



Ministério da
Ciência e Tecnologia



INPE-13269-MAN/45 - versão 1

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA
COMPUTACIONAL PARA A INVESTIGAÇÃO DE
TEORIAS DE GRAVITAÇÃO VIA CÓDIGOS DE
ÁRVORE**

Cláudio Soriano de Souza Brandão

Tese de Doutorado em Astrofísica, orientada pelo Prof. Dr. José Carlos Neves de
Araújo, aprovada em 16 de Abril de 2010.

Registro do documento original:

<http://urlib.net/sid.inpe.br/iris@1916/2005/05.19.15.27>

INPE
São José dos Campos
2010

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3945-6911/6923

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO:

Presidente:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Membros:

Dra. Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Haroldo Fraga de Campos Velho - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dra. Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Dr. Ralf Gielow - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr. Wilson Yamaguti - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Jefferson Andrade Ancelmo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Simone A. Del-Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Marilúcia Santos Melo Cid - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva e Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Viveca Sant´Ana Lemos - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
Ciência e Tecnologia



INPE-13269-MAN/45 - versão 1

**DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA
COMPUTACIONAL PARA A INVESTIGAÇÃO DE
TEORIAS DE GRAVITAÇÃO VIA CÓDIGOS DE
ÁRVORE**

Cláudio Soriano de Souza Brandão

Tese de Doutorado em Astrofísica, orientada pelo Prof. Dr. José Carlos Neves de
Araújo, aprovada em 16 de Abril de 2010.

Registro do documento original:

<http://urlib.net/sid.inpe.br/iris@1916/2005/05.19.15.27>

INPE
São José dos Campos
2010

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Cutter Brandão, Cláudio Soriano de Souza.

Investigação de Teorias de Gravitação via Códigos de
Árvore/ Cláudio Soriano de Souza Brandão. – São José dos
Campos: INPE, 2010.

146p. ; (INPE-13269-MAN/45 - versão 1)

Tese () – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São
José dos Campos, 2010.

1. Códigos de Árvore. 2. Teorias de Gravitação. 3. Re-
latividade Geral. 4. Galáxias. 5. Dinâmica Galáctica.

CDU

Copyright © 2010 do MCT/INPE. Nenhuma parte desta publicação pode ser re-
produzida, armazenada em um sistema de recuperação, ou transmitida sob qualquer
forma ou por qualquer meio, eletrônico, mecânico, fotográfico, microfílmico, repro-
gráfico ou outros, sem a permissão escrita da Editora, com exceção de qualquer
material fornecido especificamente no propósito de ser entrado e executado num
sistema computacional, para o uso exclusivo do leitor da obra.

Copyright © 2010 by MCT/INPE. No part of this publication may be reproduced,
stored in a retrieval system, or transmitted in any form or by any means, eletro-
nic, mechanical, photocopying, microfilming, recording or otherwise, without written
permission from the Publisher, with the exception of any material supplied speci-
fically for the purpose of being entered and executed on a computer system, for
exclusive use of the reader of the work.

**ATENÇÃO! A FOLHA DE
APROVAÇÃO SERÁ IN-
CLUIDA POSTERIORMENTE.**

Dr. José Carlos Neves de Araújo

Orientador
INPE, SJCampos (SP)

Dr. Odylio Denys de Aguiar

Presidente da Banca
INPE, SJCampos (SP)

Dr. Carlos Alexandre Wuensche de Souza

Membro da Banca
INPE, SJCampos (SP)

Dr. André Luís Batista Ribeiro

Convidado
UESC, Ilhéus (BA)

“Existem muitas hipóteses na ciência que são erradas. Isso é perfeitamente correto; elas são a abertura para descobrir o que é certo. A ciência é um processo auto-corretivo. Para serem aceitas, novas idéias devem sobreviver aos mais rigorosos padrões de evidência e escrutínio.”

CARL SAGAN
em “Série de TV Cosmos, parte 13”.

A meus avós Elisabete e Paulo Soriano ... saudades eternas ...

AGRADECIMENTOS

Sou muito grato a Deus e a minha família, por terem me auxiliado em momentos particularmente difíceis.

Em particular a meus avós e pais, pelos Meus Princípios.

