENs e até mesmo supernovas resultantes do colapso gravitacional de estrelas massivas podem ejetar *strangelets* no meio interestelar. Estes mecanismos de injeção propostos levam a uma abundância mensurável em meio aos raios cósmicos. De fato,

alguns experimentos julgam ter detectado possíveis componentes exóticos (SAITO, 1990) ainda que a partir de dados discutíveis. Note que *strangelets* podem também ser extraídas das superfícies de pulsares<sup>2</sup> (CHENG K.S.; USOV, 2006).

Note também que se ME for realmente o estado fundamental da matéria bariônica, então as galáxias devem estar contaminadas com *strangelets*, que dependendo de suas energias, podem converter ENs em EQs (MADSEN, 1999). Assim, todas as ENs seriam convertidas em algum período de sua existência em EQs.

### 5.3 A taxa de eventos de sistemas binários

Como foi acima mencionado, a maior parte das ENs tem massa  $\sim 1,3 - 1,4M_\odot$ . Desse modo, vamos investigar o sinal de OG de um SB EN-EQ com massas  $m_{EN} = m_1 = 1,3M_\odot$  e  $m_{EQ} = m_2 = 0,7M_\odot$ . Quando analisando o raio dessas estrelas para diferentes EdE, como a apresentada em (HAENSEL, 1986), pode-se notar que  $R^{EQ} < R^{EN}$ , de modo que podemos usar, para a última órbita estável desse sistema coalescente, a mesma equação usada para um SBENs, isto é,  $f_{uoe} = 1,5(\tilde{M}/2,8M_\odot)^{-1}kHz$  (SATHYAPRAKASH, 2001), com  $\tilde{M} = M(1+z)$  sendo a massa total do SB desviada para o vermelho. Tal procedimento foi realizado por (REGIMBAU T.; DE FREITAS PACHECO, 2006), mostrando que um SBENs pode alcançar frequências  $\sim 1,5kHz$ . Assumindo-se  $\varrho = 8$  e levando-se em consideração as Eqs.(2.9) e (2.10) para  $S_h(f)$ , obtemos  $d_L^{LIGO} = 145Mpc$  e  $d_L^{ET} = 2,5Gpc$  a partir da Eq.(2.11).

Com o conhecimento da distância de luminosidade do SB EN-EQ em ambos detectores, podemos estimar a taxa *eventos/ano*  $N$  para esses sistemas. Em (CORVINO, 2012), é apresentado um método para obter-se  $N$  a partir da taxa de coalescência Galáctica  $\mathcal{R}$  do sistema e do volume detectável  $V_D$  da fonte. De (KALOGERA, 2004; BELCZYNSKI, 2008; ABADIE, 2010),  $\mathcal{R}^{EN-EN} \sim 10^{-4}ano^{-1}$ , enquanto de (BAUSWEIN, 2009),  $\mathcal{R}^{EQ-EQ} \sim 10^{-5} - 10^{-4}ano^{-1}$ . Deste modo, uma vez que  $\mathcal{R}^{EN-EN} \sim 10\mathcal{R}^{EN-BN}$ , que por sua vez é  $\sim 10\mathcal{R}^{BN-BN}$  (ABADIE, 2010), é conservadoramente plausível assumir que o valor de  $\mathcal{R}^{EN-EQ}$  está entre  $\mathcal{R}^{EN-EN}$  e  $\mathcal{R}^{EQ-EQ}$ , que concorda com o fato destes eventos serem suficientemente raros de modo a ainda não terem sido detectados. Note que (BELCZYNSKI K.; BULIK, 2002) mostraram, a partir do método de síntese de populações, que se EQs de fato existem, sua população pode ser tão grande quanto a população de BNs. Então,

---

<sup>2</sup>Estrelas de nêutrons cujo eixo magnético está desalinhado com relação ao eixo de rotação.

podemos também tomar  $\mathcal{R}^{EN-BN} \sim \mathcal{R}^{EN-EQ} \leq 10^{-5} \text{ano}^{-1}$ . Portanto tomando-se  $\mathcal{R}^{EN-EQ} = 10^{-5} \text{ano}^{-1}$ , podemos calcular a taxa *evento/ano* para estes sistemas a partir de (CORVINO, 2012):

$$N = V_D \times 0,0116 \times \frac{1}{2,26^3} \times \mathcal{R}, \quad (5.1)$$

com  $V_D = (4/3)\pi d_L^3$ . O fator numérico 0,0116 é uma estimativa da densidade numérica local de galáxias equivalentes à Via Láctea em  $Mpc^{-3}$  (KOPPARAPU, 2008) e o fator  $1/2,26^3$  é necessário para ratear as fontes sobre posição no céu e orientação. Então, da Eq.(5.1) e dos valores da distância de luminosidade para ambos detectores, encontramos  $N^{aLIGO} \sim 0,13 \text{eventos/ano}$  e  $N^{ET} \sim 700 \text{eventos/ano}$ .

#### 5.4 A incerteza na massa dos sistemas binários

Para garantir que temos EQs nos SBs concernentes, é fundamental o cálculo das incertezas nas massas das estrelas. Um valioso método para tal é o método da MF (VALLISNERI, 2008). Tal método é usado rotineiramente na literatura para caracterizar estimativas de parâmetros de OG, e assim, podemos a partir de sua aplicação, derivar as incertezas nos parâmetros de sinais emitidos por SBs. No espaço de Fourier, pode-se escrever a amplitude de OG  $h$  a partir das Eqs.(2.39)-(2.40).

No entanto, no presente e no próximo capítulo, utilizaremos, para a função  $\psi(f)$  s seguinte relação(CUTLER C.; FLANAGAN, 1994; POISSON E.; WILL, 1995):

$$\psi(f) = 2\pi f t_c - \phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{128v^5} \sum_{j=0}^2 \alpha_j v^j, \quad (5.2)$$

com  $v = (\pi \tilde{M} f)^{1/3}$  sendo o parâmetro de expansão PN, que tomamos até a primeira ordem ( $j = 2$ ),  $\alpha_0 = 1$ ,  $\alpha_1 = 0$  e  $\alpha_2 = (20/9)(743/336 + 11\eta/4)$ . Portanto, em (5.2) incluímos um termo de correção PN que a baixas frequências, apresenta maiores efeitos. Note que estamos empregando  $v = (\pi \tilde{M} f)^{1/3}$  ao invés de  $(M/r)^{1/2}$  como parâmetro de expansão PN. Essa mudança de variáveis é vantajosa uma vez que a frequência da OG é medida diretamente a partir do sinal de OG, diferentemente do raio da órbita  $r$ .

Das Eqs.(2.39)-(5.2), o sinal de OG de um SB coalescente depende de  $\mathcal{A}$ ,  $t_c$ ,  $\phi_c$ ,  $\tilde{M}$  e  $\eta$ . No entanto, é conveniente que calculemos e interpretemos a MF em termos

dos parâmetros adimensionais  $\vec{\Theta} \equiv \ln \mathcal{A}, f_0 t_c, \phi_c, \ln \tilde{\mathcal{M}}$  e  $\ln \eta$ , com  $f_0$  sendo uma frequência fiducial. A MF é obtida a partir da derivação de  $\tilde{h}(f)$  com respeito a  $\vec{\Theta}$ , isto é:

$$\Gamma_{ab} = 2 \int_0^{f_{uoe}} \frac{\tilde{h}_a^*(f) \tilde{h}_b(f) + \tilde{h}_a(f) \tilde{h}_b^*(f)}{S_h(f)} df. \quad (5.3)$$

Na equação acima,  $\tilde{h}_a(f)$ , com  $a$  sendo identificado por cada um dos cinco parâmetros  $\Theta$ , representam derivações parciais de  $\tilde{h}(f)$  com respeito a  $\vec{\Theta}$ , que assumindo  $A_1 = 4/3(743/336 + 11\eta/4)$  e  $A_2 = 743/168 - 33\eta/4$ , são

$$\tilde{h}_{\ln \mathcal{A}} = \tilde{h}(f), \quad (5.4)$$

$$\tilde{h}_{f_0 t_c} = 2\pi i \frac{f}{f_0} \tilde{h}(f), \quad (5.5)$$

$$\tilde{h}_{\phi_c} = -i \tilde{h}(f), \quad (5.6)$$

$$\tilde{h}_{\ln \tilde{\mathcal{M}}} = -\frac{5i}{128} (\pi \tilde{\mathcal{M}} f)^{-5/3} (1 + A_1 v^2) \tilde{h}(f), \quad (5.7)$$

$$\tilde{h}_{\ln \eta} = -\frac{i}{96} (\pi \tilde{\mathcal{M}} f)^{-5/3} A_2 v^2 \tilde{h}(f), \quad (5.8)$$

e  $\tilde{h}_a^*(f)$  são os complexos conjugados das derivações. Note que a dependência da Eq.(5.3) com  $S_h(f)$  (Eqs.(2.9)-(2.10)) mostra que a MF e posteriormente as incertezas nas massas das estrelas dependem da sensibilidade do detector de OG. A incerteza nos parâmetros  $\Theta^i$ , com  $i$  assumindo os valores de  $\vec{\Theta}$ , é dada por  $\sqrt{\langle (\Delta \Theta^i)^2 \rangle} = \sqrt{\Sigma^{ii}}$ , e  $\Sigma \equiv \Gamma^{-1}$  é a Matriz de Fisher Covariante (MFC), dada simplesmente pela matriz inversa da MF. O desenvolvimento de (5.3) leva-nos a

$$\Gamma_{ab}^{aLIGO} = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1229,98 & -201,081 & -670191 & -7044,13 \\ 0 & -201,081 & 64 & 449333 & 3781,54 \\ 0 & -670191 & 449333 & 6,19011 \times 10^9 & 4,23617 \times 10^7 \\ 0 & -7044,13 & 3781,54 & 4,23617 \times 10^7 & 309608 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

e

$$\Sigma_{ab}^{aLIGO} = \begin{bmatrix} 0,015625 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,00597515 & 0,0635032 & 6,51863 \times 10^{-6} & -0,00153158 \\ 0 & 0,0635032 & 0,840146 & 0,0000978275 & -0,0222018 \\ 0 & 6,51863 \times 10^{-6} & 0,0000978275 & 1,45817 \times 10^{-8} & -3,04168 \times 10^{-6} \\ 0 & -0,00153158 & -0,0222018 & -3,04168 \times 10^{-6} & 0,00065573 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

para o aLIGO e

$$\Gamma_{ab}^{ET} = \begin{bmatrix} 64 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4056,11 & -362,306 & -1,65821 \times 10^6 & -15144,9 \\ 0 & -362,306 & 64 & 800965 & 4882,56 \\ 0 & -1,65821 \times 10^6 & 800965 & 9,53807 \times 10^{10} & 2,10044 \times 10^8 \\ 0 & -15144,9 & 4882,56 & 2,10044 \times 10^8 & 723976 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

e

$$\Sigma_{ab}^{ET} = \begin{bmatrix} 0,015625 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,000770482 & 0,00811107 & 8,37729 \times 10^{-8} & -0,0000628887 \\ 0 & 0,00811107 & 0,135216 & 1,7725 \times 10^{-6} & -0,00125648 \\ 0 & 8,37729 \times 10^{-8} & 1,7725 \times 10^{-6} & 5,40611 \times 10^{-11} & -2,58859 \times 10^{-8} \\ 0 & -0,0000628887 & -0,00125648 & -2,58859 \times 10^{-8} & 0,0000160497 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

para o ET. Seguindo (CUTLER C.; FLANAGAN, 1994), escrevemos as incertezas em  $m_1$  e  $m_2$  como:

$$\Delta m_1 = \Sigma^{\nu\nu} \left[ \frac{M(\mu - 3m_1)}{2\mu(m_1 - m_2)} \right]^2, \quad (5.13)$$

$$\Delta m_2 = \Sigma^{\nu\nu} \left[ \frac{M(\mu - 3m_2)}{2\mu(m_1 - m_2)} \right]^2, \quad (5.14)$$

com  $\mu = \eta M$ . Portanto, podemos garantir que os valores de  $m_1$  e  $m_2$  encontram-se nos intervalos  $1,228 M_\odot \leq m_1 \leq 1,366 M_\odot$  e  $0,670 M_\odot \leq m_2 \leq 0,737 M_\odot$  para o

detector aLIGO, e  $1,272 M_{\odot} \leq m_1 \leq 1,327 M_{\odot}$  e  $0,687 M_{\odot} \leq m_2 \leq 0,714 M_{\odot}$  para o detector ET.

Note que, além do intervalo de valores que as massas das estrelas podem alcançar, a amplitude do sinal de OG de SBs contendo EQs apresenta algumas propriedades que distinguem tal sinal do emitido por SBs EN-EN, como mencionado por (BAUSWEIN, 2010). Comparando o sinal de OG de tais SBs, percebe-se que as frequências máximas atingidas durante a fase de inspiralação são maiores para SBs com EQs. Os valores mais baixos obtidos para SBs EN-EN são razoáveis considerando-se a mais baixa compactação das estrelas iniciais comparadas às EQs. A amplitude da OG logo depois da fusão é maior quando EQs estão presentes, além disso, o sinal *ringdown*<sup>3</sup> após a fusão decai mais rapidamente para tais sistemas.

Em particular, mostramos a partir da computação das Eqs.(5.13)-(5.14), que os detectores aLIGO e ET podem restringir com alta acurácia as massas constituintes de SBs EN-EQ. No entanto, esses sistemas realmente existem no universo? Discutiremos esta questão na próxima seção.

## 5.5 Quais foram os Progenitores de GRB 070201 e GRB 051103?

Como já ressaltado, os mais prováveis progenitores de sGRBs são SBs EN-EN ou SBs EN-BN. No entanto, (ABBOTT, 2008) excluíram tais sistemas com massas nos intervalos  $M_{\odot} < m_1 < 3M_{\odot}$  e  $M_{\odot} < m_2 < 40M_{\odot}$  com mais de 99% de confiança para o progenitor do GRB 070201, enquanto (ABADIE, 2012) excluíram um SB EN-BN coalescente com mais de 99% de confiança para GRB 051103. Ambos trabalhos mostram uma deficiência em restringir os possíveis progenitores de GRB uma vez que nenhum sinal de OG foi detectado. Como possível explicação para essas não-deteccções, os autores argumentam que uma vez que até 15% dos sGRBs de fato podem ser *flares* gigantes de *soft gamma repeaters*<sup>4</sup> (SGRs), essas fontes podem ser, na verdade, tais *flares*. De fato, essa possibilidade foi apresentada em (FREDERIKS, 2007; MAZETS, 2008; OFEK, 2008; HURLEY, 2010). Além do mais, a sensibilidade de um detector de OG no caso de SBs compactos depende da inclinação do plano orbital com relação à linha de visada e da localização da fonte no céu.

No entanto, se considerarmos que ambos eventos foram devidos a SGRs extragalácticos, o pico de luminosidade dessas fontes seria  $> 10^{47} \text{ergs}^{-1}$  (CHAPMAN

<sup>3</sup>Vide Capítulo 2.

