

INPE-9693-TDI/854

## SISTEMAS DE ISOLAMENTO VIBRACIONAL E DE ACOPLAMENTO ANTENA-TRANSDUTORES PARA O PROTÓTIPO DE UM DETECTOR DE ONDAS GRAVITACIONAIS

José Luiz Melo

Tese de Doutorado em Ciência Espacial/Astrofísica, orientada pelos Drs. Walter Ferreira Velloso Júnior e Odylio Denys de Aguiar, aprovada em 21 de março de 2002. 530.12 : 523.03

MELO, J. L.

Sistemas de isolamento vibracional e de acoplamento antena-transdutores para o protótipo de um detector de on – das gravitacionais / J. L. Melo. – São José dos Campos: INPE, 2002.

199p. - (INPE-9693-TDI/854).

1.Antenas de ondas gravitacionais. 2.Ondas gravitacionais. 3.Isoladores vibracionais. 4.Método dos elementos finitos. 5.Grávitons. I.Título.

Aprovado pela Banca Examinadora em cumprimento a requisito exigido para a obtenção do Título de **Doutor** em **Astrofísica.** 

Dr. Carlos Alexandre Wuensche de Souza

Dr. Odylio Denys de Aguiar

Dr. Wálter Ferreira Velloso Júnior

Dr. José Carlos Neves de Araújo

Dr. Francisco José Jablonski

Dr. José Antonio de Freitas Pacheco

Dr. Nei Fernandes de Oliveira Júnior

Presidente/INPE-SJCampos/SP

Orientador/INPE-SJCampos/SP

Co-Orientador/INPE/SJCampos-SP

embro da Banca/INPE/S ampos-SP

m hy

Membro da Banda/INPE/SJCampos-SP

Membro da Banca Convidado Observateur de La Cotê d'Azur-Nice, França

✓ Membro da Banca Convidado USP-São Paulo/SP

Candidato (a): José Luiz Melo

*" Há muito que sou da opinião, na verdade mais uma convicção, compartilhada, acredito, por muitos outros estudiosos da Natureza, de que as várias formas pelas quais as forças materiais se manifestam têm uma origem comum."* 

Michael Faraday

" Não existe nenhum caminho lógico para a descoberta das leis elementares do Universo
o único caminho é o da intuição."

Albert Einstein

" Nós não somos os criadores de nossas idéias, mas apenas seus porta-vozes;
são elas que nos dão forma...
e cada um de nós carrega a tocha que no fim do caminho outro levará. "

Carl Gustav Jung

"A satisfação está no esforço e não apenas na realização final. "

Mahatma Gandhi

" Você não vai por uma frase minha? "

Walter Ferreira Velloso Júnior

Aos meus pais: José e Ana à minha irmã Ana e ao Maurício e ao meu irmão Beto os melhores e mais importantes companheiros desta jornada terrestre

A minha avó Albina, que tanto quis ser professora. À memória dos meus avós: Licinha, João e Jorge. À nova geração: atuais e futuros filhos de parentes e amigos.

## AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores: Walter e Odylio pela oportunidade, apoio e dedicação.

À **FAPESP** (Bolsa de Doutorado, Processo N<sup>o</sup> 97/14437-7) e **INPE** que proporcionaram condições para o desenvolvimento deste trabalho.

### Aos colegas do Projeto Gráviton com quem compartilho objetivos.

A todos os membros do projeto **AURIGA** e amigos italianos, em especial a Davide, Francesco, Gabrielle, Jean, Sérgio, Andrea e Ciccio.

A todos os amigos e companheiros que estão participando desta jornada científica: Lauro, Jacques, Patti, Luiz, Marcos César, José Antônio, Ana Cláudia, Celso, Cristiane, Mariza, Pedrina, Christiano, Clézio, Alice, Stella, Sílvio, Denise, Luciana, Luciene, Cássia, Alê, Neodir, Tânia, Alberto, Flávio, Alexandre, André e Marcos.

À Mara, José Carlos, Oswaldo, Claúdia, Gustavo, Agenor, Ivone, Edson, Reitano, Sérgio, Valéria, Nadja, Carlos Frajuca e demais amigos do INPE.

Aos meus parentes mais próximos: Tia Graça, Tio Zequinha, Sandro, Tonico, Kica, Cleide e ao meu primo e afilhado Diogo.

### RESUMO

O primeiro protótipo de um detector de ondas gravitacionais brasileiro está sendo construído pelo grupo GRAVITON. Esse detector, denominado MARIO SCHENBERG, será constituído de uma massa ressonante esférica de CuAl(6%) com 65 cm de diâmetro e pesando aproximadamente 1,15 T, com um Q mecânico da ordem de 10<sup>6</sup>. Esse detector será sensível a uma faixa de fregüências características de 3100 a 3300 Hz. Neste trabalho, o sistema de isolamento vibracional da suspensão, o módulo de acoplamento térmico e a estrutura mecânica dos transdutores da antena foram concebidos e analisados numericamente. Para a análise numérica os sistemas concebidos foram representados por elementos finitos e as equações de movimento correspondentes foram resolvidas usando o "software" MSC/Nastran. Esse "software" foi validado utilizando as medidas dos modos normais, realizadas à temperatura ambiente, de uma massa ressonante de Al 5056 de 25 cm de diâmetro na câmara de testes a vácuo do laboratório de ondas gravitacionais. O resultado da validação apresentou uma diferenca máxima de 4.26% entre os resultados medidos e calculados na determinação dos modos normais. A metodologia empregada (Velloso, Melo e Aguiar; 2000) consiste basicamente em se avaliar separadamente todos os elementos das estruturas e depois integrá-los, procurando sempre otimizar o comportamento mecânico. No caso do sistema de isolamento vibracional a otimização consiste em aumentar uma janela espectral livre de ressonâncias ao redor da faixa de fregüências características do detector. Com esse procedimento foi possível obter uma janela livre de ressonâncias de 2625 Hz a 3768 Hz, na qual se obteve uma atenuação de 280 dB (Melo, Velloso & Aguiar; 2001). Uma metodologia análoga foi usada para projetar o módulo de acoplamento térmico, o qual será usado para o resfriamento a milikelvins de toda a estrutura. Um protótipo deste módulo foi construído e testado usando um aparato experimental ultracriogênico ("test-facility") nos laboratórios do projeto AURIGA, no Instituto Nacional de Física Nuclear (INFN) em Pádova (Itália). Para este protótipo obteve-se uma atenuação do ruído de 30 dB. Complementando o trabalho foi realizado um estudo sobre o acoplamento mecânico entre a estrutura mecânica do transdutor projetado e a esfera ressonante. Nesse caso, a análise foi feita de modo a sintonizar os transdutores e a esfera e obteve-se um modo normal de 3190 Hz para o transdutor (Frajuca, Melo et al., 2001). Por último foi feita uma integração dos diversos sistemas analisados anteriormente: sistema de isolamento vibracional da suspensão, módulo de acoplamento térmico e acoplamento do transdutor com a massa ressonante a fim de se estudar o comportamento dos sistemas simultaneamente bem como a influência dos ruídos sobre todo o sistema acoplado e continuou a ocorrer a atenuação de 280 dB.

## VIBRATON ISOLATION SYSTEMS AND ANTENNA-TRANSDUCERS COUPLING FOR THE PROTOTYPE OF THE GRAVITATIONAL WAVE DETECTOR

### ABSTRACT

The **GRAVITON** group is building the first Brazilian gravitational wave detector prototype. This detector, which will be named MARIO SCHENBERG, will be composed by a a 65 cm diameter CuAl(6%) resonant spherical mass. This mass will weight 1.15 ton and will have a high mechanical Q ( $\approx$  20 million). This detector will be sensitive from 3100 Hz to 3300 Hz. In this work, the vibration isolation system, the thermal link and the transducer mechanical structure were conceived and numerical analysed. To the numerical analyses the conceived systems were represented by finite element models and the corresponding dynamical equations were solved using the Msc/Nastran software. This software was validated using measurements of the normal modes made at room temperature for an Al5056 25cm diameter resonant mass. The validation results showed a 4,26% maximum differerence between the normal modes measurements and calculations. The methodology used (Velloso, Melo & Aguiar; 2000) consists basically on evaluate all the structure elements separately and after that integrate them in such a manner to obey a mechanical behaviour optimization. In the case of the vibration isolation system the optimization consists to increase the window free of resonances around the detector characteristics frequencies. With this procedure we obtained a window free of resonances from 2625 Hz to 3768 Hz, with a 280 dB attenuation (Melo, Velloso & Aguiar, 2001). An analogous methodology was used to design the thermal link, which will be used to cool down all the structure to milikelvins. A prototype of this thermal link was constructed and tested using a cryogenic testfacility in the AURIGA laboratories in the National Institute for Nuclear Research (INFN) at Padova (Italia). We obtained a 30 dB attenuation to this prototype. It was also made a study about the sphere transducer coupling. In this case, the analysis was made in a way to sintonize the sphere and the transducers. The transducer frequency obtained was at 3190 Hz (Frajuca, Melo et al.; 2001). At last, it was made the integration of the several systems analysed: vibration isolation system, thermal link and the coupling transducer-resonant mass in order to study the overall system behavior and the noise influence over it. It continued to occur the 280 dB atenuation.

## SUMÁRIO

## LISTA DE SÍMBOLOS

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	~ ~ ~	
		11
CAFILULU I - INTRODU		

## CAPÍTULO 2 - FONTES E DETECTORES DE ONDAS GRAVITACIONAIS... 25

2.1- Ondas gravitacionais segundo a Relatividade Geral	25
2.2- Características das ondas gravitacionais	27
2.3- Aproximação tipo lei de Hooke para as equações da Relatividade Geral 2	28
2.4- Fontes de ondas gravitacionais	30
2.5- Fontes de ondas gravitacionais candidatas à detecção pelo SCHENBERG 3	34
2.5.1- Instabilidades de estrelas de nêutrons	35
2.5.2- Excitação dos modos f de estrelas de nêutrons	35
2.5.3- Excitação de modos quase-normais de buracos negros	36
2.5.4- Espiralação de mini-buracos negros	37
2.5.5- Rotação de estrelas de quarks	38
2.6- Princípios e técnicas de detecção de ondas gravitacionais	38
2.6.1- Detectores interferométricos	40
2.6.2- Detectores de massas ressonantes	41
2.7 -Detectores ressonantes com massas esferoidais	42
2.7.1- Equação de oscilação da esfera e seus modos normais 4	43
2.7.2- Obtenção de informação astrofísica 4	45
2.8- Detector de ondas gravitacionais MARIO SCHENBERG	46
2.8.1- Sistema de refrigeração do detector SCHENBERG	47
2.8.2- Refriferador de diluição para o detector SCHENBERG	48
2.8.3- Módulo de acoplamento térmico para o SCHENBERG	49
2.8.4- Sistema de isolamento vibracional da suspensão do SCHENBERG	50

2.8.5- Transdutores para o detector SCHENBERG	50
2.8.6- Sensibilidade esperada para o detector SCHENBERG	51
2.8.7- Outros detectores esféricos em desenvolvimento e construção	52

# 

3.1 - Ruídos nos detectores de massa ressonante	. 53
3.1.1- Ruídos mecânicos	. 53
3.1.2- Ruídos térmicos	. 54
3.1.3- Ruídos eletrônicos e elétricos nos transdutores	. 55
3.1.4- Outros ruídos	. 57
3.2- Isolamento vibracional e eletromagnético	. 58
3.2.1 – Sistemas mecânicos de isolamento vibracional	. 58
3.3 - Histórico dos sistemas de isolamento vibracional	. 59
3.4 - Aspectos cruciais do SCHENBERG para o seu isolamento vibracional	. 60
3.5 - Isolamento vibracional necessário para o detector SCHENBERG	. 61
3.6 - Previsão de excesso de ruído para o detector SCHENBERG	. 64

## 

4.1- Príncipio do isolamento multipolar	65
4.2- Utilização do método de elementos finitos	67
4.3- Método dos elementos finitos	68
4.3.1- Análise de tensões	69
4.3.2- Análise dos modos normais	69
4.3.3- Análise de resposta em freqüência	71
4.4- Validação experimental do modelo em elementos finitos	73

4.4.1- Aparato experimental	. 74
4.4.2- Resultados experimentais e numéricos comparados	. 75

# 

5.1- Definição do sistema	81
5.2 - Critérios para a concepção de sistema de isolamento vibracional	81
5.3- Características mecânicas de materiais a serem usados no SCHENBERG	.82
5.4- Modos normais da massa ressonante do detector SCHENBERG	83
5.5- Estimativa inicial para o sistema de isolamento vibracional da suspensão	
(SIV) do detector SCHENBERG	84
5.5.1- Estimativas das dimensões das molas em "C"	87
5.5.2- Estimativa das dimensões dos cilindros	88
5.5.3- Efeito do acoplamento entre cilindros e molas	88
5.5.4- Estimativa das dimensões dos cabos inferiores e superiores	89
5.5.5- Estimativa geral para o sistema de isolamento vibracional	91
5.6 - Análise estática do sistema de isolamento vibracional	91
5.7- Modos normais do SIV e otimização	93
5.8- Cálculo numérico da atenuação produzida pelo sistema	96
5.9- Considerações sobre incertezas na simulação numérica	97

## CAPÍTULO 6 - MÓDULO DE ACOPLAMENTO TÉRMICO...... 101

6.1- Definição do problema	101
6.2- Critérios para a concepção de um módulo de acoplamento térmico	101
6.2.1 - Escolha da configuração geométrica	102
6.2.2- Acoplamento térmico-mecânico	102

6.3- Requisitos para a simulação numérica	104
6.4- Configurações superficiais testadas numericamente para o módulo de	
acoplamento térmico	104
6.5- Configurações volumétricas testadas numericamente para o módulo	
de acoplamento térmico	108
6.6- Módulo de acoplamento térmico a 300 K e a 4K	111
6.7- Concepção, projeto, construção e teste do módulo de acoplamento	
térmico para a "test-facility"	112
6.8- Descrição da "test-facility"	112
6.9- Escolha da geometria do módulo de acoplamento térmico	115
6.10 - Testes do módulo de acoplamento térmico	116
6.11 - 1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> e 3 <sup>a</sup> sessões de testes na "test-facility"	117
6.12 - 4 <sup>a</sup> sessão de testes na "test-facility"	117
6.12.1- Recozimento do módulo de acoplamento térmico	117
6.12.2- Deteminação do método de recozimento mais eficiente	120
6.12.3- Simulação do módulo de acoplamento térmico recozido	122
6.12.4- Resultado obtido durante a 4ª sessão da "test-facility"	124
6.13- Módulo de acoplamento térmico para o detector <b>SCHENBERG</b>	125

## CAPÍTULO 7 - ACOPLAMENTO TRANSDUTOR-MASSA RESSONANTE ... 131

7.1- Definição do problema	131
7.2- Critérios para a concepção do transdutor	132
7.3- Possíveis geometrias do transdutor	134
7.4- Análise estática das geometrias propostas para o transdutor	135
7.5- Modos normais dos Transdutores	136
7.6- Análise dinâmica dos transdutores sobre a esfera ressonante	139
7.7- Ressonador interno do transdutor	141

7.8- Acoplamento da antena com os	s transdutores com ressonador interno	145
-----------------------------------	---------------------------------------	-----

CAPÍTULO 8 - INTEGRAÇÃO DOS SISTEMAS 15	1
8.1- Modelo numérico para a simulação conjunta15	1
8.1.1- Modos Normais 15	3
8.2- Pontos Críticos de Entrada do Ruído 15	4
CAPÍTULO 9 - CONCLUSÕES 15	9
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 16	3
APÊNDICE A – Analogia entre filtros mecânicos e elétricos	3
APÊNDICE B - "Software" MSC/NASTRAN 17	5
APÊNDICE C - Estrutura cristalina do material a baixas temperaturas 17	7
C.1 - Propriedades criogênicas dos metais 17	7
C.2 – Materiais para o módulo de acoplamento térmico 17	8
APÊNDICE D - Medidas do Q mecânico de CuAl(6%) 18	1
APÊNDICE E - Medida do tamanho dos grãos do módulo de acoplamento térmico após recozimento	3
E.1- Diminuição das inomogeneidades superficiais	8

APÊNDICE F – Acoplamento transdutor-bucky-bola	191
APÊNDICE G - Modos normais animados	195
G.1 – CD anexo	197

## LISTA DE TIPO DE SÍMBOLOS

**Constantes e escalares**: letras sem negrito e itálico; **Exemplo**: c = velocidade da luz.

Variáveis: letras sem negrito e itálico; Exemplo: t = tempo.

**Vetores**: letras em negrito com uma seta superior; **Exemplo** :  $\vec{v}$  = vetor velocidade

**Componentes de vetores**: letras em negrito com índice subscrito latino; **Exemplo: v**<sub>i</sub> = componente i-ésima do vetor velocidade

Matrizes: letras maiúsculas em negrito; Exemplo: K = matriz da elasticidade

**Elementos de matrizes**: letra minúsculas em negrito com índice duplo subscrito latino;

**Exemplo**: k<sub>ii</sub> = elemento da linha i e da coluna j da matriz de elasticidade K

**Tensores**: letras maiúsculas em negrito e itálico com duplo índice subscrito grego ou latino (tensor covariante); com dois índices sobrescritos (tensor contravariante); com 1 índice sobrescrito e 1 subscrito (tensor misto);

**Exemplo:**  $T_{\mu\nu}$  = tensor momento energia;  $E_{ij}$  = tensor de deformações.

**Índices subscritos gregos dos tensores**: variam de 0,1,2,3 (0 corresponde a componente temporal t e 1,2,3 corresponde às componentes espaciais x,y e z ). **Índices latinos dos tensores**: variam de 1,2,3 (componentes espaciais x,y e z) **Elemento de tensor:** letras minúsculas com duplo índice subscrito (covariante), sobrescrito (contravariante) e 1 subscrito e 1 sobrescrito (misto).

## **CAPÍTULO 1**

### INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos que justificam a construção de um detector de ondas gravitacionais é, além da própria detecção da onda (confirmando-se, desta maneira, uma previsão básica da Teoria da Relatividade Geral), a realização e o desenvolvimento da astronomia de ondas gravitacionais. A partir dessas ondas, que interagem muito fracamente com a matéria, poder-se-á extrair informações sobre fenômenos do universo que hoje não podem ser estudados a partir das ondas eletromagnéticas, por exemplo: o momento do "Big-bang" (Zel'dovich, 1983); o estágio final de coalescência de sistemas binários (Shapiro, 1980); os detalhes dos movimentos dos núcleos colapsantes das explosões de supernovas (Thorne, 1987) ; e a determinação das equações de estado de estrelas de nêutrons (Schutz, 1997) entre outros.

Os detectores podem ser de dois tipos diferentes: os que detectam diretamente a deformação do espaço-tempo provocada pela passagem de uma onda gravitacional e os que absorvem parte da energia da onda (Aguiar, 1995). No primeiro caso os detectores são interferômetros cujos comprimentos dos braços são alterados diferencialmente pela passagem da onda gravitacional, o que resulta em uma mudança no padrão de interferência. No segundo caso são normalmente utilizadas massas ressonantes metálicas com alto fator de qualidade mecânico, cujos modos normais se acoplam vibracionalmente com a onda gravitacional. Se o objeto sólido estiver suficientemente isolado das fontes de ruídos (mecânico, térmico e elétrico), então será possível detectar a excitação dos modos normais do sólido provocada pela passagem da onda gravitacional.

Assim, para os detectores ressonantes que operam na Terra ocorre a necessidade de se utilizar meios muito eficientes para filtrar os ruídos de

21

origem mecânica, os quais podem afetar esses detectores por 2 principais vias: através da suspensão da massa ressonante, ou pelo sistema de resfriamento. Por outro lado, a necessidade de se atingir alto nível de sensibilidade para o detector exige um acoplamento mecânico excelente entre o transdutor e a massa ressonante, de modo a maximizar a eficiência na transferência de energia entre os modos normais da esfera e do transdutor.

O grupo **GRAVITON**, composto por pesquisadores de diversas instituições<sup>1</sup> se propõe a conceber e operar o protótipo de um detector de massa ressonante cuja construção (financiada pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – **FAPESP**, proc. nº 13468-9) servirá para testar tecnologias: fundição e usinagem de uma esfera de CuAl(6%) de aproximadamente 1,15 toneladas, resfriamento a temperaturas ultracriogênicas desta massa e particularmente os seus próprios sistemas de isolamento vibracional. Uma vez construído, o detector **SCHENBERG** deverá ser sensível a sinais gravitacionais de origem astrofísica com freqüências entre 3100 Hz e 3300 Hz, com sensibilidade comparável à dos interferômetros a laser nesta faixa de freqüência, a 50 mK h igual a 4,3 x 10<sup>-20</sup> (Frossati, 2000).

O objetivo deste trabalho de doutoramento é a concepção e análise do isolamento vibracional e do acoplamento massa-transdutores para o detector **SCHENBERG<sup>2</sup>**, de modo a obter as máximas eficiências possíveis para esses dispositivos mecânicos. O trabalho constitue-se de duas partes principais: 1) a concepção e projeto dos sistemas mecânicos de isolamento e acoplamento, que foi feito usando métodos de elementos finitos (do "software" **MSC/NASTRAN**) para a simulação dinâmica dos dispositivos mecânicos; 2) testes experimentais com o módulo de acoplamento térmico. Esses testes foram realizados durante estágio de doutoramento realizado com o grupo **AURIGA** (Cerdonio, 1990) no

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> INPE, USP, UNICAMP, ITA, CEFETSP, UNIBAN

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Mario Schenberg, ilustre físico brasileiro (Recife, 1914 - São Paulo, 1990)

Instituto de Física Nuclear de Legnaro (INFN-LNL) em Pádua ("Padova"/ Itália). A metodologia usada baseia-se em um processo iterativo de simulação (Velloso, Melo & Aguiar, 2000), o qual consiste em alterar as características geométricas, de acordo com critérios estabelecidos pelo nível de sensibilidade pretendida, até ajustar o comportamento dinâmico de tais sistemas.

No Capítulo 1, a Introdução. No capítulo 2, após uma breve descrição das equações da Relatividade Geral que demostram a existência de ondas gravitacionais, discute-se o processo da detecção dessas ondas e a sua interação com a matéria. Além disso são descritas as fontes de ondas gravitacionais que poderão ser possíveis de detecção pelo detector **SCHENBERG**. Encerra-se com a descrição do próprio detector e de suas diversas partes constituintes.

No Capítulo 3 são detalhados os diversos tipos de ruídos que podem afetar um detector de massa ressonante e o que é necessário fazer para isolar vibracionalmente a antena. São explicados os aspectos cruciais de isolamentos vibracionais necessários para uma antena ressonante. É feita uma estimativa da atenuação mínima necessária para o detector **SCHENBERG**.

No Capítulo 4, a partir do princípio de isolamento multipolar, justifica-se a necessidade de um método numérico para estudar o comportamento dinâmico dos sistemas de isolamento vibracional e do sistema de acoplamento transdutor-massa. É explicada a metodologia empregada e a validação do "software" para resolução dos problemas propostos.

No Capítulo 5 são descritas a concepção e o projeto, baseados em critérios científicos, usando-se a análise estática e dinâmica por método de elementos finitos, do sistema de isolamento vibracional da suspensão da massa ressonante. A curva de resposta em freqüência é calculada, considerando-se

23

um ponto qualquer sobre a superfície da esfera. É determinado o grau de isolamento que o sistema fornece na faixa de freqüências em que o sistema vai operar.

No Capítulo 6 são descritas a concepção e o projeto do módulo de acoplamento térmico, bem como os experimentos realizados para testes de um protótipo desse módulo, construído durante o estágio no **INFN** de Pádova.

No Capítulo 7 são descritas a criação da estrutura mecânica do transdutor a ser usado na antena **SCHENBERG** e a análise do seu respectivo acoplamento com a massa ressonante.

No Capítulo 8, é realizada a simulação dos sistemas integrados, ou seja, é feita a análise dinâmica simultânea de todos os dispositivos projetados: esfera ressonante, sistema de isolamento vibracional da suspensão, módulo de acoplamento térmico e a parte mecânica dos transdutores. É feita também uma análise da função de resposta em freqüência do sistema integrado considerando os pontos críticos de entrada do ruído. Finalmente no capítulo 9 são mostradas as conclusões de todo o trabalho e as perspectivas futuras.

## **CAPÍTULO 2**

### FONTES E DETECTORES DE ONDAS GRAVITACIONAIS

### 2.1 - Ondas Gravitacionais segundo a Relatividade Geral

Ondas gravitacionais são perturbações da métrica do espaço-tempo, provocadas pela aceleração relativa entre massas distribuídas assimetricamente (variação do momento quadripolar). Estas ondas foram previstas teoricamente por Einstein (1916) como uma solução radiativa no vácuo para as equações da relatividade geral:

$$\boldsymbol{R}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \boldsymbol{g}_{\mu\nu} \boldsymbol{R} = 8\pi \frac{\boldsymbol{G}}{\boldsymbol{c}^4} \boldsymbol{T}_{\mu\nu}, \qquad (2.1)$$

 $R_{\mu\nu}$  = tensor de Ricci (tensor da curvatura do espaço-tempo contraído);

 $\boldsymbol{g}_{\mu\nu}$  = métrica do espaço-tempo;

R = curvatura escalar ;

- G = constante universal da gravitação;
- c = velocidade da luz;
- $T_{\mu\nu}$  = tensor energia-momento.

Para uma solução no vácuo, sabe-se que o tensor energia-momento se anula:

 $T_{\mu\nu} = 0$  (ausência de matéria). Definindo  $\overline{R}_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ , então da Equação 2.1:

$$\overline{\boldsymbol{R}}_{\mu\nu}=0, \qquad (2.2)$$

Devido à não-linearidade da Equação 2.1 são necessárias aproximações para resolvê-las analiticamente. Para a dedução da existência de ondas gravitacionais a partir da Equação 1.1 da relatividade geral utiliza-se a aproximação de campo fraco, na qual considera-se o espaço plano e a métrica definida como:

$$oldsymbol{g}_{\mu
u}=oldsymbol{\eta}_{\mu
u}+oldsymbol{h}_{\mu
u}$$
 ,

na qual  $\eta_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}$  corresponde à métrica de Minkowsky e o

tensor  $h_{\mu\nu}$  tem termos muito menores que 1 e representa uma perturbação da métrica, o qual pode ser definida (para simplificar a solução das equações da relatividade) pela "gauge" de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{h}}_{\mu\nu} = \boldsymbol{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} \boldsymbol{h}, \qquad (2.3)$$

h =  $h^{\alpha}_{\alpha} = \eta^{\alpha\beta} h_{\alpha\beta}$ .

Substituindo-se a perturbação da métrica definida pela Equação 2.3 na Equação 2.2:

$$\Box^2 \overline{\boldsymbol{h}}_{\mu\nu} = 0 , \qquad (2.4)$$

$$\Box^2 \equiv \left(\frac{-1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t} + \nabla^2\right) = \text{operador d'Alambertiano.}$$

A Equação 2.4 admite uma solução de onda na seguinte forma:

$$\overline{\boldsymbol{h}}_{\mu\nu} = \boldsymbol{A}_{\mu\nu} \boldsymbol{e}^{[ik(z-ct))]}, \qquad (2.5)$$

 $A_{\mu\nu}$  = tensor de amplitude da onda

z = direção de propagação da onda

c = velocidade da luz

kc = w (freqüência angular da onda)

## 2.2 – Características das Ondas Gravitacionais

A solução representada pela Equação 2.5 indica que a perturbação  $\overline{h}_{\mu\nu}$  se comporta como uma onda monocromática se propagando ao longo da direção z à velocidade da luz c, com freqüência w, transportando energia e momento. O tensor  $h_{\mu\nu}$ , que representa a perturbação da métrica correspondendo à onda gravitacional, pode ser escrito numa forma canônica com divergência nula ("gauge de Lorentz"), sem traço e transversa:

$$\boldsymbol{h}_{\mu\nu,\nu} = 0 \quad ; \quad \mathbf{h}_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{h}_{+} & \mathbf{h}_{x} & 0 \\ 0 & \mathbf{h}_{x} & -\mathbf{h}_{+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nessa forma canônica  $h_+$  e  $h_x$  representam os dois estados de polarização da onda. A polarização fornece informação sobre a deformação espacial no plano perpendicular ao eixo de deslocamento da onda emitida. A polarização  $h_x$  indica uma diferença de um ângulo de 45<sup>0</sup> no espaço com relação à polarização  $h_+$ .