Agradecimentos especiais ao meu orientador José Carlos Neves de Araújo e à CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

Agradeço também aos professores Odylio Dennys Aguiar, Oswaldo Duarte Miranda, Carlos Alexandre Wuensche de Souza, Ronaldo Eustáquio de Souza, Cláudia Vilega Rodrigues e Flavio D'Amico.

Ao professor Dr. José Antônio de Freitas Pacheco, por suas explicações e sugestões durante a fase inicial deste trabalho.

Às secretárias Valdirene Moreira de Paula, Valéria Ribeiro Gonçalves Fernandes e Nilda Costa Alves Moreira da Silva.

Aos meus colegas.

Agradecimentos aos seguintes profissionais da área de saúde: Drs. Paulo Gaia, Alberto Carlos, Isnard Coppio, Itamar Coppio, Francisco José Hennemann Neto e agradecimentos especiais a Dr. Elson Marcos Reis da Silva.

Vizinhos e amigos que nos auxiliaram em momentos difíceis e nos cuidados com o meu primogênito.

RESUMO

No *limite não relativístico*, a Relatividade Geral se reduz, como se sabe, à gravitação newtoniana. Teorias alternativas à da Relatividade Geral, contudo, não necessariamente têm esta propriedade. Uma vez que a gravitação newtoniana é largamente usada para modelar com êxito as estruturas do Universo, tais como galáxias e aglomerados de galáxias, por exemplo, um modo de investigar e vincular teorias alternativas, no *limite não-relativístico*, é aplicá-las a modelos de estruturas do Universo. Nesta Tese, investigamos potenciais gravitacionais do tipo Yukawa, previstos por teorias alternativas no *limite não-relativístico*, usando simulações numéricas de sistemas auto-gravitantes através da Dinâmica Galáctica. Como uma primeira aplicação do código modificado **Gadget-2**, simulamos a evolução de galáxias elípticas e em seguida, modelamos a evolução de galáxias espirais sob a mesma teoria. Estas simulações mostram que a dinâmica galáctica pode ser usada para vincular os parâmetros associados com as teorias de gravitação em estudo. Usando estas técnicas, também investigamos a hipótese de Brownstein-Moffat, que sustenta a inexistência de halos de matéria escura em galáxias espirais, cujas curvas de rotação são explicadas por potenciais anômalos em grandes escalas, contra o cenário padrão descrito por um disco imerso num halo de matéria escura sob o potencial newtoniano.

A COMPUTATIONAL TOOL KIT TO THE INVESTIGATION OF THEORIES OF GRAVITATION USING TREECODES

ABSTRACT

In the weak field limit General Relativity reduces, as is well known, to the Newtonian gravitation. Alternative theories to the General Relativity, however, do not necessarily have this property. Since the Newtonian gravitation is largely used to model with success the structures of the universe, such as galaxies and clusters of galaxies, for example, a way to probe and constrain alternative theories, in the weak field limit, is to apply them to model the structures of the universe. In the present study we consider how to probe Yukawa-like Potentials, which comes from the weak field limit of some alternative theories, using Numerical Simulations, in particular, a well known N -body code **Gadget-2** to probe alternative theories of gravitation through galactic dynamics. In particular, we modified this code to probe alternatives theories whose weak field limits have a Yukawa-like gravitational potential. As a first application of this modified **Gadget-2** code we simulate the evolution of elliptical and spiral galaxies. These simulations show that galactic dynamics can be used to constrain the parameters associated with alternative theories of gravitation. We also investigate the Brownstein-Moffat's hypothesis that claims late-type galaxies systems have not halos and are ruled by anomalous potentials, against standard scenario described by disk embended a dark matter halo under Newton's potential, using the tecquiques described above.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