<sup>4</sup>Objetos que emitem repetidamente *flashes* de raios-*gamma* a baixas energias.

R.; PRIDDEY, 2009). Por outro lado, considerando-se os mais comuns *bursts* de curta duração de SGRs, as luminosidades são tipicamente  $\leq 10^{41} \text{ergs}^{-1}$ . Além disso, (CHAPMAN R.; PRIDDEY, 2009) estimam que a taxa de *flares* com pico de luminosidade  $> 10^{47} \text{ergs}^{-1}$  é baixíssima. Adotando-se sua taxa de *flares*, a probabilidade de observar-se tais *flares* dentro de um raio de  $5 \text{Mpc}$  durante os 17 anos de operação do IPN3 é de  $\sim 1\%$ . Note que uma alternativa para explicar-se a ausência de sinal de OG desses GRBs surge se considerarmos que ao menos uma das estrelas do SB é uma EQ com massa  $M \lesssim 0,7 M_{\odot}$ . Além disso, durante o processo de coalescência, mas antes da imersão final, ME das EQs pode ser acretaada pelas ENs. Uma vez que há uma semente de ME dentro de uma EN, essa semente estranha irá absorver nêutrons, prótons e híperons (se estes estiverem presentes na EN), liberando seus quarks constituintes. A conversão de toda a EN vai ocorrer num intervalo de tempo muito curto, tipicamente  $1 \text{ms} - 1 \text{s}$ , através de um modo de detonação muito similar ao observado nos GRBs (HORVATH J.E.; BENVENUTO, 1988).

Em termos da emissão eletromagnética para o GRB 070201, os valores da fluência (ou fluxo integrado) e do fluxo de pico correspondem a uma vazão de energia isotrópica de  $\sim 10^{45} \text{erg}$  e um pico de luminosidade de  $\sim 10^{47} \text{ergs}^{-1}$  se a fonte do GRB 070201 está situada em M31 a  $D = 780 \text{kpc}$ . Retornando ao SB EN-EQ concernente, ele pode atingir frequências significativamente mais altas que a de um SBENs. Em particular, o SB EN-EQ não seria detectado pelo LIGO inicial usando a técnica de *matched filtering*, apenas se o ângulo de inclinação<sup>5</sup>  $\iota$  é tal que  $\cos \iota < 0,80$  para GRB 051103 e  $\cos \iota < 0,20$  para GRB 070201. Se consideramos uma EQ com  $0,07 M_{\odot}$ , então GRB 051103 e GRB 070201 não seriam detectados mesmo quando  $\cos \iota = 1$ . Portanto, não haveria detecção. Recentemente, (ARUN K.G.; TAGOSHI, 2014) apresentaram um método que pode medir o ângulo de inclinação com uma acurácia de  $\sim 5,1^{\circ}$  para um SBENs a  $200 \text{Mpc}$  se a direção da fonte e o *redshift* são conhecidos eletromagneticamente. Este método pode ser configurado numa forma eficaz de estudar-se SBs compactos (como por exemplo, EN-EN, EN-BN, EN-EQ, EQ-EQ) na era de detectores de OG avançados.

É importante mencionar que a técnica *matched filtering* combina a definição da SR com uma função de normalização do *template*  $\sigma_h$ . Então, é definida uma distância efetiva para um dado gatilho como  $D_{ef} = \sigma_h / \varrho$ . Neste caso,  $D_{ef}$  está relacionada à distância da fonte  $D$ , o ângulo de inclinação  $\iota$  e os padrões da antena<sup>6</sup>. Em particular,

<sup>5</sup>O ângulo entre o plano orbital e o vetor que conecta a origem do detector à origem da fonte.

<sup>6</sup>Os padrões da antena do detector dão a sensibilidade para as polarizações dos sinais de OG.

alguns dos parâmetros usados pela equipe do LIGO na análise de SBs compactos são: (i) a massa total é distribuída uniformemente entre 2 e  $\sim 35 - 40M_\odot$ ; (ii) a razão de massa  $q = m_1/m_2$  é distribuída uniformemente entre 1 e o valor máximo tal que  $m_1, m_2 > 1M_\odot$ . Se tomamos um SB composto por duas estrelas com  $1M_\odot$ , então o número total de ciclos de OG na banda do LIGO inicial seria  $\sim 2,9 \times 10^6$ . Tal quantidade é calculada a partir da seguinte integração

$$\mathcal{N} = \int_{f_{mn}}^{f^{mx}} \mathcal{N}_{inst}(f) d \ln f, \quad (5.15)$$

sendo que o número instantâneo de ciclos de OG é definido por

$$\mathcal{N}_{inst}(f) \equiv \frac{f}{2\pi} \frac{d\phi}{df} = \frac{f^2}{\dot{f}}. \quad (5.16)$$

Em (5.16),  $\phi$  é definido a partir do análogo da Eq.(2.39) para o domínio temporal. Além disso,  $\dot{f}$  é calculado a partir da Eq.(5.2). Por outro lado, para o caso limite de  $m_1 - m_2 = 1,3 - 0,7M_\odot$ , temos  $\sim 3,2 \times 10^6$  ciclos dentro da banda dos detectores LIGO. Essa diferença no número total de ciclos de OG pode reduzir a eficiência do modelo quando usa-se a técnica *matched filtering*. Então, um teste consistente possível pode surgir da re-análise dos sinais detectados pelo LIGO para GRB 070201 e GRB 051103 considerando-se alguns possíveis casos envolvendo EQs. Isto é, por exemplo, a equipe do LIGO poderia usar a distribuição de massa total entre 1,3 e  $\sim 2M_\odot$ , que corresponde à massa da EQ no intervalo  $\sim 0,07 - 0,7M_\odot$ .

## 5.6 Justificativa para a escolha da massa das estrelas de quarks

Abaixo, descreveremos a razão pela qual assumimos  $m_2 = 0,7M_\odot$  para o limite superior da massa da EQ (Seção 5.3).

Pode ser útil mencionar que considerando-se uma detecção direta de OGs, seria improvável que a frequência orbital máxima de SBs EN-EN ( $m_1 = 1,3M_\odot$  e  $m_2 = 0,7M_\odot$ ) pudesse exceder o limite  $\sim 500Hz$ . Isto é devido às altas forças de maré agindo em tal SB. No caso de um SB constituído de uma EN com massa  $\sim 1,3M_\odot$  e uma EQ com massa  $0,7M_\odot$  (cujo raio é  $\sim 7,8km$  se considerarmos  $B = 100MeV fm^{-3}$ ) é provável que o sistema EN-EQ atinja uma frequência máxima maior que aquela atingida por SBENs. Isto acontece porque as OGs emitidas durante esses eventos são primariamente governadas pela compactidade  $M/R$  de cada estrela.

Então, um SB EN-EQ (com massas  $m_1 \sim 1,3M_\odot$  e  $m_2 \lesssim 0,7M_\odot$ ) pode facilmente superar a barreira de  $\sim 1,5kHz$ .

Além disso, a energia gravitacional liberada pela fusão de uma EN com uma EQ pode atingir  $E \sim 10^{53}erg$  se considerarmos  $B = 100MeVfm^{-3}$ . Se antes da imersão final a EN acretar ME da EQ companheira, a conversão EN $\rightarrow$ EQ pode liberar  $E^{conv} \sim 10^{53}erg$  (BOMBACI I.; DATA, 2000), quantidade suficiente para energizar fontes de GRB a distâncias cosmológicas. Finalmente, uma EQ pode ter uma crosta bariônica fina, como discutido, por exemplo, por (HUANG Y.F.; LU, 1997), com uma massa típica de  $\sim 10^{-5}M_\odot$ . Nesse caso, devido ao fato da quantidade de bárions contaminando a *fireball* não poder exceder a massa dessa crosta fina, poderíamos ter, para esses sistemas, uma *fireball* com altos fatores relativísticos quando comparada a um SBEN com a mesma massa total.

Pode ser proveitoso enfatizar também que a estrela menos massiva em questão pouco provavelmente seria uma AB. Uma vez que o raio de uma AB é muito maior que seu raio de Schwarzschild, a última órbita estável de um SB contendo uma AB é atingida quando as estrelas se tocam. Uma vez que o raio de uma EN é negligível quando comparado ao raio de uma AB ( $\sim 10^3km$ ), a frequência de última órbita estável de um SB EN-AB depende do inverso do raio da AB apenas. Portanto, é improvável ter-se  $f_{uoe} > 1Hz$  em SBs contendo uma AB (veja, por exemplo, (ROSADO, 2011)). Então, quando trabalhamos com um SB composto de ao menos uma AB, espera-se ter a frequência de última órbita estável amplamente diferente daquela obtida em nosso caso. De (RODRIGUES, 2011), pode-se ver que para diferentes valores dos parâmetros de EdE,  $R_{EQ} < 10km$  para  $m_{EQ} = 0,7M_\odot$ , de modo que os efeitos de maré em tal estrela seriam consideravelmente mais baixos do que em uma AB. Deste modo, a Eq.(2.11) define de forma bem sucedida a última órbita estável do SB em questão.

Deixe-nos ressaltar também que a procura por MACHOs (*Massive Compact Halo Objects*) mostrou que  $\sim 20\%$  do halo Galáctico é povoado por objetos compactos com massas no intervalo  $0,15 - 0,9M_\odot$  (ET AL., 2000). Um resultado similar foi obtido por (NOVATI, 2005), que concluíram que a massa média dos MACHOs está no intervalo  $0,5 - 1M_\odot$ . Note que uma porção não-desprezível desses objetos não podem ser ABs uma vez que isso implicaria uma alta luminosidade para o halo. Deste modo, ao menos uma certa fração desses objetos do halo podem ser, por exemplo, EQs. Consideremos uma função de massa padrão:  $\phi(m) \propto m^{-\alpha}$ . Para os valores de

$\alpha$ , referenciamos (HAN C.; GOULD, 1996; BESLA G.; HERNQUIST, 2013), entre outros, que determinaram  $\alpha \sim 1,3 - 2,35$  para MACHOs no intervalo  $0,075 - 1M_{\odot}$ . Dada essa gama de valores para  $\alpha$ , a fração de objetos compactos de baixa massa no halo da Via Láctea, com massa próxima a  $0,7M_{\odot}$ , é  $\sim 0,25 - 0,60\%$ . Uma parte substancial desses MACHOs pode ser, de fato, EQs com  $m \sim 0,7M_{\odot}$ . Apesar de termos utilizado o halo da Via Láctea para a estimativa, é provável que objetos compactos com massa  $\lesssim 0,7M_{\odot}$ , como EQs, também existam no bojo e no disco da Galáxia, bem como em outras galáxias.

Considerando os detectores avançados e, em particular, do cálculo da Eq.(5.1), espera-se  $\sim 2$  eventos de coalescência de sistemas EN-EQ a serem detectados pelo ET por dia. Uma vez que o mesmo estiver operando, se essa taxa de eventos não for satisfeita, pode-se inferir que a taxa de fusão Galáctica  $\mathcal{R}^{EN-EQ} < 10^{-5}ano^{-1}$ . No que concerne ao aLIGO, é esperado uma coalescência EN-EQ a cada  $\sim 8anos$ .

A possibilidade da existência de ME no universo ainda é uma questão em aberto. Apesar da resposta para essa questão dificilmente vir de experimentos em laboratório devido ao fato de quarks não serem observados como partículas individuais, entre outras razões, os detectores de OG podem trazer evidências para a existência de EQs e conseqüentemente confirmarem o estado fundamental absoluto da matéria como sendo o estado da ME.



## 6 VINCULANDO A TENSÃO NA BRANA NA COSMOLOGIA DE RANDALL-SUNDRUM ATRAVÉS DE ONDAS GRAVITACIONAIS EMITIDAS POR SISTEMAS BINÁRIOS DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

No capítulo anterior discutimos uma forma de diferenciar ENs de EQs e propusémos que os GRB 070201 e GRB 051103 podem ter sido gerados por EQs, dada a incapacidade do LIGO de identificar a assinatura em OGs destes sistemas, que, em princípio, estariam dentro do raio de visibilidade do detector. No presente capítulo estudaremos SBENs como “sirenes padrão” e mostraremos que tais sistemas podem ser utilizados para impor vínculos sobre a tensão da brana na cosmologia derivada do modelo de RS.

### 6.1 Sistemas binários de estrelas de nêutrons como sirenes padrão

Note que da Eq.(2.39),  $h(t)$  é diretamente dependente da massa *chirp* e inversamente proporcional à distância de luminosidade da fonte. Portanto, em posse de um bom modelamento do sinal recebido de uma fonte inspiral, haverá precisão na determinação da massa *chirp* e do fator  $\psi(f)$  para o SB e logo, obtenção do valor para a distância de luminosidade  $D$ . Se tivermos informações sobre a galáxia hospedeira do SB, como seu *redshift*, pode-se a partir de então construir um diagrama de “sirenes padrão” de forma semelhante ao que se constrói com as velas padronizáveis obtidas a partir de Supernovas Ia. O traço mais marcante destes dois indicadores é a ordem de grandeza dos erros envolvidos, que são muito menores para as sirenes padrão (DALAL, 2006). Uma outra vantagem das sirenes padrão é que sua física subjacente é bem entendida. A radiação emitida durante a fase inspiral (de maneira oposta à fase de fusão) é bem descrita usando expansões PNs da RG. Por outro lado, uma desvantagem das sirenes padrão é que apesar das formas de OG poderem trazer informação sobre a distância até a fonte, estas não contêm informação sobre seu *redshift*. Assim, para ser proveitosa como uma vela padrão, uma medida independente do *redshift* da fonte é crucial. Isto pode ser determinado através da observação de uma contrapartida eletromagnética, como a galáxia hospedeira da fonte, como mencionado acima.

## 6.2 Uma inovadora abordagem para sistemas binários de estrelas de nêutrons

Como acima mencionado, acredita-se que sGRBs sejam causados pela fusão de dois objetos compactos, como ENs. A diminuição do período orbital causada pela emissão de OGs faz o sistema eventualmente colapsar, originando um *burst* de raios-*gamma* e OGs.

Emissão eletromagnética de GRBs provém informações indiretas sobre seus progenitores, que podem ser provadas diretamente pelas OGs emitidas.

Consideremos um SBENs com  $m_1 = m_2 = 1,4M_\odot$ <sup>1</sup> e calculemos para tal, a distância de luminosidade prevista pelo ET a partir das Eqs.(2.10)-(2.11). Tal procedimento resulta em  $d_L^{ET} = 3,947Gpc$  quando assumimos  $\varrho = 8$  para SR. Podemos usar o método apresentado em (PEN, 1999), para estimar o *redshift* referente a tal valor da distância de luminosidade. Este consiste em escrever a distância de luminosidade como

$$d_L = \frac{1+z}{H_0} \left[ \eta(1, \Omega_m) - \eta\left(\frac{1}{1+z}, \Omega_m\right) \right], \quad (6.1)$$

com

$$\eta(z, \Omega_m) = 2\sqrt{s^3 + 1}[(1+z)^4 - 0,1540s(1+z)^3 + 0,4304s^2(1+z)^2 + 0,19097s^3(1+z) + 0,066941s^4]^{-1/8} \quad (6.2)$$

e

$$s^3 = \frac{1 - \Omega_m}{\Omega_m}. \quad (6.3)$$

Se, para o valor de  $\Omega_m$  utilizarmos o que é retirado de recentes observações do WMAP ((BENNETT, 2013)), i.e.,  $\Omega_m = 0,279$ , obtemos para  $d_L^{ET}$ , o redshift  $z = 0,68$ , que encontra-se no regime cosmológico, de modo que tais SBs podem ser utilizados para vincular-se parâmetros da cosmologia de branas se proverem uma boa estatística.