Com relação à energia carregada por uma onda gravitacional, essa pode ser calculada a partir da fórmula multipolar, derivada por Einstein (1918). Ele obteve uma solução tipo potencial retardado para a Equação 2.4 e considerou, então, uma expansão multipolar desta solução a distâncias suficientemente grandes comparadas à dimensão da fonte, obtendo o termo dipolar nulo (devido à lei de conservação do momento e à inexistência de massas negativas), e o quadripolar como o primeiro não-nulo. Portanto, uma onda gravitacional SÓ pode apresentar emissão quadripolar, octopolar, hexadecapolar e assim por diante. A potência da radiação gravitacional pode ser calculada por:

$$W = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \sum_{j,k} \left\langle \left( \frac{d^3 I_{jk}}{dt^3} \right)^2 \right\rangle, \qquad (2.6)$$

*I<sub>ik</sub>* = momento quadripolar

Apenas objetos astrofísicos relativísticos (massas e ou velocidades muito grandes) poderão gerar ondas gravitacionais com intensidades mensuráveis.

## 2.3 - Aproximação Tipo Lei de Hooke para as Equações da Relatividade Geral

As equações da Relatividade Geral podem ser comparadas com as equações da mecânica dos sólidos (Blair, 1991), podendo-se atribuir uma rigidez aos diversos meios onde a onda gravitacional se propaga e deposita energia: o vácuo e a massa ressonante . A Tabela 2.1 amplia esta comparação mostrando inclusive a lei de Hooke em forma tensorial.

A partir da Equação 2.1 é possível escrever:

$$T_{\mu\nu} = (c^4/8\pi G) G_{\mu\nu},$$
 (2.8)

 $G_{\mu\nu}$  = tensor de Einstein

Essa expressão pode ser comparada com a forma tensorial das equações de elasticidade (Lei de Hooke Tensorial), comparação essa resumida pela Tabela 2.2. A partir desta analogia, pode-se considerar o contínuo espaço-tempo como uma meio elástico de rigidez extrema (k  $\approx 10^{47}$ ), no qual se propagam ondas de baixíssima amplitude e alta densidade de energia.

TABELA 2.1 - RIGIDEZ DOS MEIOS ONDE SE PROPAGAM AS ONDAS GRAVITACIONAIS

	Meio metálico	Estrutura do
Espaço-tempo	(massa sólida)	Transdutor
$K \approx 10^{47}  dyn/cm^2$	$K \approx 10^{12}  dyn/cm^2$	$K \approx 10^9  dyn/cm^2$

TABELA 2.2 – COMPARAÇÃO ENTRE A LEI DE HOOKE E AS EQUAÇÕES DA
RELATIVIDADE GERAL

MECÂNICA	MECÂNICA TENSORIAL	RELATIVIDADE GERAL
$\vec{\mathbf{x}}$ = vetor	<i>E<sub>ij</sub></i> = tensor de	$G_{\mu\nu}$ = tensor deformação
deslocamento	deformações nos solidos	do espaço tempo
k = constante elástica	E= módulo elasticidade	c <sup>4</sup> /8πG= K =constante
	E metais $\approx 10^{10} - 10^{12}$ (cgs)	$K \approx 10^{47} \text{ (cgs)}$
<b>F</b> = vetor força	<b>S</b> <sub>ii</sub> = tensor de	$T_{\mu\nu}$ = tensor
	tensões normais	momento-energia
		Equações de Campo
Lei de Hooke	Lei de Hooke Tensorial	do Einstein

$\vec{F} = k\vec{x}$	$S_{ij} = \left(\frac{E}{A_{ij}}\right)\overline{E}_{ij}$	na Forma Reduzida
	$(1+\nu)^{2}$	<b>Τ</b> <sub>μν</sub> = (c <sup>4</sup> /8πG) <b>G</b> <sub>μν</sub>

A detecção ressonante, portanto, consiste em medir a transferência de parte dessa energia para um meio metálico (massa ressonante), com módulo de elasticidade muito menor (k  $\approx 10^{12}$ , Tabela 2.1). Como ainda assim as amplitudes são baixas, é necessário usar os transdutores, que são estruturas que apresentam constantes elásticas equivalentes ainda menores ( k  $\approx 10^9$  ), que amplificam as vibrações até que elas sejam mensuráveis.

Resumindo, a existência e características das ondas gravitacionais podem ser deduzidas a partir das equações da Relatividade Geral de Einstein; interagem com o espaço-tempo produzindo oscilações; deslocam-se a velocidade da luz carregando momento e energia, apresentando pequenas amplitudes e altas densidades de energia; apresentam dois tipos de polarização inclinadas de 45°, perpendiculares ao eixo de propagação. Previstas teoricamente, espera-se ainda sua confirmação por detecção. Uma evidência indireta da existência das ondas gravitacionais foi obtida por Taylor (1976) pela observação da diminuição do período orbital do pulsar PSR 1913+16 pela perda de momento angular. Trabalho pelo qual ele recebeu o prêmio Nobel em física em 1993.

## 2.4 - Fontes de Ondas Gravitacionais

Para se investigar as fontes que geram ondas gravitacionais faz-se necessário resolver a equação:

$$\Box^{2} h_{\mu\nu} = - (16\pi G/c^{4}) T_{\mu\nu}, \qquad (2.9)$$

De acordo com a fonte e em função da distância onde se deseja estudar as ondas gravitacionais (zona radiativa ou de campo fraco) podem ser realizados diferentes conjuntos de aproximações para resolver a Equação 2.9. Geralmente se escolhe o tensor métrico mais apropriado para o que se deseja estudar. Por exemplo, para estudar buracos negros opta-se pelo tensor métrico de Kerr (Kerr, 1965) e faz-se considerações sobre a natureza da matéria que formaria o buraco negro (nesse caso, poder-se-ia considerar a matéria do buraco negro como um fluido perfeito) a fim de se definir o tensor momento energia na Equação 2.9.

Por outro lado, para melhor se compreender as fontes de ondas gravitacionais convém classificá-las. Uma das maneiras é através do comportamento temporal do sinal, dependendo das condições físicas do objeto. Definindo-se q como o número de ciclos coerentes apresentados pelo sinal, pode-se determinar a largura de banda para uma freqüência característica f<sub>c</sub>:

$$\Delta f = \frac{f_c}{q}, \qquad (2.10)$$

Segundo este critério é comum separar os sinais de ondas gravitacionais em 4 classes: sinais impulsivos ("bursts"), cujas ondas mantêm a coerência durante um tempo correspondente a poucos ciclos da própria onda (q pequeno); sinais periódicos, que são emitidos continuamente e mantêm a coerência durante um tempo longo (q grande); sinais "chirp" que correspondem àqueles emitidos no final de uma espiralação de um sistema binário (q variável) ; e sinais estocásticos que correspondem à somatória de uma distribuição aleatória, portanto não coerente ( $q \rightarrow 0$ ), de sinais;

### a) Sinais Impulsivos

Como os sinais impulsivos apresentam um baixo fator q, então ∆f será grande, o que corresponde a dizer que a largura de banda do sinal será grande. Como exemplos de fontes de sinais impulsivos: colapso de estrelas para formar buracos negros, queda de estrelas e pequenos buracos negros em buracos negros supermassivos, estrelas pulsantes (anãs brancas ou estrelas de nêutrons) axialmente assimétricas (oscilantes entre as configurações prolata e oblata) e colapso para formar estrelas de nêutrons.

Thorne (1987) determinou que para "bursts" mais intensos são esperadas ondas em freqüências abaixo de 10 kHz. A amplitude das ondas pode ser calculada aproximadamente por:

$$\mathbf{h}_{c} = 2.7 \times 10^{-20} \left[ \frac{\Delta \mathbf{E}_{OG}}{\mathbf{M}_{O} \mathbf{c}^{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{1 \mathrm{KHz}}{\mathbf{f}_{c}} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{10 \mathrm{Mpc}}{\mathrm{r}} \right], \qquad (2.11)$$

 $\Delta E_{OG}$ = energia emitida sob a forma de ondas gravitacionais em massas solares M<sub>O</sub>= massa do sol

- c = velocidade da luz
- f<sub>c</sub> = freqüência da onda em kHz
- r = distância da fonte em Mpc
- 10 Mpc = distância estimada do centro do aglomerado de Virgem

### b) Sinais Periódicos

Sinais periódicos são emissões que se repetem, mantendo coerência durante muitos ciclos. Como exemplos de fontes desses tipos de sinais pode-se ter rotação de estrelas de nêutrons (Schutz, 1997; Velloso et al., 1996) ou estrelas

de quarks (Bombaci, 2002), axialmente assimétricas, variáveis cataclísmicas (Meliani et al., 2000) e translação de sistemas binários. As fontes periódicas apresentam um valor de q (conforme definido na Equação 2.10) extremamente alto e permitem, portanto, a integração do sinal durante longos períodos: valores de amplitude muito pequenos tornam-se detectáveis. Este tipo de fonte apresenta um  $\Delta f$  pequeno, emitindo as ondas numa freqüência bem característica.

#### c) Sinais "Chirp"

Correspondem, por exemplo, a sinais emitidos um pouco antes da coalescência nos momentos finais de espiralação de um sistema binário, os quais apresentam período e amplitude que aumentam monotonicamente. A amplitude de ondas gravitacionais destes sistemas binários pode ser aproximadamente calculada por (Shapiro, 1980):

$$h \approx 4.1 \cdot 10^{-22} \left(\frac{M}{M_{o}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{M_{o}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{100 Mpc}{r}\right) \left(\frac{100 Hz}{f_{c}}\right)^{\frac{1}{6}},$$
 (2.12)

M= massa total do sistema

μ= massa reduzida do sistema binário

r= distância

f<sub>c</sub>= freqüência característica méida da onda (período variável)

### d) Sinais Estocásticos

As emissões, oriundas de uma distribuição estatística de fontes, resultam num ruído de fundo (Lipunov, 1986). Este ruído de fundo poderia ser detectado fazendo-se a correlação entre o ruído de diversas antenas em sítios próximos a fim de se excluir o ruído sísmico e ambiental não-sísmico. São exemplos
destas fontes: populações binárias da Via-láctea e primoridais (geraram um ruído gravitacional de fundo, análogo à radiação cósmica de fundo). Essas ondas primordiais devem ter ser originado em um tempo de Planck (10<sup>-43</sup> s) após o "Big-bang" (Zel'dovich et al., 1983) quando as ondas gravitacionais se desacoplaram da matéria. A amplitude destas ondas pode ser dada por (Sazhin, 1988):

$$h = 1.5.10^{-32} \left( \frac{T_g}{1 \text{GeV}} \right) \left( \frac{h_g}{10^{-4}} \right),$$
 (2.13)

 $T_g$ = temperatura característica de formação na época em GeV  $h_g$ = amplitude da inomegeneidade inicial (10<sup>-2</sup>-10<sup>-4</sup>): dependente do modelo usado

# 2.5 - Fontes de Ondas Gravitacionais Candidatas à Detecção pelo SCHENBERG

Na faixa de freqüências de 3100 a 3300 Hz, que corresponde à região de sensibilidade máxima do detector **SCHENBERG** temos as seguintes possibilidades (Aguiar et al., 1999 – I):

- instabilidades dinâmicas não-axisimétricas de estrelas de nêutrons em alta rotação (Wagoner, 1984) (Supernovas do tipo II, objetos proto-Thorne-Zytkow; Schutz, 1997).
- 2) excitação dos modos f (1-4kHz) de estrelas de nêutrons (Anderson & Kokkotas, 1996).
- excitação dos modos quase-normais de buracos negros (Anderson, Araújo & Schutz, 1993).
- 4) "espiralação" de mini buracos negros (Aguiar et al., 1999; II).
- 5) rotação de estrelas de quarks (Bombaci, 2002).

#### 2.5.1 Instabilidades de Estrelas de Nêutrons

As estrelas de nêutrons em alta rotação podem apresentar instabilidades dinâmicas não-axisimétricas produzindo ondas gravitacionais. Este é um caso de fontes de ondas gravitacionais com sinais impulsivos produzidos logo após o colapso de supernovas do tipo II. O fenômeno ocorre porque, nesta fase, a viscosidade da matéria nuclear ainda está baixa devido à alta temperatura atingida no colapso. Assim a estrela de nêutrons pode momentaneamente evoluir para uma forma elipsoidal. Durante a formação deste elipsóide ela emite ondas gravitacionais em altas freqüências (Houser et al. 1994). A faixa de freqüências na qual ocorre a emissão depende da equação de estado da matéria nuclear (Houser et al. , 1996; Houser et al., 1998). O  $h_{burst}$  característico seria de, no mínimo, 2 x 10<sup>-19</sup>, caso esse evento ocorresse em nossa galáxia. A taxa de ocorrência seria aquela da ocorrência de supernovas do tipo II em nossa galáxia. A partir disto estima-se uma taxa de eventos de 1 a cada 30 - 50 anos. Dependendo do índice politrópico da equação de estado, a emissão pode ocorrer em torno de 3,2 kHz.

### 2.5.2 Excitação dos Modos f de Estrelas de Nêutrons

Este sinal também será do tipo impulsivo. Simulações numéricas recentes (Allen et al. 1998) tem mostrado que existem 3 faixas de freqüências características de emissão de estrelas de nêutrons, nas quais a maior parte da energia da estrela é irradiada: os modos f (1-4kHz), os modos p (4-9kHz) e os modos w (6-15kHz). Como no detector **SCHENBERG** pretende-se monitorar apenas os primeiros modos normais, então haveria apenas possibilidade de detectar os modos f. Podem existir 5 cenários, nos quais os modos f podem ser excitados:

- 1) em uma explosão de supernova que gere uma estrela de nêutrons.
- em sismos estelares associados com um rearranjo estrutural ("glitch") de um pulsar.
- 3) no final da espiralação da coalescência de duas estrelas de nêutrons.
- nas transições de fase que podem conduzir a mini-colapsos, resultantes de uma súbita variação da densidade e/ou pressão uma estrela de nêutrons.
- 5) na queda de matéria de um disco de acreção sobre a estrela de nêutrons.

Estimativas prevêem a existência de, pelo menos, 10<sup>9</sup> estrelas de nêutrons em nossa galáxia (Narayan, 1990). Entretanto, o quanto dessas estrelas podem sofrer os fenômenos citados acima é um estudo a ser feito explorando os mecanismos de excitação realizáveis e possíveis. Uma informação valiosa que poderá ser extraída da observação desse tipo de fonte é a massa e o raio da estrela de nêutrons e conseqüentemente a equação de estado da matéria da estrela de nêutrons (Anderson & Kokkotas, 1998).

## 2.5.3- Excitação de Modos Quase-normais de Buracos Negros

Buracos negros podem apresentar os seus modos quase-normais excitados e produzirem ondas gravitacionais. Nesse tipo de sinal impulsivo, que surge durante a formação do buraco negro ou de matéria caindo ou passando ao redor dele, ocorre acoplamento da maior parte da energia com os modos quadripolares harmônicos mais baixos do próprio buraco negro (Oohara, 1986). Existem vários cenários, nos quais esses modos podem ser excitados:

- 1) em uma explosão de supernova que gere um buraco negro.
- na coalescência de dois buracos negros ou de uma estrela de nêutrons com um buraco negro, no final da "espiralação".

- na coalescência de duas estrelas de nêutrons, produzindo um buraco negro.
- nas passagens de objetos próximos a buracos negros, o que deve ser mais provável em aglomerados globulares ou no centro galáctico.

Na faixa de 3,1 a 3,3 kHz o detector **SCHENBERG** seria sensível à emissão de ondas gravitacionais por buracos negros dependendo das massas envolvidas.

## 2.5.4 - Espiralação de Mini-buracos Negros

Para que um sistema (composto por massas iguais) emita ondas gravitacionais periódicas em 3,2 kHz, a distância entre eles, no momento da emissão, será dada pela expressão (Douglas & Braginsky, 1979):

$$a \sim 6,91 (M / M_{\odot})^{1/3} (km),$$
 (2.14)

Portanto, apenas coalescências de sistemas com objetos colapsados poderiam emitir nesta faixa de freqüência. A possibilidade de existência de mini buracos negros vem sendo considerada após a descoberta dos "MAssive Compact Halo Objects" (MACHOS). Uma das hipóteses é que objetos MACHOS são miniburacos negros com massas inferiores a 1 M<sub>O</sub> (Hiscock, 1998 ; loka, 1999). É provável que formem sistemas binários, já que foram formados numa época em que o universo era muito mais compacto do que é hoje.

Supõem-se que possam existir ~  $5x10^8$  binárias de mini-buracos negros de ~  $0,5M_O$  no halo da nossa galáxia ( $r_{halo}$  ~ 50kpc), coalescendo muito lentamente (idade do universo), o que implicaria em uma taxa de coalescência de ~  $5 \times 10^{-2}$  eventos por ano (Nakamura et al., 1997). Se esses sistemas estiverem até 50kpc da Terra, a amplitude h do sinal será maior que aproximadamente 1,7x10<sup>-19</sup> (Thorne, 1987).

Pode-se ainda supor que mini-buracos negro possam existir no espaço intergaláctico, já que se formaram numa época muito anterior à formação das galáxias. Supondo que a razão dessas densidades siga a mesma razão das densidades da matéria visível entre o halo galáctico e o meio intergaláctico, a densidade de mini-buracos negros no espaço intergalático seria 500 vezes menor que a do halo. Entretanto, calculando o número de mini-buracos negros para um volume esférico de 1.6Mpc obtém-se uma taxa de coalescência aproximadamente de 3 eventos por ano (Aguiar et al.,1999), 66 vezes maior que a sugerida por Nakamura para a Via-Láctea. Esses eventos até distâncias de ~1,6Mpc apresentariam amplitudes na Terra superiores a 6 x  $10^{-21}$ .

## 2.5.5- Rotação de Estrelas de Quarks

Sabe-se que estrelas de nêutrons, provavelmente não apresentariam rotações de 1,6 kHz, de forma que pudessem emitir ondas gravitacionais em freqüências de 3,2 kHz. Por outro lado pode-se prever a existência de estrelas de quarks, que apresentem irregularidades na sua estrutura (ainda mais se for uma estrela nova devido à rearranjos estruturais internos) com períodos de 0,6 ms e dessa maneira emitir ondas gravitacionais com freqüências em 3,2 kHz. Esse seria o único tipo de sinal periódico capaz de ser detectado pelo **SCHENBERG**. Infelizmente para esse tipo de fonte ainda é difícil inferir características tais como massa e distância.

#### 2.6- Princípios e Técnicas de Detecção de Ondas Gravitacionais

As ondas gravitacionais interagem com a matéria produzindo acelerações relativas devido a forças de maré entre duas partículas de um certo objeto sólido, deformando portanto a distância entre elas. Para essas duas partículas em repouso, afastadas entre si de uma distância  $\zeta^{u}$ , a aceleração relativa após a passagem da onda apresenta as seguintes componentes:

$$a^{x} = -(h_{xx}\zeta^{x} + h_{xy}\zeta^{y})\frac{w^{2}}{2}e^{iw(z-ct)},$$
 (2.15)

$$a^{y} = -(h_{xy}\zeta^{x} + h_{xx}\zeta^{y})\frac{w^{2}}{2}e^{iw(z-ct)},$$
 (2.16)

Das Equações 2.15 e 2.16 pode-se concluir que a aceleração relativa é perpendicular à direção de propagação da onda. Supondo-se que inicialmente a onda incida em z = t = 0 então:

$$a^{x} = -\frac{h_{xx}w^{2}}{2}\zeta^{x}$$
, (2.17)

$$\mathbf{a}^{\mathbf{y}} = -\frac{\mathbf{h}_{\mathbf{x}\mathbf{x}}\mathbf{w}^2}{2}\zeta^{\mathbf{y}},$$
 (2.18)

As Equações 2.17 e 2.18 mostram que as acelerações produzidas pela onda deformam alternadamente a distância entre as duas partículas como se fossem semi-eixos de uma elipse. O esquema um objeto sólido deformado pela passagem da onda é mostrado na Figura 2.1.



Fig. 2.1- Interação da onda gravitacional com a matéria. FONTE: adaptada de Ruthen (1992, p.74)

## 2.6.1- Detectores Interferométricos

Uma das técnicas de detecção de ondas gravitacionais baseia-se no uso de um interferômetro a laser, cujos braços não-rígidos são definidos por espelhos suspensos (vibracionalmente isolados). Um feixe de um laser de alta potência incide sobre um divisor, divide-se em dois, que percorrem os braços ortogonais do interferômetro, refletem nos espelhos suspensos e, ao se reencontrarem, produzem a figura de interferência sobre um foto-detector.

Neste tipo de detector, os caminhos ópticos são ajustados de tal maneira que ocorra uma interferência destrutiva da luz, produzindo um mínimo sobre o fotodetector. Quando a onda gravitacional atinge a antena, os comprimentos dos braços mudam, produzindo uma diferença de fase  $\Delta \phi$  proporcional à amplitude da onda, alterando a figura de interferência sobre o foto-detector. Esta alteração no padrão de interferência corresponde à detecção da onda. A sensibilidade destes detectores é diretamente proporcional à raiz quadrada da potência do laser e ao comprimento dos braços do interferômetro (Velloso, 1992).



Fig. 2.2 – Esquema de um Detector Interferométrico. FONTE: adaptada de Barish (LIGO homepage).

#### 2.6.2- Detectores de Massas Ressonantes

A técnica de massas ressonantes utiliza como detector uma massa metálica sólida (cilíndrica ou esferoidal) com alto Q mecânico (da ordem de 10<sup>6</sup>-10<sup>7</sup>). Este fator Q (também denominado figura de mérito mecânica) é proporcional à razão entre a energia mecânica armazenada num modo de vibração e a energia que é dissipada em cada ciclo. Um alto Q corresponde portanto à um modo de vibração de maior amplitude e duração. A principal vantagem de se usar Q mecânicos o mais altos possíveis é que durante a análise dos dados obtidos pela antena fica mais fácil a identificação da onda gravitacional no espectro de ruído da antena. Quanto maior o Q mecânico, mais lentas são as variações do sinal correspondente às flutuações térmicas (Weber, 1966). Assim, já que o sinal da onda gravitacional deve variar rapidamente, através de uma análise temporal pode-se extrair com maior facilidade o sinal da própria onda gravitacional dessas flutuações térmicas.

Quando a onda gravitacional atinge a antena, excita os modos fundamentais (freqüências características de oscilação do sólido). As freqüências fundamentais w<sub>n</sub> de um corpo rígido, nas quais a energia de um sinal gravitacional será concentrada, podem ser calculadas aproximadamente a partir da razão entre a velocidade do som e uma dimensão linear do sólido:

$$w_n = Q/\tau_n = n \pi v_s/L,$$
 (2.19)

w<sub>n</sub>= freqüências fundamentais

- Q = fator de qualidade mecânico (figura de mérito)
- $v_s$ = velocidade do som no material =  $(E/\rho)^{1/2}$
- E = módulo de Young;  $\rho$  = densidade do material
- L = comprimento que depende da forma geométrica do sólido

O material com o qual será feito o detector deverá ter as seguintes características: a baixas temperaturas apresentar alto Q mecânico (ordem de 10<sup>6</sup> ao mínimo) e alta velocidade do som (a relação E/p do material não pode diminuir muito sob efeito do resfriamento, preferencialmente que aumente). Além disto, a massa ressonante deverá estar sob condições especiais: sob vácuo, a temperaturas próximas do zero Kelvin (10-20 mK) e isolada das vibrações mecânicas (ruídos sísmicos e ambientais não-sísmicos). Esse nível de ruído é inversamente proporcional ao Q mecânico (fator de qualidade) e diretamente proporcional à temperatura efetiva da antena.

$$h_r \cong \sqrt{\frac{T}{Q}}$$
, (2.20)

h<sub>r</sub> = amplitude do ruído T = temperatura efetiva da antena Q = fator de gualidade

Essa temperatura efetiva da antena é proporcional ao somatório das energias dos ruídos dos diversos processos envolvidos: mecânicos, térmicos e quânticos (ruído intrínseco da matéria a nível atômico).

## 2.7 - Detectores Ressonantes com Massas Esferoidais

Os detectores de massa ressonante cilíndricos foram aperfeiçoados nas duas últimas décadas. Obteve-se uma sensibilidade da ordem de  $10^{-19}$ , devido ao melhor isolamento vibracional, ao resfriamento mais eficiente (T  $\approx$  100 mK) e aos melhores amplificadores ultracriogênicos (**SQUID**: "Superconducting QUantum Interference Device"). Nenhum desses fatores pode agora ser melhorado significativamente o que implica que, para se aumentar a sensibilidade dos detectores ressonantes faz-se necessário a utilização de uma maior massa, o que levou à retomada da proposta da utilização de uma massa ressonante esférica (Forward, 1971).

Foi apresentada uma configuração geométrica alternativa para a massa ressonante (Merkowitz & Johnson, 1993): o icosaedro truncado, que apresenta o formato aproximado de uma bola de futebol com as faces achatadas (32 faces, sendo 20 hexágonos e 12 pentágonos). Essa configuração esferoidal é conhecida como "buckybola". O protótipo de alumínio 5056 com diâmetro de 25 cm, com o qual fizemos a calibração do "software" apresenta essa geometria. Já o próprio detector **SCHENBERG** apresentará uma massa ressonante esférica devido ao acréscimo de massa e também de seção de choque que a geometria esférica permite. Esses detectores esferoidais apresentam vantagens sobre os detectores cilíndricos:

- Omnidirecionalidade: o esferóide, que apresenta 5 modos quadripolares fundamentais, é sensível a ondas oriundas de qualquer direção do espaço.
- Sensibilidade independente da polarização: o detector é sensível aos dois tipos de polarização previstos para as ondas gravitacionais (Forward, 1971).
- Possibilidade de determinação da direção de origem da onda, utilizando um único detector: decompõe-se a onda nos cinco modos, resolvendo-se o problema inverso, descobre-se a direção, segundo Magalhães et al. (1995).
- Seção reta para absorver energia cerca de 70 vezes maior que uma barra na mesma freqüência de detecção (Frossati & Waard, 2000).

#### 2.7.1 - Equação de Oscilação da Esfera e seus Modos Normais

No caso de um sólido esférico, os modos normais podem ser calculados analiticamente. A equação de movimento é:

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{u}}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \vec{\mathbf{u}}) + \mu \nabla^2 \vec{\mathbf{u}} + \Sigma \vec{\mathbf{f}}, \qquad (2.21)$$

 $\vec{u}(\vec{x},t)$  = vetor deslocamento

 $\lambda$ ,  $\mu$  = coeficientes de Lamé (propriedades elásticas do material)

 $\Sigma \vec{f}$  = forças externas (para cálculo dos modos normais pode ser considerado nula)

A equação (2.21) é válida para a teoria da elasticidade linear, ou seja, pequenos deslocamentos e velocidades. Sua solução pode ser obtida pela expansão da auto-função padrão. O vetor deslocamento é separado em componentes temporais e espaciais:

$$\vec{\mathbf{u}}(\vec{\mathbf{x}},t) = \sum_{m} a_{m}(t) \vec{\Psi}(\vec{\mathbf{x}}_{i}), \qquad (2.22)$$

Substituindo (2.22) em (2.21), (Lobo, 1995):

$$\vec{\Psi}(\vec{x}) = [\alpha_2(\mathbf{r})\vec{r} + \beta_2(\mathbf{r})R\vec{\nabla}]\mathbf{Y}_{\mathsf{m}}(\theta,\phi), \qquad (2.23)$$

As funções  $\alpha_2(r)$  e  $\beta_2(r)$  são funções de Bessel reais, adimensionais e dependentes da geometria da massa.  $Y_m(\theta, \phi)$  são os harmônicos esféricos reais. Estes são combinações lineares dos cinco modos normais da esfera. Estes 5 modos normais, por sua vez, acoplam fortemente com a onda gravitacional e no caso da esfera são degenerados, apresentando a mesma freqüência. Na prática como conseqüência da existência do furo que atravessa a esfera e por onde passará o cabo que a sustenta, os cinco modos apresentam freqüências ligeiramente diferentes.