1 INTRODUÇÃO	23
1.1 Simulações Numéricas de N-Corpos Autogravitantes	23
1.1.1 Métodos de Simulações	24
1.1.1.1 Método da Soma Direta	26
1.1.1.2 Método de Árvore	27
1.1.1.3 Outras Considerações	30
2 ASPECTOS CIENTÍFICOS DO PROBLEMA	33
2.1 Teorias Alternativas de Gravitação: Uma Breve Introdução	33
3 SIMULANDO GRAVITAÇÕES NÃO-NEWTONIANAS COM CÓDIGOS CONVENCIONAIS	39
3.1 Mudando o Código Gadget-2	41
3.2 Testando o Código	44
3.2.1 A Simulação do Problema de Dois Corpos	44
3.2.1.1 Passos de Tempo na Simulação de Dois Corpos	46
3.2.1.2 Testes do Realismo das Simulações	48
3.2.2 Testes com Sistemas de <i>N</i> -Corpos	54
3.2.2.1 O Algoritmo Recursivo em Árvore no Caso do PGY	55
3.2.2.2 Testes Adicionais de <i>N</i> -corpos: $\lambda = 1$ kpc e $\lambda = 10$ kpc.	59
3.2.2.3 Testes de <i>Timestep</i>	60
3.3 Considerações Adicionais	64
4 INVESTIGAÇÃO DO PGY ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS: GALÁXIAS ELÍPTICAS	65
4.1 Introdução	65
4.2 Método e Cenário	66
4.3 Simulações e Resultados	70

4.4	Considerações Adicionais	76
5	INVESTIGAÇÃO DO PGY ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS: GALÁXIAS ESPIRAIS	79
5.1	Introdução	80
5.2	Método e Cenário	81
5.2.1	Construção de Halos Galácticos e Discos Exponenciais. Posições das Partículas.	81
5.2.2	Construção de Halos Galácticos e Discos. Velocidades das Partículas.	84
5.2.3	Escolha do Código de N -corpos Modificado	87
5.3	Resultados e Discussões	88
5.3.1	Simulação Newtoniana	88
5.3.2	Simulação do PGY: $\lambda = 1$ kpc	92
5.3.3	Simulação do PGY: $\lambda = 10$ kpc	94
5.3.4	Simulações do PGY: $\lambda = 100$ e $\lambda = 1000$ kpc	98
5.4	Discussões e Conclusões	102
6	INVESTIGANDO A TEORIA DE GRAVITAÇÃO DE BROWNSTEIN-MOFFAT.	109
6.1	Introdução	109
6.2	Técnicas Numéricas	112
6.2.1	O Código Modificado	112
6.2.2	Condições Iniciais	114
6.3	Simulações e Resultados	116
6.3.1	O Modelo Newtoniano	116
6.3.2	Modelos Moffatianos	116
6.4	Conclusões	126
7	Conclusões e Perspectivas	129
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	133
A	APÊNDICE : ACURÁCIA DO CÓDIGO GADGET-YUKAWA	139
A.1	O Código Modificado Gadget-Yukawa	139
B	APÊNDICE : SUPORTE TECNOLÓGICO	145

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Representação pictórica de uma árvore octal.	29
1.2 Erro no cálculo de potenciais através do método de árvore.	30
3.1 Trajetórias da partícula-teste no plano- xy	47
3.2 Evolução da energia total no caso newtoniano.	49
3.3 Evolução da energia total no caso yukawiano.	50
3.4 Evolução do momentum angular total no caso yukawiano.	51
3.5 Trajetórias da partícula-teste no plano- xy	52
3.6 Evolução da energia total no caso yukawiano com $\lambda = 100$ kpc. O tempo total é de 100 Ganos.	53
3.7 Evolução do momentum angular total no caso yukawiano com $\lambda = 100$ kpc. O tempo total é de 100 Ganos.	54
3.8 Evolução da distância da partícula com $\lambda = 100$ kpc.	55
3.9 Evolução da velocidade da partícula com $\lambda = 100$ kpc.	56
3.10 <i>Snapshot</i> típico de um modelo de galáxia espiral e seu halo de matéria escura vistos em perspectiva.	57
3.11 Módulo do erro relativo como função do potencial gravitacional newtoniano.	58
3.12 Módulo do erro relativo como função do potencial gravitacional yukawiano.	59
3.13 Acurácia da árvore octal para o caso $\lambda = 1$ kpc.	60
3.14 Acurácia da árvore octal para o caso $\lambda = 10$ kpc.	61
4.1 Posições das partículas do <i>snapshot</i> inicial.	69
4.2 Valores logarítmicos de $\Delta E/E_0$, onde E é a energia total no tempo t	71
4.3 Posições das partículas dos <i>snapshots</i> finais.	73
4.4 Perfil radial de densidades dos modelos.	75
4.5 Evolução, em Ganos, da dispersão de velocidades na direção- z , σ_z , em km.s^{-1}	76
5.1 Curvas de Rotação de nosso modelo de galáxia em coordenadas cilíndricas.	88
5.2 Dados físicos das partículas do disco newtoniano exibidos em quatro painéis.	89
5.3 O disco newtoniano na projeção- z em $t = 0, 0,33, 0,66$ e 1 Ganos de tempo simulado.	91
5.4 O primeiros 300 Milhões de anos de tempo simulado do disco newtoniano na projeção- z	92