Para verificar tal condição, podemos calcular a taxa *eventos/ano* para esses sistemas. Na Seção 5.3, vimos que a taxa de coalescência de SBENs para o universo local é  $\mathcal{R}^{EN-EN} \sim 10^{-4}ano^{-1}$ . Utilizando-se da Eq.(5.1), encontramos  $N^{EN-EN} \sim$

---

<sup>1</sup>Lembre-se que de (LATTIMER, 2012), a maioria das ENs tem massa entre  $1,3 - 1,4M_\odot$ .

$2,5 \times 10^5 \text{ eventos/ano}$ , que faz com que tais SBENs coalescentes sejam importantes fontes de OGs.

Uma vez que tais SBs provém uma boa estatística, iremos computar as incertezas associadas às medidas de um conjunto de parâmetros relacionados ao sinal de OG por eles emitidos. As incertezas nos parâmetros irão vincular a cosmologia do modelo RS. O formalismo da MF apresentado na Seção 5.4 permite-nos derivar tais incertezas. Desenvolvendo a MF (5.3) para o SBENs concernente, levando em conta a densidade espectral de ruído do ET, escrevemos a MFC

$$\Sigma_{ab}^{ET} = \begin{bmatrix} 0,015625 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,000922 & 0,009551 & 4,46819 \times 10^{-7} & -0,000206 \\ 0 & 0,009552 & 0,148859 & 0,000008 & -0,003809 \\ 0 & 4,46819 \times 10^{-7} & 0,000008 & 1,15926 \times 10^{-9} & -3,46108 \times 10^{-7} \\ 0 & -0,000206 & -0,003809 & -3,46108 \times 10^{-7} & 0,000133 \end{bmatrix}, \quad (6.4)$$

e dela, obtemos as incertezas nos parâmetros de OG, que serão usados para vincular a cosmologia de branas. Podemos ver que tomando-se  $a = b = 1$  na Eq.(5.3), o elemento correspondente da MF é  $\varrho$ . Deste modo, a incerteza correlacionada a  $\varrho$  é tomada do termo  $a = b = 1$  de (6.4), ou seja,  $\Sigma^{11} = 0,015625$ . Uma vez que  $\sqrt{\Sigma^{11}} = \sigma_\varrho = 0,125$ , temos  $\Delta\varrho = \varrho\sigma_\varrho = 1$ . Isso implica que a SR está no intervalo  $7 \leq \varrho \leq 9$ . Note que espera-se que os termos  $\Sigma^{44}$  e  $\Sigma^{55}$  também interfiram no intervalo de valores que  $d_L$  pode assumir. No entanto, de (6.4), esses valores são ínfimos quando comparados a  $\Sigma^{11}$ , que faz com que a incerteza em  $\varrho$  domine.

### 6.3 Vinculando o parâmetro de densidade de tensão na brana a partir da propagação de erros

Vimos que a distância de luminosidade predita pelo modelo RS2 é dada pela Eq.(4.23). O termo de radiação escura em (4.23) pode ser negligenciado para o *redshift* das fontes com as quais estamos trabalhando ( $z \sim 0,7$ ) (SAHNI V.; SHTANOV, 2003). As outras quantidades na Eq.(4.23), em termos do *redshift*, são:

$$d_L^{\Lambda CDM} = \frac{(1+z)}{H_0} \int_0^z \frac{(1+z)^{-3/2}}{[\Omega_\Lambda(1+z)^{-3} + \Omega_m]^{1/2}} dz, \quad (6.5)$$

e

$$I_\lambda = \frac{(1+z)}{2H_0} \int_0^z \frac{(1+z)^{3/2}}{[\Omega_\Lambda(1+z)^{-3} + \Omega_m]^{3/2}} dz. \quad (6.6)$$

É importante, aqui, salientar que se vivermos num universo como o descrito no modelo RS2, a distância de luminosidade de um SBENs predita pela Eq.(2.11) deve concordar com a obtida via Eq.(4.23), uma vez que a última apresenta contribuições do modelo  $\Lambda$ CDM e da cosmologia de branas.

Para integrarmos as Eqs.(6.5)-(6.6), devemos ter bem estabelecidos os valores de  $\Omega_\Lambda$ ,  $\Omega_m$  e  $H_0$ . Estes são retirados dos últimos resultados do WMAP (*Wilkinson Mapping Anisotropy Probe*). De (BENNETT, 2013), tem-se  $\Omega_\Lambda = 0,721 \pm 0,025$ ,  $\Omega_m = 0,279 \pm 0,025$  e  $H_0 = 70,0 \pm 2,2 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

Pretendemos obter um limite máximo para  $\Omega_\lambda$  a partir da seguinte equação de propagação de erros:

$$\sigma_{d_L^{RS2}}^2 + \sigma_{lg}^2 = \sum_{i=1}^5 \left( \frac{\partial d_L^{RS2}}{\partial \xi_i} \right)^2 \sigma_{\xi_i}^2. \quad (6.7)$$

Na Equação (6.7),  $\sigma_{d_L^{RS2}} = \sigma_\rho$  pelas razões mencionadas acima,  $\sigma_{lg}$  é o erro sistemático provindo dos efeitos de lentes gravitacionais, dado por (NISHIZAWA, 2012)

$$\sigma_{lg} = 0,066 \left[ \frac{1 - (1+z)^{-0,25}}{0,25} \right]^{1,8}, \quad (6.8)$$

$\xi_i = (z, h, \Omega_\Lambda, \Omega_m, \Omega_\lambda)$ , e  $\sigma_{\xi_i}$  são os erros em  $\xi_i$  tal que: assumimos  $\sigma_{\xi_1} = 0,003$  (LIMA M.; HU, 2007); para  $\xi_{2,3,4}$ , os erros são retirados dos dados do WMAP apresentados acima; e  $\sigma_{\xi_5}$  proverá o valor máximo que  $\Omega_\lambda$  pode assumir.

Agora, computemos a Eq.(6.7). Da análise da MF, vemos que a contribuição de  $\sigma_{d_L^{RS2}} = 0,125$ . Os outros termos em (6.7) dependem diretamente dos valores de  $z$ . Isolando  $\sigma_{\Omega_\lambda}$  em (6.7), obtemos  $\Omega_\lambda \leq 0,037$ . Tal valor é consistente com valores encontrados na literatura, como  $\Omega_\lambda = 0,026$ , que foi obtido a partir de uma abordagem teórica que assumia  $4\Omega_\lambda\Omega_\Lambda = \Omega_m^2$ , e  $\Omega_\lambda = 0,04$  (DABROWSKI, 2004) e  $\Omega_\lambda = 0,02$  (FAY, 2006), ambos obtidos a partir de análise estatística.

Com o alto número de fontes por ano encontrado para o ET, seria possível obter uma ótima estatística. A partir de tal estatística, também é possível ter-se uma melhor estimativa para os progenitores de SGRBs. Se SGRBs são gerados por SBENs em fusão, eles podem ser tratados como a contrapartida observacional dessas fontes de OG acessíveis ao ET<sup>2</sup>. A detecção de OG dessas fontes combinada com tal contrapartida eletromagnética deve, de uma vez por todas, confirmar os progenitores de SGRBs.

Se no lugar de SBENs, considera-se SBs com um BN, as perspectivas na vinculação da cosmologia de branas não são otimistas. (MCWILLIAMS, 2010) vinculou o raio de curvatura da dimensão extra  $r_c$  a partir da observação de SBs EN-BN. As massas assumidas para o sistema foram  $2M_\odot$  para a EN e  $7M_\odot$  para o BN, implicando, a partir da taxa Galáctica de coalescência para esses sistemas, em  $N^{EN-BN} \sim 1,2 \times 10^4 \text{eventos/ano}$ , que é menor que  $N^{EN-EN}$  por um fator 2. No entanto, a implicação dramática para SBs contendo BNs como objetos para vincular-se a cosmologia de branas surge de recentes trabalhos de George F.R. Ellis (ELLIS, 2013b; ELLIS, 2013a). Note que, para vincular  $r_c$ , (MCWILLIAMS, 2010) também considera um SB contendo um BN estelar coalescendo com um BN supermassivo. O autor argumenta que pode-se vincular  $r_c$  a partir da taxa de eventos de tais sistemas porque é previsto, pelo modelo RS2, que a quantidade de Radiação Hawking emitida por BNs é engrandecida, o que diminui seu tempo de vida. A escala de tempo de evaporação para um BN estelar é então calculada e usada para derivar-se a taxa de eventos e consequentemente  $r_c$ . Todavia, (ELLIS, 2013b; ELLIS, 2013a) afirma que BNs astrofísicos não evaporam. A explanação padrão de tal fenômeno (HAWKING S.W.; PENROSE, 1996) propõe que, num tempo finito, o BN evapora completamente devido à emissão de Radiação Hawking. A novidade discutida por (ELLIS, 2013b; ELLIS, 2013a) questiona tal explanação, sugerindo que BNs que formam-se a partir do estado final de estrelas colapsantes são eternos. Tal propriedade juntamente com o que foi abordado no Capítulo 6 faz com que SBENs sejam objetos favoráveis na vinculação da cosmologia de branas.

---

<sup>2</sup>Como explanado no Capítulo 2.



## 7 COSMOLOGIA A PARTIR DO MODELO GRAVITACIONAL DE KALUZA-KLEIN

*“A parte mais importante do progresso é o desejo de progredir.”*

(Sêneca)

Neste capítulo, apresentamos um modelo cosmológico derivado da teoria de KK (MORAES P.H.R.S; MIRANDA, 2012), identificando a forma funcional do parâmetro associado à quinta dimensão, de forma que este reproduza uma solução que mimetize os efeitos da CC no escopo da RG.

### 7.1 Análise da cosmologia a partir do modelo de Kaluza-Klein

Partindo do caso específico do modelo de KK em que a quinta dimensão é não-compactificada e portanto as derivações com respeito a ela não se anulam, a ideia apresentada em (MORAES P.H.R.S; MIRANDA, 2012) é inserir um termo de quinta dimensão do tipo-espaço com estrutura  $\alpha^2 dl^2$  em um elemento de linha de FRW (Eq.(3.15)), sendo  $\alpha$  um parâmetro dependente do tempo. Portanto, o elemento de linha a ser trabalhado é

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2[dr^2 + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2)] - \alpha(t)^2 dl^2. \quad (7.1)$$

Seguindo o procedimento de (WESSON, 1999), queremos obter um análogo da Eq.(3.16) para o caso 5D a partir da Eq.(7.1), com o intuito de verificar se o tratamento do universo em 5D pode de algum modo mimetizar os efeitos da CC no modelo  $\Lambda$ CDM.

Os componentes diferentes de zero dos símbolos de Christoffel para a métrica (7.1) são:

$$\Gamma_{01}^1 = \Gamma_{02}^2 = \Gamma_{03}^3 = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (7.2)$$

$$\Gamma_{04}^4 = \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (7.3)$$

$$\Gamma_{11}^0 = a\dot{a}, \quad (7.4)$$

$$\Gamma_{12}^2 = \Gamma_{13}^3 = \frac{1}{r}, \quad (7.5)$$

$$\Gamma_{22}^0 = a\dot{a}r^2, \quad (7.6)$$

$$\Gamma_{22}^1 = -r, \quad (7.7)$$

$$\Gamma_{23}^3 = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \quad (7.8)$$

$$\Gamma_{33}^0 = a\dot{a}r^2\sin^2\theta, \quad (7.9)$$

$$\Gamma_{33}^1 = -r\sin^2\theta, \quad (7.10)$$

$$\Gamma_{33}^2 = -r\sin\theta\cos\theta, \quad (7.11)$$

$$\Gamma_{44}^0 = \alpha\dot{\alpha}. \quad (7.12)$$

O tensor de Ricci tem como componentes diferentes de zero:

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} \quad (7.13)$$

$$R_{11} = a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + a\dot{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (7.14)$$

$$R_{22} = r^2a\ddot{a} + 2r^2\dot{a}^2 + r^2a\dot{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (7.15)$$

$$R_{33} = r^2\sin^2\theta a\ddot{a} + 2\dot{a}^2 + a\dot{a}\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \quad (7.16)$$

$$R_{44} = \alpha\ddot{\alpha} + 3\frac{\ddot{a}}{a}\alpha\dot{\alpha}, \quad (7.17)$$

que resultam num escalar de Ricci da forma

$$R = -6\frac{\ddot{a}}{a} - 2\frac{\ddot{\alpha}}{\alpha} - 6\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - 6\frac{\dot{a}\dot{\alpha}}{a\alpha}. \quad (7.18)$$

Com isso, os componentes não-nulos do tensor de Einstein em  $G_{AB} = 0$  são:

$$G_0^0 = 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 3\frac{\dot{a}\dot{\alpha}}{a\alpha}, \quad (7.19)$$

$$G_1^1 = 2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 2\frac{\dot{a}\dot{\alpha}}{a\alpha} + \frac{\ddot{\alpha}}{\alpha}, \quad (7.20)$$

$$G_2^2 = G_3^3 = G_1^1, \quad (7.21)$$

$$G_4^4 = 3 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + 3 \frac{\ddot{a}}{a}. \quad (7.22)$$

Como dito anteriormente, a matéria em 4D, no modelo de KK, surge como uma manifestação geométrica do espaço-tempo vazio em 5D. Assim, as Eqs. (7.19)-(7.22) para o vácuo devem conter informações de matéria em seus termos. Em 4D, sabemos que vigora a Eq.(1.1). Como em 5D,  $G_{AB} = 0$ , podemos re-escrever (1.1) como:

$$G_{ab} - G_{AB} = 8\pi T_{ab}. \quad (7.23)$$

Os termos (00) do lado esquerdo de (7.23) são respectivamente

$$G_0^0 = 3 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2, \quad (7.24)$$

$$G_0^0 = 3 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + 3 \frac{\dot{a} \dot{\alpha}}{a \alpha}. \quad (7.25)$$

Substituindo (7.24) e (7.25) em (7.23), temos:

$$- 3 \frac{\dot{a} \dot{\alpha}}{a \alpha} = 8\pi \rho(t). \quad (7.26)$$

A pergunta que vem imediatamente é: qual é a forma funcional de  $\alpha(t)$ , associada à dimensão extra, em (7.26)? Para responder a essa pergunta, um *toy-model* pode ser obtido igualando-se (7.26) a (3.16), o que significa dizer que  $\alpha(t)$  deve mimetizar os efeitos da CC. Com isso, podemos escrever

$$- 3 \frac{\dot{a} \dot{\alpha}}{a \alpha} = 3 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 - \Lambda. \quad (7.27)$$

Logo, temos

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = -\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\Lambda a}{3 \dot{a}}, \quad (7.28)$$

que nos leva a

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = -\frac{da}{a} + \frac{\Lambda}{3H(t)} dt. \quad (7.29)$$

Note que

$$\dot{a} = \frac{da}{dt} \rightarrow \frac{\dot{a}}{a} = H(a) = \frac{1}{a} \frac{da}{dt}. \quad (7.30)$$

Como o *redshift* relaciona-se com o fator de escala do universo a partir de (3.21), temos

$$\frac{da}{a} = -\frac{dz}{1+z}. \quad (7.31)$$

Dessa forma,

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt} \rightarrow \frac{dt}{dz} = -\frac{1}{(1+z)H(z)}. \quad (7.32)$$

Substituindo-se (7.31) e (7.32) em (7.29), tem-se:

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{dz}{1+z} - \frac{\Lambda}{3(1+z)^2 H(z)} dz. \quad (7.33)$$

Agora, integrando-se (7.33), obtemos:

$$\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = \ln(1+z) - \int_0^z \frac{\Lambda}{3(1+z)H^2(z)} dz, \quad (7.34)$$

que, lembrando da Eq.(3.22) para  $H(z)$ , apresenta a seguinte solução para  $\Omega_m = 0, 25$  e  $\Omega_\Lambda = 0, 75$ :

$$\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) = \ln(1+z) - \frac{\Lambda}{3H_0^2} \left[ \frac{4}{3} \ln(1+z) - \frac{4}{9} \ln(z^3 + 3z^2 + 3z + 1) \right], \quad (7.35)$$

donde podemos escrever

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = (1+z) \exp \left\{ -\frac{\Lambda}{3H_0^2} \left[ \frac{4}{3} \ln(1+z) - \frac{4}{9} \ln(z^3 + 3z^2 + 3z + 1) \right] \right\}. \quad (7.36)$$

Veja que para  $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  e  $\Lambda \sim 10^{-35} \text{ s}^{-2}$ , temos  $\Lambda/3H_0^2 \sim 2/3$ . Com isso, na Fig.7.1 mostramos a evolução de  $\alpha$  com o *redshift*.