#### 2.7.2 - Obtenção de Informação Astrofísica

Uma onda gravitacional com certa direção, polarização e amplitude excita os modos normais de uma massa ressonante esferoidal. Transdutores posicionados em ao menos 5 pontos da superfície da esfera permitem monitorar essas vibrações. A análise dos sinais dos 5 transdutores permite resolver o problema inverso, ou seja, extrair amplitudes dos 2 estados de polarização e a direção da propagação da onda, já que as 5 amplitudes esféricas são funcões das amplitudes de polarização (na forma canônica) e da direção da fonte (Merkowitz, 1998):

$$h_{1}(t) = h_{+}(t)\frac{1}{2}(1 + \cos^{2}\beta)\cos 2\gamma + h_{x}(t)(\cos\beta)\sin 2\gamma, \qquad (2.24)$$

$$h_{2}(t) = -h_{+}(t)\frac{1}{2}(1 + \cos^{2}\beta) \sin 2\gamma + h_{x}(t) \cos\beta \cos 2\gamma, \qquad (2.25)$$

$$h_{3}(t) = -h_{+}(t)\frac{1}{2}\operatorname{sen} 2\beta \operatorname{sen} \gamma + h_{x}(t)\operatorname{sen} \beta \cos \gamma, \qquad (2.26)$$

$$h_4(t) = h_+(t)\frac{1}{2}\operatorname{sen} 2\beta \cos \gamma + h_x(t)\operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \gamma, \qquad (2.27)$$

$$h_5(t) = h_+(t) \frac{1}{2} \sqrt{3} \operatorname{sen}^2 \beta$$
, (2.28)

h<sub>i</sub>(t)= amplitudes da onda gravitacional medidas no transdutor

h<sub>+</sub>(t)= amplitude da polarização + da onda gravitacional

h<sub>x</sub>(t)= amplitude da polarização x da onda gravitacional

 $\beta,\gamma$  = ângulos que definem a direção da fonte

A solução do sistemas de Equações fornece as informações de direção e polarização da onda. Verifica-se, portanto, que a partir do estudo da amplitude da onda gravitacional depositada num detector de massa ressonante esférico, pode-se obter mais informações sobre as fontes do que num detector de barra. Por outro a análise do sinal será muito mais trabalhosa pois estará se trabalhando com mais transdutores (no mínimo 5).

# 2.8 - Detector de Ondas Gravitacionais MARIO SCHENBERG



FONTE: Aguiar et al. (2001).

Para a construção do detector **MARIO SCHENBERG** (Aguiar et al. , 2001) se deve inicialmente fundir uma massa de CuAl(6%) e usiná-la na forma esférica (diâmetro de 65 cm e peso aproximado de 1,15 T), de modo a garantir um fator de qualidade (Q mecânico) alto (da ordem de 10<sup>6</sup>-10<sup>7</sup>, neste caso). Essa massa deverá ser resfriada a temperaturas de 15-20 mK a fim de diminuir o ruído térmico. Um dos pontos cruciais é o isolamento dos ruídos de origem sísmico/ambiental não sísmico, cujos efeitos devem ser minimizados. Para isto é necessária a utilização de sistemas mecânico que ofereçam um isolamento vibracional à massa ressonante suspensa de modo a manter o ruído mecânico abaixo do ruído térmico.

O possível processo de detecção pelo **SCHENBERG** só poderá ocorrer em freqüências próximas à freqüência característica da massa ressonante ( $3200 \pm 100 \text{ Hz}$ ). Quando uma onda gravitacional nessa faixa de feqüências atinge um detector ressonante, deposita no sólido uma energia que excitará os modos normais quadripolares de vibração. A excitação se traduz pela produção de fônons com a mesma freqüência da onda gravitacional. Devido ao alto fator de qualidade da massa ressonante de CuAl(6%) (espera-se atingir no mínimo  $10^6$ ), esta energia se dissipará muito lentamente, e somente através dos seus modos normais. Desta ressonância resultam amplitudes mensuráveis, permitindo que transdutores acoplados na superfície da massa, sintonizados nestas freqüências de ressonância, produzam um sinal proporcional à amplitude dos modos normais, a qual representará uma medida da energia da onda.

#### 2.8.1- Sistema de Refrigeração do Detector SCHENBERG

Um sistema de refrigeração normalmente é composto por um vaso de pressão externo, o qual possui diversas câmaras criogênicas pré-refrigeradas com N<sub>2</sub> ou He líquidos (Figura 2.3). Internamente possuirá diversas câmaras

47

criogênicas pré-refrigeradas por líquido ou gás. Quanto mais interna a câmara maior a refrigeração obtida. Para se obter temperaturas de millikelvins e mantêlas deve-se usar um refrigerador de diluição, aparelho que consegue extrair calor pela diluição de He<sup>3</sup> em He<sup>4</sup> (Item 2.8.2).

O sistema de refrigeração deve garantir muitos meses de operação, com poucas e curtas interrupções para manutenção. A temperatura obtida pela refrigeração deve ser uniforme e constante. Além de tudo isto o sistema criogênico não deve acrescentar ruído mecânico extra e nem comprometer o alto fator de qualidade da antena.

## 2.8.2 - Refrigerador de Diluição para o Detector SCHENBERG

Na Figura 2.4 pode-se acompanhar o esquema de funcionamento de um refrigerador de diluição. Existem basicamente dois fluxos de He<sup>3</sup> no equipamento: um descendente no lado esquerdo da Figura 2.4 e um ascendente no lado direito. O gás He<sup>3</sup> é bombeado atravessando o pote de 1K onde existem He<sup>4</sup> líquido (temperatura de 1,2 K). Após isto chega a um destilador a 0,7 K onde existe He<sub>3</sub> em 2 fases: gasosa e líquida. Atravessa uma série de trocadores de calor (nos quais passa o fluxo de He<sup>3</sup> ascendente) resfriando ainda mais o He<sup>3</sup> descendente. Após isto o He<sup>3</sup> é introduzido no He<sup>4</sup> na câmara de mistura ("mixing chamber"). Nesse líquido haverá no máximo 6,5% de He<sup>3</sup> misturado a He<sup>4</sup> gasoso. O refrigerador de diluição a ser usado no Detector **SCHENBERG** deverá apresentar uma potência de 10  $\mu$ W a 20 mK.



Fig. 2.4 – Esquema do Refrigerador de Diluição e do Módulo de Acoplamento Térmico Fixo à "Mixing Chamber".

## 2.8.3- Módulo de Acoplamento Térmico para o Detector SCHENBERG

Na região inferior da "mixing chamber" será conectado o módulo de acoplamento térmico (Figura 2.4), através do qual será retirado calor para que o sistema atinja as temperaturas de milikelvins a partir do processo de evaporar He<sub>3</sub> em He<sub>4</sub>, o qual retira ainda mais calor do sistema. Esse módulo de acoplamento térmico é rígido, feito de um material com a maior condutividade térmica possível, deve ser flexível o suficiente para não reintroduzir ruído mecânico Aconselha-se na massa ressonante. sempre certo um desacoplamento, ou seja, não convém conectar o módulo de acoplamento térmico diretamente à massa ressonante. Por isso ele será conectado em parte do sistema de isolamento vibracional da suspensão.

Um dos objetivos deste trabalho foi conceber, construir e testar um módulo de acoplamento térmico. Isto foi feito na "test-facility" do projeto **AURIGA** em Pádova na Itália. A partir dos princípios usados nesses testes propor possíveis módulos de acoplamento térmico a serem usados no detector **SCHENBERG**.

## 2.8.4 - Sistemas de Isolamento Vibracional da Suspensão do SCHENBERG

O sistema de isolamento vibracional da suspensão (Figura 2.3) é um filtro mecânico composto de massas e molas que suporta a massa ressonante. Ele é fundamental para isolar o sistema do ruído mecânico, seja sísmico ou ambiental não-sísmico, oriundo do exterior. A metodologia para a concepção e projeto desses filtros foi desenvolvida durante a minha dissertação de mestrado (Melo, 1998), sendo depois aperfeiçoada (Velloso, Melo & Aguiar; 2000). Um dos propósitos deste trabalho foi conceber e projetar o sistema de isolamento vibracional da suspensão do detector **SCHENBERG**.

No caso de uma antena gravitacional ressonante, esse sistema de isolamento apresenta também função de sustentação, o que impõe vínculos estruturais adicionais importantes que devem ser levados em conta no projeto. Como o módulo de acoplamento térmico estará conectado a parte dessa estrutura então outro aspecto importante a ser considerado é a condutividade térmica do material que será utilizado para a confecção do isolamento.

#### 2.8.5- Transdutores para o Detector SCHENBERG

Há dois tipos principais de transdutores que podem ser usados para detecção de ondas gravitacionais: passivos e paramétricos. Os transdutores passivos apresentam ganho no máximo igual a um, mas na prática raramente próximo desse valor, e não apresentam fonte externa de potência. Podem ser usados com baixo ruído na freqüência característica da antena. Estes trandutores

utilizam uma leitura da saída indutiva, utilizando um acoplamento aos amplificadores **SQUID**. Os dois principais problemas envolvendo esses trandutores são as perdas em corrente contínua nos circuitos supercondutores e o desempenho dos amplificadores **SQUID**, por isso optou-se pou usar um transdutor paramétrico para o detector **SCHENBERG**.

O transdutor paramétrico apresentará uma estrutura mecânica que deverá apresentar um modo normal muito próximo do da massa ressonante, ou seja, que deve apresentar o melhor acoplamento possível. Será constituído de uma cavidade ressonante na qual será injetado um sinal de rádio muito "puro" por uma fonte externa, o qual será modulado pela membrana existente na região inferior da cavidade. Esse transdutor tem ganho intrínseco de potência. O sinal de saída dos transdutores paramétricos é amplificada para freqüências superiores à freqüência característica do detector. Os dois principais problemas envolvendo esses trandutores são: limitação pelo ruído de fase da bomba e dificuldade em se obter um alto acoplamento eletromagnético (Aguiar, 1990).

Neste trabalho foi estudado o acoplamento mecânico do transdutor paramétrico com a massa ressonante para o detector **SCHENBERG** (Frajuca, Melo et al.; 2001), cuja metodologia é análoga àquela usada para conceber e projetar o sistema de isolamento vibracional. Esse trabalho de acoplamento foi inicialmente feito para uma massa ressonante em forma de buckybola com freqüência característica de 4100 Hz (Melo, Velloso & Aguiar, 2000 ; Apêndice E).

#### 2.8.6 - Sensibilidade Esperada para o Detector SCHENBERG

Espera-se que o dectetor **SCHENBERG** atinja uma sensibilidade (Frossati e Waad, 2000) a 50 mK de 4,3 x  $10^{-20}$  (4,7 x  $10^{-22}$  /  $\sqrt{Hz}$ ); a 20 mk de 1,3 x  $10^{-20}$  (<sup>1</sup>,5 x  $10^{-22}$ /  $\sqrt{Hz}$ ) e no limite quântico de 4,3 x  $10^{-21}$  (4,7 x  $10^{-23}$ /  $\sqrt{Hz}$ ). Espera-se que para os 3 detectores citados anteriormente seja obtida a

51

temperatura de 20 mK de operação. A fim de comparação, outros detectores já em funcionamento atingiram as seguintes sensibilidades (Melo, 1998): **ALLEGRO** ( $h = 60 \times 10^{-20}$ ), **EXPLORER** ( $h = 80 \times 10^{-20}$ ), **NIOBE** ( $h = 70 \times 10^{-20}$ ), **NAUTILUS** ( $h = 1 \times 10^{-20}$ ) e **AURIGA** ( $h = 1 \times 10^{-20}$ ).

#### 2.8.7 – Outros Detectores Esféricos em Desenvolvimento e Construção

Estão sendo desenvolvidos outros dois detectores de massa ressonante esféricos que apresentarão a massa ressonante semelhante à do Detector **SCHENBERG**, ou seja de CuAl(6%) e com 65 cm de diâmetro. O detector holandês se chamará **MINIGRAIL** (Frossati, 2000) e o detector italiano se chamará **SFERA** (Coccia, 1998). Uma das grandes diferenças entre o detector holandês e o brasileiro é o tipo de transdutor a ser usado. No holandês se usará 6 transdutores indutivos (Gottardi, 2000) e no brasileiro se usará 6 transdutores paramétricos (Item 2.8.5). É muito importante para a pesquisa de ondas gravitacionais que detectores similares estejam em operação ao mesmo tempo a fim de se poder fazer um cruzamento entre os dados de saída dos detectores e facilitar desta maneira a busca pelo sinal da onda gravitacional. Além disto, faz-se necessário no mínimo uma confirmação do sinal por outro detector, similar ou mesmo com outro princípio de funcionamento. Espera-se que num futuro próximo possam estar os 3 detectores funcionando conjutamente.

## **CAPÍTULO 3**

# RUÍDOS E ISOLAMENTO VIBRACIONAL PARA DETECTORES DE MASSA RESSONANTE

## 3.1- Ruídos em Detectores de Massa Ressonante

Os detectores de ondas gravitacionais devem realizar medidas muito precisas de movimentos com amplitudes extremamente pequenas em sistemas mecânicos. Para atingir a precisão adequada, é necessário um isolamento vibracional com uma certa filtragem (a ser determinada de acordo com a amplitude da onda gravitacional que se deseja medir ) dos diversos ruídos existentes. Qualquer tipo de ruído pode ser classificado em "gaussiano" e "não-gaussiano" (com espeito à sua distribuição espectral) e em estacionário e não-estaconário (com respeito ao seu comportamento temporal). Os ruídos "gaussianos" são aqueles cujas densidades espectrais seguem uma distribuição normal (ou "gaussianos". Já os ruídos estacionários são aqueles cuja probabilidade de ocorrência é constante a cada momento.

## 3.1.1- Ruídos Mecânicos

Ao conjunto de ruídos mecânicos sísmicos e ambientais não-sísmicos pode-se chamar de ruído vibracional mecânico e são considerados não-estacionários.

**1-) Ambiental não-sísmico**: corresponde aos ruídos produzidos pelo ser humano em suas atividades culturais (trânsito, construção civil , aviação etc.), pelas condições climáticas (ventos, trovões, etc.), pelas marés, pela fauna (mamíferos domésticos, pássaros, etc.), pela flora (bosques sujeitos a ventos,

etc.) e por situações inesperadas provenientes do ambiente (meteoritos, etc.). Esses são ruídos muito mais esporádicos que os sísmicos (o movimento da crosta terrestre ocorre sempre) e que podem ser detectados a partir de monitoramentos periódicos do meio ambiente. A partir da sua detecção podese realizar uma vetagem desses eventos.

**2-) Sísmico**: corresponde a movimentos da crosta terrestre e são inevitáveis na Terra. O movimento sísmico apresenta um comportamento que pode ser descrito aproximadamente pela fórmula empírica (Araya et al., 1993):

$$x_t = a/v^2 m Hz^{-1/2}$$
, (3.1)

 x<sub>t</sub> = deslocamento espectral produzido por movimentos do terreno
 a = parâmetro dependente do terreno
 v = a freqüência de deslocamento do terreno

O valor do parâmetro depende das características sísmicas locais e da profundidade. Para ser estimado deve-se realizar medidas sismográficas no sítio onde será instalado o detector. No entanto como ordem de grandeza pode-se estimar a =  $10^{-10}$  para a profundidade de 1 km e a =  $10^{-8}$  para a superfície de um sítio com pouca atividade, portanto, a 3200Hz teremos  $x_v \approx 10^{-14}$ m/Hz<sup>1/2</sup>. Portanto para detectar um deslocamento x  $\approx 10^{-22}$ m/Hz<sup>1/2</sup> seria necessário no mínimo uma atenuação de 160 dB.

## 3.1.2- Ruídos Térmicos

A agitação térmica pode excitar diretamente os modos normais do sólido o que resulta num deslocamento espectral dado por (Giazotto, 1986):

$$x_{(v)} = \sqrt{\frac{2kT}{MQw^3}} m Hz^{-1/2},$$
 (3.2)

k = constante de Boltzmann.

T = temperatura.

M= massa da antena.

Q= fator de qualidade para as freqüências dos modos normais do sólido.

w =  $2\pi f$ , onde f = freqüência de ressonância

Pode-se diminuir esse ruído abaixando a temperatura ou aumentando o Q do sólido. Os ruídos térmicos são considerados estacionários e gaussianos. A dependência do ruído térmico (com a raiz quadrada da temperatura e com o inverso da raiz quadrada da massa) tanto no caso da suspensão quanto dos modos normais, é que determina a necessidade de refrigeração criogênica (milikelvin) e a utilização de massas muito grandes. Por exemplo, se tivermos T = 20 mK, M = 1150 kg, w = 3200 Hz e Q =  $20 \times 10^6$  obtém-se  $x_v \approx 10^{-22}$  m.Hz<sup>-1/2</sup>. Comparando o ruído térmico ao ruído sísmico temos que o ruído sísmico na região espectral de interesse é de  $10^{-14}$  m.Hz<sup>-1/2</sup> deverá ser algumas ordens de grandeza superior ao ruído térmico ( $10^{-22}$  m.Hz<sup>-1/2</sup>), por isso deve-se usar um sistema de isolamento vibracional capaz de atenuá-lo adequadamente, de modo a atingir um nível compatível com o ruído térmico obtido com a refrigeração do sistema. Neste caso uma primeira estimativa da atenuação necessária seria de 160 dB. No Item 3.3 será realizada uma estimativa um pouco mais precisa dessa atenuação mínima necessária.

## 3.1.3- Ruídos Eletrônicos e Elétricos nos Transdutores

Existem dois tipos principais de ruídos eletrônicos devido aos transdutores: o de reação ("back-action") do transdutor e o serial.

O ruído de reação é uma perturbação linear reintroduzida na antena pelo transdutor com origem no ruído da entrada do amplificador. É um ruído estacionário e gaussiano (Figura 3.1).



Fig. 3.1 – Esquema da Produção do Ruído Eletrônico de "Back-action" no Transdutor

Já o ruído serial é uma perturbação linear introduzida pelo transdutor e pela saída do amplificador no impulso elétrico que representa a oscilação mecânica da antena (Figura 3.2).



Fig. 3.2 – Esquema do Ruído Eletrônico Serial no Transdutor

Para se minimizar os ruídos eletrônicos citados acima tem-se usado transdutores construídos especificamente para minimizar esses ruídos e amplificadores supercondutores **SQUIDS**, os quais apresentam baixíssimo ruído. Utilizando-se também um filtro após o amplificador que destaque ao máximo o sinal do ruído.

Outro tipo de ruído produzido diretamente sobre o sinal do amplificador seria o produzido por campos eletromagnéticos (descargas elétricas, relâmpagos) que é também do tipo não estacionário. Para se minimizar a interferência deste ruído deve-se confeccionar uma blindagem magnética no detector, ou então, usar a detecção desses sinais por outros equipamentos a fim de vetar sinais detectados coincidentes com esses eventos.

## 3.1.4- Outros Ruídos

**Raios Cósmicos**: os raios cósmicos podem depositar energia suficiente para excitar os modos normais de uma massa ressonante (Chiang, Michelson & Price, 1992). Para evitar esse efeito as antenas teriam de ser construídas sob uma camada rochosa. Outra maneira de contornar o problema seria circundar o detector de massa ressonante com detectores de raios cósmicos e utilizar esses dados para veto do sinal da antena. Os raios cósmicos são considerados ruídos estacionários.

**Eletromagnéticos:** são os ruídos produzidos por ondas eletromagnéticas de origem variada. Podem ser ondas de rádio, TV ou celular, microondas, ondas produzidas por "no-break", etc. A melhor maneira para se evitar esses ruídos é através de blindagem. São ruídos não-estacionários.

"Up-conversion": são ruídos oriundos de processos de fricção não-lineares, gerando um "efeito violino" que gera ruídos em freqüências mais altas. Na

57

construção das diversas partes da antena deve-se evitar juntas com fricção, e para tanto é aconselhável usar soldagens. Todos estes ruídos citados neste ltem 3.1.4 não são ainda quantificados.

#### 3.2- Isolamento Vibracional e Eletromagnético

Para se atingir uma certa sensibilidade num detector de ondas gravitacionais, deve-se isolá-lo vibracionalmente dos diversos ruídos mecânicos e elétricos oriundos do meio onde foi construído. Filtros elétricos e mecânicos são muito utilizados com este propósito e existe uma analogia física entre o funcionamento destes filtros (Apêndice A) e o objetivo básico deles é isolar o sistema de um certo conjunto de freqüências, sejam de ressonâncias mecânicas ou sejam elétricas.

## 3.2.1 – Sistemas Mecânicos de Isolamento Vibracional

Sistemas de isolamento vibracional correspondem a circuitos de associações de elementos inerciais (massas) e elementos restauradores (molas). Associações de massas e molas, como se sabe atuando como filtros passa baixa ou passa alta. As molas podem ser colocadas em diversas disposições em paralelo e/ou em série a fim de se facilitar a obtenção da elasticidade adequada para o isolamento vibracional. Por outro lado, as massas devem ser escolhidas de modo a sintonizar as freqüências de ressonância da estrutura bem abaixo da faixa de freqüências de detecção. Verifica-se isto, já que para um sistema massa-mola de um estágio tem-se:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} , \qquad (3.3)$$

f = freqüência natural
 K = constante da mola
 M = massa

Criando-se um sistema com diversos estágios de massa mola a atenuação será dada aproximadamente pela soma da atenuação dos estágio individuais.. Logicamente que num sistema acoplado a atenuação total será menor que esta soma das atenuações individuais. Na Figura 3.3 pode ver a comparação entre o isolamento vibracional produzido por um sistema de um único estágio e um multi-estágio e como é vantajoso usar esse último tipo de filtro.



Fig. 3.3 - Função de transferência horizontal para um sistema com 4 estágios comparado com um estágio único.

## 3.3 - Histórico dos sistemas de isolamento vibracionais

Os diversos grupos de detecção de ondas gravitacionais já propuseram, construíram e testaram diversos sistemas de isolamento vibracional durante os últimos 15 anos. Para o detector **EXPLORER** (Astone et al., 1996) usou-se um cabo de titânio ao redor da região central da massa ressonante para suspendêla. As extremidades deste cabo eram fixas a um anel de aço de 1000 kg de massa, o qual era suspenso por 4 cabos a um outro anel de bronze (também de 1000 kg). Este, por sua vez, era preso por uma viga cantilever ao fundo do conteiner de helio líquido. Todo este sistema produzia uma atenuação de 210 dB na freqüência da antena. No detector **NAUTILUS** usou-se as diversas câmaras criogênicas presas entre si formando um filtro mecânico. A barra era suspensa por um cabo de **OFHC** ao seu redor. A câmara interna de cobre é suspensa da câmara intermediária a partir de dois cabos de titânio (Ti64) em forma de "U". A câmara intermediária é suspensa da câmara externa a partir de 4 cabos de Ti64 com massas intermediárias de chumbo. A atenuação na freqüência de interesse é de 260 dB. O sistema de isolamento vibracional do detector **AURIGA** (Taffarello, 1996) é análogo ao do detector **NAUTILUS** com pequenas modificações.

O sistema de isolamento vibracional do detector **NIOBIUM** (Blair et al., 1996) é formado de 10 estágios de isolamento na temperatura ambiente e 7 a temperaturas criogênicas, formados de massas de aço de 13 kg presas a "cantilevers" de alumínio. Este sistema faz o ruído sísmico na freqüência de interesse (700 Hz) ser 2 ordens de grandeza inferior ao ruído térmico do sistema. Um sistema de isolamento vibracional muito interessante foi o proposto e construído para o detector de Stanford (Aldcroft et al., 1992). Este sistema era constituído de 6 estágios de massas presas entre si por molas circulares. O grau de isolamento obtido foi no mínimo de 235 dB.

Durante a minha dissertação de mestrado (Melo, 1998) foi proposto e analisado numericamente um sistema de isolamento vibracional constituído de massas e tubos que fornecia isolamentos de 250 dB. Este sistema, com evoluções, vem sendo utilizado pelo grupo **MINIGRAIL** (Frossati, 2000). O sistema de isolamento vibracional proposto nesta tese também é uma evolução da idéia inicial do mestrado, onde os tubos são substituídos por molas em "C" para aumentar a atenuação no eixo z.

# 3.4 - Aspectos Cruciais para Isolamento Vibracional no Detector SCHENBERG

Existem 2 aspectos cruciais (analisados com detalhes respectivamente nos Capítulos 5 e 6) para o isolamento vibracional do detector **SCHENBERG**:

1)- Na suspensão da massa ressonante é necessário criar um sistema de isolamento vibracional que isole a massa ressonante de todo ruído sísmico e ambiental não-sísmico que possa adentrar ao detector.

2)- Na conexão entre o refrigerador de diluição e a massa ressonante é necessário criar um módulo de acoplamento térmico que isole a massa ressonante de todo e qualquer ruído oriundo do refrigerador de diluição e de seu circuito.

#### 3.5 - Isolamento Vibracional Necessário para o Detector SCHENBERG

A sensibilidade do detector pode ser definida pela razão entre as energias do sinal e do ruído. A razão sinal-ruído poderá ser dada por:

$$\operatorname{rsr} \equiv \frac{\langle \mathsf{F}^2(\mathsf{t}) \rangle}{\langle \mathsf{R}^2(\mathsf{t}) \rangle} = \frac{\mathsf{E}_{\mathsf{S}}}{\mathsf{k}\mathsf{T}_{\mathsf{n}}}, \qquad (3.4)$$

 $E_s$  = energia depositada na esfera

k = constante de Boltzmann

T = temperatura na esfera

A potência do ruído é dada por  $\langle R^2(t) \rangle \equiv \int_{2\pi(f_c + \Delta f)}^{2\pi(f_c + \Delta f)} S_r(w) dw$ 

S<sub>r</sub> = densidade espectral característica do ruído após isolamento vibracional

- $f_c$  = freqüência característica do detector ( $\approx$  3200 Hz)
- $\Delta f$  = largura de banda em torno da faixa característica de detecção

A potência do sinal é dada por  $\langle F^2(t) \rangle \equiv \int_{2\pi(f_c - \Delta f_c)}^{2\pi(f_c + \Delta f)} S_f(w) dw$ 

 $S_f$  = densidade espectral característica do sinal.