5.5	Dados físicos das partículas do disco sob o PGY exibidos em quatro painéis ($\lambda = 1$ kpc).	93
5.6	O disco na projeção- z nos instantes $t = 0, 0,33, 0,66$ e 1 Gano de tempo simulado, na simulação com PGY e $\lambda = 1$ kpc.	94
5.7	Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco yukawiano com $\lambda = 1$ kpc na projeção- z .	95
5.8	Dados físicos das partículas do disco sob o PGY exibidos em quatro painéis ($\lambda = 10$ kpc).	96
5.9	O disco na projeção- z nos instantes $t = 0, 0,33, 0,66$ e 1 Gano de tempo simulado, na simulação com PGY e $\lambda = 10$ kpc.	97
5.10	Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco yukawiano com $\lambda = 10$ kpc na projeção- z .	98
5.11	Resultados gerais da simulação com $\lambda = 100$ kpc.	100
5.12	Resultados gerais da simulação com $\lambda = 1000$ kpc.	101
5.13	O disco na projeção- z nos instantes $0, 0,33, 0,66$ e 1 Ganos de tempo simulado, com $\lambda = 100$ kpc.	102
5.14	O disco na projeção- z nos instantes $0, 0,33, 0,66$ e 1 Ganos de tempo simulado, com $\lambda = 1000$ kpc.	103
5.15	Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco na projeção- z , com $\lambda = 100$ kpc.	104
5.16	Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco na projeção- z , com $\lambda = 1000$ kpc.	105
5.17	Perfis radiais de densidade dos discos exponenciais, calculados para o primeiro e últimos <i>snapshots</i> de cada simulação.	106
6.1	Comparação dos valores de $\gamma = \Delta\Phi/\Phi_{Nbody}$ calculados pelos códigos Gadget-2 padrão e o modificado. O parâmetro r_0 está indicado no painel.	113
6.2	Dados físicos das partículas do disco pseudo-moffatiano exibidos em quatro painéis.	117
6.3	O disco pseudo-moffatiano na projeção- z nos instantes $0, 0,33, 0,66$ e 1 Gano de tempo simulado.	118
6.4	Os primeiros 300 Manos de tempo simulado do disco pseudo-moffatiano na projeção- z .	119
6.5	Dados físicos das partículas do Modelo III exibidos em quatro painéis.	121
6.6	O disco puramente moffatiano na projeção- z nos instantes $0, 0,33, 0,66$ e 1 Gano de tempo simulado.	123
6.7	Os primeiros 300 Manos de tempo simulado do Modelo III na projeção- z .	124

6.8	Perfis radiais de densidade dos modelos simulados.	125
6.9	Evolução do perfil radial de densidades do Modelo (III).	127
A.1	Análises da performance do código em calcular o PGY a partir da árvore octal, usando $\lambda = 1$ kpc.	140
A.2	Análises da performance do código em calcular o PGY a partir da árvore octal, usando $\lambda = 10$ kpc.	141
A.3	Análises da performance do código em calcular o PGY a partir da árvore octal, usando $\lambda = 100$ kpc.	142

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
3.1 Resultados de diferentes simulações com seus respectivos valores de ϵ e λ .	48
3.2 Resultados de algumas simulações para diversos valores de N , ϵ e λ (em kpc).	63

1 INTRODUÇÃO

Em escalas astronômicas, a força gravitacional domina sobre as demais forças da natureza e dita o destino dos chamados sistemas auto-gravitantes, constituídos por vários corpos submetidos à ação mútua de seus campos gravitacionais. Atualmente, sabe-se que as estrelas estão reunidas gravitacionalmente em sistemas gigantes de comprimentos típicos $\simeq 10^0 - 10^2$ kpc, e massas típicas $\simeq 10^8 - 10^{12} M_{\odot}$. Tais sistemas, denominados galáxias, constituem os “tijolos” do Universo, porque se associam em aglomerados e daí em superaglomerados. Mesmo nos domínios de determinados tipos de galáxia, encontram-se associações menores de estrelas gravitacionalmente ligadas. Tais associações são conhecidas como aglomerados globulares, cuja massa típica estimada é $\simeq 10^5 M_{\odot}$ (BINNEY; TREMAINE, 2008).