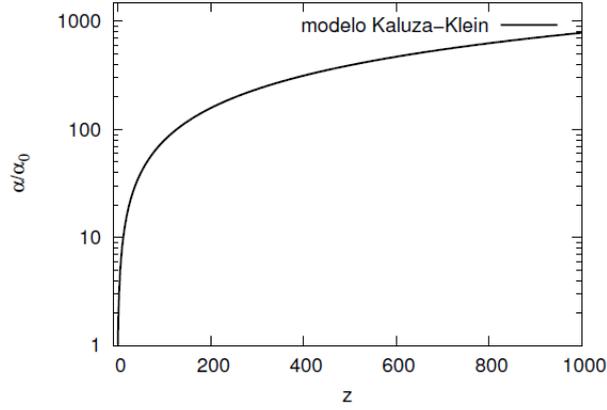


Figura 7.1 - Evolução da função  $\alpha/\alpha_0$  com o redshift.

Na Fig.7.2, apresentamos a evolução de  $\dot{\alpha}/\alpha$  do modelo de KK. A substituição desse resultado na Eq.(7.22) produz uma evolução da função  $\rho(t)$  exatamente igual à produzida pelo modelo  $\Lambda$ CDM. Portanto, derivamos da teoria de KK um modelo

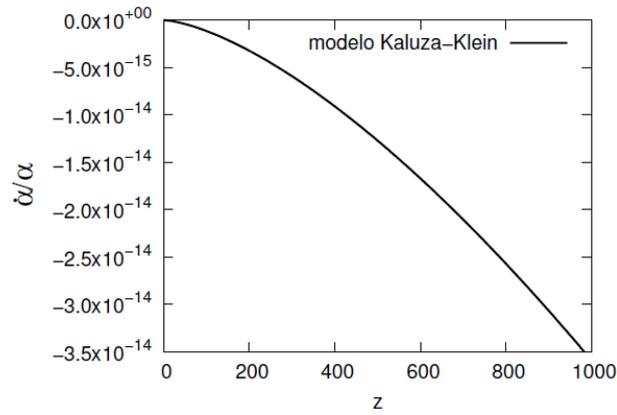


Figura 7.2 - Evolução da função  $\dot{\alpha}/\alpha$  com o redshift.

cosmológico do tipo *toy-model* e mostramos, a partir dele, que o tratamento do universo como um espaço-tempo de 5D pode mimetizar os efeitos da EE.



## 8 COSMOLOGIA A PARTIR DO MODELO DE MATÉRIA INDUZIDA APLICADO À TEORIA $f(R, T)$ EM 5D

*“Não é na ciência que está a felicidade, mas na aquisição dela.”*

(Edgar Allan Poe)

Em (MORAES, 2014), foi desenvolvido um modelo cosmológico a partir do tratamento de teorias  $f(R, T)$  em 5D. A ideia seria derivar soluções para  $\rho$  e  $p$  a partir da aplicação do MMI. Note que o modelo  $f(R, T)$  sugere um acoplamento entre matéria e geometria. Desse modo, é bastante razoável presumir que uma ótima interpretação de uma gravitação  $f(R, T)$  em 5D surja do MMI de Wesson, uma vez que nesse modelo, as propriedades de matéria são obtidas a partir das partes geométricas extras (que dependem da quinta dimensão) do tensor de Einstein, como descrito na Seção 4.3.

### 8.1 As equações de campo de Einstein e a aplicação do Modelo de Matéria Induzida

Iremos trabalhar com um caso particular do elemento de linha (4.8) tal que:

$$ds^2 = dt^2 - A(t, l)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) - B(t, l)^2 dl^2. \quad (8.1)$$

Note que a porção quadridimensional usual do elemento de linha acima descreve um universo homogêneo e isotrópico como o de FRW. O fator de escala  $A(t, l)$  atua igualmente nas direções  $x, y$  e  $z$ . Como mostraremos a seguir, a dependência da Eq.(8.1) em  $l$  não é transmitida para as soluções cosmológicas do modelo, que faz com que estas estejam restritas ao universo observável. Note também que na equação acima,  $A(t, l)$  e  $B(t, l)$  são os fatores de escala. Assumimos que o escalar de expansão,  $\theta = 0,75(3\ddot{A}/A + \ddot{B}/B)$ , de tal métrica é proporcional a seu escalar *shear*,  $\sigma^2 = 0,75\theta^2$ , de modo que podemos escrever  $B(t, l) = A^m(t, l)$ , com  $m \neq 1$  sendo uma constante de integração (COLLINS, 1980). Desse modo, os correspondentes componentes não-nulos do tensor de Einstein são:

$$G_0^0 = \frac{3}{A^{2m}} \left[ -\frac{A^{**}}{A} + (m-1) \left( \frac{A^*}{A} \right)^2 \right] + 3(m+1) \left( \frac{\dot{A}}{A} \right)^2, \quad (8.2)$$

$$G_1^1 = \frac{1}{A^{2m}} \left[ -2\frac{A^{**}}{A} + (2m-1) \left( \frac{A^*}{A} \right)^2 \right] + (m+2) \frac{\ddot{A}}{A} + (m^2+m+1) \left( \frac{\dot{A}}{A} \right)^2, \quad (8.3)$$

$$G_2^2 = G_3^3 = G_1^1, \quad (8.4)$$

$$G_0^4 = 3 \left( -\frac{\dot{A}^*}{A} + m \frac{\dot{A}}{A} \frac{A^*}{A} \right), \quad (8.5)$$

$$G_4^4 = 3 \left[ -\frac{1}{A^{2m}} \left( \frac{A^*}{A} \right)^2 + \frac{\ddot{A}}{A} + \left( \frac{\dot{A}}{A} \right)^2 \right]. \quad (8.6)$$

Note que tomamos  $A(t, l) = A$  por efeitos de simplicidade; além disso, nas equações acima, asteriscos denotam derivações com respeito à coordenada extra  $l$ .

As Eqs.(8.2)-(8.6) devem ser iguais a zero, uma vez que, como explanado no Capítulo 4, no modelo de KK,  $G_{AB} = 0$ . Para obter-se as propriedades da matéria a partir dessas equações para o vácuo, aplicamos a elas o MMI, que significa identificar os elementos que surgem devido à dimensão extra, i.e., nesse caso, aqueles que carregam a constante  $m$  e/ou diferenciações com respeito a  $l$ , e caracterizá-los como os responsáveis pelas propriedades de matéria no universo 4D. Veja que, com isso, as EsC (4.28) da gravitação  $f(R, T)$  ficam:

$$\frac{3}{A^{2m}} \left[ -\frac{A^{**}}{A} + (m-1) \left( \frac{A^*}{A} \right)^2 \right] + 3m \left( \frac{\dot{A}}{A} \right)^2 = (8\pi + 3\lambda)\rho - \lambda p, \quad (8.7)$$

$$\frac{m}{A^{2m}} \left[ -2\frac{A^{**}}{A} + (2m-1) \left( \frac{A^*}{A} \right)^2 \right] + \frac{\ddot{A}}{A} + (m^2+m) \left( \frac{\dot{A}}{A} \right)^2 = -(8\pi+3\lambda)p + \lambda\rho, \quad (8.8)$$

$$-\frac{3}{A^{2m}} \left( \frac{A^*}{A} \right)^2 = -(8\pi + 3\lambda)p + \lambda\rho. \quad (8.9)$$

Note que da Eq.(8.5) obtem-se a relação  $A\dot{A}^* = m\dot{A}A^*$ , mas tal relação não contribui para os propósitos deste trabalho. Das EsC acima, obtém-se uma equação diferencial parcial de segunda ordem para  $A(t, l)$  da forma:

$$\frac{2}{A^{2m}}[(m+1)A^{*2} - AA^{**}] + mA\ddot{A} + (m^2 + m)\dot{A}^2 = 0. \quad (8.10)$$

Para resolver a Eq.(8.10), usamos o método de separação de variáveis (MSV) (BUTKOV, 1968). Assumindo, então,  $A(t, l) = T(t)L(l)$ , com  $T(t)$  e  $L(l)$  sendo funções restritivamente dependentes de  $t$  e  $l$ , respectivamente, pode-se escrever duas equações diferenciais ordinárias. São elas:

$$mT^{2m-1}\frac{d^2T}{dt^2} + (m^2 + m)T^{2m-2}\left(\frac{dT}{dt}\right)^2 = C, \quad (8.11)$$

$$\frac{2}{L^{2m+1}}\frac{d^2L}{dl^2} - (m+1)\frac{2}{L^{2m+2}}\left(\frac{dL}{dl}\right)^2 = C, \quad (8.12)$$

com  $C$  sendo a constante de separação. Para  $C = 0$ , a solução de (8.10) torna-se

$$A(t, l) = C_1 \frac{\tau(t)^{\frac{1}{m+2}}}{(ml + C_3)^{\frac{1}{m}}}, \quad (8.13)$$

com  $\tau(t) = (m+2)t - C_2$ , e  $C_1, C_2$  e  $C_3$  são constantes arbitrárias.

## 8.2 Soluções cosmológicas

Em posse de (8.13), usamos as Eqs.(8.7)-(8.8) para escrever as soluções que o modelo prevê para a densidade de energia e pressão do universo. Elas são

$$\rho = \frac{3}{(\psi_\lambda^2 - \lambda^2)} \left[ C_4 \frac{\lambda - 2\psi_\lambda}{\tau(t)^{\frac{2m}{m+2}}} + \frac{m\psi_\lambda}{\tau(t)^2} \right], \quad (8.14)$$

$$p = \frac{3}{\lambda(\psi_\lambda^2 - \lambda^2)} \left[ C_4 \frac{2(2\psi_\lambda^2 - \lambda^2) - \lambda\psi_\lambda}{\tau(t)^{\frac{2m}{m+2}}} - \frac{m\lambda^2}{\tau(t)^2} \right], \quad (8.15)$$

com  $\psi_\lambda \equiv 8\pi + 3\lambda$  e  $C_4 \equiv C_1^{-2m}$ . Note que apesar de  $A(t, l)$  depender de três constantes arbitrárias, não há necessidade de assumir-se nenhum valor para  $C_3$ , uma vez que as quantidades físicas acima não dependem dela. Além disso, essas soluções não apresentam nenhuma dependência na quinta coordenada, estando restritas, assim, ao universo observável.

As Figs. 8.1 e 8.2 abaixo mostram o comportamento de  $\rho$  e  $p$  com o tempo para uma escolha sutil dos valores das constantes do modelo. Elas nos ajudam a melhor

interpretar as soluções (8.14)-(8.15).

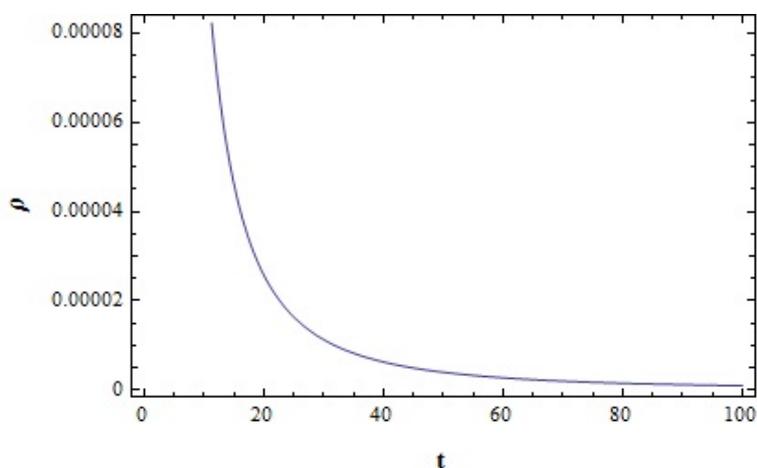


Figura 8.1 - Comportamento da densidade do universo contra o tempo para  $m = 3, \lambda = 3, C_1 = 3, C_2 = 0$ .

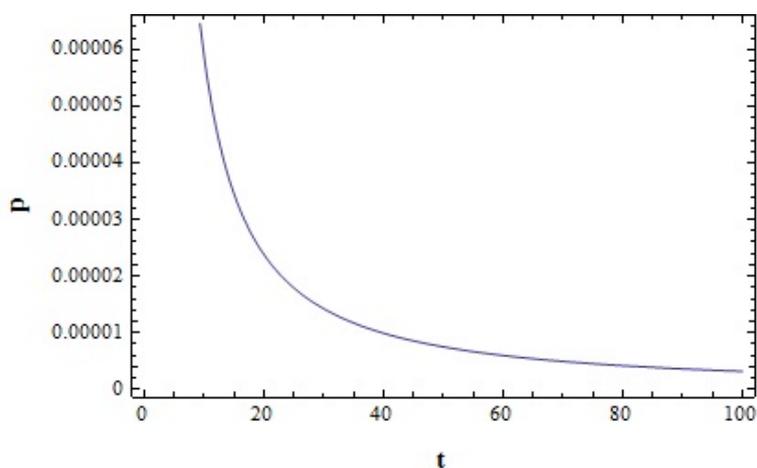


Figura 8.2 - Comportamento da pressão do universo contra o tempo para  $m = 3, \lambda = 3, C_1 = 3, C_2 = 0$ .