Sabe-se que a atenuação é dada pela Equação 3.5.

$$a_t = -20\log (S_r (w) / S_e(w)),$$
 (3.5)

Se = densidade espectral do ruído de entrada

Após passar pelo sistema de filtragem, o ruído deve estar no seguinte intervalo:

$$S_q \leq S_r (w) \leq S_t(T), \qquad (3.6)$$

 $S_q$  = ruído quântico  $S_t(T)$  = ruído térmico

A fim de comparar o ruído sísmico com o ruído térmico intrínseco, considera-se um deslocamento na massa ressonante na sua freqüência característica produzida pelo ruído sísmico, então a partir da Equação 3.1, obtém-se:

$$x_{s} = aw_{0}^{-2}$$
, (3.7)

x<sub>s</sub>= deslocamento produzido pelo ruído sísmico

a = parâmetro característico dependente do sítio

w<sub>0</sub>= freqüência característica da massa ressonante

Para estimar o ruído térmico a 20 mK, pode-se considerar a antena como um oscilador harmônico simples com um deslocamento na ressonância produzido pela temperatura, então a partir da Equação 3.2:

$$x_{t} = \frac{1}{W_{0}^{3/2}} \sqrt{\frac{2kT}{MQ}},$$
 (3.8)

xt= deslocamento produzido pela temperatura

- k= constante de Boltzmann
- T= temperatura da massa ressonante
- M= massa da antena
- Q = fator de qualidade da massa ressonante

Das Equações 3.5, 3.7 e 3.8 pode-se obter uma expressão para o cálculo da atenuação mínima necessária pelo sistema:

$$a_t \ge 10 \log \left( \frac{a^2 MQ}{2w_0 kT} \right),$$
 (3.9)

Para o detector **SCHENBERG**, w<sub>0</sub>= 3200 Hz, M = 1,15 T; operando a 20 mK, com Q<sub>t</sub> de 2 x  $10^7$  então da Equação (2.9) obtém-se uma atenuação mínima necessária da ordem de **140 dB** para o detector operando nessas condições. Essa é uma estimativa inicial considerando um terreno com pouca atividade sísmica (a=  $10^{-8}$  mHz<sup>-1/2</sup>). Se considerarmos um terreno com muita atividade sísmica, ou seja, a= $10^{-6}$  por exemplo, a atenuação mínima necessária seria da ordem de **180 dB**. Como esta é ainda uma estimativa preliminar, convém projetar um sistema de isolamento vibracional que ainda produza uma atenuação maior.

#### 3.6 – Previsão de Excesso de Ruído no Detector SCHENBERG

Mesmo com o sistema de isolamento vibracional apresentando a atenuação mínima necessária pode ocorrer um esporádico excesso de ruído na massa ressonante. Por exemplo, no detector **NIOBE** esse ruído foi correlacionado com pulsos eletromagnéticos e ruído sísmico (Heng et al. , 1996). Contudo, a maior parte não foi identificada e deve ser devido à relaxação de tensões internas do material. Surpreendemente a distribuição desse excesso de ruído (de Boltzmann) é muito similar para diferentes tipos de detectores de massa ressonante (Ju, Blair & Zhao, 2000) e pode ser expressa empiricamente por:

 $N = N_0 e^{-E_e/kT_{ef}}$ , (3.10)

N = número total de eventos por dia  $N_0$  = número total de amostragens por dia  $E_e$  = energia do evento  $T_{ef}$  = temperatura efetiva da antena

Neste caso estabelece-se um limite mínimo da energia abaixo do qual os eventos serão vetados. Portanto, não é necessário considerar estes eventos na criação e análise numérica do sistema de isolamento vibracional para o detector **SCHENBERG**. Isto permite que os sistemas de isolamento tenham dimensões contidas, possibilitando o uso de câmaras criogênicas menores. Entretanto, na construção dos sistemas de isolamento vibracional devem ser tomados cuidados para diminuir a possibilidade de aparecimento de ruídos de "up-conversion" durante a operação do detector, por exemplo, evitando-se o uso de juntas de fricção o que diminui a possibilidade dos ruídos esporádicos.

# **CAPÍTULO 4**

# METODOLOGIA E VALIDAÇÃO DO MODELO EM ELEMENTOS FINITOS

## 4.1- Princípio de Isolamento Multipolar

Para um sistema de isolamento vibracional básico (um sistema massa-mola com um grau de liberdade) o comportamento dinâmico da estrutura pode ser descrito por:

$$m \dot{x} + b \dot{x} + kx = F$$
, (4.1)

x = deslocamento;  $\dot{x}$  = aceleração;  $\dot{x}$  = velocidade ;

- m = massa
- k = constante da mola
- b = constante de amortecimento viscoso
- F = módulo da força

Supondo uma solução do tipo  $x(w) = x_a e^{iwt}$ , na qual  $x_a$  é a amplitude, teremos:

$$-w^{2}mx + iwbx + kx = F$$
, (4.2)

## A função de resposta em freqüência (FRF) será dada pela Equação 4.3.

$$T_{i}(w) = \frac{x_{1}(w)}{x_{0}(w)} = \frac{w_{0}^{2}}{w_{0}^{2} - w^{2}},$$
(4.3)

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

 $x_1(w)$  = deslocamento de saída (sinal "output")  $x_0(w)$  = deslocamento de entrada (sinal "input")

Um sistema desse tipo é capaz de filtrar as vibrações mecânicas de um fator  $(w/w_0)^2$  para freqüências acima da ressonância, o que corresponde a 40 dB/década . Assim, para este sistema de um único estágio massa-mola com 1 grau de liberdade, uma atenuação de **260 dB (equivalente a 10<sup>-13</sup>)**, por exemplo, exigiria o posicionamento da ressonância inicial do sistema de isolamento vibracional 6 décadas abaixo da região de detecção. No caso da antena **SCHENBERG** (3100-3200 Hz) seria necessário que a ressonância inicial fosse em 10<sup>-5</sup> Hz. Como devem ser usadas molas rígidas devido ao peso da esfera ( $\approx$  1,15 T), essa estratégia fica irrealizável. Então usa-se um sistema de isolamento vibracional com mais estágios. Para um sistema com n estágios de massa-mola com massas m<sub>i</sub> e constantes de mola k<sub>i</sub> (i = 1..n) a **FRF** seria:

$$T_{n}(w) = \frac{x_{n}(w)}{x_{0}(w)} = \prod_{j=1}^{N} \frac{(k_{j}/m_{j})}{\Omega_{j}^{2} - w^{2}}, \qquad (4.4)$$

 $\Omega_{i}$  = j-ésima freqüência natural

Para este sistema com n estágios, a atenuação será dada por  $(w / w_0)^{-2n}$  para w>>w\_0. A Equação 3.4 é exata para molas (sem massa e sem dissipação) e massas pontuais. Para casos reais aparecem também freqüências fundamentais cruzadas.

Pode-se definir a **função de transferência (FT)** entre dois estágios de um sistema com n estágios:

$$T_{m,n}(w) = \frac{x_m(w)}{x_n(w)}$$
,

 $T_{m,n}$  = função de transferência entre m e n.  $x_m$  = deslocamento no m-ésimo estágio  $x_n$  = deslocamento no n-ésimo estágio

#### 4.2- Utilização do Método de Elementos Finitos

Para a construção dos estágios de isolamento de antenas ressonantes é necessário isolar os graus de liberdade das massas e molas. Sistemas de múltiplos estágios com 3 graus de liberdade apresentam modos de vibração cruzados, tornando a solução analítica das equações muito complexa. A forma de resolver este tipo de problema é a utilização do método de elementos finitos, que consiste em subdividir o sistema mecânico em elementos conectados por nós cujo comportamento é determinado pelas equações da Dinâmica e pelas constantes físicas do material considerado.

O sistema de equações diferenciais acopladas, correspondentes a esses elementos, a ser resolvido numericamente, pode ser escrito na seguinte forma matricial:

$$-\mathbf{w}^{2}\mathbf{M}\vec{X}+\mathbf{i}\mathbf{w}\mathbf{B}\vec{X}+\mathbf{K}\vec{X}=\vec{F},$$
(4.5)

M = matriz de massa simétrica

**K** = matriz de rigidez da mola

**B** = matriz de amortecimento viscoso

$$\vec{X} = \begin{cases} \vec{x}_{1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_{N} \end{cases}, \vec{X}_{m} = \begin{cases} \vec{x}_{m,x} \\ \vec{x}_{m,y} \\ \vec{x}_{m,z} \\ \vec{x}_{m,z} \\ \vec{x}_{m,z} \\ \vec{y}_{m,z} \\ \vec{y}_{m,z}$$

 $\dot{x}_m$  = deslocamento translacional e angular do nó m

Para a solução das equações dinâmicas das estruturas de isolamento usamos um programa de cálculo estrutural dinâmico (**MSC/NASTRAN**, Apêndice B) que permite modelar os sistemas mecânicos e, de modo iterativo, alterá-los de modo a otimizar o seu comportamento do ponto de vista da sua resposta em frequência.

## 4.3- Método dos Elementos Finitos

A análise de elementos finitos é uma ferramenta que possibilita simular o comportamento estático e dinâmico de uma estrutura. Neste tipo de análise a estrutura é discretizada e subdividida numa série de elementos que são conectados por nós. As propriedades dos materiais e elementos são especificadas para representar as propriedades físicas do modelo. Condições de contorno e cargas aplicadas também são definidas para representar o ambiente de operações o qual a estrutura está sujeita. A escolha do número e dos tipos de elementos influenciam diretamente na precisão dos resultados, ou seja, definem quão bem o modelo simula a realidade.

A geometria da estrutura mecânica é subdividida (operação conhecida como "meshing") em elementos que se conectam pelos nós em seus vértices. O modelo pode ser deformado apenas em seus nós, assim a escolha apropriada do número de nós é importante. Poucos nós significam que o modelo é muito rígido comparado à realidade. Maior número de nós, e portanto de equações, representa um modelo mais acurado (do ponto de vista da discretização) porém o tempo computacional de cálculo aumenta substancialmente.

#### 4.3.1 - Análise de Tensões

A análise estática linear representa o mais básico tipo de análise. O termo linear significa que a tensão ou deslocamento são linearmente relacionados às forças. O termo estático significa que as forças não variam com o tempo, ou que, a variação temporal é insignificante e pode por isso ser ignorada.

A equação a ser resolvida pela análise estática é

$$\mathbf{K}\mathbf{X}_{i} = \mathbf{F}_{i}, \tag{4.6}$$

 K = matriz de rigidez do sistema (gerada automaticamente pelo MSC/NASTRAN , baseada na geometria e nas propriedades atribuídas ao modelo)

 $\vec{F}_{i}$  = vetor das forças aplicadas

 $\vec{X}_i$  = vetor dos deslocamentos

#### 4.3.2 - Análise dos Modos Normais

Pela análise dos modos normais são calculadas as freqüências naturais (autovalores) e formas modais (auto-vetor) da estrutura. As freqüências naturais são as freqüências nas quais a estrutura tenderá a vibrar se sujeita a uma
excitação. A deformação que um sistema sofre numa freqüência natural específica é chamada de forma modal. Para cada auto-valor existe um auto-vetor correspondente (forma modal).

A análise dos modos normais possibilita compreender as características dinâmicas da estrutura resolvendo a Equação 4.7 para vibrações livres não amortecidas:

$$[\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M}] \{ \boldsymbol{\phi}_i \} = 0, \tag{4.7}$$

K = matriz de rigidez do sistema
 M = matriz de massa
 λ<sub>i</sub> = w<sub>i</sub><sup>2</sup> = autovalores
 w<sub>i</sub> = freqüências naturais
 φ<sub>i</sub> = autovetores

Existe uma importante diferença entre a forma modal e os deslocamentos estáticos. Na análise estática calculam-se deslocamentos físicos reais devido às cargas aplicadas. Na análise dinâmica calculam-se amplitudes relativas (deslocamentos relativos) das formas modais, o que significa que a magnitude das formas modais pode ser normalizada. A solução da equação de movimento é uma forma modal cuja amplitude oscila. Desde que as formas modais são características da estrutura, elas não mudam com a estrutura vibrando, independemente das cargas aplicadas. Já que a escala das amplitudes dos modos normais é arbitrária, as formas modais podem ser ajustadas por uma convenção. Em nossas soluções usaremos a normalização pelo método da massa generalizada (massa efetiva). A cada forma modal corresponde um valor de massa generalizada, a qual é a parcela da massa

total que está efetivamente sendo deslocada por aquele respectivo modo. A Equação de normalização é:

$$\boldsymbol{\phi}_{\mathbf{J}}^{\mathsf{T}}[\mathbf{M}] \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{J}} = 1, \tag{4.8}$$

 $\phi_J^T$ = matriz da forma modal transversa  $\phi_J$  = matriz da forma modal **M** = matriz de massa generalizada

A partir desta normalização tem-se que em cada modo normal o somatório das amplitudes relativas de todos os nós dá um valor unitário.

#### 4.3.3 - Análise de Resposta em Freqüência

Dois métodos numéricos diferentes podem ser usados para calcular a análise de resposta em freqüência. O método direto resolve diretamente as Equações 4.8 de movimento com as forças de excitação. O método modal utiliza as formas modais da estrutura, calculadas previamente, para reduzir e desacoplar as equações de movimento. Neste método é calculada a resposta de cada modo normal a uma excitação. A solução é obtida pela soma das respostas modais individuais. O método modal é mais rápido que o anterior, tornando a solução numérica mais veloz. Desde que os modos normais sejam calculados como parte da caracterização da estrutura, a resposta de freqüência modal é uma extensão natural da análise de modos normais.

Para a solução pelo método modal, o primeiro passo é uma mudança de variável para facilitar a resolução da equação de movimento :

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}(t) + [\mathbf{B}]\{\dot{\mathbf{x}}(t)\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{x}(t)\} = \{\mathbf{P}(\omega)\}\mathbf{e}^{i\omega t}, \qquad (4.8)$$

- [M] : matriz de massa
- **[B]** : matriz de amortecimento
- [K] : matriz de rigidez
- $\omega$ : freqüência da excitação
- $\{\mathbf{P}(\omega)\}$ : vetor das forças de excitação

A mudança de variável: {x}=  $[\phi]{\xi(\omega)}e^{i\omega t}$  na Equação 4.8 e considerando o amortecimento nulo:

$$-\omega^2 \mathbf{m}_i \xi_i(\omega) + \mathbf{k}_i \xi_i(\omega) = \mathbf{p}_i(\omega), \qquad (4.9)$$

 $[\phi]$  são as formas modais;  $\xi_i(\omega)$  são coordenadas modais;  $m_i$ = i-ésima massa modal;  $k_i$ = rigidez do i-ésimo modo;  $p_i$ = i-ésima força modal.

Esta forma gera uma solução muito mais rápida computacionalmente do que a do método direto pelo fato de representar uma série de sistemas desacoplados com um único grau de liberdade.

Assim que as respostas modais individuais são computadas, as respostas físicas são obtidas pela soma das respostas modais usando novamente, no sentido inverso, a mudança de variáveis.

$$\{x\} = [\phi]\{\xi_{i}(\omega)\}e^{i\omega t}, \qquad (4.10)$$

Desde que a solução da função de resposta em freqüência é complexa é necessário assumir um "damping" estrutural. Neste caso usar-se-á um "damping" modal pequeno (0,5%), porém não nulo, para evitar descontinuidades (amplitudes infinitas) na resposta em frequência na região das ressonâncias. As equações do movimento permanecem desacopladas e apresentam a seguinte forma para cada modo:

#### 4.4 – Validação Experimental do Modelo em Elementos Finitos

A validação do modelo em elementos finitos pode ser feita através da comparação dos resultados experimentais, obtidos com uma "buckybola" de alumínio 5056 de 25 cm de diâmetro, com a simulação numérica correspondente. Na Tabela 4.1 estão as características mecânicas do material usado para a pequena massa ressonante.

	Módulo de Young (E)	Razão de Poisson (v)	Tensão de Escoamento (dyn/cm <sup>2</sup> )	Densidade ρ (q/cm <sup>3</sup> )
Al 5056 a 293 K	7,1 x 10 <sup>11</sup>	0,33	4,55 x 10 <sup>9</sup>	2,77

TABELA 4.1- CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DO AI 5056



Fig. 4.1 - Modo normal quadripolar (oblato-prolato) de 11061 Hz calculado pelo Nastran.

Como um primeiro passo para a validação construiu-se um modelo geométrico da "buckybola" utilizando o programa AUTOCAD. Este modelo foi importado para o MSC/NASTRAN e, sobre ele, construiu-se uma malha de cerca de 4000 elementos finitos volumétricos . Cada elemento pode ser visto como um oscilador linear acoplado a outros osciladores lineares num espaço tridimensional. Baseado nesse modelo foram calculados os modos normais do sólido. Na Figura 3.1 mostra-se o modo oblato-prolato para o qual o método dos elementos finitos determinou uma freqüência de 11.061 Hz.

#### 4.4.1 - Aparato Experimental

A Figura 4.2 mostra um esquema do arranjo experimental que construímos (Furtado, Melo et al., 1999) para medir os modos normais de um protótipo de 25 cm. A "buckybola" foi suspensa usando um cabo de aço de maneira a isolá-la um pouco do ruído mecânico transmitido a partir da base. Foram colocados piezoelétricos em duas faces da "buckybola". O piezoelétrico é sensível a pequenas vibrações radiais da "buckybola" e produz um potencial elétrico como resposta a esses deslocamentos. O experimento foi realizado a temperatura ambiente (25 <sup>0</sup> C) com um vácuo de 2 x 10<sup>-4</sup> mbar.

O sistema de suspensão da "buckybola" foi montado dentro de uma câmara de vácuo de maneira a isolá-lo do ruído sonoro. O vácuo de fundo foi feito usando uma bomba mecânica, após isto se utilizou uma bomba de difusão a fim de melhorar o vácuo (obteve-se  $2 \times 10^{-4}$  mbar).

Instalamos um pequeno martelo eletromecânico (acionado a partir de um gerador de sinais) que pode excitar a superfície da massa ressonante. Portanto, após enviar um sinal para acionar o martelo, este próprio martelo excita todos os modos normais do sólido (Lobo, 1995) e os cristais piezoelétricos geram os sinais elétricos correspondentes que são mandados a um analisador de espectros.

O sinal do piezoelétrico passa pelo "feedtrough" e vai para um analisador de espectros onde é processado. O analisador de espectros SR760 FFT é capaz de analisar sinais de mHz a 100 kHz e produzir o correspondente espectro de Fourier. No experimento realizado foi necessário medir freqüências na faixa de 10 kHz até 25 kHz, a qual contém os 1<sup>os</sup> e 2<sup>os</sup> modos quadripolares e o monopolo da buckybola.



Fig. 4.2 – Desenho esquemático do aparato experimental: (1) câmara de vácuo, (2) base de suspensão, (3) buckybola, (4) transdutor piezoelétrico, (5) "feedtrough",
(6) martelo eletromagnético, e (7) analisador de espectros.

#### 4.4.2 - Resultados Experimentais e Numéricos Comparados

A Figura 4.3 mostra o espectro obtido com os primeiros modos quadripolares. Esses modos são de fácil reconhecimento pois eles são os primeiros grupos no espectro, o qual apresenta as menores freqüências. Os segundos modos normais quadripolares são mais difíceis de serem reconhecidos já que suas amplitudes são menores, apresentando menor razão sinal-ruído. Contudo, com uma integração temporal maior (10 minutos) foi possível o reconhecimento. A Figura 4.4 mostra o espectro que obtivemos para os segundos modos normais quadripolares e o primeiro monopolo.



Fig. 4.3 – Espectro do Analisador de Espectros Mostrando os Cinco 1<sup>os</sup> Modos Quadripolares (Imprecisão da Medida ± 0,5 Hz).



Fig. 4.4 -Espectro do Analisador de Espectros Mostrando os 2<sup>os</sup> Modos Quadripolares e o Monopolo (Imprecisão da Medida ± 0,5 Hz).



Fig. 4.5- A Saída do Analisador de Espectros Mostrando os  $2^{os}$  Modos Quadripolares e os  $1^{os}$  Modos Octopolares (Imprecisão da Medida ± 0,5 Hz).

A Figura 4.5 mostra o espectro obtido com uma maior resolução em torno dos  $2^{os}$  modos quadripolares. Nesta figura pode também se observar os modos octopolares. Pudemos reconhecer os modos quadripolares e octopolares, comparando as formas modais geradas numericamente de todos eles. Na Tabela 4.2 são mostrados os dados experimentais, numéricos e sua comparação. A última coluna na tabela corresponde à razão  $\delta = \Delta f/f_m$  onde  $f_m$  é a freqüência medida para cada modo.

As diferenças são realmente pequenas e o ajuste entre os dados numéricos e experimentais é muito alto. Essas pequenas diferenças, entretanto, podem ser compreendidas se considerarmos que, como conseqüência da nãouniformidade no processo de fundição e resfriamento, as peças de alumínio, podem apresentar estruturas internas granulares tais como grãos colunares ou dendritos. Por isso, a magnitude do módulo de Young para diferentes peças pode diferir (Verurk, 1985) de uma maneira significativa dos valores padrões (até 1%). Além disso, peças grandes de alumínio como a usada para construir o protótipo de "buckybola" podem apresentar pequenos espaços vazios internos. Isto significa que a densidade efetiva da "buckybola" poderia ser um pouco menor que a densidade padrão do Al 5056. Estes fatos poderiam produzir pequenas diferenças entre os valores medidos e os calculados numericamente.

TABELA 4.2 – DADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS PARA A BUCKYBOLA. OS
PRIMEIROS QUADRIPOLOS (n=1, I = 2) E OS SEGUNDOS QUADRIPOLOS (n=2, I =2) TEM
5 COMPONENTES E O MONOPOLO (n =1, $I = 0$ ) TEM APENAS 1 COMPONENTE

MODO			Freqüência	Freqüência	δ
		Calculada	Medida	f <sub>c 1</sub>	
			(f <sub>c</sub> )	(f <sub>m</sub> )	$f_m^{-1}$
I	n	ms	(Hz)	(± 0,5Hz)	
2	1	-2	11037	11011	0,0024
2	1	-1	11041	11065	-0,0022
2	1	0	11061	11102	-0,0037
2	1	1	11064	11121	-0,0051
2	1	2	11071	11230	-0,0143
2	2	-2	21165.34	21165.04	0,00001
2	2	-1	21197	21254	-0,0027
2	2	0	21233	21313	-0,0038
2	2	1	21242	21328	-0,0040
2	2	2	21260	21374	-0,0053
0	1	0	22487	23488	-0,0426

Apesar disto, nossos resultados mostram que o método para a construção do modelo em elementos finitos é bom o suficiente para determinar, com boa precisão, as freqüências dos modos normais do sólido. Por outro, o aparato experimental usado para medir os modos normais do sólido é relativamente simples de se montar e usar, levando a uma elevada precisão experimental da determinação das freqüências de ressonância. As medidas destas freqüências apresentaram uma imprecisão de  $\pm$  0,5 Hz.

78

No caso do primeiro monopolo, contudo, a freqüência medida é de 23488 Hz enquanto a calculada é de 22487 Hz. Esta diferença não é consistente com desvio do módulo de Young observado para outros modos. Realmente, essa diferença relativamente grande na freqüência do monopolo calculado mostra que o modelo de elementos finitos não é suficientemente bom para reproduzir o efeito da tensão que aparece na região central onde o cabo da suspensão é preso. A distribuição extra de tensão afeta particularmente a freqüência do monopolo, desde que este corresponde a um movimento geral radial do sólido. No nosso modelo, representamos a conexão entre o cabo de suspensão e a "buckybola", apenas fixando os graus de liberdade dos nós centrais da "buckybola". A aproximação resultou numa estrutura mais flexível (freqüência do monopolo menor) se comparado com o objeto real. Para obter uma representação mais precisa, seria necessário também modelar o cabo da suspensão e a sua junção com a "buckybola".

Uma outra possibilidade para explicar estas diferenças medidas poderia ser conseqüência do modelo ser composto por poucos elementos finitos. Para testar esta hipótese foi construído um modelo da "buckybola" com uma malha muito mais refinada (6 vezes mais elementos). Este modelo apresentou os modos normais quadripolares praticamente idênticos: 11015 Hz, 11019 Hz, 11050 Hz, 11053 e 11081 Hz. As diferenças relativas foram de -0,2%; -0,2%; -0,1%; -0,1% e 0,09%, o que mostra que o modelo menos refinado já javia convergido.

## **CAPÍTULO 5**

## SISTEMA DE ISOLAMENTO VIBRACIONAL DA SUSPENSÃO DO DETECTOR SCHENBERG

### 5.1- Definição do Sistema

Além da temperatura criogênica (20 mK) da massa ressonante a utilização de um sistema de isolamento vibracional para a suspensão será crucial para a atenuação do ruído, permitindo que a antena atinja a sensibilidade necessária para detectar um possível sinal de onda gravitacional. O sistema de isolamento vibracional da suspensão do detector **SCHENBERG** será composto de diversos estágios, comportando-se como um filtro mecânico que filtrará o ruído mecânico sísmico e ambiental não-sísmico. As massas serão objetos cilíndricos de metal e as molas rígidas apresentarão uma forma aproximada de arco e por isso serão chamadas molas em C. Esta configuração das molas representa uma evolução do conceito utilizado na concepção (Melo, 1998) do sistema de isolamento vibracional do Detector Newton ("buckybola" com diâmetro de 1,2 m), no qual usou-se tubos ocos como elementos restauradores (molas).

## 5.2 - Critérios para a Concepção do Sistema de Isolamento Vibracional

O sistema de isolamento vibracional estará suspendendo a massa ressonante e deverá ser construído de maneira a evitar a produção de fônons pela acomodação dos materiais (Apêndice B), por isso deseja-se projetar a estrutura com tensões sempre muito abaixo (10% a 20%) da tensão de escoamento dos materiais. É importante também que esse sistema de isolamento apresente uma janela espectral livre de ressonâncias, suficientemente grande, ao redor das freqüências características do detector a fim de minimizar a influência dos modos internos da estrutura do sistema de isolamento sobre os modos ressonantes da esfera.

Faz-se necessário que o sistema de isolamento vibracional apresente no mínimo uma atenuação suficientemente alta (180 dB; Item 3.4) para garantir que o ruído residual mecânico sobre a esfera ressonante seja igual ou menor ao deslocamento espectral produzido pelo ruído térmico.

## 5.3- Características Mecânicas dos Materiais a Serem Utilizados no Detector SCHENBERG

Para os diversos metais usados no detector **SCHENBERG** foram usadas as características mecânicas mostradas na Tabela 5.1.

	Módulo de	Razão de	Tensão de	Densidade
	Young (E)	Poisson (v)	Escoamento	ρ
	(dyn/cm <sup>2</sup> )		(dyn/cm <sup>2</sup> )	(g/cm <sup>3</sup> )
CuAl(6%)	1,3 x 10 <sup>12</sup>	0,364	1,3 x 10 <sup>9</sup>	8,07
a 4 K	(Waad, 2000)			
CuAl(6%)	1,2 x 10 <sup>12</sup>	0,364	1,2 x 10 <sup>9</sup>	8
a 293 K				
Cu OFHC	1,28 x 10 <sup>12</sup>	0,364	3,3 x 10 <sup>9</sup>	8,97
a 4 K				
Cu OFHC	1,18 x 10 <sup>12</sup>	0,364	3 x 10 <sup>9</sup>	8,78
a 293 K				
Aço Inox 304	2,00 x 10 <sup>12</sup>	0,27	4,9 x 10 <sup>9</sup>	7,90
a 4 K				
Aço Inox 304	1,93 x 10 <sup>12</sup>	0,27	2,4 x 10 <sup>9</sup>	7,78
a 293 K				
Nióbio	1,08 x 10 <sup>12</sup>	0,38	2,2 x 10 <sup>9</sup>	8,57
a 4 K				
Nióbio	1,0 x 10 <sup>12</sup>	0,38	2,0 x 10 <sup>9</sup>	8,46
A 293 K				

TABELA 5.1- CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DOS METAIS USADOS NO DETECTOR SCHENBERG (Lyman, 1977)

#### 5.4- Modos Normais da Massa Ressonante do Detector SCHENBERG

O primeiro passo para a criação e análise dinâmica de um sistema de isolamento vibracional é a determinação da faixa de freqüências na qual se deseja fazer o isolamento. Para tanto, é necessário calcular os modos normais da massa ressonante.