Embora os objetos aqui citados sejam observados em diversas frequências do espectro eletromagnético, em geral a sua evolução é bastante lenta. Por exemplo, levar-se-ia entre centenas de milhões de anos a alguns bilhões de anos para percebermos algumas modificações estruturais significativas em galáxias espirais isoladas, movidas apenas pela sua autogravidade (por exemplo, acompanhar a evolução de seus braços espirais). No caso dos aglomerados estelares, a situação é análoga: o período de tempo necessário para observarmos alterações significativas da posição nominal de suas estrelas constituintes é maior do que o tempo de vida de um ser humano. Segue que o estudo de sistemas autogravitantes, tais como aglomerados globulares, galáxias, etc., requer a aplicação de técnicas alternativas. Dentro deste panorama, as simulações numéricas de N-corpos funcionam como laboratórios astrofísicos de grande importância, porque testam diversas hipóteses formuladas sobre a natureza, a evolução e o destino dos sistemas astrofísicos sob investigação, reproduzindo a contrapartida observacional destes sistemas.

1.1 Simulações Numéricas de N-Corpos Autogravitantes

Basicamente, as simulações numéricas de N-corpos autogravitantes consistem em cálculos computacionais das forças gravitacionais decorrentes da ação mútua de N-corpos auto-interagentes e da integração de suas respectivas equações de movimento, acompanhando a sua evolução temporal por muitos períodos (ciclos) orbitais, o que seria impossível fazer através de observação direta. Aarseth é um dos pioneiros nesta especialidade científica. Desde 1970, ele tem apresentado códigos de N-corpos, destinados ao estudo de sistemas autogravitantes, tais como aglomerados

globulares, etc., levando em conta apenas as forças gravitacionais. Atualmente, muitos códigos destinados às simulações numéricas também consideram processos físicos secundários decorrentes da interação mútua entre os corpos, e.g., ondas de choque em nuvens de gás, com subsequente aquecimento destas estruturas, formação estelar, retorno energético por supernovas, etc (SPRINGEL, 2005). Tais aspectos são úteis na elucidação de questões concernentes à evolução da população estelar em galáxias, bem como ao enriquecimento metálico, decorrentes dos surtos de formação estelar e explosões de supernovas.

Simulações numéricas de N-corpos também são usadas em cosmologia. O cenário cosmológico atualmente aceito é o de formação hierárquica de estruturas, no qual as estruturas menores se formam primeiro por colapso de regiões de sobredensidade e em seguida se aglomeram gradativamente, formando estruturas cada vez maiores e assim por diante. Este cenário admite também que a o Universo está em expansão acelerada e que a sua composição energética é descrita pelo modelo Λ CDM, segundo o qual ele se compõe de 5% de matéria bariônica, de 25% de matéria escura, cuja natureza é desconhecida, e de 70% de um componente energético que atua como uma espécie de antigravidade, denominado de energia escura (RICH, 2001). Neste contexto, alguns códigos de N-corpos foram adaptados com a finalidade de simular a evolução de sistemas de partículas contidas em volumes representativos do Universo. Estes códigos modificados levam em conta a expansão universal, a distribuição de matérias bariônica e escura e os efeitos físicos decorrentes da energia escura (O'SHEA et al., 2004) e (SPRINGEL, 2005).

Nas próximas subseções, abordaremos dois métodos de simulação de N-corpos em seus aspectos gerais, explicando as suas bases teóricas e computacionais, e, em capítulos a seguir, relacionaremos tais simulações com os respectivos cenários astrofísicos de interesse.

1.1.1 Métodos de Simulações

Uma galáxia contém grande quantidade de matéria, implicando que possui um número grande de estrelas: uma galáxia com $10^{10} M_{\odot}$ possui cerca de $N_{\star} \sim 10^{11}$ estrelas. Deste modo, sistemas galácticos reais geralmente contêm muitas partículas, de maneira que se torna muito difícil integrar as equações de movimento de todas as suas partículas individual e eficientemente. Há portanto, dois tipos distintos de simulações de N-corpos, que se valem de diversas metodologias e técnicas, chamadas

de simulações colisionais e acolisionais.