Das Figs. 8.1 e 8.2, é intuitivo que ambos  $\lim_{t \rightarrow 0} \rho$  e  $\lim_{t \rightarrow 0} p$  tendem para o infinito, confirmando a singularidade esperada em  $t = 0$ .

Da solução (8.13), pode-se também derivar importantes parâmetros cosmológicos preditos pelo modelo. O cálculo do fator de escala médio  $a = V^{1/4}$ , com  $V = A^{3+m}$  sendo o volume espacial do universo, leva a  $H = \dot{a}/a = 0,3t^{-1}$ . Tomando-

se a segunda derivação temporal de  $a$ , obtém-se o parâmetro de desaceleração  $q = -a\ddot{a}/\dot{a}^2 = 2,33$ . Note que apesar do modelo apresentar  $q > 0$ , por conta do recolapso, ele prediz um universo em expansão acelerada dentro de um intervalo finito de tempo (NOJIRI S.; ODINTSON, 2003).

A próxima seção é dedicada ao cálculo de uma solução que descreve a aceleração cósmica do universo recente.

### 8.3 A expansão acelerada do universo

Consideremos nas EsC (8.7)-(8.9) a EdE de um fluido exótico que faz a expansão do universo acelerar, i.e.,  $p = -\rho$  (como reportado no Capítulo 1). Com isso, a aplicação do MSV leva às seguintes equações diferenciais de primeira ordem:

$$\frac{2m^2 - 4m + 3}{L} \left( \frac{dL}{dl} \right)^2 + (-2m + 3) \frac{d^2L}{dl^2} = 0, \quad (8.16)$$

$$\frac{m^2 - 2m}{T} \left( \frac{dT}{dt} \right)^2 + \frac{d^2T}{dt^2} = 0. \quad (8.17)$$

As soluções das Eqs.(8.16)-(8.17), com uma escolha apropriada para os valores das constantes de integração, levam ao comportamento da pressão  $p$  através do tempo apresentado na Fig.8.3.

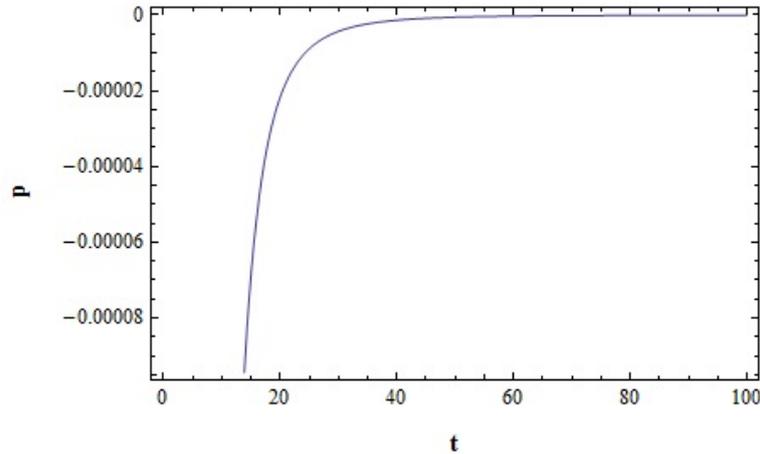


Figura 8.3 - Comportamento da pressão do universo contra o tempo para  $m = 2, \lambda = -6,5$ .

Note que a substituição de  $\omega = -1$  no lado direito das Eqs.(8.7)-(8.9) leva a um comportamento consistente para  $p$ , cujo valor negativo representa a energia quântica do vácuo no Modelo  $\Lambda$ CDM. Além disso, o volume espacial do universo obtido a partir de (8.16)-(8.17) leva a  $q = -0, 2$ , em acordo com uma expansão acelerada.

#### 8.4 A aplicação da condição cilíndrica e a descrição da era da radiação

Como foi mencionado no Capítulo 4, para unificar gravitação e eletromagnetismo, Kaluza aplicou a condição cilíndrica nas EsC de seu modelo, que consiste em negligenciar todas derivações com respeito à coordenada extra. De fato, fazendo isso, o tensor energia-momentum obtido a partir das EsC para o vácuo em 5D é considerado o tensor energia-momentum do eletromagnetismo, definido por  $T_{\mu\nu}^{EM} \equiv g_{\mu\nu}F_{\mu\nu}F^{\alpha\beta}/4 - F_{\mu}^{\alpha}F_{\nu\alpha}$ , com o tensor eletromagnético  $F_{\mu\nu} \equiv \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$  e  $A_{\mu}$  é o potencial eletromagnético. Além disso, (LEON J.P.; WESSON, 1993) mostraram que a anulação das derivações com respeito à coordenada extra leva a  $T = 0$ , que é o mesmo que assumir uma EdE  $\rho = 3p$ , i.e., a descrição de um universo dominado por radiação (de fato, descrito por  $T_{\mu\nu}^{EM}$ ).

Note que se consideramos a aplicação da condição cilíndrica no presente modelo, recuperamos a teoria padrão de gravitação, no entanto, em 5D. De fato, (BAFFOU, 2013) mostrou que em 4D as soluções  $f(R, T)$  a altos *redshifts* tendem a recuperar o Modelo  $\Lambda$ CDM, precisamente porque a *redshifts* muito altos, a radiação com parâmetro de EdS  $\omega = 1/3$  domina a dinâmica do universo, fazendo com que o traço do tensor energia-momentum seja nulo.

Pode ser útil considerar-se tais propriedades da teoria  $f(R, T)$  em 5D. Para isso, começamos aplicando a condição cilíndrica às EsC do modelo. Primeiramente, uma vez que tal aplicação tende a um traço nulo do tensor energia-momentum, pode-se escrever a Eq.(4.28) como  $G_{AB} = 8\pi T_{AB}$ . Aplicando-se o MMI, a computação de tais EsC, considerando-se  $p = \rho/3$  resulta em

$$A(t, l) = [(m + 1)^2 t]^{\frac{1}{(m+1)^2}} l \quad (8.18)$$

para uma escolha sutil dos valores das constantes envolvidas. Deve-se notar que a substituição da Eq.(8.18) na Eq.(8.1) é inútil para baixos *redshifts*, uma vez que nessa era, a escala de comprimento da dimensão extra é desprezível.

Além disso, da Eq.(8.18), o fator de escala  $a \propto t^{\frac{m+3}{4(m+1)^2}}$ . Das EsF, o fator de escala de um universo plano dominado pela radiação é  $\propto t^{\frac{1}{2}}$ . Note que  $m = 0,28$  indica tal proporcionalidade. Portanto, tal caso particular do modelo pode de fato descrever a era em que o universo é dominado pela radiação.

Pode-se perguntar qual seria o resultado se, acima, a condição cilíndrica fosse abandonada. Em tal cenário, para obter-se a proporcionalidade correta do tempo no fator de escala  $a$ , é requerido que  $A(t, l) \propto l^{-\frac{1}{2}}$ . Diferentemente do que é predito na Eq.(8.18), tal solução para  $A(t, l)$  não desaparece para baixos redshifts, o que torna vantajosa a aplicação da CC.



## 9 COSMOLOGIA DE DOIS CAMPOS ESCALARES A PARTIR DE MODELOS DE UM CAMPO ACOPLADOS

*“Conhecimento não é aquilo que você sabe, mas o que você faz com aquilo que você sabe.”*

(Aldous Huxley)

Neste capítulo será apresentado um procedimento que auxilia a análise de modelos cosmológicos em que a dinâmica do universo é descrita por dois campos escalares (MORAES P.H.R.S.; SANTOS, 2014). Tal procedimento consiste em reduzir a ordem das equações de movimento dos campos e tem alta relevância no estudo de soluções analíticas em cosmologia. A escolha de trabalhar-se com dois campos ao invés de um justifica-se a partir da consistência cosmológica das soluções obtidas, como será mostrado a seguir.

### 9.1 Fundamentos para o estudo de dois campos escalares em um espaço-tempo plano

Na abordagem de dois campos escalares, a ação é dada por

$$S = \int \sqrt{-g} \left[ -\frac{R}{4} + \mathcal{L}(\phi_i \partial_\mu \phi_i) \right] d^4x, \quad (9.1)$$

sendo  $i = 1, 2$ ,  $\phi_1 \equiv \phi(t)$  e  $\phi_2 \equiv \chi(t)$ . Além disso, em (9.1):

$$\mathcal{L} = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{\dot{\chi}^2}{2} - V(\phi, \chi), \quad (9.2)$$

sendo que são assumidos campos escalares que dependem do tempo apenas e  $V(\phi, \chi)$  representa o potencial desses campos. Analogamente ao caso de um campo (4.31), as equações de movimento dos campos escalares são:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0, \quad (9.3)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} + V_\chi = 0. \quad (9.4)$$

Conseqüentemente, a densidade de energia e pressão são

$$\rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{\dot{\chi}^2}{2} + V(\phi, \chi), \quad (9.5)$$

$$p = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + \frac{\dot{\chi}^2}{2} - V(\phi, \chi), \quad (9.6)$$

e também podemos determinar as seguintes expressões para o parâmetro de Hubble num espaço-tempo plano:

$$H^2 = \frac{\dot{\phi}^2}{3} + \frac{\dot{\chi}^2}{3} + \frac{2}{3} V(\phi, \chi), \quad (9.7)$$

$$\dot{H} = -\dot{\phi}^2 - \dot{\chi}^2. \quad (9.8)$$

Com isso, definindo-se  $H = W(\phi, \chi)$ , obtém-se as equações diferenciais de primeira ordem:

$$\dot{\phi} = -W_\phi(\phi, \chi), \quad (9.9)$$

$$\dot{\chi} = -W_\chi(\phi, \chi), \quad (9.10)$$

e o potencial

$$V(\phi, \chi) = \frac{3}{2} W(\phi, \chi)^2 - \frac{W_\phi(\phi, \chi)^2}{2} - \frac{W_\chi(\phi, \chi)^2}{2}. \quad (9.11)$$

Essa descrição de dois campos é também nomeada “inflação híbrida”, como apontado por Kinney em (KINNEY, 1997), em que uma abordagem baseada no formalismo de Hamilton-Jacobi foi aplicada. Kinney considerou a equação de estado do campo escalar de matéria como quantidade fundamental nas equações dinâmicas do modelo, ao invés da taxa de expansão do universo.

Uma técnica bem conhecida para resolver-se analiticamente as expressões (9.9)-(9.10) é o método do fator de integração, que consiste em re-escrever as equações diferenciais de primeira ordem como

$$\phi_\chi = \frac{d\phi}{d\chi} = \frac{W_\phi}{W_\chi}. \quad (9.12)$$

Em geral, essa equação é não-linear e sua integração leva a uma relação entre os campos  $\phi$  e  $\chi$ , conhecida como equação de órbita.

## 9.2 O método de extensão

Aqui, serão explanadas as bases da teoria por trás do procedimento de extensão, seguindo os conceitos apresentados em (BAZEIA, 2013). Começemos escrevendo o campo  $\phi(t)$  como

$$\phi = f(\chi), \quad (9.13)$$

$$\chi = f^{-1}(\phi), \quad (9.14)$$

sendo que a função  $f(\chi)$  é invertível e chamada “função de deformação” (BAZEIA, 2002). Também assumimos que  $\chi(t)$  é outro modelo de um campo. A definição prévia nos leva a

$$\dot{\phi} = f_\chi \dot{\chi}, \quad (9.15)$$

que resulta nas seguintes equações diferenciais:

$$\dot{\phi} = -W_\phi(\phi) = -f_\chi W_\chi(\chi), \quad (9.16)$$

$$\dot{\chi} = -W_\chi(\chi). \quad (9.17)$$

A última relação pode ser rearranjada como

$$\phi_\chi = f_\chi = \frac{W_\phi(\chi)}{W_\chi(\chi)}, \quad (9.18)$$

que tem uma estrutura similar à da Eq.(9.12). A ideia principal do método de extensão é usar a função de deformação e sua inversa para expressar (9.18) como

$$\phi_\chi = \frac{W_\phi}{W_\chi} \equiv \frac{a_1 W_\phi(\chi) + a_2 W_\phi(\phi, \chi) + a_3 W_\phi(\phi) + c_1 g(\chi) + c_2 g(\phi, \chi) + c_3 g(\phi)}{b_1 W_\chi(\chi) + b_2 W_\chi(\phi, \chi) + b_3 W_\chi(\phi)}, \quad (9.19)$$

com  $W_\phi(\phi) = W_\phi(\chi) = W_\phi(\phi, \chi)$ ,  $W_\chi(\chi) = W_\chi(\phi) = W_\chi(\phi, \chi)$  e  $g(\phi) = g(\chi) = g(\phi, \chi)$ . Além disso, os vínculos  $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ ,  $b_1 + b_2 + b_3 = 1$  e  $c_1 + c_2 + c_3 = 0$  devem ser satisfeitos.

Então reconhecemos (9.19) como a equação diferencial de primeira ordem relacionada à órbita entre os campos  $\phi$  e  $\chi$ .

As funções  $W_\phi$  e  $W_\chi$ , nesse sistema efetivo, devem obedecer

$$W_{\phi\chi} = W_\chi\phi, \quad (9.20)$$

e da Eq.(9.19), podemos redefinir  $W_\phi$  como

$$W_\phi = a_1W_\phi(\chi) + a_2W_\phi(\phi, \chi) + a_3W_\phi(\phi) + c_1g(\chi) + c_2g(\phi, \chi) + c_3g(\phi) \quad (9.21)$$

e  $W_\chi$  como

$$W_\chi = b_1W_\chi(\chi) + b_2W_\chi(\phi, \chi) + b_3W_\chi(\phi). \quad (9.22)$$

Portanto, aplicando-se (9.20), encontramos a segunda relação de vínculo:

$$b_2W_{\chi,\phi}(\phi, \chi) + b_3W_{\chi,\phi}(\phi) = a_1W_{\phi,\chi}(\chi) + a_2W_{\phi,\chi}(\phi, \chi) + c_1g_\chi(\chi) + c_2g_\chi(\phi, \chi), \quad (9.23)$$

que usamos para determinar a função  $g$ , completando os ingredientes necessários para calcular-se o superpotencial efetivo para o modelo de dois campos.