A freqüência do primeiro modo quadripolar poder ser calculado aproximadamente por (Frossati, 2000):

$$v_1 = \frac{c_1 v_s}{2\pi R_s}, \qquad (5.1)$$

 $v_1$ = freqüência do primeiro modo quadripolar  $v_s$ = velocidade do som na massa ressonante  $c_1$ = 1,62  $R_s$ = raio da esfera

Para o detector **SCHENBERG** obtém-se pela Equação 5.1  $v_1$ = 3250 Hz correspondendo aos 5 modos quadripolares degenerados. O resultado do cálculo numérico dos modos normais da massa ressonante é mostrado na Figura 5.1.

Nessa Figura 5.1 são mostrados os resultados obtidos para um modelo em elementos finitos de uma esfera igual àquela que será usada no detector **SCHENBERG**. O modelo inclui detalhes do furo central que é cônico na sua região mediana, através do qual passará o cabo da suspensão. Em razão da existência desse furo, a degenerescência dos modos é levantada e eles aparecem em freqüências distintas. As freqüências dos modos normais quadripolares obtidas foram de: 2 modos com freqüências de 3174 Hz; 2 a 3187 Hz e 1 modo a 3203 Hz. A título de simplificação considerar-se-á a

freqüência característica 3200 Hz, que é próximo do modo normal calculado teoricamente e se situa entre os modos normais calculados numericamente.



Fig. 5.1– Modos normais quadrupolares da massa ressonante do detector SCHENBERG (2 modos com freqüências de 3174 Hz, à esquerda na região superior do desenho; 2 modos 3187 Hz, na região inferior do desenho; 1 modo de 3203 Hz, à direita na região superior do desenho). (Para visualizar estes modos normais animados ver apêndice G e CD anexo à tese).

# 5.5- Estimativa Inicial para o Sistema de Isolamento Vibracional (SIV) da Suspensão do Detector SCHENBERG

Usando a metodologia desenvolvida para esse fim (Velloso, Melo & Aguiar, 2000) foi feita uma estimativa inicial dos parâmetros do Sistema de Isolamento Vibracional. A metodologia consiste em calcular separadamente os modos normais das diversas partes do sistema de isolamento vibracional (logicamente que nesse caso inicial, o acoplamento das diversas partes não é considerado). A partir disso é feita uma estimativa inicial dos parâmetros e o modelo é recalculado (agora sim considerando o acoplamento). De acordo com os resultados obtidos, o modelo é alterado iterativamente até se obter uma janela livre de ressonâncias suficientemente grande (pelo menos o dobro da faixa de

detecção dos transdutores que é de aproximadamente 200 Hz para o nosso caso) ao redor da freqüência característica.



Fig. 5.2 - Configuração do Sistema de Isolamento Vibracional da Suspensão da Massa Ressonante.

O sistema de isolamento vibracional, que estamos propondo para a antena **SCHENBERG**, será composto de cilindros conectados entre si através de molas em "C". No nosso caso estas molas em "C" apresentam seção reta variável,

diferentemente das que vem sendo utilizadas por outros grupos de detecção gravitacional (Zendri, 2001; Marin, 2001), as quais apresentam seção fixa. A razão desta diferença de concepção é permitir usar molas menos rígidas, aumentando a seção reta somente na sua região central onde as tensões são maiores com o conseqüente deslocametno das ressonâncias para freqüências menores. Além disto, outra grande motivação para o uso das molas em "C" seria o aumento do isolamento vibracional ao longo da estrutura (eixo z).

O material dos três cilindros superiores, e suas respectivas molas em "C" será a liga CuAl(6%), o mesmo material da massa ressonante (em amarelo, ver Figura 5.2). Os dois cilindros inferiores e o cabo inferior serão de cobre o mais puro possível (cobre OFHC, em laranja, apresenta 99,9 % de pureza em cobre). O cabo superior será feito de aço inoxidável 304 (em azul) já que este material apresenta valores elevados de tensão de escoamento, permitindo assim utilizar um tubo com menor diâmetro; o que diminui a condução de calor do exterior para dentro da região refrigerada. A razão de todo o sistema ser feito de CuAl(6%) e cobre OFHC (exceto o tubo superior) é que as molas em "C" serão encaixadas nos cilindros e para se fazer um encaixe que minimize as tensões residuais deve-se usar materias iguais ou muito semelhantes. Vale a pena ressaltar que o material a ser utilizado para as molas em "C" e os cilindros inferiores talvez não venha a ser o CuAl(6%) já que este material é muito caro e de difícil obtenção. Poderá ser usado neste caso um outro cobre com grandes taxa de pureza e que apresente uma boa condutividade térmica a baixas temperaturas.

O calor da esfera, na fase final do resfriamento para atingir temperaturas de milikelvins, será retirado pelo refrigerador de diluição através dos dois cilindros inferiores que portanto devem ter condutividade térmica maior possível. Por essa razão serão construídos em cobre **OFHC**, que é o material melhor condutor térmico a baixas temperaturas. Os 3 cilindros superiores, por outro lado, devem ser menos condutores, a fim de minimizar a entrada de calor externo para o

86

sistema refrigerado. O CuAl(6%) cumpre esta função já que é menos condutor que o **OFHC** a baixas temperaturas.

## 5.5.1- Estimativa das Dimensões das Molas em "C"

A partir de análise iterativa inicial, variando os raios interno e externo e o ângulo de revolução, optamos por molas com raio interno de 3cm e raio externo de 5cm para as quais o 1º modo normal já é muito acima de 3200 Hz. A princípio, a partir desta análise, qualquer uma das molas da Tabela 5.2 poderiam ser usadas, já que seus modos normais estão bem acima da freqüência característica de 3200 Hz. Faz-se necessário estudar o acoplamento com os cilindros a fim de se determinar qual a melhor delas.



Fig. 5.3 – Geometria das Molas em "C".

TABELA 5.2: FREQÜÊN	CIA DO 1º MO		DA MOLA EM "C"
DE ACORDO COM A V	ARIAÇÃO DOS	S ÂNGULOS D	E REVOLUÇÃO.
â	40 1		~ (11)

Ângulo de	1º modo normal de vibração (Hz)
revolução	
15°	6129
30°	6539
45°	8143
60°	7964

## 5.5.2- Estimativa das Dimensões dos Cilindros

Os cilindros também não devem apresentar modos normais internos próximos da freqüência característica. Como se deseja minimizar o espaço ocupado nas câmaras criogênicas usar-se-á cilindros com o perfil mostrado na Figura 5.4, optando-se por uma mola com raio externo máximo de 5 cm. Cilindros com h entre 5 cm e 8 cm e com D entre 30 cm e 35 cm se mostraram adequados para este sistema pois todos apresentaram o 1º modo normal acima de 3500 Hz.



Fig. 5.4- Perfil dos Cilindros a Serem Usados no Sistema de Isolamento Vibracional da Suspensão.

## 5.5.3- Efeito do Acoplamento entre Cilindros e Molas

Deve-se considerar agora a fixação entre as molas em "C" e os cilindros. De acordo com a mola usada podem vir a aparecer modos normais indesejáveis próximos da freqüência característica do sistema. Por exemplo, um cilindro com h=8cm e D=35 cm acoplado a molas em "C" com um ângulo de 20<sup>0</sup> apresentará uma ressonância indesejável (Figura 5.5).



Fig 5.5 – Modo Normal Indesejável de um Cilindro com Molas em "C" em 20<sup>0</sup>

Já se a mola em "C" tem  $30^{\circ}$  de ângulo, não aparecem modos próximos a 3200 Hz e a freqüência do  $1^{\circ}$  modo modo normal do cilindro acoplado passa a ser 3689 Hz. Optou-se, portanto, por esta mola com ângulo de revolução de  $30^{\circ}$  e pelo cilindro com h=8 cm e D= 36 cm.

5.5.4- Estimativa	das Dimensões	dos Cabos	Inferiores e	Superiores
-------------------	---------------	-----------	--------------	------------

Comprimento	Modos Normais	Janela sem Ressonâncias
do cabo (cm)	(Hz)	f <sub>c</sub> = (3145 – 3170) Hz
	2; 55; 442; 448;	
40	1161; 1368; 1411;	2828 – 3507
	2683; 2828;	
	3507; 3782	
	1; 47; 200; 631; 643; 720	
60	1279; 1316;	3081 – 3264
	2100; 2200; 2323; 2697	
	3081; 3264; 3881	
	0,7; 42; 113; 360; 364; 575; 739; 752;	
80	1234; 1270; 1728; 1836; 1906;	2892 – 3296
	2111; 2525; 2652; 2892;	
	3296; 3495	

				~	
			$c \wedge D \cap c \cap C$		
1 ABELA 5.3 -	· IVIUUUS NURIVIAIS	PARA US		DIAMETRU	a = 3 CIVI

A esfera de CuAl(6%) apresentará um diâmetro de 65 cm e o cabo estará preso no centro de gravidade dela, devendo apresentar desta maneira um comprimento maior que 32,5cm. já que deve haver uma separação entre o último cilindro do sistema de isolamento vibracional (SIV) e a esfera. O cabo pode ser fixado em qualquer ponto ao longo da região central do último cilindro do SIV. Partindo-se deste pressuposto foram calculados os modos normais de diversos cabos de comprimentos e espessuras diferentes.

Pela Tabela 5.3 nota-se que o comprimento de 40 cm apresenta uma boa janela livre de ressonâncias, então passou-se a testar novos diâmetros para este cabo com intuito de incrementar esta janela. É então pressuposto que o cabo apresente um comprimento de 40 cm.

Diâmetro do	Modos Normais	Janela s/ Ressonâncias
cabo(cm)	(Hz)	f <sub>c</sub> = (3145 – 3170) Hz
	2; 55; 442; 448;	
3	1161; 1368; 1411;	2828 – 3507
	2683; 2828;	
	3507; 3782	
	1,44; 47; 372; 376;	
2,5	1143; 1179; 1194;	2422 – 3479
	2324; 2422;	
	3479; 3788; 3906	
	0,9; 39; 300; 302; 949; 966;	
2	1155; 1924; 1981;	1981 – 3161
	3161; 3313; 3485	

TABELA 5.4 – MODOS NORMAIS PARA OS CABOS DE COMPRIMENTO 40 CM

Pela Tabela 5.4 verifica-se que o cabo com 2cm de diâmetro apresenta a maior janela livre de ressonâncias (≅ 1200 Hz), mas infelizmente entre 1981 Hz e 3161 Hz, muito próximo portanto da freqüência característica. O melhor resultado é o caso no qual o diâmetro do cabo é de 2,5 cm, o qual apresentará

uma janela livre de ressonâncias de 1000 Hz e o limite superior da janela está longe da freqüência de detecção.

## 5.5.5 - Estimativa Inicial Geral para o Sistema de Isolamento Vibracional

Baseados nas estimativas dos Itens 5.5.1 a 5.5.4 os parâmetros iniciais para os componentes do **SIV** para uma análise conjunta foram escolhidos: 5 cilindros, nos quais o diâmetro é de 38 cm e a altura de 25 cm; 12 molas em "C" (3 entre dois cilindros), cuja seção reta na região mais larga é de (9 cm x 2 cm).

## 5.6- Análise Estática do Sistema de Isolamento Vibracional

Para se iniciar a análise faz-se necessário um estudo das tensões no sistema. É imposição do projeto que as tensões no máximo sejam 20 % da tensão de escoamento para minimizar a produção de fônons por relaxação (acomodação do material).



5.6 – Detalhe do Sistema de Isolamento Vibracional.

A tensão de escoamento do cobre OFHC é de aproximadamente 3 x  $10^9$  dyn/cm<sup>2</sup> (Tabela 5.1) e do CuAl(6%) é de aproximadamente é de 1,3 x  $10^9$  dyn/cm<sup>2</sup> (dados experimentais obtidos em colaboração medidas feitas com Carlos Frajuca no **CEFET** do Estado de São Paulo). Verifica-se na Figura 5.9



Fig. 5.7- Análise Estática do Sistema de Isolamento Vibracional



Fig. 5.8- Detalhe do Cabo Inferior onde as Tensões são Máximas.

que a tensão máxima  $(2,5 \times 10^8 \text{ dyn/cm}^2)$  aparece nas molas em "C" de CuAl(6%) situadas na parte superior do sistema, nas suas regiões centrais, equivalendo portanto a aproximadamente 20% da tensão de escoamento do CuAl(6%). As demais tensões são todas abaixo dos 20% da tensão de escoamento dos respectivos materiais. Isso mostra que o sistema como proposto adequa-se perfeitamente às especificações de tensões do projeto.



Fig. 5.9- Detalhe das molas em "C" onde as tensões são máximas.

#### 5.7- Cálculo dos Modos Normais do SIV e Otimização

O modelo do **SIV** é composto de 7488 elementos e 8650 nós. A cada nó corresponde uma equação de movimento da forma da Equação 4.2. Já a estrutura inteira pode ser representada por um sistema de Equações 4.5.

Nesta primeira análise numérica obteve-se uma janela livre de ressonâncias entre 2837 Hz e 3478 Hz. Os modos normais estruturais de baixa freqüência situam-se em: 0,6 Hz (modo pendular fundamental); 1,4 Hz (modo torsional fundamental) e 37 Hz (modo longitudinal fundamental). Essas freqüências são baixas o suficiente para garantir um nível de atenuação adequado na região de

interesse para a detecção (a função de resposta em freqüência será calculada efetivamente mais adiante).



Fig. 5.10 - Modos Normais do Sistema de Isolamento Vibracional.

As duas ressonâncias laterais da janela espectral (2837 Hz e 3478 Hz) referem-se aos cabos inferior e superior. Esses resultados mostrarm que a estimativa incial para os parâmetros geométricos foi bastante adeguada. Entretanto, com o intuito de aumentar a janela espectral foram então ajustadas as dimensões dos cabos inferior e superior, a fim de deslocar estas espectrais mais ressonâncias para regiôes distantes da fregüência característica da antena. Com essas dimensões e com o intuito de reproduzir mais fielmente a situação física do acoplamento do cabo com a esfera, optouse por simular conjuntamente o sistema de isolamento vibracional e a massa ressonante.

O gráfico da Figura 5.11 corresponde aos resultados da análise. Um aspecto interessante dessa simulação conjunta é a possibilidade de, ao se criar uma excitação na extremidade superior do sistema de isolamento, obter a função de resposta em freqüência diretamente em pontos da superfície da esfera (Item

5.8), ou seja, a função de transferência considerando toda a estrutura inclusive nos pontos onde estarão instalados os transdutores.



Fig. 5.11 - Modos Normais do Sistema de Isolamento Vibracional após os Ajustes.

Com essas mudança obteve-se uma janela livre de ressonâncias da estrutura maior, na qual aparecem agora os modos normais da esfera.

Na Figura 5.12 pode-se ver 2 modos normais do sistema de isolamento vibracional da suspensão da massa ressonante. É possível ver a animação de alguns destes modos utilizando o programa que se encontra no Cd em anexo (Apêndice G). Já na Figura 5.13 pode-se ver os cinco modos quadripolares da massa ressonante. Nota-se que todo o sistema de isolamento vibracional da suspensão apresenta deformações praticamente nulas (sistema imóvel).



Fig. 5.12 – Alguns Modos Normais Estruturais do SIV (Para visualizar estes modos normais animados ver apêndice G e CD anexo à tese).



Fig. 5.13 - Modos Normais da Antena Simulada com o Sistema de Isolamento Vibracional ( as deformações estão ampliadas arbritariamente para facilitar a visualização e seguem a mesma escala de cor da Figura 4.12). ). (Para visualizar estes modos normais animados ver apêndice G e CD anexo à tese).

5.8- Cálculo da Atenuação Produzida pelo Sistema de Isolamento Vibracional



Fig. 5.14– Cálculo da Função de Resposta em Freqüência do Sistema de Isolamento Vibracional: 280 dB em 3200 Hz.

Considerando-se a excitação produzida pelo ruído sísmico na sua forma mais geral, calcula-se então a função de resposta em freqüência em um ponto na superfície da esfera. Comparando-se as duas curvas (Figura 5.14) pode-se ver que na freqüência característica do detector (3200 Hz) obtém-se uma atenuação de 280 dB, muito superior àquela atenuação necessária de 180 dB (Item 3.3). Isto implica que qualquer ruído mecânico que atinja o ponto de apoio da antena tenha sua amplitude diminuída de 14 ordens de grandeza, garantindo que o que limitará a sensibilidade do detector do detector será o ruído térmico ou o quântico.

### 5.9- Considerações sobre Incertezas na Simulação Numérica

Uma análise completa deve considerar as incertezas intrínsecas ao modelo e ao método de solução para reproduzir a situação física analisada. A precisão dos resultados depende das incertezas nas características dos materiais (módulo de Young, razão de Poisson e densidade), das aproximações introduzidas pela malha de elementos finitos e das imprecisões numéricas.

As simulações a baixas temperaturas foram realizadas considerando características dos materiais a 4 K, já que não se conhece as características mecânicas na temperatura de 20 mK. Portanto os resultados numéricos obtidos podem não representar perfeitamente o comportamento do sistema na temperatura em que a antena irá operar. As características mecânicas a baixas temperaturas devem depender de defeitos da estrutura cristalina então pode se esperar que variem pouco se forem tomadas precauções na fundição e usinagem dos metais.

Para estimar a magnitude da imprecisão que esta incerteza provoca na determinação das ressonâncias, podemos comparar o sistema de isolamento vibracional com um oscilador harmônico equivalente para cada modo normal comn freqüência dada por: w =  $(K_{eq}/M_{eq})^{1/2}$ . Como a constante elástica, correspondente a cada um destes osciladores equivalentes, é diretamente proporcional ao módulo de Young, então a incerteza no valor deste módulo determina a precisão nas freqüências de ressonância. Uma vez que as incertezas nos valores do módulo de Young são menores que 5% (Verurk, 1985), então a imprecisão na determinação das freqüências ( $\Delta$ w/w) terá magnitude da ordem de 2%.

Para se determinar a incerteza introduzida pela malha de elementos finitos foi criado um modelo numérico da massa ressonante com 6 vezes mais elementos (o modelo original apresentava 1056 elementos, este novo apresenta 6420 elementos). Calculou-se os modos normais desta esfera com uma malha de elementos finitos mais refinada e obteve-se: 2 modos em 3115 Hz; 2 em 3157 Hz e 1 modo em 3169 Hz. Diferenças percentuais da ordem de 0,1% comparando com os modos calculados com a malha menos refinada. O mesmo comportamento havia sido constatado no Item 3.4.2 para a malha da

98

"buckybola". Isto mostra que a imprecisão do modelo produzida pela malha de elementos finitos é muito pequena pois os resultados obtidos já convergiram para o modelo com menos elementos.

Uma outra imprecisão a se considerar é devida ao procedimento interno do programa para o cálculo da função de resposta em freqüência (FRF). Como consideramos o sistema sem amortecimento viscoso, as ressonâncias corresponderiam à descontinuidades na curva de função de resposta em freqüência, as quais o método numérico não poderia calcular. Para evitar este problema é necessário introduzir, "ad hoc", um coeficiente de amortecimento pequeno o suficiente (0,05% do amortecimento crítico) apenas para impedir as descontinuidades. A introdução deste coeficiente, entretanto, pode alterar ligeiramente o valor da atenuação nas ressonâncias não influenciando significativamente a resposta do sistema nas regiões entre elas.

Na preparação para o cálculo da FRF determina-se quantos pontos anteriores e posteriores a cada modo normal se deseja usar para a construção da curva de função de resposta em freqüência. O ideal seria usar uma grande quantidade de pontos pois desta maneira se teria uma curva muito precisa, mas na prática isto não é possível (demandando muito tempo e memória computacional). Dentro das possibilidades, e como se deve calcular esta função utilizando mais de 100 modos normais (todos os modos normais até a freqüência característica de 3200 Hz e mais alguns após esta), atribuiu-se 5 pontos a cada modo normal. Ou seja, o programa usará um destes pontos como modo normal e calculará a função de resposta em 2 pontos anteriores e 2 pontos posteriores, distribuídos a 5% da freqüência (outro parâmetro que atribuímos). Por exemplo, se é desejado o cálculo da função de resposta ao redor de um modo normal hipotético de 1000 Hz, a função será calculada em 1000 Hz (onde estaria a ressonância), em 2 pontos anteriores, um em 975 Hz e outro em 987,5 Hz, e também em 2 pontos posteriores, em 1012,5 Hz e 1025 Hz, correspondendo a uma faixa de 50 Hz (5% em torno da freqüência de 1000

Hz). Logicamente que este método construtivo pode apresentar diversos problemas: talvez não se visualize muito bem a depressão de uma curva após um modo normal, superestimando desta maneira a FRF nesta região. Outro problema é quando apresentamos modos normais muito próximos uns dos outros, em que as curvas podem se sobrepor, mascarando os detalhes da curva em torno dos modos.

Por outro lado, existem características do sistema que não podem ser representadas no modelo de elementos finitos: inomogeneidades do material, atritos e tensões diferenciais entre as partes do sistema. Esta é uma das razôes pela qual se concebeu um sistema de isolamento vibracional que produzisse uma atenuação de 100 dB superior ao mínimo necessário calculado (180 dB ; Item 2.4). Mais do que isso exigiria um sistema com mais estágios o que implicaria num aumento das dimensões de todo o detector: câmaras criogênicas maiores, base maior, o que não seria viável.

Antes de se detectar a onda gravitacional se deve criar e operar um detector silencioso (Taffarello, 1996); isto decorre do fato de a energia da onda gravitacional se converter em fônons dentro do próprio detector. Um dos principais objetivos do sistema de isolamento vibracional é ajudar a tornar o detector silencioso, não permitindo o aparecimento de fônons oriundos das diversas fontes de ruído (sísmico, térmico). O ideal seria atingir o nível do ruído quântico (ruído dos átomos). Esta é um meta muito dificil de ser alcançada mas o sistema de isolamento vibracional concebido para o detector **SCHENBERG**, ainda que consideremos todas as incertezas citadas, deve ser suficiente para garantir que o nível de ruído mecânico (ruído sísmico e ambiental não-sísmico) na massa ressonante estará abaixo do nível de ruído térmico.

## **CAPÍTULO 6**

## MÓDULO DE ACOPLAMENTO TÉRMICO

#### 6.1- Definição do problema

O módulo de acoplamento térmico (costumeiramente chamado de "link" térmico ou "thermal link") consistirá de um objeto metálico com alta condutividade térmica (geralmente confeccionado de cobre muito puro, 99,99% de pureza), através do qual será retirado calor da massa ressonante, a fim de que esta massa atinja a temperatura ultracriogênica necessária (20 mK, no caso do detector **SCHENBERG**). Entretanto, se para o acoplamento térmico fosse usado um objeto rígido de cobre (tal como uma barra, por exemplo) ocorreria o risco de reintroduzir na antena, por esse meio, ruído de origem mecânica (gerado no refrigerador de diluição). A solução padrão encontrada para evitar esse problema é a utilização de fitas de cobre trançado, que são suficientemente maleáveis (flexíveis) de modo a amortecer esses ruídos. Essas fitas de cobre, entretanto, apresentam atrito entre as fibras, gerando por sua vez, devido a efeitos de "up-conversion" (efeito violino) ruídos em alta freqüência que diminuiram a sensibilidade das antenas de barra que a utilizaram (Coccia, 1993). A solução é usar estruturas metálicas flexíveis adequadamente projetadas de modo a apresentar simultaneamente um comportamento de alta condutividade térmica e isolamento mecânico.

#### 6.2- Critérios para a Concepção de um Módulo de Acoplamento Térmico

Para o projeto de um módulo de acoplamento térmico são usados critérios básicos geométricos e de acoplamento (Coccia et al., 1992).

## 6.2.1 - Escolha da configuração geométrica.

É preferível a escolha de uma geometria simples, que possa preferencialmente ser usinada a partir de uma única peça de metal, a fim de diminuir a presença de tensões residuais.

A geometria escolhida pode ser superficial (placas) ou volumétrica (sólidos). A vantagem da geometria volumétrica é a possibilidade de ajustar melhor as ressonâncias, posicionando-as longe da freqüência característica da antena. Isto ocorre por se tratar de um sistema massa-molas com maior possibilidade de ajuste do que um sistema que seja apenas superficial. A desvantagem deste tipo de módulo de acoplamento térmico é que ocupa mais volume e resulta mais rígido. Geralmente o espaço físico que se dispõe para o módulo de acoplamento térmico de desta maneira o uso de alguns tipos de geometrias volumétricas.

## 6.2.2 - Acoplamento Termo-mecânico

O módulo de acoplamento térmico deve ser confeccionado com um material bom condutor a baixíssimas temperaturas (cobre **OFHC**, por exemplo). É interessante que este módulo possa a vir se comportar como uma mola com elasticidade suficientemente alta (atenuação de aproximadamente 40 dB) de modo a não reintroduzir ruído mecânico na massa ressonante e nem produzir ruídos de "up-conversion". Esse próprio módulo não pode de maneira alguma produzir efeitos que diminuam o Q mecânico da massa ressonante.

Assim, uma questão importante é a escolha de como o módulo de acoplamento térmico será conectado ao refrigerador de diluição e à massa ressonante. No caso da antena **SCHENBERG** a conexão será feita não diretamente na massa

resonante mas sim através do 4° estágio do sistema de isolamento de modo a garantir um fator adicional de isolamento para o ruído mecânico. Isto aumenta o caminho térmico, portanto toda esta parte da suspensão deve ser feita de um material com alta condutividade, mas desacopla o refrigerador de diluição da massa ressonante.

Ocorrerão três fases de resfriamento da esfera ressonante. Dureante a primeira fase a esfera será resfriada de aproximadamente 300 K a 77 K. A segunda fase fará a temperatura baixar até 4 K, que é a temperatura do hélio líquido. E por último uma terceira fase, utilizando já o refrigerador de diluição, resfriará até 20 mK.

O refrigerador de diluição se baseia na propriedade que o He<sup>3</sup> apresenta ao se diluir He<sup>4</sup> (Item 1.9), gerando uma "vaporização", ou seja um processo endotérmico que abaixa a temperatura. A potência de funcionamento refrigerador de diluição pode ser dada aproximadamente por

$$P=c \Delta T A / L, \qquad (6.1)$$

c= condutividade térmica (unidades mais convenientes para o trabalho são cal/cm.K ou W/m.K)

 $\Delta T$  = gradiente da temperatura (K)

A= área da seção reta (m<sup>2</sup>)

L= comprimento do módulo térmico (m)

O refrigerador de diluição que será usado no detector **SCHENBERG** apresentará uma potência entre 5 e 10  $\mu$ W, permitindo atingir temperaturas entre 15 e 20 mK (no detector **SCHENBERG** pretende-se atingir temperaturas de 20 mK).

Para a confecção do módulo térmico deve-se usar cobre puríssimo, o qual apresenta uma condutividade térmica de 1000\*T W/m.K a temperaturas inferiores a 10 K. Essa função foi sugerida por Giorgio Frossati como extrapolação da curva experimental mostrada no Apêndice C (Figura C.1). No regime estacionário a potência com que ocorre introdução de calor no sistema deverá ser igual a potência de retirada de calor pelo refrigerador de diluição. Um parâmetro inportante para a criação desses sistemas é que A/L≈0,01m (Frossatti, 1998) é a razão que garante a maior eficiência na retirada de calor da esfera e portanto deve ser obedecida no projeto do módulo térmico.

## 6.3 - Requisitos para a Simulação Numérica

É necessário compreender o ruído mecânico que poderia "atravessar" o módulo de acoplamento térmico, além das vibrações produzidas internamente no refrigerador de diluição: as de baixa freqüência geradas pela diluição de He<sup>3</sup> em He<sup>4</sup> e as produzidas pelo pote de 1K. Como o espectro dessas vibrações não é ainda conhecido a priori, projeta-se o módulo com o primeiro modo normal o mais baixo possível e minimizando o número de ressonâncias ao redor da freqüência característica da antena, com uma janela livre de ressonâncias suficientemente grande ao redor dessa freqüência.