Os *códigos de N-corpos colisionais* simulam a evolução de um sistema composto por N_* estrelas, integrando as equações de movimento de N partículas. Assim, quando se simula um número de partículas N igual ao número de estrelas (ou generalizando, de corpos materiais) N_* de um sistema astrofísico, levam-se em consideração todos os espalhamentos possíveis de todas as partículas componentes do sistema, por causa dos denominados *encontros próximos* sofridos por elas. O número de espalhamentos n_{relax} necessários para a velocidade v de uma dada partícula variar por uma quantidade da ordem de si mesma $\sim v$ caracteriza uma quantidade denominada *tempo de relaxação* do sistema $t_{relax} = n_{relax}t_{cross}$, onde $t_{cross} = R/v$ é o tempo de cruzamento, o intervalo de tempo médio característico para uma partícula com velocidade típica v atravessar um sistema de comprimento característico R . Deste modo, sistemas colisionais são caracterizados por um período de tempo em que os encontros estelares desempenham um papel importante. Isto significa que, após um tempo de relaxação, os cumulativos espalhamentos decorrentes dos encontros próximos mudam a configuração das órbitas das estrelas constituintes para órbitas que elas teriam se o campo gravitacional coletivo do sistema tivesse sido suavizado. Assim, as informações sobre as condições iniciais de suas partículas (estrelas) são perdidas definitivamente. Os códigos de N-corpos colisionais integram precisamente as equações de movimento das partículas, de modo que os encontros próximos são considerados acuradamente, permitindo o estudo de sistemas binários locais, mesmo pertencentes a um sistema com muitas partículas.

Em contraste ao cenário apresentado logo acima, existem sistemas mais jovens do que seus tempos de relaxação. Nestes casos, a quantidade de espalhamentos por cada tempo de cruzamento é pequena, de maneira que seriam necessários muitos tempos de cruzamento para relaxá-los. As galáxias, de um modo geral, estão incluídas neste rol de objetos. Por exemplo, o tempo de cruzamento na Via Láctea é $\sim 10^8$ anos, enquanto a idade estimada do Universo é $\sim 10^{10}$ anos. Consequentemente, uma galáxia típica possui uma idade compatível com 100 períodos de cruzamento de suas partículas constituintes, de modo que apenas nas suas regiões centrais as colisões desempenham um papel importante. Assim, as partículas se movem num campo gravitacional gerado por uma distribuição suave de matéria, ao invés de um sistema de partículas pontuais. Diz-se, assim, que tais sistemas são *acolisionais*. Os *códigos de N-corpos acolisionais* simulam a evolução de N_* estrelas usando N partículas, de

modo que $N \ll N_*$. Por construção, tais sistemas são mais jovens do que os seus respectivos períodos de relaxação. Estes códigos, portanto, simulam a evolução de sistemas caracterizados por um número muito grande de partículas, comportando-se como sistemas com distribuição contínua de matéria. As partículas de um código acolisional não representam as próprias partículas do sistema modelado, porém devem ser interpretadas como amostras representativas de toda a distribuição de matéria do sistema, daí o número de partículas usadas na simulação ser $N \ll N_*$.

Independentemente do sistema modelado, os códigos de N-corpos realizam a seguinte tarefa: dadas as posições das partículas, são calculadas as forças sobre cada partícula do sistema. As acelerações sobre cada partícula são computadas, de modo que as posições e velocidades de cada partícula são avançadas num lapso curto de tempo simulado, o *passo temporal* (*timestep*). Então as novas forças são recalculadas e todo o processo é repetido. Um aspecto importante a ser discutido é o método usado por um determinado código para calcular as N-interações gravitacionais entre as partículas, independentemente do sistema considerado, se colisional ou não. Os principais métodos usados são os de soma direta, de árvore e de partícula-malha. Neste trabalho, apenas os métodos de soma direta e o de árvore serão discutidos, porque a nossa pesquisa se baseia no código de árvore e, além disto, este método foi criado com a finalidade de minimizar o esforço computacional do método de soma direta. Portanto, nas próximas subseções, discutiremos sucintamente estes métodos.