### 9.3 O modelo efetivo - Exemplo

Neste exemplo, usamos o procedimento de extensão para construir um modelo efetivo com

$$W(\phi) = A\phi^2 + B \quad (9.24)$$

$$\dot{\phi} = -W_\phi(\phi) = -2A\phi, \quad (9.25)$$

com solução analítica

$$\phi(t) = e^{-2At}, \quad (9.26)$$

e com

$$W(\chi) = \alpha \cosh(\beta \chi), \quad (9.27)$$

$$\dot{\chi} = -W_\chi(\chi) = -\alpha \beta \sinh(\beta \chi), \quad (9.28)$$

com o campo  $\chi(t)$  sendo

$$\chi(t) = \frac{2}{\beta} \operatorname{arccoth} \left( e^{\alpha \beta^2 t} \right). \quad (9.29)$$

É fácil checar que a função de deformação que conecta os dois sistemas é

$$\phi = f(\chi) = \left\{ \coth \left( \frac{\beta \chi}{2} \right) \right\}^{-\frac{2A}{\alpha \beta^2}}. \quad (9.30)$$

Podemos escrever  $W_\phi(\phi)$  e  $W_\chi(\chi)$  numa forma equivalente, usando a função de deformação. Tal procedimento nos leva ao seguinte conjunto de equações:

$$W_\phi(\phi) = 2 A \phi, \quad (9.31)$$

$$W_\phi(\chi) = 2 A \left[ \coth \left( \frac{\beta \chi}{2} \right) \right]^{-\frac{2A}{\alpha \beta^2}}, \quad (9.32)$$

$$W_\chi(\chi) = \alpha \beta \sinh(\beta \chi), \quad (9.33)$$

$$W_\chi(\phi) = 2 \alpha \beta \frac{\phi^{-\frac{\alpha \beta^2}{2A}}}{\phi^{-\frac{\alpha \beta^2}{A}} - 1}, \quad (9.34)$$

e por simplicidade, não consideramos as formas  $W_\phi(\phi, \chi)$  e  $W_\chi(\phi, \chi)$ , que é o mesmo que assumir  $a_2 = b_2 = 0$ . Também escolhemos  $c_1 = 0$ , que implica em

$$c_2 g(\phi, \chi) = -2 a_1 A \left\{ \coth \left( \frac{\beta \chi}{2} \right) \right\}^{-\frac{2A}{\alpha \beta^2}} + \frac{b_3 \alpha^2 \beta^3 \phi^{\frac{\alpha \beta^2}{2A} - 1} \left( \phi^{\frac{\alpha \beta^2}{A}} + 1 \right)}{\left( \phi^{\frac{\alpha \beta^2}{A}} - 1 \right)^2} \chi, \quad (9.35)$$

e aplicando a função de deformação, encontramos

$$c_2 g(\phi) = -2 a_1 A \phi + \frac{2 b_3 \alpha^2 \beta^2 \phi^{\frac{\alpha \beta^2}{2A}-1} \left( \phi^{\frac{\alpha \beta^2}{A}} + 1 \right)}{A \left( \phi^{\frac{\alpha \beta^2}{A}} - 1 \right)^2} \operatorname{arccoth} \left( \phi^{-\frac{\alpha \beta^2}{2A}} \right). \quad (9.36)$$

Com esses ingredientes, determinamos o superpotencial para nosso modelo de dois campos escalares, que é dado por

$$W(\phi, \chi) = A \phi^2 + B + 2 b_3 \alpha \beta \frac{\phi^{-\frac{\alpha \beta^2}{2A}}}{\phi^{-\frac{\alpha \beta^2}{A}} - 1} \chi - \frac{2 b_3 \alpha}{\phi^{-\frac{\alpha \beta^2}{A}} - 1} \left[ 1 - 2 \phi^{\frac{\alpha \beta^2}{2A}} \operatorname{arccoth} \left( \phi^{-\frac{\alpha \beta^2}{2A}} \right) \right] + b_1 \alpha \cosh(\beta \chi). \quad (9.37)$$

Portanto, podemos usar o superpotencial juntamente com as soluções analíticas (9.26,9.29) para computar o parâmetro de Hubble  $H(t)$ , o fator de escala  $a(t)$ , o parâmetro de aceleração<sup>1</sup>  $\bar{q}(t)$ , o parâmetro de EdE  $\omega(t)$ , a densidade  $\rho(t)$  e a pressão  $p(t)$ .

Focamos, aqui, na configuração de acoplamento mais simples entre os campos  $\phi$  e  $\chi$ , correspondendo a  $b_1 = 1$  e  $b_3 = 0$ . As formas explícitas de  $H(t)$ ,  $a(t)$  e  $\omega(t)$  estão apresentadas abaixo:

$$H(t) = B + A e^{-4At} + \alpha \cosh \left[ 2 \operatorname{arccoth} \left( e^{\alpha \beta^2 t} \right) \right], \quad (9.38)$$

$$a(t) = a_0 \left[ 2 \left( 1 - e^{2\alpha \beta^2 t} \right) \right]^{\beta-2} \exp \left[ -\frac{1}{4} e^{-4At} + (B - \alpha) t \right], \quad (9.39)$$

$$\omega(t) = \frac{8 A^2 \cosh(4 A t) - 3 \left[ B + A e^{-4 A t} + \alpha \coth(\alpha \beta^2 t) \right]^2 + 2 \alpha^2 \beta^2 \operatorname{csch}^2(\alpha \beta^2 t) - 8 A^2 \sinh(4 A t)}{3 \left[ B + A e^{-4 A t} + \alpha \coth(\alpha \beta^2 t) \right]^2} \quad (9.40)$$

As propriedades dos parâmetros analíticos obtidos acima, bem como sua evolução no tempo, são discutidas detalhadamente nas seções abaixo.

---

<sup>1</sup>Em modelos de quintessência é comum trabalhar-se com o parâmetro de aceleração  $\bar{q}$  ao invés do parâmetro de desaceleração  $q$ , tal que  $\bar{q} > 0$  representa um universo em expansão acelerada.

## 9.4 Análise dimensional

Queremos, aqui, motivar as interpretações cosmológicas que serão dadas na próxima seção.

Primeiramente, vemos pela Eq.(9.39) que a propriedade não-dimensional do fator de escala é respeitada, uma vez que ele é dado pelo produto de uma exponencial com uma constante não-dimensional arbitrária.

A dimensão do parâmetro de Hubble na Eq.(9.38) está diretamente conectada com a dimensão das constantes  $A$ ,  $B$  e  $\alpha$ . De (9.38), vemos que seria interessante que essas constantes tivessem dimensão inversa à do tempo, que é de fato, a dimensão do parâmetro de Hubble. A Eq.(9.39) apenas fortalece essa hipótese. Pode-se ver que para o argumento da primeira exponencial ser adimensional,  $[\alpha] = [\beta] = [t]^{-1}$ , como também requerido na segunda exponencial.

Para resolver-se as EsF para a densidade de energia e pressão, uma EdE, ou seja, uma relação matemática entre  $\rho$  e  $p$ , pode ser útil. Para propósitos cosmológicos, tal EdE pode ser escrita numa forma linear tal que  $p = \omega\rho$  (como já foi visto em capítulos acima), com  $\omega$  sendo um número adimensional uma vez que  $[p]/[\rho] = [c]^2$  e estamos trabalhando com unidades naturais. Pode-se checar que  $\omega$  é, de fato, adimensional na Eq.(9.40).

## 9.5 Interpretações cosmológicas

Nesta seção, mostra-se que o modelo discutido neste capítulo apresenta consistência física e cosmológica para alguns valores de  $A$ ,  $B$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ . O objetivo é analisar as Figs.(9.1-9.5) abaixo, a partir da perspectiva do comportamento de parâmetros cosmológicos preditos pelo cenário cosmológico  $\Lambda$ CDM.

Uma vez que  $H \sim t^{-1}$ , com  $t$  sendo o tempo de Hubble,  $H(t)$  deve decrescer com o tempo, como observado na Fig.9.1. Além disso, descartamos a curva em preto uma vez que ela permite valores negativos de  $H(t)$ , que é uma inconsistência física em um universo em expansão.

Uma propriedade interessante sobre o comportamento do fator de escala  $a(t)$  para a curva em preto na Fig.9.2 é a elevação que ela apresenta para pequenos valores de  $t$ . Na fase inflacionária, quando a densidade de energia do universo é dominada por

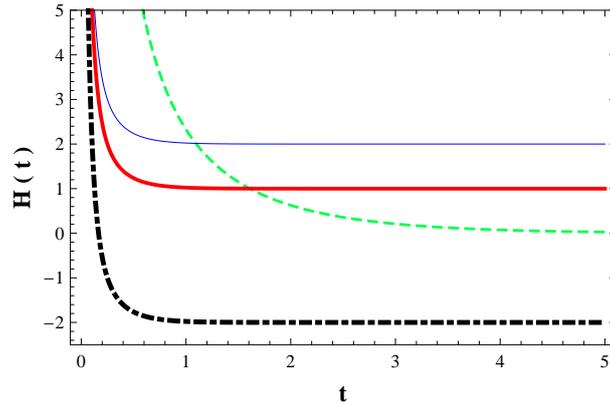


Figura 9.1 - Comportamento do parâmetro de Hubble  $H(t)$  com  $A = 5$ ,  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 3/2$ ,  $a_0 = 3/2$  e  $B = -3$  para a curva em preto,  $a_0 = 1/32$  e  $B = 0$  para a curva em vermelho,  $a_0 = 1/64$  e  $B = 1$  para a curva em azul, e  $A = 5$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 1/2$ ,  $a_0 = 1/16$  e  $B = -2$  para a curva em verde.

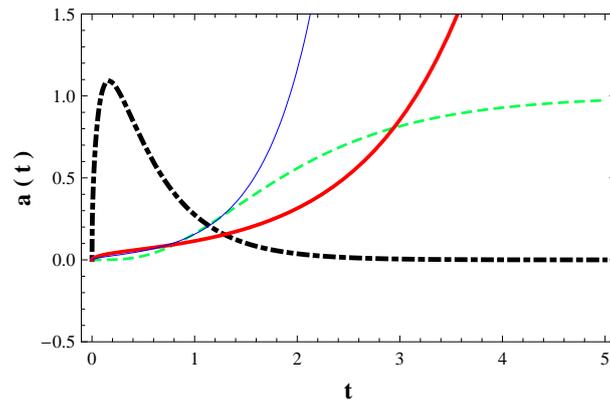


Figura 9.2 - Comportamento do fator de escala  $a(t)$  com  $A = 5$ ,  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 3/2$ ,  $a_0 = 3/2$  e  $B = -3$  para a curva em preto,  $a_0 = 1/32$  e  $B = 0$  para a curva em vermelho,  $a_0 = 1/64$  e  $B = 1$  para a curva em azul, e  $A = 5$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 1/2$ ,  $a_0 = 1/16$  e  $B = -2$  para a curva em verde.

uma constante, a solução das EsF é um fator de escala que cresce exponencialmente com o tempo conforme  $a(t) \propto e^{H_i t}$ , com  $H_i$  sendo o valor do parâmetro de Hubble durante a inflação. Essa elevação pode, então, representar a fase inflacionária. De qualquer modo, no presente caso, a curva em preto para  $H(t)$  foi descartada, então para propósitos cosmológicos, todas curvas com  $A = 5$ ,  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 1.5$ ,  $a_0 = 3/2$  e  $B = -3$  devem também ser descartadas.

Na Fig.9.2, pode-se ver que a curva em verde para  $a(t)$  apresenta  $\dot{a} \rightarrow 0$  para grandes

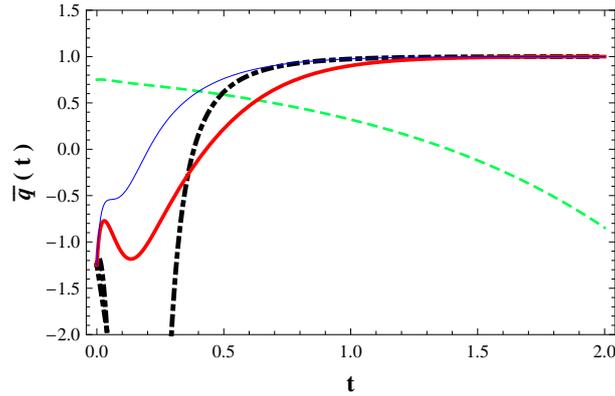


Figura 9.3 - Comportamento do parâmetro de aceleração  $\bar{q}(t)$ , em que foi considerado  $A = 5$ ,  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 3/2$  com  $B = -3$  para a curva em preto,  $B = 0$  para a curva em vermelho,  $B = 1$  para a curva em azul, e  $A = 5$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 1/2$ ,  $B = -2$  para a curva em verde.

valores de  $t$ , que implica num parâmetro de Hubble nulo. Essa observação combinada com o comportamento anômalo do parâmetro de aceleração da curva em verde (veja Fig.9.3) configura um cenário cosmológico desagradável. Portanto, focamos nossa atenção nas curvas em azul e em vermelho.

Nas Figs.9.4-9.5, apresentamos o parâmetro  $\omega$  da EdE. Aproximamos a curva em azul da Fig.9.4. Em tal curva, note que para tempos primitivos,  $\omega$  assume o valor  $1/3$  e valores próximos dele, que representam a era dominada pela radiação. Conforme o universo expande e esfria, a matéria-radiação se desacopla tornando o universo propício a formar estrelas e grandes estruturas, como galáxias e aglomerados de galáxias. Essa era é dominada, então, pela matéria, com  $p = 0$  ( $\omega = 0$ ), que na Fig.9.4 é apresentada com um comportamento tipo-*plateau* da curva em azul por um período de tempo não-negligível. Note que esse mesmo *plateau* é refletido no comportamento do parâmetro de aceleração em  $\bar{q} = -0,5$  (Fig.9.3), que é o valor de tal parâmetro durante a era em que o universo é dominado por matéria. Note também que para altos valores de tempo,  $\omega \rightarrow -1$ , em acordo com recentes observações do satélite Planck (HINSHAW, 2013), que usando oscilações acústicas de bárions e dados da radiação cósmica de fundo, vinculam o parâmetro da EdE aos valores  $\omega = -1,073_{-0,089}^{+0,090}$ .