# 6.4- Configurações Superficiais Testadas Numericamente para o Módulo de Acoplamento Térmico

Para o projeto inicial partimos da forma geométrica mais simples possível, uma fita (de secção retangular), conforme mostrado na Figura 6.1. Dez desses módulos em paralelo seriam usados para realizar o acoplamento térmico.



Fig. 6.1 – Modelo em Elementos Finitos de uma Geometria Superficial do Módulo de Acoplamento Térmico.

Utilizando este modelo geométrico foram calculados os modos normais na região de 0 Hz a 4000 Hz. A Fig. 6.2 mostra os resultados da simulação. Vê-se claramente que os modos se distribuem de maneira aproximadamente regular ao longo do espectro, em particular em torno da região de 3200 Hz, que seria de interesse para uma esfera de 65 cm de diâmetro.



Fig. 6..2 - Modos Normais da Fita de Cobre.
Como esta região deve ser livre de ressonâncias, há necessidade de utilizar formas geométricas alternativas para o módulo de acoplamento térmico. Uma segunda tentativa foi uma estrutura formada alternadamente por regiões de secção reta estreita (que funcionam como elementos restauradores) e regiões de seção reta mais larga (que funcionam como elementos inerciais) constituindo assim um sistema múltiplo de massa-mola que, como é bem sabido, resulta em alto grau de isolamento mecânico. A estrutura sugerida está mostrada nas Figuras 6.3 e 6.4.

Os modos normais da estrutura calculados (Figura 6.5) mostram uma distribuição de freqüências com ausência de ressonâncias de 1600 Hz a 3400 Hz. Resultado favorável, já que nossa faixa de freqüências de interesse é em torno de 3100-3200 Hz.



Fig. 6.3 – Segundo tipo de geometria superficial para o Módulo Térmico



Fig. 6.4 – Detalhe da Malha de Elementos Finitos do Módulo de Acoplamento



Fig. 6.5– Modos Normais da Geometria Alternativa

# 6.5 - Configurações Volumétricas Testadas Numericamente para o Módulo Térmico

A filosofia para a escolha de uma boa configuração geométrica para o módulo térmico está em fazer com que a seção reta varie obtendo atenuações equivalentes tanto nas direções X e Y. Nas Figuras 6.6 e 6.7 é apresentada a 1<sup>a</sup> geometria testada (seções retas de 10 cm x 10 cm comprimento de 60 cm), com os respectivos modos normais, cujos resultados não foram satisfatórios.



Fig. 6.6 – 1ª Geometria Volumétrica Testada para o Módulo de Acoplamento Térmico.

Na primeira geometria testada nota-se a existência de um modo normal próximo a 3250Hz. Alterou-se então a geometria (Fig. 6.8).



Fig. 6.7 – Modos Normais da 1ª Geometria Volumétrica Testada.

A segunda configuração testada é parecida com a primeira apresentando apenas lâminas mais finas e apresenta uma janela livre de ressonâncias aproximada entre 1600 Hz e 3900 Hz, sendo portanto melhor que a geometria mostrada na Figura 6.6. Ressalta-se que estas geometrias volumétricas não são perfeitamente otimizadas (A/L = 0,016m) entretanto foi possível fazer uma melhor sintonia das freqüências, liberando uma maior janela livre de ressonâncias ao redor da freqüência característica do sistema.



Fig. 6.8 – 2ª Geometria Volumétrica Testada (Similar à Anterior com Lâminas mais Finas).



Fig. 6.9 – Modos Normais da 2ª Geometria Volumétrica Testada.

#### 6.6 – Módulo de Acoplamento Térmico a 300 K e a 4K

Uma geometria que pode ser apropriada para a confecção do módulo térmico é a mostrada na Figura 6.8.



Fig. 6.10 – Modos Normais da 2ª Geometria Volumétrica a 4 K.

Comparando as Figuras 6.9 e 6.10 aparentemente nota-se a ligeira influência das temperaturas sobre as freqüências de ressonância. Esta diferença pode ser enfatizada se forem comparados os valores numéricos das freqüências dadas pela Tabela 6.1. Nesta tabela verifica-se que quanto maior a freqüência maior a influência da temperatura sobre o coeficiente de elasticidade. Para freqüências baixas a diferença é praticamente desprezível, mas para freqüências mais altas a diferença aparentemente pode ser substancial, mas porcentualmente é praticamente a mesma, cerca de 2,1 %. Na Tabela 6.1 vê-se que o 15° modo normal a 300 K é de aproximadamente 3326 Hz e a 4 K é de 3398 Hz. Uma diferença de 80 Hz que pode influenciar na decisão da forma e das dimensões geométricas mais adequadas para o módulo térmico. Os modos normais da estrutura calculados à temperatura de 300 K (Figura 6.9) mostram uma distribuição de freqüências com ausência de ressonâncias de 1660 Hz a 3327 Hz. A 4 K (Figura 6.10) a ausência é entre 1696 Hz e 3399 Hz.

Modos Normais	300 K	4 K
1º modo	49,955791 Hz	51,036064 Hz
2 <sup>°</sup> modo	53,303711 Hz	54,456383 Hz
3 <sup>0</sup> modo	136,037048 Hz	138,978790 Hz
4 <sup>º</sup> modo	149,420380 Hz	152,651520 Hz
5 <sup>°</sup> modo	262,829620 Hz	268,513184 Hz
6º modo	297,367645 Hz	303,798046 Hz
7º modo	427,631195 Hz	436,704041 Hz
8 <sup>0</sup> modo	496,631195 Hz	507,370636 Hz
9 <sup>0</sup> modo	620,424744 Hz	633,841187 Hz
10 <sup>⁰</sup> modo	736,670776 Hz	752,600952 Hz
11 <sup>º</sup> modo	826,865967 Hz	844,746582 Hz
12 <sup>0</sup> modo	970,905762 Hz	991,901245 Hz
13 <sup>º</sup> modo	1003,339722 Hz	1025,036499 Hz
14 <sup>0</sup> modo	1659,940308 Hz	1695,835815 Hz
15 <sup>⁰</sup> modo	3326,706055 Hz	3398,614531 Hz
16 <sup>⁰</sup> modo	3554,934814 Hz	3631,808838 Hz
17 <sup>º</sup> modo	3727,253418 Hz	3807,853516 Hz

TAB. 6.1 - MODOS NORMAIS EM HZ A DIFERENTES TEMPERATURAS

# 6.7 – Concepção, Projeto e Testes do Módulo de Acoplamento Térmico para a "Test-facility"

Devido ao fato de não existir no Brasil um laboratório de criogenia adequado para testar o módulo de acoplamento térmico, então foi realizado um estágio de 6 meses em colaboração com o grupo **AURIGA** (Cerdonio et al., 1990) no Instituto de Física Nuclear de Legnaro (**INFN-LNL**) em Pádua ("Padova") na Itália, utilizando a "test-facility" ultracriogênica (Figura 6.11) para realizar experiências a baixas temperaturas.

# 6.8- Descrição da "Test-facility"



Fig. 6.11 – Esquema da "Test-facility" (Homepage AURIGA).

A "test-facility" (Visconti, 1999) esquematizada na Figura 6.11 apresenta praticamente todos os elementos de um detector de ondas gravitacionais, exceto a massa ressonante. Todo o sistema é suportado por um sistema de vigas (região superior em verde da figura) por onde passa toda a tubulação de vácuo, existindo diversos sistemas independentes de vácuo. O sistema ultracriogênico é constituído de um refrigerador de diluição (a região interna da "test-facility") e duas câmaras criogênicas: a externa (em azul) e a interna (em laranja).

Na Figura 6.12 se vê uma foto da parte interna da "test-facility" com os estágios do sistema de isolamento vibracional, envolvendo o refrigerador de diluição e o transdutor fixado na parte inferior desta depois das molas rígidas de cobre (Michele, 2000).



Fig. 6.12 – "Test-facility" com o Transdutor fixado na sua Parte Inferior

Na região inferior do refrigerador de diluição são fixados os elementos a serem testados: módulo de acoplamento térmico, transdutor e **SQUID**. O módulo de acoplamento térmico escolhido para ser testado na "test-facility" foi de geometria superficial devido a essas limitações do espaço (Figura 6.12) e facilidade de construção. A geometria escolhida é a mostrada na Figura 6.13.

Durante o estágio de 6 meses que fiz na Itália, usamos a "test-facility" ultracriogênica (Figura 6.12) do projeto **AURIGA** com o objetivo de projetar, construir e testar o módulo de acoplamento térmico em diversas configurações de montagem e com diversos tratamentos térmicos.

O módulo de acoplamento térmico deve prover uma excelente eficiência na condução térmica e um excelente isolamento vibracional. Para avaliar a eficiência foram feitas 4 sessões de medidas ("runs") usando para isto um transdutor mecânico associado a um amplificador **SQUID** de banda larga de baixo ruído. Em cada uma dessas sessões o módulo de acoplamento térmico foi sendo modificado com o intuito de diminuir o ruído mecânico.

# 6.9- Escolha da Geometria do Módulo de Acoplamento Térmico

A confecção do módulo de acoplamento térmico, que foi construído pela oficina mecânica do Laboratório de Legnaro, foi usada uma placa de cobre **OFHC** de 1 mm de espessura. Foi cortada uma seção retangular desta placa, depois usando uma eletrólise a vácuo foi produzida a configuração final. Este processo foi utilizado para evitar o aparecimento de tensões residuais internas decorrentes de processos tradicionais de usinagem.



Fig. 6.13 – Módulos de Acoplamento Térmico para a "Test-facility".



Fig. 6.14- Vista Inferior da "Test-facility"com os Módulos de Acoplamento Térmico na Configuração Usada nas 1ª e 2ª Sessões de Teste.

# 6.10 - Testes do módulo de acoplamento térmico

As sessões de testes com a "test-facility" corresponderam a longas sessões de resfriamento (7 dias), com o nitrogênio e sucessivamente com o hélio líquido. Durante as sessões, os sistemas de refrigeração e vácuo e a eficiência mecânica do módulo de acoplamento térmico puderam ser testados. Durante os 6 meses de estágio foram realizadas quatro sessões de experimentos na "test-facility". No primeiro teste foi usada a configuração mostrada na Figura 6.14: quatro módulos de acoplamento térmicos dispostos radialmente. Nas segunda, terceira e quarta sessões só foram usados dois módulos de acoplamento térmicos. No quarto teste foi usado o mesmo módulo de acoplamento térmico porém tratado por um processo de recozimento ("annealing").



Fig. 6.15 – Links Térmicos na Configuração das 3ª e 4ª Sessões de Teste.

# 6.11 - 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> Sessões de Testes na "Test-facility".

Durante as primeira e segunda sessões de testes na "test-facility" notou-se um alto nível de ruído mecânico até a região de 800Hz, o que motivou as modificações implementadas nos testes posteriores. Na terceira sessão os módulos de acoplamento térmicos passaram de 4 a 2, a fim de melhorar a fixação na "mixing chamber". Foram também destacadas a metade das hastes internas. O motivo da diminuição de 4 a 2 está relacionada com a diminuição da seção reta de passagem do ruído mecânico. Neste terceiro teste continuou a se medir um excesso de ruído mecânico, dificultando medidas do sinal do **SQUID**.

# 6.12- Quarta Sessão de Testes da "Test-facility"

# 6.12.1 - Recozimento do Módulo de Acoplamento Térmico

Para diminuir a rigidez do metal do módulo de acoplamento térmico faz-se necessário recozê-lo. O processo de recozimento corresponde a uma sessão de algumas horas durante as guais o material é submetido a altas temperaturas sob vácuo. Com o aumento da temperatura, as imperfeições da estrutura cristalina se tornam móveis, se rearrajam em configurações energeticamente favoráveis ou mesmo desaparecem. Este processo de recozimento é considerado em dois estágios separados: "recovery" e recristalização. "Recovery" envolve o movimento dos defeitos pontuais (interstícios) e estes tem um grande efeito nas propriedades físicas de um metal. Existe pouca mudança nas propriedades mecânicas do metal durante "recovery", mas se a temperatura de recozimento é aumentada ainda mais, estas propriedades alteram-se consideravelmente sobre uma faixa pequena de temperatura. O processo de recristalização corresponde a uma nucleação e um mecanismo de crescimento na qual grãos novos, equiaxiais, livre de tensões crescem ao longo dos cristais antigos deformados. A razão RRR (que quantifica a condutividade térmica em função da rigidez da peça, Apêndice D) típica de um pedaço de cobre é na faixa de 50 a 100, após o recozimento este valor pode ser até duplicado.

O recozimento do módulo de acoplamento térmico foi feito usando o forno mostrado na Figura 6.16, cujo vácuo foi feito por um sistema de duas bombas (a bomba mecânica (em azul), para o vácuo de fundo, e a pequena bomba turbo-molecular, que está suspensa, para o vácuo refinado). Para a realização do recozimento dos diversos links térmicos, um vácuo de 10<sup>-4</sup> mbar foi suficiente porque a presença de uma pequena quantidade de O<sub>2</sub> favorece a oxidação das impurezas magnéticas (havendo o incoveniente de não se ter controle sobre a quantidade de átomos de O<sub>2</sub> existente neste vácuo), melhorando assim a condutividade da peça. Com o processo de recozimento da espera-se que as imperfeições estrutura cristalina diminuam consideravelmente. A Tabela 6.2 mostra as condições diversas operações de

recozimento realizadas com 12 amostras retangulares (10,3cm x 1,8cm x 0,1 cm) do mesmo material do módulo de acoplamento térmico.



Fig. 6.16- Forno Acoplado a Bombas para Recozimento a Vácuo.

TABELA 6.2 - DIFERENTES CONDIÇÕES DE RECOZIMENTO DO MÓDULO
DE ACOPLAMENTO TÉRMICO

Módulo	Temp	Atmosfera/	Velocida	Tempo	Tempo	Tempo
Térmico	( <sup>0</sup> C )	Pressão	Aquec.	Aquec.	Ricoz.	Resfr.
Número		Vácuo 10 <sup>−4</sup> mbar	(⁰C / h)	(horas)	(horas)	(horas)
1	600	Vácuo	300	2	2	+4
2	900	Vácuo	300	3	2	+6
3	900	Vácuo	300	3	3	+6
4,5,6	900	Vácuo	300	3	5	+6
7,8,9	900	Vácuo	300 **	6 **	5	+6
10,11,12	900	Vácuo	900	1	1	+6
4, 7, 10	900	Vácuo	300	3	3	+6
Duplo						

Duplo: significa duplo recozimento

\*\*: durante o intervalo de recristalização(400ºC-600ºC) a velocidade de aquecimento foi inferior; fora deste intervalo foi usada a mesma velocidade de aquecimento que para as amostras 4,5,6

#### 6.12.2 - Determinação do Método de Recozimento mais Eficiente

Para medir o efeito do recozimento sobre as amostras tratadas, foram medidas as 1<sup>as</sup> freqüências de ressonância antes e depois do recozimento. Um analisador de espectros conectado a um amplificador de sinais (Figura 6.17), media as vibrações (modos normais) das amostras utilizadas. Como a forma geométrica das amostras usadas era retangular, e a configuração fixava apenas uma das arestas então a 1<sup>a</sup> freqüência de ressonância pode ser calculada por (Blevins, 1995):

$$\mathbf{f} = \frac{\lambda}{2\pi \mathbf{a}^2} \left[ \frac{\mathbf{E} \mathbf{h}^3}{12\gamma (\mathbf{l} - \mathbf{v}^2)} \right]^{\frac{1}{2}},$$
 (6.2)

- $\lambda$  = fator que depende das arestas do retângulo (a/b)
- E = módulo de young (coeficiente de elasticidade)
- h = espessura da placa
- $\gamma = h\rho$
- $\rho$  = densidade do material
- v = razão de Poisson.

Assim supondo-se que o processo de recozimento não altere significativamente a densidade e nem a razão de Poisson do material, então a variação na freqüência do 1º modo normal após o recozimento pode ser associada com uma variação do Módulo de Young. Dessa forma substituindo os valores da amostra na fórmula e usando o valor experimental da ressonância para a amostra, foi possível fazer uma estimativa relativamente precisa do módulo de Young para o cobre recozido (Tabela 6.3).

O melhor resultado obtido com as amostras 7,8, e 9 da tabela, as quais apresentaram uma diminuição de 5% nas freqüências de ressonâncias. Portanto este foi o método escolhido para o recozimento dos módulos de acoplamento térmico. Executou-se então o recozimento do módulo térmico propriamente dito, juntamente com amostras de material que seriam usadas para medidas dos grãos (Apêndice F). Para manter o módulo de acoplamento térmico menos rígido o ideal é, após este recozimento, armazená-los a vácuo, para evitar novas oxidações.



Fig. 6.17 – Aparato para Medida dos Modos Normais das Peças Recozidas.

N° Amostras	1° Modo Normal	% Diminuição	% Diminuição	Valor de E*	
	(Hz)	F	E	(dyn/cm2) x 10 <sup>12</sup>	
Sem recoz.	62,88			1,31	
1	61,90	1,58	4,1	1,26	
2	60,55	3,85	6,2	1,22	
3	60,43	4,05	8	1,20	
4-5-6	60,10	4,63	9,2	1,19	
7-8-9	59,90	4,97	10,8	1,18	
10	61,95	1,50	3,9	1,26	

ΤΔΒΕΙΔ63_	IAIS DAS DECA	S RECOZIDAS
IADELA 0.3 -		S RECUZIDAS

\* considera-se o valor de E na temperatura ambiente

O melhor método de recozimento é o das amostras 7, 8 e 9, que produziram a maior diminuição do primeiro modo normal e conseqüentemente o maior amolecimento do módulo. Nota-se ser fundamental o tempo de recozimento e a velocidade de aquecimento que não pode ser muito rápida (900 graus por hora, por exemplo). Evidentemente que a velocidade de aquecimento está relacionada com o rearranjo da estrutura cristalina na faixa de temperaturas de recristalização (entre 300 e 400 graus Celsius para o cobre **OFHC**). O próximo passo foi recozer o módulo de acoplamento térmico segundo o método usado para recozer as amostras 7,8 e 9.



6.12.3 – Simulação do Módulo de Acoplamento Térmico Recozido

Fig. 6.18 - 1<sup>a</sup> Ressonância do Módulo de Acoplamento Térmico (para a "Test-facility"). (Para visualizar estes modos normais animados ver Apêndice G e CD anexo à tese).

Medindo a diminuição da freqüência dos primeiros modos normais dos módulos de acoplamento térmico usando o aparato mostrado na Figura 6.17, foi possível obter 405,4 Hz e a partir disto estima-se uma diminuição do módulo de Young obtido pelo recozimento de 10,8%. Com este novo valor do módulo de Young foi possível simular o módulo de amortecimento térmico em elementos



finitos (Fig. 6.18) e calcular os seus modos normais (Figura 6.19) e a atenuação provocada por ele (Figura 6.20).

Fig. 6.19 - Modos Normais do Módulo de Acoplamento Térmico.



Fig. 6.20- Função de Resposta em Freqüência do Módulo de Acoplamento Térmico.

# 6.12.4- Resultado Obtido durante a 4ª Sessão da "Test-facility"

Os resultados dos cálculos do item anterior (mostrados na Fig. 6.20) são coerentes com a diminuição do ruído após 400 Hz, observada durante o quarto teste, o que confirma o efeito da atenuação devido à presença do módulo de acoplamento térmico recozido.



Fig. 6.21 - Sinal do SQUID Medido no Analisador de Espectros durante a Quarta Sessão da Testes.

Na Figura 6.21 se pode ver o sinal do **SQUID** de banda larga no início da 4<sup>a</sup> sessão de testes, na qual foi colocado o módulo de acoplamento térmico recozido. Verifica-se que na faixa de freqüência acima de 400Hz o sinal do **SQUID** é basicamente o seu ruído eletrônico intrínseco. Vale lembrar que, como medida é feita diretamente no transdutor, não aparecem os modos normais do módulo de amortecimento térmico. Em 870 Hz aparece um ruído elétrico que não pôde ser identificado. O módulo de acoplamento térmico recozido cumpriu a sua função atenuando os ruídos mecânicos que "poluiam" a parte de espectro entre 400 e 800 Hz.

# 6.13- Módulos de Acoplamento Térmico para o Detector SCHENBERG.

Baseado nos resultados obtidos no estágio em Legnaro, decidimos testar numericamente um modelo de acoplamento térmico análogo para a antena **SCHENGERG** com pequenas modificações, feitas com o intuito de adaptar o dispositivo testado para as condições de operação da antena-protótipo.



Fig. 6. 22 – Ressonância de Freqüência mais Baixa para o Módulo de Acoplamento.

Para tanto, foi necessário apenas aumentar ligeiramente a massa dos filetes do módulo de acoplamento térmico. Como conseqüência dessa alteração (Figura 6.22) as freqüências fundamentais abaixaram e surgiu uma janela livre de ressonâncias na região (2767  $\rightarrow$  3500 Hz; Figura 6.24). Essa configuração é bastante adequada de modo que, com adaptações, poderá ser usada no projeto **SCHENBERG**, eventualmente com algumas outras modificações necessárias para facilitar o encaixe mecânico no refrigerador de diluição.



SCHENBERG.



Fig. 6.24- Modos Normais do Módulo de Acoplamento Térmico para o SCHENBERG.



Fig. 6.25- Função de Resposta em Freqüência para o Módulo de Acoplamento Térmico do SCHENBERG.

Pela Figura 6.25 vê-se uma atenuação de 60 dB. Esse módulo analisado foi para testar se seria possível usar uma geometria análoga à usada para a "test-facility". Os resultados obtidos mostram que sim. Decidiu-se então aprimorar este módulo de acoplamento e concebeu-se um outro módulo de acoplamento térmico para o detector **SCHENBERG**, mostrado na Figura 6.26. A filosofia para a sua criação é a mesma usada anteriormente. A grande vantagem deste módulo é que é totalmente plano (ao contrário do mostrado na Figura 6.22), portanto, pode ser mais facilmente confeccionado e instalado.



6.26 – Geometria do Módulo Testado Numericamente para o Detector SCHENBERG.



Fig. 6.27- Modos Normais do Módulo de Acoplamento Térmico para o SCHENBERG.



Fig. 6.28 – Primeiro Modo Normal do Módulo de Acoplamento Térmico com Freqüência em 7 Hz.



Fig. 6.29 – Alguns Modos Normais do Módulo de Acoplamento Térmico para o Detector SCHENBERG. (Para visualizar estes modos normais animados ver apêndice G e CD anexo à tese).



Fig. 6.30 – Função de Resposta em Freqüência para o Módulo.

A atenuação obtida para este último módulo de acoplamento térmico testado numericamente foi de 80 dB na freqüência característica de 3200 Hz. Segundo a Figura 6.30, nota-se uma atenuação menor em x, que corresponde á atenuação ao longo do comprimento do módulo de acoplamento, a qual esperava-se que fosse realmente menor. O comportamento conjunto deste módulo com o sistema de isolamento vibracional da suspensão, com a massa ressonante e com os transdutores será analisado no Capítulo 8.

# **CAPÍTULO 7**

### ACOPLAMENTO TRANSDUTOR-MASSA RESSONANTE

#### 7.1- Definição do Problema

A metodologia para se estudar o acoplamento transdutor-massa ressonante é análoga àquela usada para se estudar isolamento vibracional (Melo, Velloso & Aguiar, 2000). Deseja-se que o máximo possível da energia depositada pela onda gravitacional na massa ressonante seja transferida para o transdutor, que por isso, deverá ser sintonizado próximo às ressonâncias da esfera (modos quadripolares). Pretende-se monitorar os primeiros modos quadripolares, já que os segundos modos apresentam amplitudes muito menores e não haverá uma janela livre de ressonâncias ao redor deles, sendo desta maneira de difícil identificação.

O tipo de transdutor a ser usado será um paramétrico de microondas, como aqueles usados no detector de massa ressonante **NIOBE** (Blair et al. 1995). Nesse tipo de transdutor, um sinal portador de 10 GHz, obtido de uma fonte muito pura (≈ -150 dBc/ Hz a 3,2 KHz da portadora) é injetado numa cavidade ressonante. A cavidade possui uma membrana ressonante na mesma freqüência da antena (3200 Hz). De modo que a energia mecânica depositada por uma hipotética onda gravitacional, transferir-se-á dos modos normais quadripolares da esfera para a membrana ressonante da cavidade, o que resultará na modulação do sinal de 10GHz. O sinal de microondas assim modulado pode ser então analisado de modo a extrair a informação da onda gravitacional.

# 7.2- Critérios para a Concepção do Transdutor

O transdutor deve ser feito de um material que apresente um Q mecânico alto ( da ordem de milhões), deve apresentar uma geometria que possa ser usinada preferencialmente de uma única peça.

O transdutor poderia ser feito de Nióbio com esse material pode-se confeccionar sistemas massa-mola com um alto Q elétrico (Frajuca, 1996) a baixas temperaturas e um coeficiente de dilatação inferior ao do CuAl(6%), facilitando dessa maneira a fixação por contração diferencial.

Outra possibilidade seria contruir o transdutor com o mesmo material da massa ressonante (CuAl6%) de modo a evitar uma diminuiçao de Q mecânico devido à tensões diferenciais (que poderiam aparecer se os materiais fossem diferentes).

A banda de detecção para os detectores a serem usados no detector **SCHENBERG** pode ser calculado por (Frossati & Waard, 2000):

$$\Delta \mathbf{f} = 0.7 \mathbf{f}_0 \beta \left( 1 + \frac{2\mathsf{T}}{\beta \mathsf{QT}_N} \right)^{\frac{1}{2}}, \tag{7.1}$$

f<sub>0</sub>= freqüência característica do detector

 $\beta$  = fator de acoplamento do transdutor

T = temperatura da antena

Q = fator de qualidade do transdutor

 $T_N$  = temperatura relacionada a energia mínima de evento a ser detectável  $E_N$  = K $T_n$  = energia mínima de evento a ser detectável Para o detector **SCHENBERG**  $f_0 = 3200$  Hz, T = 15 mK, Q = 2 x 10<sup>6</sup>, E<sub>n</sub> = 100 hv e  $\beta$  = 0,1, então da fórmula 6.1 obtém-se uma banda aproximadamente de 224 Hz. Neste caso ( $\beta$ = 0,1) deseja-se que a freqüência característica do transdutor esteja sintonizada dentro desta banda de freqüências de 224 Hz, preferencialmente com a freqüência igual àquela de um dos modos quadripolares da massa ressonante. Não é facil obter  $\beta$ = 0,1, pretende-se maximizar este acoplamento elétrico, mas só se conhecerá o valor final a partir de valores experimentais.

Com este critério de construção propusemos algumas configurações geométricas para os transdutores. Duas delas são analisadas nos próximos itens deste capítulo. Uma terceira, concebida para uma antena em forma de icosaedro truncado com 60 cm de diâmetro, que era a forma e a dimensão original para o detector **SCHENBERG**, estão descritas no Apêndice F.

O deslocamento produzido pelo ruído quântico no transdutor (aproximado para um oscilador harmônico simples) pode ser calculado por:

$$x_{\rm h} = \sqrt{\frac{\rm h}{4\pi^2 \rm m f}}, \qquad (7.2)$$

x<sub>h</sub> = deslocamento provocado pelo ruído quânticoh = constante de Planck

- m = massa do ressonador interno do transdutor
  - f = freqüência característica

Para o transdutor a ser usado no detector **SCHENBERG** m = 0,6 g; f = 3200 Hz então  $x_h \approx 10^{-16}$  cm.