As saudáveis propriedades físicas e cosmológicas derivadas do modelo para diferentes épocas do universo justificam o uso de dois campos escalares, ao invés de um, na lagrangeana de matéria. De fato, modelos de quintessência usualmente descrevem o

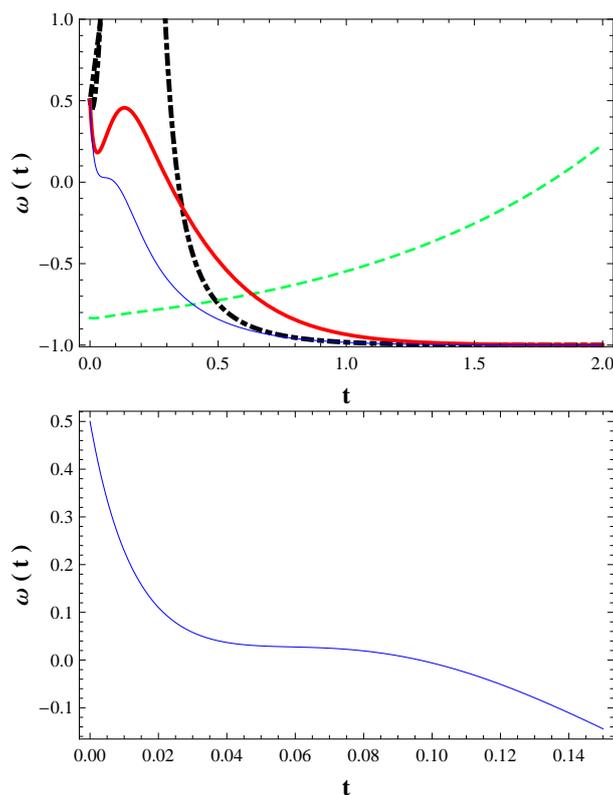


Figura 9.4 - Comportamento do parâmetro da equação de estado  $\omega(t)$ , com  $A = 5$ ,  $\alpha = -1$ ,  $\beta = 3/2$  e  $B = -3$  na curva em preto,  $B = 0$  na curva em vermelho,  $B = 1$  na curva em azul, e  $A = 5$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 1/2$ ,  $B = -2$  na curva em verde. A figura no painel abaixo mostra em maiores detalhes o comportamento tipo-*plateau* de  $\omega(t)$ , que ocorre para a curva em azul.

período em que o universo sofre uma expansão acelerada, seja durante a inflação ou durante a era da EE (vide (COPELAND, 2006) para uma revisão detalhada de abordagens adotadas para tentar explicar a aceleração do universo a partir de modelos de quintessência com um campo escalar). Em termos dinâmicos, mostrou-se inesperadamente que a existência de um segundo campo escalar consegue descrever o universo também em épocas cuja sua expansão é desacelerada, ou seja, durante o domínio da radiação e da matéria.

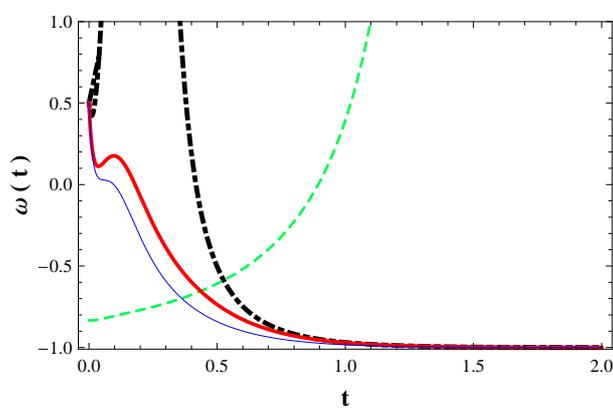


Figura 9.5 - Comportamento do parâmetro da equação de estado  $\omega(t)$  com  $b_3 = b_1 = 1/2$ ,  $A = 5$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 3/2$  e  $B = -3$  para a curva em preto,  $B = 0$  para a curva em vermelho e  $B = 1/2$  para a curva em azul. Também apresentamos  $A = 5$ ,  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 1/2$  e  $B = -2$  na curva em verde.



## 10 CONCLUSÕES

Modelos alternativos surgem na literatura com o propósito de evadir problemas do Modelo Cosmológico Padrão. Esta tese apresentou diferentes formas de tratar a gravitação, força dominante no universo em grandes escalas. Também foi apresentado um estudo de fontes alternativas de OGs, que pode culminar em influentes mudanças no cenário de sistemas progenitores de GRBs se a base de dados do LIGO for re-analisada.

No Capítulo 5, estudamos a emissão de OGs por SBs compostos por uma EQ e uma EN com massas  $0,7M_{\odot}$  e  $1,3M_{\odot}$ , respectivamente. O cálculo da taxa *eventos/ano* para tais sistemas, que resultou em  $N^{aLIGO} \sim 0,13\text{eventos/ano}$  e  $N^{ET} \sim 700\text{eventos/ano}$ , pode futuramente vincular os valores da taxa de fusão Galáctica  $\mathcal{R}^{EN-EQ}$  como sendo  $< 10^{-5}\text{ano}^{-1}$ . A incerteza no valor da massa dos objetos menos massivos corroborou com a hipótese deste ser uma EQ e aliado a isto, a amplitude do sinal de OG de sistemas que contém EQs pode ser distinguida do sinal emitido por sistemas EN-EN. Foi conjuntamente mostrado que sistemas EN-EQ com as características acima podem ser os progenitores dos GRB 070201 e GRB 051103. A re-análise do banco de dados do LIGO poderá confirmar tal possibilidade.

No Capítulo 6, mostramos como um limite superior para o valor de  $\Omega_{\lambda}$  pode ser obtido a partir de OGs emitidas por SBENs coalescentes a serem detectados pelo ET. Pode-se perguntar a razão da mesma abordagem não ter sido aplicada ao aLIGO. A justificativa é bastante simples. A distância de luminosidade máxima que o aLIGO pode alcançar para os SBs concernentes é  $\sim 100Mpc$  (considerando-se  $\rho = 8$ ), que é menor do que a mesma quantidade predita para o ET por um fator 10. Ela implica  $z \sim 10^{-2}$ , que não está no regime cosmológico, logo, não é relevante para nossos propósitos.

Usando resultados do WMAP para os parâmetros cosmológicos, juntamente com a cosmologia de RS, obtivemos  $\Omega_{\lambda} \leq 0,037$  a partir da incerteza na SR do sinal de OG emitido por SBENs.

No Capítulo 7, apresentamos um *toy-model* que visa encontrar a forma funcional de um parâmetro extradimensional de forma que esse mimetize os efeitos dinâmicos da CC em 4D. Repare que a evolução do parâmetro extradimensional  $\alpha$  (7.36), a partir da aplicação de propriedades logarítmicas, pode ser dada simplesmente por

$\alpha \sim (1+z)$ . Existe uma coerência nesse comportamento, uma vez que ele implica na diminuição da contribuição da dimensão extra para a geometria do espaço-tempo, com o passar do tempo (ou diminuição do *redshift*). Além disso, a dependência de  $\alpha$  com  $\Lambda$  deixa de existir, logo, o modelo não precisa recorrer a existência de uma energia quântica do vácuo. Perspectivamos para este trabalho, a inserção do fator  $(1+z)^2$  como multiplicador do termo diferencial em  $l$ , a dimensão extra de um espaço-tempo 5D<sup>1</sup>. As soluções cosmológicas retiradas de tal cenário serão reportadas em breve.

No Capítulo 8 foi proposta uma forma de obter-se soluções para a cosmologia  $f(R, T)$  em 5D a partir da aplicação do MMI. Tal modelo, quando elaborado, deu origem a novidades na interpretação física do modelo gravitacional de KK. Ele propõe que deve-se coletar todos os termos nas EsC para o vácuo em 5D que dependem da dimensão extra e relacioná-los com as propriedades de matéria no espaço-tempo 4D observável, que no presente texto está apresentado nas Eqs.(8.7)-(8.10).

Como uma solução para o fator de escala  $A(t, l)$ , apresentamos a Eq.(8.13), que além das coordenadas, depende das constantes  $C_1, C_2, C_3$  e  $m$ . É conveniente ressaltar que apesar do fator de escala depender de  $l$ , as soluções para densidade e pressão do modelo não apresentam nenhuma dependência em tal coordenada, o que vincula essas quantidades ao mundo observável e torna possível analisar-se sua evolução através do tempo sem a necessidade de assumir-se valores para  $l$ . Além disso, o que é obtido para  $H$  é consistente com a cosmologia padrão e apesar do sinal positivo,  $q$  também o é, uma vez que o recolapso cósmico habilita o universo a acelerar dentro de um tempo finito (NOJIRI S.; ODINTSON, 2003).

Na Seção 8.3, apresentamos uma solução particular do modelo para a qual o parâmetro da EdE  $\omega = -1$ . A evolução da solução  $p$  com o tempo apresentada na Fig.8.3 é coerente pois está restrita a uma era do universo em que, do modelo  $\Lambda$ CDM, sua dinâmica é dominada por um fluido exótico de pressão negativa.

Também foi aplicada a condição cilíndrica a este modelo. Como esperado, tal aplicação recupera a teoria padrão de gravidade em 5D, uma vez que no caso particular assumido, a função  $f(R, T)$  é linear em  $R$ . Foi mostrado que o fator de escala resultante de fato pode descrever a era em que o universo é dominado pela radiação. Além disso, a dependência linear em  $l$  apresentada na Eq.(8.18) fortalece

---

<sup>1</sup>Lembre-se que na Eq.(7.1), o parâmetro  $\alpha$  aparece elevado ao quadrado.

tal argumento, uma vez que faz com que  $A(t, l)$  seja não-negligível apenas para as épocas primordiais do universo, para as quais  $l$  ainda é comparável às outras coordenadas espaciais.

No Capítulo 9, o método de extensão aplicado ao formalismo de dois campos escalares levou à construção dos gráficos das Figs.9.1-9.5. Algumas curvas foram descartadas uma vez que apresentam um comportamento que diverge do que é predito via Modelo  $\Lambda$ CDM. No entanto, alguns dos resultados, como as curvas em azul, mostraram propriedades muito interessantes. Na Fig.9.4 há um comportamento tipo-*plateau* ao redor de  $\omega = 0$  (consequentemente  $p = 0$ ) que pode representar a era em que o universo é dominado pela matéria. As derivações de  $\omega$  com respeito ao tempo são próximas de zero no intervalo  $t \in [0, 04 - 0, 10]$ . Além disso, para  $t < 0, 04$ , pode-se notar uma variação abrupta nos valores de  $\omega$  em um pequeno intervalo de tempo. Note que essa variação é contínua e vinculada a valores próximos de  $1/3$ , que é o valor de  $\omega$  para uma EdE tipo-radiação. O modelo também prediz a recente aceleração da expansão do universo, uma vez que  $\omega \rightarrow -1$  para altos valores de  $t$ . Note que extensões naturais dos trabalhos apresentados no Capítulo 9 e também no Capítulo 8 envolvem a determinação de valores cosmológicos, como idade do universo, por exemplo, segundo os modelos.

De maneira contra-intuitiva, a força gravitacional em grandes escalas não rege a dinâmica do universo. Nesse regime, embora a força gravitacional seja *a priori* dominante, o universo é dominado pelo que atualmente chamamos de EE, que tem caráter repulsivo. No Modelo Cosmológico Padrão, considera-se que esse fenômeno seja devido à energia quântica do vácuo. No entanto, o problema da CC implica em inúmeras alternativas para descrever-se o universo. A ferramenta mais imponente ao checar-se a validade de uma teoria é, naturalmente, a combinação de dados observacionais com a previsão da dada teoria. Nesse quesito, projetos como aLIGO e ET, citados nessa tese, irão indubitavelmente dar sua contribuição. Ressalte-se que se a base de dados já existente no LIGO for re-analisada sob a perspectiva da existência de EQs, novidades sobressalentes podem surgir no cenário da tão apetecida detecção de OGs, bem como no estudo do estado fundamental da matéria.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABADIE, J. *et al.*. Topical review: Predictions for the rates of compact binary coalescences observable by ground-based gravitational-wave detectors. **Classical and Quantum Gravity**, v. 27, p. 173001, 2010. 41
- \_\_\_\_\_. Implications for the origin of grb 051103 from ligo observations. **The Astrophysical Journal**, v. 755, p. 2, 2012. 39, 45
- ABBOTT, B. *et al.*. Implications for the origin of grb 070201 from ligo observations. **The Astrophysical Journal**, v. 681, p. 1419, 2008. 39, 45
- \_\_\_\_\_. Ligo: the laser interferometer gravitational-wave observatory. **Reports on Progress in Physics**, v. 72, p. 076901, 2009. 11
- ACERNESE, F. *et al.*. The virgo status. **Classical and Quantum Gravity**, v. 23, p. 635, 2006. 11
- AKMAL, A. *et al.*. Equation of state of nucleon matter and neutron star structure. **Physical Review C**, v. 58, p. 1804, 1998. 9
- AMARO-SEOANE, P. *et al.*. elisa: Astrophysics and cosmology in the millihertz regime. **GW Notes**, v. 6, p. 4, 2013. 10
- ARUN, K. *et al.*. Parameter estimation of inspiralling compact binaries using 3.5 post-newtonian gravitational wave phasing: The nonspinning case. **Physical Review D**, v. 71, p. 084008, 2005. 12
- ARUN K.G.; TAGOSHI, H. P. A. M. C. Synergy of short gamma ray burst and gravitational wave observations: Constraining the inclination angle of the binary and possible implications for off-axis grbs. **ArXiv:1403.6917**, 2014. 46
- BAFFOU, E. *et al.*. **ArXiv:1303.5076**, 2013. 68
- BAUSWEIN, A. *et al.*. Mass ejection by strange star mergers and observational implications. **Physical Review Letters**, v. 103, p. 011101, 2009. 41
- \_\_\_\_\_. Discriminating strange star mergers from neutron star mergers by gravitational-wave measurements. **Physical Review D**, v. 81, p. 4012, 2010. 10, 45

BAZEIA, D. *et al.*. Deformed defects. **Phys. Rev. D**, v. 66, p. 101701, 2002. 73

\_\_\_\_\_. Kinklike structures in scalar field theories: From one-field to two-field models. **Phys. Lett. A**, v. 377, p. 1615, 2013. 73

BELCZYNSKI K.; BULIK, T. K. W. Population synthesis of neutron stars, strange (quark) stars, and black hole. **The Astrophysical Journal**, v. 567, p. L63, 2002. 41

BELCZYNSKI, K. *et al.*. The lowest-mass stellar black holes: Catastrophic death of neutron stars in gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 680, p. L129, 2008. 41

BENNETT, C. *et al.*. **ArXiv:1212.5225**, 2013. 25, 52, 54

BERGER, E. Perturbations of a rotating black hole. i. fundamental equations for gravitational, electromagnetic, and neutrino-field perturbations. **The Astrophysical Journal**, v. 185, p. 635, 1973. 8

BERTI, S. Quasinormal modes of black holes and black branes. **Classical and Quantum Gravity**, v. 26, p. 163001, 2009. 8

BESLA G.; HERNQUIST, L. L. A. The origin of the microlensing events observed towards the lmc and the stellar counterpart of the magellanic stream. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 428, p. 2342, 2013. 49

BLANCHET, L. Gravitational radiation from post-newtonian sources and inspiralling compact binaries. **Living Reviews in Relativity**, v. 9, p. 4, 2006. 8

BODMER, A. Collapsed nuclei. **Physical Review D**, v. 4, p. 1601, 1971. 9, 40

BOMBACI I.; DATA, E. Conversion of neutron stars to strange stars as the central engine of gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 530, p. L69, 2000. 48

BRANS C.; DICKE, R. Mach's principle and a relativistic theory of gravitation. **Physical Review**, v. 124, p. 925, 1961. 37

BUONANNO, A. **ArXiv:0709.4682**, 2007. 17

BUTKOV, E. **Mathematical physics**. Boston: Addison-Wesley Publishing Company, 1968. 65

- CENTRELLA, J. *et al.*. Black-hole binaries, gravitational waves, and numerical relativity. **Reviews of Modern Physics**, v. 82, p. 3069, 2010. [7](#), [8](#)
- CHAPMAN R.; PRIDDEY, R. T. N. Short gamma-ray bursts from sgr giant flares and neutron star mergers: two populations are better than one. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 395, p. 1515, 2009. [46](#)
- CHENG K.S.; USOV, V. Strangelets accelerated by pulsars in galactic cosmic rays. **Physical Review D**, v. 74, p. 127303, 2006. [41](#)
- CHODOS, A. *et al.* New extended model of hadrons. **Physical Review D**, v. 9, p. 3471, 1974. [40](#)
- CLIFTON, C. *et al.*.  $f(r,t)$  gravity. **Physics Reports**, v. 513, p. 1, 2012. [2](#)
- COLLINS, C. *et al.*. Exact spatially homogeneous cosmologies. **General Relativity and Gravitation**, v. 12, p. 805, 1980. [63](#)
- COPELAND, E. *et al.*. Dynamics of dark energy. **International Journal of Modern Physics D**, v. 15, p. 1753, 2006. [80](#)
- CORVINO, G. *et al.*. Compact binaries detection rates from gravitational wave interferometers: comparison of different procedures. **ArXiv:1203.5110**, 2012. [41](#), [42](#)
- CUTLER, C. *et al.* The last three minutes - issues in gravitational-wave measurements of coalescing compact binaries. **Physical Review Letters**, v. 70, p. 2984, 1993. [6](#)
- CUTLER C.; FLANAGAN, É. Gravitational waves from merging compact binaries: How accurately can one extract the binary's parameters from the inspiral waveform? **Physical Review D**, v. 49, p. 2658, 1994. [42](#), [44](#)
- DABROWSKI, M. *et al.*. Brane universes tested against astronomical data. **International Journal of Modern Physics D**, v. 13, p. 1669, 2004. [54](#)
- DALAL, N. *et al.*. Short grb and binary black hole standard sirens as a probe of dark energy. **Physical Review D**, v. 74, p. 063006, 2006. [51](#)
- DARABI, F. An expanding 4d universe in a 5d kaluza-klein cosmology with higher dimensional matter. **Modern Physics Letters A**, v. 25, p. 19, 2010. [29](#)

EINSTEIN, A. Die feldgleichungen der gravitation. **Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften**, p. 844, 1915. 1

\_\_\_\_\_. Näherungsweise integration der feldgleichungen der gravitation. **Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften**, p. 688, 1916. 3

ELLIS, G. Astrophysical black holes may radiate, but they do not evaporate. **ArXiv:1310.4771**, 2013. 55

\_\_\_\_\_. On the paradox of hawking radiation in a maximally extended schwarzschild solution. **ArXiv:1311.0595**, 2013. 55

*ET AL.*, A. C. The macho project: Microlensing results from 5.7 years of large magellanic cloud observations. **The Astrophysical Journal**, v. 542, p. 281, 2000. 48

FAY, S. Branes: cosmological surprise and observational deception. **Astronomy & Astrophysics**, v. 452, p. 781, 2006. 54

FAYAZ, V. *et al.*. Anisotropic cosmological models in  $f(r, t)$  gravity according to holographic and new agegraphic dark energy. **Astrophysics and Space Science**, v. 353, p. 301, 2014. 30

FREDERIKS, D. *et al.*. On the possibility of identifying the short hard burst grb 051103 with a giant flare from a soft gamma repeater in the m81 group of galaxies. **Astronomy Letters**, v. 33, p. 19, 2007. 45

GROTE, H. *et al.*. The status of geo 600. **Classical and Quantum Gravity**, v. 25, p. 114043, 2008. 11

GUILLEMOT, L. *et al.*. Discovery of the millisecond pulsar psr j2043+1711 in a fermi source with the nanij $\frac{1}{2}$ ay radio telescope. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 422, p. 1294, 2012. 7

GUTH, A. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. **Phys. Rev. D**, v. 23, p. 347, 1981. 37

HAENSEL, P. Strange quark stars. **Astronomy & Astrophysics**, v. 160, p. 121, 1986. 41

HAN C.; GOULD, A. Statistical determination of the macho mass spectrum. **The Astrophysical Journal**, v. 467, p. 540, 1996. 49

HARKO, T. *et al.*  $f(r,t)$  gravity. **Physical Review D**, v. 84, p. 024020, 2011. 2, 29, 36

HARRY, G. *et al.* Advanced ligo: the next generation of gravitational wave detectors. **Classical and Quantum Gravity**, v. 27, p. 084006, 2010. 3, 11

HAWKING S.W.; PENROSE, R. **nature of space and time**. Princeton: Princeton University Press, 1996. 55

HINSHAW, G. *et al.* Nine-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Cosmological parameter results. **The Astrophysical Journal Supplement**, v. 208, p. 19, 2013. 2, 27, 79

HORVATH J.E.; BENVENUTO, O. On the stability of slow neutron combustion in astrophysical objects. **Physics Letters B**, v. 213, p. 516, 1988. 46

HUANG Y.F.; LU, T. Strange stars: how dense can their crust be? **Astronomy & Astrophysics**, v. 325, p. 189, 1997. 48

HURLEY, K. *et al.* A new analysis of the short-duration, hard-spectrum grb 051103, a possible extragalactic soft gamma repeater giant flare. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 403, p. 342, 2010. 45

KALOGERA, V. The cosmic coalescence rates for double neutron star binaries. **The Astrophysical Journal**, v. 601, p. L179, 2004. 41

KALUZA, T. Zum unitÄtsproblem der physik. **Sitzungseber. Press. Akad. Wiss. Phys. Math. Klasse**, p. 966, 1921. 29

KERESZTES, Z. *et al.* The luminosity-redshift relation in brane-worlds: I. analytical results. **PMC Physics A**, v. 1, p. 4, 2007. 34, 35

KINNEY, W. Hamilton-jacobi approach to non-slow-roll inflation. **Phys. Rev. D**, v. 56, p. 2002, 1997. 72

KLEIN, O. The atomicity of electricity as a quantum theory law. **Nature**, v. 118, p. 516, 1926. 29

- KOPPARAPU, R. *et al.*. Host galaxies catalog used in ligo searches for compact binary coalescence events. **The Astrophysical Journal**, v. 675, p. 1459, 2008. 42
- KOSHY, S. *et al.*. Coalescence of compact binary stars with a quark star component. **Annual Meeting of the California-Nevada Section of the APS**, v. 56, p. B2006, 2011. 9
- LATTIMER, J. The nuclear equation of state and neutron star masses. **Annual Review of Nuclear and Particle Science**, v. 62, p. 485, 2012. 7, 52
- LEON J.P.; WESSON, P. de. Physical properties of matter derived from geometry of kaluza-klein theory. **J. Math. Phys.**, v. 34, p. 4080, 1993. 68
- LESSNER, G. Unified field theory on the basis of the projective theory of relativity. **Physical Review D**, v. 25, p. 3202, 1982. 31
- LIANG E.P.; MATHEWS, G. Prospects of fluorescent nuclear line searches in grb afterglows. **AIP Conference Proceedings**, v. 384, p. 764, 1996. 6
- LIMA M.; HU, W. Photometric redshift requirements for self-calibration of cluster dark energy studies. **Physical Review D**, v. 76, p. 123013, 2007. 54
- LUGINBUHL, C. *et al.*. Preliminary results of optical searches of ipn3 localizations. **Astrophysics and Space Science**, v. 231, p. 289, 1995. 7
- MACHADO, L. **Matéria de quarks (*strangelets* de origem astrofísica e sua detecção por experimentos terrestres)**. 159 p. Tese de doutorado — Universidade de São Paulo, 2008. 40
- MADSEN, J. Physics and astrophysics of strange quark matter. **Lect. Notes Phys.**, v. 516, p. 162, 1999. 40, 41
- MAGGIORE, M. **Gravitational waves: theory and experiments**. Oxford: Oxford University Press, 2007. 14
- MAZETS, E. *et al.*. A giant flare from a soft gamma repeater in the andromeda galaxy (m31). **The Astrophysical Journal**, v. 680, p. 545, 2008. 45
- MCWILLIAMS, S. Constraining the braneworld with gravitational wave observations. **Physical Review Letters**, v. 104, p. 141601, 2010. 55

MEEGAN, C. *et al.* Spatial distribution of gamma-ray bursts observed by batse. **Nature**, v. 355, p. 143, 1992. 7

MISHRA B.; SAHOO, P. Bianchi type  $vi_h$  perfect fluid cosmological model in  $f(r, t)$  theory. **Astrophysics and Space Science**, v. 352, p. 331, 2014. 30

MISHRA, C. *et al.*. Parametrized tests of post-newtonian theory using advanced ligo and einstein telescope. **Physical Review D**, v. 84, p. 024020, 2010. 12

MORAES, P. Cosmology from induced matter model applied to 5d  $f(r, t)$  theory. **Astrophysics and Space Science**, v. 352, p. 273, 2014. 30, 37, 63

MORAES P.H.R.S; MIRANDA, O. Cosmology from kaluza-klein gravitational model. **AIP Conference Proceedings**, v. 1483, p. 435, 2012. 29, 57

MORAES P.H.R.S.; SANTOS, J. Two scalar field cosmology from coupled one-field models. **Physical Review D**, v. 89, p. 083516, 2014. 71

NAKAR, E. Short-hard gamma-ray bursts. **Physics Reports**, v. 442, p. 166, 2007. 7

NISHIZAWA, A. *et al.*. Cosmology with space-based gravitational-wave detectors: Dark energy and primordial gravitational waves. **Physical Review D**, v. 85, p. 044047, 2012. 54

NOJIRI S.; ODINTSON, S. Modified gravity with negative and positive powers of curvature: Unification of inflation and cosmic acceleration. **Phys. Rev. D**, v. 68, p. 123512, 2003. 67, 84

NOVATI, S. *et al.*. C. Candidate microlensing events from m31 observations with the loiano telescope. **Astronomy & Astrophysics**, v. 443, p. 911, 2005. 48

OFEK, E. *et al.*. Grb 070201: A possible soft gamma-ray repeater in m31. **The Astrophysical Journal**, v. 681, p. 1464, 2008. 45

OVERDUIN J.M.; WESSON, P. Kaluza-klein gravity. **Physics Reports**, v. 283, p. 303, 1997. 30

PADMANABHAN, T. Accelerated expansion of the universe driven by tachyonic matter. **Phys. Rev. D**, v. 66, p. 021301, 2002. 37

- PAL, S. Structure formation on the brane: A mimicry. **Physical Review D**, v. 74, p. 024005, 2006. 35
- PEN, U. Analytical fit to the luminosity distance for flat cosmologies with a cosmological constant. **Astrophysical Journal**, v. 120, p. 49, 1999. 52
- PERLMUTTER, S. *et al.*. Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae. **The Astrophysical Journal**, v. 517, p. 565, 1999. 2
- POISSON E.; WILL, C. Gravitational waves from inspiraling compact binaries: Parameter estimation using second-post-newtonian waveforms. **Physical Review D**, v. 52, p. 848, 1995. 17, 18, 19, 42
- PUNTURO, M. *et al.*. The einstein telescope: a third-generation gravitational wave observatory. **Classical and Quantum Gravity**, v. 27, p. 194002, 2010. 11
- PUROHIT K.D.; YOGESH, B. Static extra dimension and acceleration of the universe. **International Journal of Theoretical Physics**, v. 50, p. 141, 2011. 29
- RAM, S. P. Some kaluza-klein cosmological models in  $f(r, t)$  gravity theory. **Astrophysics and Space Science**, v. 347, p. 389, 2013. 30
- RANDALL L.; SUNDRUM, R. An alternative to compactification. **Physical Review Letters**, v. 83, p. 4690, 1999. 32, 33
- \_\_\_\_\_. Large mass hierarchy from a small extra dimension. **Physical Review Letters**, v. 83, p. 3370, 1999. 29, 32, 33
- REGIMBAU T.; DE FREITAS PACHECO, J. Stochastic background from coalescences of neutron star-neutron star binaries. **Astrophysical Journal**, v. 642, p. 455, 2006. 41
- RIESS, A. *et al.*. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. **The Astronomical Journal**, v. 116, p. 1009, 1998. 2
- RODRIGUES, H. *et al.*. Massive compact stars as quark stars. **The Astrophysical Journal**, v. 730, p. 31, 2011. 48
- ROSADO, P. Gravitational wave background from binary systems. **Physical Review D**, v. 84, p. 084004, 2011. 48

- RUBIN, V. *et al.*. Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605 / $r = 4\text{kpc}$ / to ugc 2885 / $r = 122\text{kpc}$ /. **Astrophysical Journal**, v. 238, p. 471, 1980. 24
- SAHNI V.; SHTANOV, Y. Braneworld models of dark energy. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 11, p. 14, 2003. 53
- SAITO, T. *et al.*. Is there strange-quark matter in galactic cosmic rays? **Physical Review Letters**, v. 65, p. 2094, 1990. 41
- SAMANTA G.C.; DHAL, S. Higher dimensional cosmological models filled with perfect fluid in  $f(r, t)$  theory of gravity. **International Journal of Theoretical Physics**, v. 52, p. 1334, 2013. 30
- SATHYAPRAKASH, B. The gravitational wave symphony of the universe. **Pramana**, v. 56, p. 457, 2001. 41
- SHAMIR, M. Exact solutions of bianchi type v spacetime in  $f(r, t)$  gravity. **International Journal of Theoretical Physics**, p. DOI:10.1007/s10773-014-2328-x, 2014. 30
- SHTANOV Y.; SAHNI, V. Bouncing braneworlds. **Physics Letters B**, v. 557, p. 1, 2003. 29
- SOTIRIOU T.P.; FARAONI, V.  $f(r)$  theories of gravity. **Reviews of Modern Physics**, v. 82, p. 451, 2010. 2, 29, 36
- TSUJIKAWA, S. Quintessence: a review. **Classical and Quantum Gravity**, v. 30, p. 214003, 2013. 2, 30, 37
- VAISHNAV, B. **for Gravitational Wave Physics**. PennState: <http://cgwp.gravity.psu.edu/people/bvaishnav/>, 2007. xv, 9
- VALLISNERI, M. Use and abuse of the fisher information matrix in the assessment of gravitational-wave parameter-estimation prospects. **Physical Review D**, v. 77, p. 042001, 2008. 42
- WEBBER, F. *et al.*. Neutron star interiors and the equation of state of superdense matter. **ArXiv:0705.2708**, 2007. 9
- WEINBERG, S. The cosmological constant problem. **Reviews of Modern Physics**, v. 61, p. 1, 1989. 2

WESSON, P. A physical interpretation of kaluza-klein cosmology. **Astrophysical Journal**, v. 394, p. 19, 1992. 32

\_\_\_\_\_. **Space-Time-Matter: Modern kaluza-klein theory**. Singapore: World Scientific Publishing, 1999. 57

## **PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE**

### **Teses e Dissertações (TDI)**

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

### **Manuais Técnicos (MAN)**

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

### **Notas Técnico-Científicas (NTC)**

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

### **Relatórios de Pesquisa (RPQ)**

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

### **Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)**

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

### **Publicações Didáticas (PUD)**

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

### **Publicações Seriadas**

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o International Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

### **Programas de Computador (PDC)**

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

### **Pré-publicações (PRE)**

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.