# 7.3- Possíveis Geometrias para o Transdutor

A configuração geométrica mostrada na Figura 7.1 foi proposta pelo grupo **GRAVITON** para o transdutor a ser usado na antena do **SCHENBERG**. A estrutura foi projetada neste modelo inicial em Nióbio, de modo a ser ressonante (1<sup>°</sup> modo longitudinal) na mesma freqüência da antena (Frajuca, Melo, et al., 2002). As Figuras 7.2 e 7.3 mostra os modos normais da estrutura e suas respectivas formas.



Fig. 7.1 – 1<sup>a</sup> Geometria Testada Numericamente para o Transdutor.

As geometrias mostradas nas Figuras 7.1 e 7.2 foram testadas numericamente a fim de se determinar qual apresenta melhor acoplamento com a massa ressonante. Os transdutores apresentam uma base de 6,5 cm por 6,5 cm. As molas possuem 0,1 de espessura. Apresentam altura de 4,4 cm.



7.4 - Análise Estática das Geometrias Propostas para o Transdutor



Fig. 7.3 – Tensões no Transdutor com Geometria 1.



Fig. 7.4 – Tensões no Transdutor com Geometria 2.

A tensão de escoamento (tensão em que começa ocorrer fluxo interno de material) do nióbio é de 2,07 x  $10^9$  dyn/cm<sup>2</sup>. As maiores tensões na geometria 1 foram de 7,77 x  $10^5$  dyn/cm<sup>2</sup> e na geometria 2 de 1,16 x  $10^6$ , portanto, bem inferiores ao limite de escoamento.

# 7.5- Modos Normais dos Transdutores

Foram calculado os modos normais para as duas geometrias propostas de transdutores (Figuras 7.5 e 7.8). O modo normal do transdutor a ser acoplado aos modos normais quadripolares da massa ressonante é aquele em que toda a região superior do transdutor é deslocada radialmente à esfera. Modos em que ocorrem deslocametos laterais da região superior dos transdutores não são adequados para o acoplamento, o melhor é que estes modos estejam o mais distante possíveis do modo de acoplamento com os modos normais quadripolares da massa ressonante.



Fig. 7.5 – Freqüências dos Modos Normais da Geometria 1 do Transdutor .



Fig. 7.6 – Formas Modais do Transdutor com Geometria 1. (Para visualizar estes modos normais animados ver apêndice G e CD anexo à tese).



Fig. 7.7 – Formas Modais do Transdutor com Geometria 2.



Fig. 7.8 – Freqüência dos Modos Normais do Transdutor com Geometria 2.

O transdutor com a geometria 1 apresentou a ressonância característica em 3191 Hz (sendo a freqüência inferior mais próxima 2329 Hz e a superior 3793 Hz). O transdutor com a geometria 2 apresentou a ressonância característica

em 3215 Hz (sendo a freqüência inferior mais próxima 2669 Hz e a superior 3454 Hz). O comportamento individual de ambos transdutores foi satisfatório, sendo melhor ainda o com a geometria 1, já que as freqüências dos modos inferior e superior estão mais afastados da freqüência do modo de interesse. A análise dinâmica dos transdutores conjuntamente com a esfera ressonante mostrada no Item 6.6 permitiu escolher entre os dois transdutores.

# 7.6- Análise Dinâmica dos Transdutores sobre a Esfera Ressonante

Serão utilizados 6 transdutores dispostos obedecendo a simetria da posição relativa entre as faces pentagonais não-opostas do hemisférios superior de uma bucky-bola inscrita na esfera. A figura 7.12 mostra o modelo numérico em elementos finitos da esfera ressonante acoplada a 6 transdutores com a configuração geométrica proposta (Item 7.3).



Fig 7.9 – Acoplamento dos Transdutores com Geometria 1 na Massa Ressonante.



Fig. 7.10- Modos Normais entre 3000 e 3300 Hz dos Transdutores com Geometria 1 Acoplados à Esfera.



Fig. 7.11 – Acoplamento dos Transdutores com Geometria 2 na Massa Ressonante.



Fig. 7.12- Modos Normais entre 3000 e 3300 Hz dos Transdutores com Geometria 2 na Massa Ressonante.

O acoplamento dos transdutores com a geometria 2 sobre a esfera foi desfavorável pois apareceram diversos modos normais próximos dos modos normais quadripolares da esfera. Este fato não acontece quando se usam os transdutores com a geometria 1.

Descartou-se por isso o uso da geometria 2. A próxima etapa consistiu em determinar o ressonador interno do transdutor.

# 7.7 - Ressonador Interno do Transdutor

O transdutor a ser usado no detector **SCHENBERG** será um paramétrico com a geometria 1 com uma cavidade ressonante na banda freqüência dos modos quadripolares da esfera. Para projetar o ressonador interno do transdutor optou-se construir os modelos de transdutores em CuAl(6%) pois o Nióbio a baixas temperaturas apresenta supercondutividade e portanto é de difícil resfriamento. pois A ressonância da cavidade será determinada pela espessura
e diâmetro de uma membrana (ressonador interno) localizada no interior do transdutor. Realizamos um estudo para encontrar as dimensões adequadas para as simulações, entretanto as dimensões finais serão determinadas futuramente, quando então ajustes finais poderão ser realizados.



Fig. 7.13– Primeira Tentativa de Cavidade para o Ressonador Interno.

Foi testada inicialmente uma cavidade interna de 3 cm de diâmetro e uma membrana de 0,01 cm de espessura com a qual obteve-se os seguintes modos normais entre 0 Hz e 4000 Hz: 335 Hz (Figura 7.16), 952 Hz, 1625 Hz, 2168 Hz, 2295 Hz, 3100 Hz (Figura 7.17) e 3896 Hz. Entretando o modo de 3100 Hz corresponde a um movimento lateral do transdutor com o qual a membrana não é excitada e portanto estas dimensões para a cavidade resultam inadequadas. Esse ressonador interno apresentaria uma massa 0,54 g ( 0,01 cm de espessura).



Fig. 7.14- Modo de 3100 Hz da 1ª Tentativa de Cavidade e Ressonador Interno.

Após esta 1<sup>a</sup> tentativa o diâmetro da cavidade e a espessura do ressonador interno foram ajustados iterativamente até se obter a freqüência do próprio ressonador interno aproximadamente coincidente com a freqüência do quadripolo da esfera (Figuras 7.15 e 7.16). Após este processo obteve-se um ressonador com diâmetro de 1,5 cm e uma espessura de 0,05 cm.



Fig. 7.15- Ressonador Interno e Cavidade Ajustados para Freqüência Característica. (Para visualizar este modos normal animado ver Apêndice G e CD anexo à tese).



Fig. 7.16 – Corte do Transdutor para Visualização do Ressonador Interno. (Para visualizar este modo normal animado ver Apêndice G e CD anexo à tese).



Fig. 7.17 – Modos Normais do Transdutor com Ressonador Interno



Fig. 7.18- Modos Normais dos Transdutores em Corte para Ver Ressonadores Internos.

Na Figura 7.16 pode-se visualizar amplificação da vibração а (aproximadamente 400 vezes maior; em uma escala de cores com deslocamentos relativos) ao longo do transdutor em corte. O ressonador interno apresenta as maiores deformações (em vermelho). Nas Figuras 7.17 pode-se ver os modos normais do transdutor entre 0 e 4000 Hz. Na Figura 7.18 são mostrados estas diversas formas modais do transdutor em corte para se observar o comportamento do ressonador interno. A massa final do ressonador foi de de 0,68 g.

# 7.8- Acoplamento da Antena com os Transdutores com Ressonador Interno.

As Figuras de 7.19 a 7.24 seguem a mesma escala de cores mostrada na Figura 7.18 onde o vermelho e o verde correspondem a deformações maiores e o rosa e o azul a deformações menores.



Fig. 7.19– Transdutores sobre a Esfera no 1° Modo de 3146 Hz. (Para visualizar este modo normal animado ver apêndice G e CD anexo à tese).



7.20– Transdutores sobre a Esfera no 2º Modo de 3146 Hz



Fig. 7.21– Transdutores sobre a Esfera no 1° Modo de 3174 Hz.

Nas Figuras 7.19 e 7.20 pode-se ver o acoplamento entre a massa ressonante e os transdutores nos modos de 3146 Hz. Os transdutores que melhor se acoplaram foram os inferiores. A escala de cores do desenho mostra a amplificação das deformações.

Na Figura 7.21 é mostrado o acoplamento de 2 transdutores superiores com a massa ressonante em 3174 Hz. A escala de cores mostra a amplificação dos deslocamentos. O detalhe da Figura 7.21 que é apresentada na Figura 7.22 mostra inclusive a amplificação realizada pelo ressonador interno.



Fig. 7.22 – Detalhe do Transdutores com Ressonador Interno no 1º Modo de 3174 Hz.



Fig. 7.23- Transdutores sobre a Esfera no 2º Modo de 3174 Hz.



Fig. 7.24 – Transdutores sobre a Esfera no 1° Modo de 3183 Hz.

Na Figura 7.24 se vê um acoplamento lateral dos transdutores superiores no modo com freqüência de 3183 Hz. Mesmo assim existe um acoplamento radial dos transdutores inferiores neste modo. Entretanto as dimensões finais do transdutor dependerão da determinação precisa da cavidade de microondas que está sendo feita pelo Kilder Ribeiro, sendo assim na ocasião do ajuste final procurar-se-á ajustar dimensões das molas dos transdutores as (eventualmente engrossando a parede lateral e afinando a sua região inferior) o que deve diminuir o acoplamento lateral com os modos. Preferencialmente será criado um transdutor cujo 1º modo normal será já o de acoplamento radial e todos os demais modos estarão acima deste valor.



Fig. 7.25- Função de Resposta em Freqüência na Membrana do Ressonador Interno dos Transdutores.

A função acima foi obtida excitando-se a estrutura na sua região superior por um ruído de comportamento espectral similar ao sísmico. Considerando-se a função de resposta em freqüência. Obteve-se no ponto central do ressonador interno do transdutor uma atenuação de 300 dB, aproximadamente 20 dB a mais que se havia obtido na superfície da esfera (Item 5.8). Esta diferença pode ser explicada pelas incertezas no cálculo da função de resposta em freqüências devido á utilização do método modal, necessário em razão do grande número de nós, elementos e modos normais do modelo (Item 4.3.3).

O cálculo de h a partir das amplitudes atenuadas nos transdutores pode ser feito resolvendo-se o problema inverso (Item 2.7.2), que consiste em ajustar um elipsóide, num determinado sistema de coordenadas, aos sinais medidos nos transdutores e a partir disto obtem-se  $h_+$  e  $h_x$ , os quais são as amplitudes das 2 polarizações do sinal da onda gravitacional.

## **CAPÍTULO 8**

## INTEGRAÇÃO DOS SISTEMAS

#### 8.1- Modelo Numérico para a Simulação Conjunta

Na Figura 8.1 pode-se ver o modelo numérico para a simulação conjunta da estrutura mecânica interna do detector. Neste modelo estão simulados: a massa ressonante, o sistema de isolamento vibracional da suspensão, o módulo de acoplamento térmico e os transdutores acoplados à massa ressonante.

Esta simulação conjunta é um avanço no sentido de criar um modelo numérico de uma "numerical mechanical test-facility" (Melo, Velloso & Aguiar, 2002, II) para estudos do detector **SCHENBERG**. No caso apresentado aqui será feita uma análise dinâmica da massa ressonante, do sistema de isolamento vibracional da suspensão, da parte mecânica do transdutor e do módulo de acoplamento térmico. Essa simulação conjunta serve para se analisar o acoplamento entre as diversas partes e para se descobrir se não aparecem freqüências indesejáveis (próximas à freqüência de ressonância). Outro aspecto muito interessante dessa simulação é a possibilidade de estudar o efeito dos ruídos sísmicos (outros ruídos mecânicos) sobre as diversas partes do detector.



Fig. 8.1 – Modelo Numérico Integrado. (Para visualizar alguns modos normais animados deste sistema integrado ver apêndice G e CD anexo à tese).



Fig. 8.2- Detalhe do Módulo de Acoplamento Térmico no Modelo Integrado

## 8.1.1- Modos Normais



Fig. 8.3 – Modos Normais do Sistema Integrado entre 0 e 3400 Hz.

Na Figura 8.3 pode-se ver a totalidade das freqüências dos modos normais entre 0 Hz e 4000 Hz do sistema integrado. Na Figura 8.4 pode-se ver claramente a janela livre de ressonâncias em torno das freqüência característica de 3200 Hz. Neste intervalo pode-se ver 3 pontos entre 3150Hz e 3200Hz , os quais correspondem aos 5 primeiros modos normais quadripolares da massa ressonante (2 modos de 3146; 2 modos de 3174 Hz e 1 modo de 3183 Hz).



Fig. 8.4- Modos Normais do Sistema Integrado entre 2800 Hz e 3400 Hz.

#### 8.2- Pontos Críticos de Entrada do Ruído

Há 2 pontos mais importantes para a possível entrada do ruído sísmico: pelo sistema de isolamento vibracional da suspensão e pelo módulo de acoplamento térmico. O próximo passo para a simulação deste sistema integrado foi calcular a função de resposta em freqüência de todo o sistema considerando-se uma excitação com comportamento espectral similar á do ruído sísmico. Como se desconhece o ruído de baixa freqüência produzido pelo

refrigerador de diluição hiperestimou-se um ruído branco de 0 a 10 Hz que foi aplicado ao refrigerador de diluição combinado com o ruído de comportamento sísmico citado anteriormente.



Fig. 8.5 – Atenuação no Módulo de Acoplamento Térmico ("Link Térmico"). no Sistema Integrado.

Na Figura 8.5 é mostrada a atenuação de 180 dB na frequência de 3200 Hz, obtida na região onde o módulo de acoplamento térmico se conecta ao SIV no sistema integrado. Esta atenuação é superior àquela obtida anteriormente quando foi simulado o módulo de acoplamento térmico isoladamente (80 dB na Figura 6.29). Isto é explicado pelo fato de que o sistema de isolamento representa uma impedância mecânica muito maior que àquela correspondente ao módulo de acoplamento térmico, de modo que os deslocamentos na região de contacto são predominantemente determinados pelo sistema de isolamento (SIV).



Fig. 8.6- Atenuação nos Ressonadores Internos dos Transdutores no Sistema Integrado.



Fig. 8.7 – Detalhe da Atenuação do Sistema Integrado entre 3000 e 3300 Hz.

A Figura 8.6 mostra a resposta em freqüência calculada para o sistema integrado num ponto central dos ressonadores internos aos transdutores

acoplado à massa ressonante. Na Figura 8.7 é mostrado um cálculo mais detalhado entre as freqüências 2750 Hz e 3350 Hz , portanto com menor erro numérico intrínseco, de modo a mostrar a janela espectral onde se encontram os modos normais quadripolares da massa ressonante, para facilitar a visualização da atenuação na freqüência característica. A razão entre os sinais de excitação e a função de resposta em freqüência corresponde a função de transferência do sistema (Figura 8.8).



Fig. 8.8 – Curva de Função de Transferência do Sistema Integrado em X, Y e Z.

Isto confirma que o sistema de isolamento concebido é suficiente para que um nível de ruído na região de 3200 Hz seja suficientemente pequeno para garantir a possível detecção gravitacional, mesmo com o sistema de refrigeração acoplado por um módulo térmico (Figura 8.2) diretamente ao sistema de isolamento vibracional, no seu 4º estágio.

## **CAPÍTULO 9**

## CONCLUSÕES

Este trabalho de doutoramento foi proposto inicialmente em 1998 quando o projeto **SCHENBERG** ainda não havia sido proposto. Nessa fase inicial a meta era calcular os sistemas de isolamento para uma antena com uma massa ressonante com 1 metro de diâmetro (detector **NEWTON**), a qual o grupo **GRAVITON** planejava construir. O projeto do protótipo-detector **SCHENBERG** foi proposto em novembro de 1998 e aprovado pela **FAPESP** em abril de 2000. O trabalho de doutorado então, passou a ser, por razões pragmáticas relacionado ao desenvolvimento do detector **SCHENBERG**. A metodologia de cálculo para as simulações numéricas dos sistemas (Melo, 1998) foi aprimorada durante os 2 primeiros anos do doutorado e os resultados foram publicados (Velloso, Melo e Aguiar; 2000). Esta metodologia foi usada ao longo de todo este trabalho no desenvolvimento dos sistemas de isolamento e o acoplamento antena-transdutores.

O "software" usado (Msc/Nastran) com este método foi validado através da comparação entre os modos normais calculados e medidos de uma massa ressonante de Al5056 (com 25 cm de diâmetro) usando a estação de vácuo no laboratório de ondas gravitacionais. Com a metodologia foi possível criar e analisar numericamente a dinâmica dos sistemas de isolamento vibracional da suspensão, do módulo de acoplamento térmico e do acoplamento transdutormassa ressonante.

O sistema de isolamento vibracional criado e analisado é constituído de cilindros de cobre **OFHC** e CuAl(6%) conectados com molas em C (Zendri, 2002; Marin, 2002) que apresenta uma janela livre de ressonâncias entre 2625

159

Hz e 3768 Hz e uma atenuação de 280 dB na freqüência característica de 3200 Hz.(Melo, Velloso & Aguiar, 2001). Este sistema de isolamento vibracional, a ser usado no detector **SCHENBERG**, já está sendo construído pela **ITALBRONZE**.

O protótipo do módulo de acoplamento térmico testado durante o estágio de 6 meses no projeto **AURIGA** (Pádova-Itália) e simulado numericamente mostrouse adequado para utilização na "test-facility" e serviu de exemplo para a criação de um módulo de acoplamento térmico para o detector **SCHENBERG**. Baseado nisto, neste trabalho foram propostos alguns possíveis módulos de acoplamento térmico a serem usados no detector **SCHENBERG**.

O acoplamento do transdutor com a massa ressonante foi adequado na faixa de freqüências de interesse. Duas geometrias diferentes foram propostas para o transdutor e na análise de acoplamento com a massa ressonante uma apresentou um melhor acoplamento com a própria massa e menos modos normais indesejáveis próximos dos 1<sup>os</sup> modos quadripolares da esfera.

A integração dos diversos sistemas projetados: massa ressonante, sistema de isolamento vibracional da suspensão, módulo de acoplamento térmico e acoplamento do transdutor (Melo, Velloso & Aguiar, 2002), auxiliou a compreender o comportamento conjunto e a analisar possíveis entradas de ruídos críticos que viessem a limitar o isolamento vibracional ou mesmo o acoplamento antena-transdutores. A simulação conjunta dos sistemas mecânicos, que nunca havia sido realizada antes por nenhum outro grupo que desenvolva projetos de detecção gravitacional, corresponde a uma espécie de "numerical mechanical test facility" que permititá simular numericamente o comportamento do detector em função de eventuais mudanças. A utilização desse procedimento de análise representará uma ferramenta valiosa para **a implementação e operacionalização do detector SCHENBERG.** 

Portanto as perspectivas futuras do trabalho são as seguintes: testar, implementar e operacionalizar o sistema de isolamento vibracional da

160

suspensão que já está sendo construído pela ITALBRONZE. Os testes do grau de isolamento vibracional serão feitos inicialmente a temperatura ambiente e depois a baixas temperaturas, usando-se piezoelétricos enquanto não se dispor de transdutores. Estes resultados serão então confrontados com os resultados obtidos na Holanda. Paralelamente será feita a simulação numérica do sistema de isolamento vibracional usado no projeto MINIGRAIL. Um outro trabalho a ser feito é fazer um projeto comum da parte mecânica dos sistemas de isolamento vibracional com as câmaras criogênicas (nota-se que já se possuem separadamente os projetos mecânicos de ambos). Com relação aos transdutores, a geometria será otimizada e futuramente integrada com a parte eletrônica do sistema. Todos estes trabalhos farão parte do meu trabalho de pós-doutoramento, o qual já foi aprovado pela FAPESP (Processo nº 01/12606-3) e cujo título é Implementação e Operacionalização dos Sistemas de Isolamento Vibracional do Detector de Ondas Gravitacionais MARIO SCHENBERG.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Aguiar, O. D. **Computational model for the LSU GRD seismic isolator Stacks**, 1986. Baton Rouge: Lousiana State University, 1986. 18p. (LSU-Technical Memorandum, n. 44).

Aguiar, O. D. **Parametric motion transducer for gravitational wave detectors.** 98 p. PhD. Tese (Doutorado em Física e Astronomia) , Lousiana State University, 1990.

#### Aguiar, O. D. Notas de aula do curso de astrofísica de ondas

**gravitacionais**, 1995. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

Aguiar, O. D.; Araújo J. C. N.; Miranda O. D.; Velloso W. F. Jr. Prováveis fontes candidatas à obsevação pelo detector de ondas gravitacionais MARIO SCHENBERG. In: Reunião Anual da SAB, 25., 1999. Seção de Pôster.(a)

Aguiar, O. D.; Araújo J. C. N.; Miranda O. D. & Velloso W. F. **O detector de ondas gravitacionais MARIO SCHENBERG verificando a existência de mini-buracos negros no universo.** In: Encontro Nacional Física de Campos e Partículas, 20., 1999. (b)

Aguiar, O. D.; Andrade, L. A.; Camargo Filho, L.; Costa, C. A.; de Araújo, J. C. N; de Rey Neto, E. C.; de Souza, S. T.; Fauth A. C.; Frajuca, C.; Frossati, G.; Furtado, S. R.; Furtado, V. G. S. ; Magalhães, N. S.; Marinho Jr., R. M.; Matos, E. S.; Meliani, M. T.; Melo, J. L.; Miranda, O. D.; Oliveira Jr., N. F.; Ribeiro, K.L.; Salles, K. B. M.; Stellati, C.; Velloso Jr., W. F. The status of the Brazilian spherical detector **MARIO SCHENBERG**. **Quantum and Classical Relativity**. Aceito, 2001.

Aldcroft, T. L.; Michelson, P. F.; Taber, R. C.; McLoughlin, F. A. Six-degree-offreedom vibration isolation systems with application to resonant-mass gravitational radiation detectors. **Review of Scientific Instruments,** v. 63, n.8, p. 3815-3827, Aug. 1992.

Anderson, N.; Araújo, M. E.; Schutz, B.F. Generalized Bohr-Sommerfeld formula for Schwarzschild Black Hole normal modes. **Classical Quantum Gravity**, v. 10, n. 4, p. 757-765, Apr. 1993.

Anderson, N.; Kokkotas, K. D. Gravitational waves and pulsating stars: what can we learn from future observations? **Physical Review Letters**, v. 77, n. 20, p. 4134-4137, Nov. 1996.

Anderson, N.; Kokkotas, K. D. Towards gravitational wave asteroseismology. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 299, n. 4, p. 1059-1068, Oct. 1998.

Araya, A.; Kawabe, K.; Sato, T.; Mio, N.; Tsubono, K. Highly sensitive seismometer using a laser interferometer. **Review of Scientific Instruments**, v. 64, n. 5, p. 1337-1341, May 1993.

Astone, P.; Cosmelli, C.; Frasca, S.; Pallotino, G. V.; Rapagnani, P; Ricci, F.; Bassan, M.; Coccia, E.; Fafone, V.; Minenkov, Y.; Modena, I.; Moleti, A. Papa, M. A.; Bonifazi, P.; Terenzi, R.; Visco, M.; Carelli, P.; Marini, A.; Mazzitelli, G.; Modestino, G.; Ronga, F.; Votano, L.; Pizzella, G. The gravitational wave detectors **EXPLORER** and **NAUTILUS**. In: Internacional Workshop Omnidirectional Gravitational Radiation Observatory, 1., São José dos Campos, 1996. **Anais**. Singapore: World Scientific, p. 39-48, 1997.

Barish, B. Principal Investigator of LIGO project. www.ligo-la.caltech.edu

Blair D. G. **The detection of gravitational waves.** Cambridge: Cambridge University Press, 1991. 481 p.

Blair, D. G.; Ivanov, E. N.; Tobar, M. E.; Turner, P. J.; Kann, F.; Heng, I. S. High sensitivity gravitational wave antenna with parametric transducer readout. **Physical Review Letters**, v. 74, n. 11, p. 1908, Mar. 1995.

Blevins R. D. Formulas for natural frequency and mode shape. Malabar, Florida: Krieger, 1995. 492 p.

Bombaci, I. Strange Stars Candidates. **Astrophysical Journal,** v. 1, n. 10, p. 201369, Jan. 2002.

Cerdonio M., **Homepage do Projeto AURIGA** [online], <www.Inl.infn.it/%7Eauriga>, 2000.

Chiang, J.; Michelson, P.; Price, J. Monte Carlo simulation of the interaction of cosmic ray hadrons and muons with a resonant-mass gravitational radiation antenna. **Nuclear Instruments and Methods in Physics Research**, v. A311, p. 603-612, jan. 1992.

Coccia, E.; Fafone, V.; Modena, I. Suspension and thermal link of na ultralow temperature gravitational wave antenna. **Review of Scientific Instruments**, v. 63, n. 11, p. 5432-5434, Nov. 1993.

Coccia, E.; et al. SFERA: Research and development for a spherical gravitational wave detector. In: Edoardo Amaldi Conference. 2., Switzerland, 1997. **Proceedings**. Singapore: World Scientific, 1998. v.1, p. 551.

Douglas, D. H.; Braginsky, V. B. Gravitational-radiaton experiments. In: Hawking, S. W.; Israel, W. ed. **General Relativity: An Einstein Century Survey.** 1 ed. Cambridge: Cambridge, 1995. Cap. 3, p. 90-137.

Einstein, A. Näherungsweise Integration der Feld gleichungen der Gravitation. **Sitzungsberichte der Königlich Preussichen Akad. Der Wissenschaften.** Berlin: Erster Halbband, 1916, p. 668-696.

Einstein, A. Über Gravitationswellen. **Sitzungsberichte der Königlich Preussichen Akad. Der Wissenschaften.** Berlin: Erster Halbband, 1918, p. 145-167.

Forward, R.L. Multidirectional, multipolarization antennas for scalar and tensor ravitational radiation. **General Relativity and Gravitation**, v.2, n.1, p. 149-152, 1971.

Frajuca, C. **Otimização de transdutores de dois modos mecânicos para detectores de ondas gravitacionais**. Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 1996.

Frajuca, C.; Ribeiro K. L.; Andrade L. A.; Velloso W. F. Jr., Melo J. L. Tranducers for the Brazilian Wave Detector Mario SCHENBERG. **Classical and Quantum Gravity.** Aceito em 2001.

Frossati, G.; Waad, A. **Homepage MINIGRAIL** [online], <www.minigrail.nl.>. **2000.** 

Furtado, S. R.; Velloso, W. F. Jr.; Aguiar, O. D.; Melo, J. L. In: Reunião Anual da Sociedade Astronômica Brasileira, 25., Caxambu, 1999. **Boletim da SAB.** São Paulo: IAG-USP, 1999, v. 1, p. 142.

Giazotto, A; Passuello, D.; Stefanini, A. One-mile equivalent lenght interferometric pendulum for seismic noise reduction. **Review of Scientific Instruments**, v. 57, n. 6, p. 1145-1151, June 1986.

Gottardi, L. Homepage do Projeto MINIGRAIL[online], <www.minigrail.nl>. 2000.

Heng, I. S.; Blair D. G.; Ivanov E. N.; Tobar M. E. Long term operation of a niobium resonant bar gravitational wave antenna. **Physical Letters A**, v. 218, n. 1, p. 190-196, Feb. 1996.

Hiscock, W. A. Low-frequency gravitational waves from black hole MACHOS binaries. **The Astrophysical Journal**, v. 509, n.2, p. L101-L104, Dec. 1998.

Houser, J. L. The effect of rotation on the gravitational radiation and dynamical stability of stiff stellar cores, **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 299, n. 4, p. 1069-1086, Oct. 1998.

Houser, J. L.; Centrella, J. M. Gravitational radiation from rotational instabilities in compact stellar cores with stiff equations of state. **Physical Review D**, v. 54, n. 12, p. 7279-7297, Dec. 1996.

Houser, J. L.; Centrella, J. M.; Smith S. C. Gravitational radiation from nonaxisymmetric instability in a rotating star. **Physical Review Letters**, v. 72, n. 9, p. 1314-1317, Feb. 1994.

loka, K.; Tanaka, T.; Nakamura, T. Low frequency gravitational waves from black hole MACHO binaries. **Physical Review D**, v. 60, n. 8, p. 083512, Oct. 1999

Ju, L.; Blair, D. G.; Zhao, C. Detection of gravitational waves. **Reports on Progress in Physics**, v. 63, n. 1, p. 1317-1427, Jan. 2000.

Kerr, R. P.; Schild, A. A new class of vacuum solutions of the Einstein field equations. In: Galileo Galilei Centenary Meeting on General Relativity, Problems of Energy and Gravitational Waves, Florença, 1965. **Proceedings**. Florence: World Scientific, 1965, p. 222-233.

Lipunov, V. M.; Postnov, K. A. Background gravitation radiation. **Soviet Astronomy Letters**, v. 123, n.13, p. 234-245, July 1986.

Lobo, J. A. What can we learn about gravitational wave physics with na elastic spherical antenna. **Physical Review D**, v. 52, n.2, p. 591-604, Jul. 1995.

Lyman, T. Metals handbook. Ohio: American Society for Metals, 1977. 1300 p.

Magalhães, N.S.; Johnson, W. W.; Frajuca, C.; Aguiar, O .D. Determination of astrophysical parameters from the spherical wave detector data. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 274, n. 3, p. 670-678, June 1995.

Marin, A.; et al. Noise measurements and optimization of the high sensitivity capacitive transducer of **AURIGA**. **Classical and Quantum Gravity**. Aceito em 2001.

McClintock, M. Cryogenics. New York: Reinhold Publishing Corporation, 1964.

Meliani, M. T.; Araújo, J. C. N; Aguiar, O. D. Cataclysmic variables as sources of gravitational waves. **Astronomy and Astrophysics**, v. 358, n. 1, p. 414-424, Jun. 2000.

Melo, J. L. Estudo do sistema de isolamento vibracional da suspensão para o protótipo de um detector de ondas gravitacionais. São José dos Campos. 92 p. (INPE – 8413 – TDI/773) Dissertação (Mestrado em Ciências Espaciais)- Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1998.

Melo, J. L.; Velloso W. F. Jr.; Aguiar O. **On the mechanical coupling between transducers and the resonant mass for a gravitational wave detector.** Marcel Grossman Meeting, 9, July 2000. Seção de Pôsters.

Melo, J. L. ; Velloso W. F. Jr.; Aguiar O. D. Vibration isolation support system for SCHENBERG detector. **Classical and Quantum Gravity**. Aceito em 2001.

Melo, J. L.; Velloso W. F. Jr.; Aguiar O. D. The numerical mechanical testfacility for the SCHENBERG detector. **Review of Scientific Instruments.** Em elaboração. Submissão em 2002.

Merkowitz, S. M.; Johnson W. Solution to the inverse problem for a noisy spherical gravitational wave antenna. **Physical Review D**, v. 58, n. 6, p. 062002, Sep. 1993.

Michele B. La test facility ultraciogenica per transduttori di spostamento: sospensioni meccaniche e refrigeratore a diluizone <sup>3</sup>He – <sup>4</sup>He. Padova. 138 p. Tesi (Laurea in Fisica)- Universitá di Padova, 2000. Narayan, R.; Ostriker, J. P. Pulsar population and their evolution. **Astrophysical Journal,** v. 352, n<sup>o</sup> 15, p. 222-246, Mar. 1990.

Oohara, K. Gravitational radiation in a schwarzschild geometry and quasinormal mode of a black hole. In: Centrella, J. M. ed. **Dynamical spacetimes and numerical relativity**. Cambridge. Cambridge University Press: 1986, Cap. 5, p. 365-378.

Ruthen, R. Catching the wave. **Scientific American**, v. 266, n.3, Mar.1992.

Sazhin, M. V. Gravitational waves. **In Experimental Gravitational Physics**, ed. P. F. Michelson, p. 172, World Scientific, Singapore.

Sazhin, M. V. Gravitational waves. **In Experimental Gravitational Physics**, ed. P. F. Michelson, p. 179, World Scientific, Singapore.

Schutz, B. F. Sources of gravitational radiation for detectors of the 21<sup>st</sup> century. In: Edoardo Amaldi Conference Gravitational Wave Experiments, 1., Frascati, Roma, 1994. **Proceedings**. Singapore: World Scientific, 1995, p. 3.

Schutz B. F., Gravitational Radiation sources. **In:** A Marck, A. Lasota, J. P. ed. **Relativistic Astrophysics and Gravitational Radiation**, eds. J, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1997, Cap. 3, p. 143-156.

Shapiro, S.L. Gravitation radiation from colliding, compact stars- hydrodynamic calculations in one dimension. **Astrophysical Journal**, v. 240, n<sup>o</sup> 24, p. 246-248, Aug. 1980.

Taffarello, L. Messa a punto e calibrazione alle temperatura criogeniche del rivelatore per onde gravitazionale AURIGA. Padova. 113 p. PhD. Tesis, Universitá di Ferrara, 1996.

Taylor, J. H.; Hulse, R. A.; Fowler, L. A.; Gullahorn, G. E.; Rankin, J. M. Further observations of the binary pulsar PSR 1913+16. **Astrophysical Journal**, v. 206, n. 2, p. L53-L58, May 1976.

Thorne, K.S. Astrophysical Sources. In: Hawking S., Israel W. ed **300 years of gravitation.** Cambridge University Press: 1987, p.371-447.

Velloso, W.F Jr. Detecão interferométrica de ondas gravitacionais: contribuição ao projeto VIRGO. São Paulo. 161 p. Tese (Doutorado em Ciências) – Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo, 1992. Seção de Pôsters.

Velloso, E. F.; et al. Earth-based gravitational wave detection from pulsars. **General Relativity e Gravitation**, v. 28, n. 5, p. 613-631, May 1996.

Velloso, W.F.; Aguiar O.D.; Melo, J.L. Utilização do método dos elementos finitos para simulação numérica do comportamento dinâmico de um modelo em escala do telessensor gravitacional EINSTEIN. In: Reunião Anual da Sociedade Astronômica Brasileira, Angra do Reis, 1997.

Velloso, Jr. W.F.; Melo, J. L.; Aguiar, O. D. Vibration isolation system for atruncated icosahedral gravitational wave antenna. **Review of Scientific Instruments**, v. 71, n<sup>o</sup> 17. 2552- 2559, June 2000.

Verurk Jr. E. D., In: Young, J. F. e Shane, R. S. eds. **Materials and Processes**, New York: World Scientific: 1985, Cap. 4, p. 156-178. Visconti, V. C. The new AURIGA ultracryogenic test facility. Design and testing of the first high-mass, matched capacitive transducer for gravitational wave detection Padova. 77 p. . Tese (Doutorado em Física)-Universidade de Pádova. 1999.

Waard, A.; Frossati, G. Minigrail, a 65-cm spherical antenna. In: Edoardo Amaldi Conference, 3, Pasadena, CA, 1999. **Proceedings.** New York: Scientific World. 2000, p. 268.

Waard, A.; Frossati, G.; Zendri, J. P.; Coccia, E.; Fafone, V. New technique to measure the mechanical quality factor of metals using spherical samples. **Physica B: Physics of Condensed Matter**, v. 280, n. 1-4, p. 535-536, May 2000.

Wagoner R. V. Gravitational radiation from accreting neutron stars **Astrophysical Journal**, v. 278, n° 32, p. 345, Mar. 1984.

Weber, J. Observations of the thermal fluctuations of a gravitational wave detector. **Physical Review Letters**, v. 17, n. 34, p. 1228-1230, Oct. 1966.

Zel'dovich, Ya. B; Novikov, I. D. Gravitation radiaton from the initial singularity.
In: Hawking, S. ed. Relativistic Astrophysics Vol. 2: The Structure and
Evolution of the Universe, Chicago: University of Chicago Press, 1983, Cap. 3, p 324-345.

Zendri, J. P. et al. Status report and near future prospect for the gravitational wave datector Auriga. **Classical and Quantum Gravity.** Aceito em 2001.

## APÊNDICE A

## ANALOGIA ENTRE FILTROS ELÉTRICOS E MECÂNICOS

Assim como é possível construir filtros para sistemas eletrônicos, pode-se também construir filtros para sistemas mecânicos, o que é extremamente interessante para o caso em estudo, na qual necessita-se de um filtro rejeita-faixa. Os "circuitos mecânicos" (associações de massas e molas) apresentam analogia com circuitos eletromagnéticos. As molas equivalem a capacitores (armazenam energia potencial) e as massas a indutores (armazenam energia cinética). A Tabela A.1 mostra as relações entre as diversas grandezas físicas mecânicas e eletromagnéticos.

Para construção da Tabela A.1 tomou-se como ponto de partida a posição de um sistema mecânico e a carga de um sistema eletromagnético, e pode-se notar que as grandezas derivadas apresentam analogias. A velocidade se compara à corrente, a força mecânica corresponde à força eletromotriz e assim por diante. As equações que descrevem o comportamento das molas são equivalentes às que descrevem os capacitores, as que descrevem as massas (inércia) são equivalentes às que descrevem os indutores. O comportamento físico do "circuito mecânico" pode ser estudado pelo análogo eletromagnético, substituindo massas por indutores e molas por capacitores (Aquiar, 1986). Essa analogia entretanto, é válida guando se considera elementos ideais. No caso de objetos sólidos e/ou estruturas complexas faz-se necessário o uso de métodos mais elaborados, capazes de computar o comportamento dinâmico da estrutura levando em conta todos os aspectos da mecânica dos sólidos e das características geométricas envolvidos no problema. Os filtros passa baixa e passa alta mecânicas e eletromagnéticos apresentam um funcionamento análogo. O funcionamento dos filtros mecânicos pode ser verificado no item 3.2.1.

173

## TABELA A.1 - TABELA DE ANALOGIA ENTRE GRANDEZAS MECÂNICAS E ELETROMAGNÉTICAS

MECÂNICA		EQUAÇÃO	EQUIV. ELÉT.		EQUAÇÃO
(GRANDEZA	SÍMBOLO	(AUTOR)	(GRANDEZA	SÍMBOLO	(AUTOR)
FÍSICA)			FÍSICA)		
Posicão	х		Carga	q	
Velocidade	V	v=dx/dt	Corrente	i	i=dq/dt
Aceleração	а	a=dv/dt	Variação da	di/dt	di/dt=d <sup>2</sup> q/dt <sup>2</sup>
			corrente		
Força	F		Tensão	U	
Mola					
(constante	К	F=Kx	Capacitor	С	U=(1/C) q
elástica)		(Hooke)	(capacitância)		(Faraday)
Amortecedor					
(damping	с	F= cdx/dt	Resistor	R	U=Rdq/dt
factor)			(resistência)		(Ohm)
Inércia	m	F=md <sup>2</sup> x/dt <sup>2</sup>	Indutor	L	U=Ld <sup>2</sup> q/dt <sup>2</sup>
(massa)		(Newton)	(indutância)		(Henry)
Energia			Energia		
armazenada na	E <sub>k</sub>	E <sub>k</sub> = Kx <sup>2</sup> /2	armazenada no	Ec	$E_c = q^2/2C$
mola			capacitor		
Energia			Energia		
dissipada	Ec	$E_c = cv^2$	dissipada no	E <sub>R</sub>	E <sub>R</sub> = Ri <sup>2</sup>
no amortecedor			resistor		
Energia cinética	E <sub>m</sub>	E <sub>m</sub> = mv <sup>2</sup> /2	Energia magnética	Ei	E <sub>i</sub> = Li <sup>2</sup> /2

## **APÊNDICE B**

#### B.1 – "Software" MSC/NASTRAN

Todas as simulações numéricas realizadas nesta tese, sejam estáticas ou dinâmicas foram feitas usando o "software" **MSC/NASTRAN** para "Windows", o qual é um programa em elementos finitos para o cálculo de tensões e de vibrações para a análise de estruturas e de componentes mecânicas, combinando as capacidades analíticas de cálculo com uma interface gráfica "amigável" para usuários de "Windows".

Com o MSC/NASTRAN pode-se importar geometrias do AUTOCAD ou mesmo criá-las usando o módulo gráfico interno (FEMAP). Sobre qualquer uma destas geometrias pode-se gerar um modelo em elementos finitos a fim de analisá-las estaticamente ou dinamicamente. As malhas em elementos finitos podem ser criadas manualmente ou automaticamente de acordo com as necessidades do modelo. Durante cada passo do processo de modelamento, recebe-se informações sobre o progresso e possíveis erros cometidos. Pronto o modelo, pode-se analisá-lo e possíveis erros de análise são notificados ao usuário. Após a análise dispõe-se de diversas ferramentas gráficas para facilitar a visualização dos resultados, pode-se inclusive animar o modelo estudado quando assim for necessário (por exemplo, no caso da análise dos modos normais).

O método dos elementos finitos resolve as equações estáticas e dinâmicas a partir de uma aproximação discreta para um sistema físico. O sistema é dividido em partes simples (geralmente triângulos ou retângulos, para sistemas planos e paralelepípedos ou pirâmides para sistemas tridimensionais), podendo ser pequenas ou grandes, dependendo da precisão que desejada. E quanto maior o número de divisões, maior a precisão, no entanto, um maior número de

175

divisões exige do computador um maior processamento, o que geralmente não é muito interessante, pois o tempo de processamento pode ser demasiado longo.

Deste modo, cada propriedade, como tensão e deslocamento são calculadas nas extremidades (nós) e uma interpolação é feita nos pontos onde não são calculadas (Bismarck, 1993), por isto um refinamento maior nos fornece uma melhor aproximação do mundo real, pois as dimensões são muito grandes, para considerarmos efeitos quânticos.

O método nos fornece soluções aproximadas, quando idealizações e linearizações não fornecem um resultado suficientemente preciso. Em cada nó, as equações que regem as condições do sistema são aproximadas por equações simples, geralmente polinômios de baixa ordem, por exemplo, a tensão num elemento pode ser tomada como uniforme.

Usou-se como plataforma para este "software" um pentium 3, com 160 MBytes de **RAM** e hard-disk de 30 Gbytes. Mesmo os modelo com mais de 10000 nós demoraram menos de meia hora para serem analisados.

## **APÊNDICE C**

## ESTRUTURA CRISTALINA DO MATERIAL A BAIXAS TEMEPRATURAS

#### C.1- Propriedades criogênicas dos metais

Pretende-se fazer com que o módulo térmico fique sujeito a uma temperatura da ordem de 20 mK. Para uma melhor simulação computacional faz-se necessário então criar uma biblioteca das características mecânicas e térmicas dos materiais a baixas temperaturas, a qual será usada pelo programa de elementos finitos. O ideal seria descobrir as propriedades a temperatura de 20 mK, mas esta informação não está disponível de imediato. Trabalharemos, num primeiro passo, com temperaturas de até 4 K, e no futuro estudaremos métodos para estimar os valores característicos até temperaturas mais baixas. O primeiro passo para a criação desta biblioteca foi a descoberta das propriedades mecânicas e térmicas do cobre **OFHC** e CuAl(6%) e aço inoxidável (304) a baixas temperaturas.

Foi possível também determinar outras características térmicas e mecânicas do cobre a 4K. O módulo de elasticidade na temperatura de 4 K é de 1,3245 x  $10^{12}$ , a condutividade térmica é de 16,73 cal/g K e o coeficiente de expansão é de 6 x  $10^{-7}$  por K. Comparando os valores destas grandezas com os valores a temperatura ambiente nota-se uma pequena diferença de 3,7 % no módulo de elasticidade (T=300 K ; módulo de elasticidade = 1,277 x  $10^{12}$ ), mas uma diferença de 1500% na condutividade térmica (T = 300 K ; condutividade térmica = 16,73 cal/ g <sup>0</sup>K). A priori, pode-se concluir que para o cobre a temperatura tem maior influência sobre as propriedades térmicas que sobre as mecânicas. O CuAI (6%) apresenta uma variação da condutividade muito maior com o abaixamento da temperatura, chegando a diminuir a sua condutividade térmica de 10 vezes, devido ao acréscimo do espalhamento dos elétrons pelos átomos de alumínio.




#### C.2 - Materiais para o Módulo de Acoplamento Térmico

Um dos processos mecânicos que devem ser evitados ou minimizados é a produção de fônons em materiais sujeitos a tensões mecânicas. Quanto mais perto da tensão de escoamento o material estiver, maior a produção de fônons. No caso do link térmico o ideal é tê-lo o mais relaxado possível, sem função estrutural nenhuma, minimizando desta maneira a geração de fônons e o conseqüente ruído.. O ideal para o uso a baixas temperaturas é um metal de face cúbica centrada que sofre menos modificações das propriedades com o abaixamento da temperatura, e assim permite ter um controle melhor sobre as condições do material. Inclusive todos os metais, com relação a produção de fônons, ao serem resfriados tem-se menos excitação atômica e propriedades mais simples, entretanto, essas propriedades são mais sensíveis às impurezas

na rede cristalina. Uma grandeza muito importante para avaliar os materiais a baixas temperaturas é a razão **RRR**, que é uma medida indireta da pureza do material e pode ser definida como:

$$\mathsf{RRR} = \frac{\rho_{300\kappa}}{\rho_{4.2\kappa}},\tag{C.1}$$

**RRR** = "Residual Resistivity Ratio" (razão de resistividade residual)  $\rho_{300K}$  = resistividade a 300 K  $\rho_{4.2K}$  = resistividade a 4,2 K

A baixas temperaturas esta razão é limitada pela existência de defeitos na estrutura cristalina onde ocorre o espalhamento eletrón-fônon. Quanto maior a razão **RRR** mais puro é o material.

Para o cobre tem-se a seguinte relação entre a razão **RRR** e a condutividade térmica:

$$\kappa$$
= (RRR/76)T , [W/K.cm], (C.2)

κ = condutividade térmicaT = tempertura em K

## APÊNDICE D

## MEDIDAS DO Q MECÂNICO DO CuAl(6%)



Fig. D.1 – Uma das Esferas Usadas para Medir o Q Mecânico.

Durante uma visita aos laboratórios do projeto **MINIGRAIL** em Leiden na Holanda, no período de 03 a 04 de outubro de 2000, participei de algumas medições do Q mecânico do CuAl(6%) (juntamente com Frossati e Waard) de uma esfera de 25cm de diâmetro (Figura D.1) à temperatura ambiente e a vácuo. Excitava-se a esfera manualmente e depois mediam-se os modos normais usando um analisador de espectros. Os resultados do trabalho completo feito por Waad e Frossati (Waard et al. 200, II), incluindo medições a baixa temperatura são mostrados na Figura D.2.



Fig. D.2 – Determinação do Q mecânico do CuAl (6%) (Waard, Frossati; 2001).

Obteve-se valores à temperatura ambiente de 8 x  $10^5$  até 2 x  $10^7$ . Espera-se obter um Q desta ordem para a esfera de 65 cm de diâmetro.

## APÊNDICE E

## MEDIDA DO TAMANHO DOS GRÃOS DO MÓDULO DE ACOPLAMENTO TÉRMICO APÓS O RECOZIMENTO.



Fig. E.1 – Microscópio Eletrônico Usada para Medida dos Grãos.

Quanto maior o tamanho dos grãos do cobre **OFHC**, maior a condutividade térmica do link térmico e menos rígida é a estrutura, contudo com prejuízo no valor do Q mecânico (verificado qualitativamente após os recozimentos, a partir do som emitido pelas amostras devido a uma excitação manual). A medida da dimensão dos grão foi feita usando um microscópio eletrônico conforme mostrado na Figura E.1. Este instrumento associado a um computador, gerou imagens de diversas regiões das amostras do material do qual foi feito o módulo de acoplamento térmico, como exemplo temos as imagens mostradas nas Figuras E.2 e E.3 são mostradas imagens eletrônicas dos

grãos de duas amostras (os grãos estão mostrados em destaque nas Figuras E.2 a E.6).



Fig. E.2 - Foto do Material sem Recozimento (em Escala de 50 µm).



Fig. E.3 - Foto do Material sem Recozimento (em Escala de 20 μm).



Fig. E.4- Foto do Material sem Recozimento (em Escala de 2 μm).

Como pode se acompanhar pelas Figuras de E.2 a E.4, os grãos do material são de difícil vizualização. A partir do "relevo" ("montanhas", planícies" e "depressões" pode-se estimar aproximadamente o tamanho dos grãos. Na Figura E.2 os grãos podem ser notados pelas manchas mais escuras, apresentando cerca um diâmetro de cerca de 10  $\mu$ m. Na Figura E.4 são vistos apenas partes de 2 grãos.



Fig. E.5 - Foto do Material Recozido (em Escala de 50 µm).

Na Figura E.5 pode-se notar um certo padrão globular nas manchas que representam os grãos com um diâmetro aproximado de 20 µm. Esses mesmos grãos podem ser notados na Figura E.6 como as grandes depressões com estruturas regulares interiores. Estruturas regulares são mostradas em detalhes na Figura E.7. Note que estas estruturas não respresentam os grãos apesar de uma grande regularidade.



Fig. E.6- Foto do Material sem Recozimento (em Escala de 10 µm).



**Fig. E.7 - Foto do Material sem Recozimento (em Escala de 2 μm).** Após o recozimento houve um crescimento dos grãos de aproximadamente 80%. Espera-se, em razão disto, um aumento da condutividade térmica, já que com grão maiores, a estrutura cristalina dispõe de mais elétrons livres e que sofrem menos espalhamento dentro da própria estrutura (Lodel, 1990).

Resumindo, o recozimento melhora a condutividade, diminui rigidez e diminue o Q mecânico (essa duas últimas características reveladas pelas medidas descritas no Item 6.12.2).

#### E.1 – Influência do Recozimento sobre as Impurezas Superficiais



Fig. E.8- Amostra de cobre OFHC sem Recozimento em Escala de 50  $\mu$ m.



Fig. E.9- Amostra de cobre OFHC com Recozimento em Escala de 50.



Fig. E.10- Amostra de cobre OFHC sem recozimento em Escala de 20  $\mu m.$ 



Fig. E.11- Amostra de cobre OFHC com recozimento em Escala de 20  $\mu$ m.

Comparando-se as Figuras E.8 e E.9 e as Figuras E.10 e E.11 respectivamente, nota-se a influência do recozimento sobre as impurezas superficiais do material. Ocorre uma diminuição destas impurezas. Espera-se um efeito de aumento de condutividade do material, não tanto como pelo aumento dos grãos.

## APÊNDICE F

### ACOPLAMENTO TRANSDUTOR-BUCKYBOLA

Este apêndice corresponde ao desenvolvimento de um transdutor para o detector schenberg quando ainda se pensava construí-lo com uma buckybola de 60 cm de diâmetro, cuja freqüência característica seria de 4050 Hz. Este trabalho foi apresentado no IX "Marcel Grossman Meeting" em Roma na Itália em 08 de julho de 2000.

Os transdutores devem ser construídos de modo a serem ressonantes na mesma freqüência da buckybola. O projeto, portanto, consistiu em alterar as dimensões do transdutor, de modo a ajustar as constantes elásticas dos diversos estágios até que as ressonâncias fossem aproximadamente coincidentes. Todas as faces do "hemisfério" superior apresentariam transdutores em suas faces, exceto na face onde passa o cabo de sustentação . O transdutor é composto por dois estágios ressonadores que devem ser sintonizados na freqüência da buckybola. A Figura F.1 é um esquema aproximado.



Fig. F.1 - Esquema do Transdutor Ressonador.

Os transdutores são constituídos de um anel externo de alumínio, o qual é fixado através de molas rígidas primárias a um anel interno também de alumínio (Figura F.2). Internamente a estes dois anéis temos o ressonador de nióbio, correspondente à região em laranja da Figura F.3. Neste modelo foram ajustadas as massas dos anéis e a rigidez das molas até obtermos uma ressonância situada entre as freqüências do primeiro modo quadripolar da massa ressonante. Com o ajuste obtivemos 4050 Hz, que está situada entre 3965 Hz e 4080 Hz.



Figura F.2 - Detalhes da Mola do Transdutor.



Fig. F.3 – Modelo Numérico do Transdutor de Alumínio e Ressonador de Nióbio



Fig. F.4 - Modo Normal de 4050 Hz do Ressonador.

Na Figura F.4 são mostrados detalhes do ressonador de nióbio e do seu modo principal de ressonância em 4050 Hz. Um transdutor com essas características mecânicas seria portanto bastante eficiente para detectar as oscilações normais da "buckyball" no seu primeiro modo quadripolar. O mesmo método de projeto poderia eventualmente ser utilizado para obter transdutores ressonadores para os segundos modos quadripolares e para o monopolo.

## **APÊNDICE G**

## ANIMAÇÃO DOS MODOS NORMAIS (CD)

A fim de facilitar a visualização de diversos modos normais dos modelos numéricos desenvolvidos (de diversas partes do detector **SCHENBERG**) e da integração dos mesmos foi criado um programa de animação para os arquivos correspondentes que estão gravados no CD (em anexo à Tese).

Para utilizar o programa não é necessário copiar o conteúdo do CD no disco rígido pois os arquivos são muito grandes e ocuparão muita área de memória. Simplesmente coloque o disco no leitor de cd e execute o programa AAAzemelo.exe (se estiver no windows explorer, basta clicar no ícone verde que se encontra na região superior à esquerda). Uma vez iniciado o programa se houver dúvida clique no botão COMO USAR.

ANIMAÇÃO 1: MODOS NORMAIS DA MASSA RESSONANTE FURADA (Referem-se à Figura 5.1) – Nome dos modelos: ESFERA1 a ESFERA5

ANIMAÇÃO 2: ALGUNS MODOS NORMAIS DO SISTEMA DE ISOLAMENTO VIBRACIONAL DA SUSPENSÃO COM A MASSA RESSONANTE (Referem-se às Figura 5.12 e 5.13) – Nome dos modelos SIVM1 a SIVM8

ANIMAÇÃO 3: MODOS NORMAIS DO MÓDULO DE ACOPLAMENTO TÉRMICO PARA A "TEST-FACILITY" (Referem-se à Figura 6.18) – Nome dos modelos LINK1 a LINK3

ANIMAÇÃO 4: MODOS NORMAIS DE MÓDULOS DE ACOPLAMENTO TÉRMICO PROPOSTOS PARA SEREM USADOS NO SCHENBERG

(Referem-se às Figuras 6.29 e 6.30). – Nome dos modelos LINK 4 A LINK 7

# ANIMAÇÃO 5: MODO NORMAIS DOS TRANSDUTORES PROPOSTOS PARA SEREM USADOS NO DETECTOR SCHENBERG

(Referem-se às Figuras 7.3 e 7.4). – Nome dos modelos TRANSD1 a TRANSD4

ANIMAÇÃO 6: MODOS NORMAIS DO TRANSDUTOR A SER USADO NO DETECTOR SCHENBERG COM RESSONADOR INTERNO (VISTA EM CORTE TAMBÉM)

(Referem-se à Figura 7.13). **– Nome dos modelos** RESSON1 a RESSON9; RESON10.

# ANIMAÇÃO 7: MODOS NORMAIS DOS TRANSDUTORES COM RESSONADOR INTERNO ACOPLADOS À MASSA RESSONANTE

(Referem-se às Figuras 7.14, 7.15 e 7.16). – Nome dos modelos SIST1 a SIST5

## ANIMAÇÃO 8: MODOS NORMAIS DO SISTEMA INTEGRADO

(Referem-se às Figuras 8.1, 8.2 e 8.3). – Nome dos modelos INT1 a INT 7

G.1 - CD em Anexo com os Modos Normais Animados dos Modelos em Elementos Finitos.