1.1.1.1 Método da Soma Direta

Seja um sistema composto por n partículas. A força aplicada numa dada partícula i do sistema é dada por:

$$\mathbf{F}_i = m_i \sum_{j \neq i} G m_j \frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|^3}, \quad (1.1)$$

onde o negrito denota grandeza vetorial e \mathbf{r}_j representa o vetor distância calculado a partir do centro do sistema de coordenadas local e m_j é a massa da j -ésima partícula atuante sobre a i -ésima partícula, de massa m_i . Assim, a evolução de um sistema é seguida quando todas as forças são computadas sobre todas as i -ésimas partículas: daí o nome soma direta, que também é chamado de *método partícula-partícula*. Seguindo estes procedimentos, um total de $\frac{1}{2}N(N-1)$ distâncias são calculadas entre as N partículas do sistema. Obviamente, este método é computacionalmente oneroso,

principalmente em simulações com um número de partículas $N \gg 10^4$. Atualmente, existem processadores (denominados GRAPEs) especialmente desenvolvidos para o cálculo de soma direta via Eq. 1.1 (MAKINO et al., 2003).

A Eq 1.1 apresenta um termo assintótico quando $\mathbf{r}_i \rightarrow \mathbf{r}_j$ (encontro próximo). Nestas circunstâncias, a força \mathbf{F}_i adquire grandes valores, dificultando os cálculos da integração das equações de movimento. No caso colisional, este problema é um efeito físico real: os encontros próximos “diminuem” os passos temporais (intervalos de tempo usados durante as integrações das equações de movimento), de modo que uma simulação pode ser dificultada. Assim, introduz-se um termo denominado “comprimento de amolecimento”, que suaviza o comportamento divergente da Eq. 1.1. Assim, o potencial gravitacional sobre a i -ésima partícula é dado por:

$$\Phi(\mathbf{r}_i) = \sum_{i \neq j} Gm_j \frac{1}{\sqrt{r^2 + \varepsilon^2}}, \quad (1.2)$$

onde ε é o comprimento de amolecimento e $r = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$. Note que as partículas agora correspondem a pequenas esferas, cujos raios são iguais a ε .

No caso acolisional, a divergência de \mathbf{F}_i não tem sentido físico, porque trata do caso de distribuições suaves de matéria. Nesta situação, as partículas da simulação correspondem a amostras estatísticas da distribuição real de matéria. Portanto, o “amolecimento” do potencial gravitacional aumenta o realismo das simulações acolisionais, atribuindo um volume não nulo às suas partículas.

Exemplos típicos códigos baseados em soma direta são descritos por Aarseth (2001). Ele disponibiliza diversos códigos baseados no método da soma direta no endereço eletrônico <http://www.ast.cam.ac.uk/~sverre/web/pages/nbody.htm>.

1.1.1.2 Método de Árvore

O código de árvore foi introduzido pioneiramente por Barnes e Hut (1986). Basicamente, este algoritmo realiza as seguintes operações: um cubo imaginário (primário) englobando todo o sistema de partículas é construído. Em seguida, o cubo primário é dividido recursivamente. Primeiro, é dividido em oito cubos iguais (subcubos). Se algum subcubo contiver mais de uma partícula, ele é dividido em oito subcubos. Este procedimento é realizado recursivamente até que todos os subcubos contenham no máximo uma partícula. Este mapeamento hierárquico do espaço

constitui uma árvore octal e o cubo primário é denominado raiz da árvore. Cada cubo gerado pelas divisões recursivas possui um “cubo pai” e sete “cubos irmãos”. Qualquer cubo que contenha mais do que uma partícula possui oito cubos “filhos”. Assim, a analogia com uma árvore real é válida: a raiz origina o tronco, que se divide em galhos principais, os quais se dividem em ramos, e por fim, em folhas. Segundo esta analogia, as partículas do sistema representam as folhas e as associações ou conglomerados de partículas representam a raiz, o tronco, os galhos e ramos. Em cada cubo (incluindo os subcubos) são calculados os centros de massa de suas respectivas partículas e as seguintes somas:

$$M_0 = \sum_i m_i \quad ; \quad M_{kl} = \sum_i m_i x_k^i x_l^i \quad ; \quad M_{klm} = \sum_i m_i x_k^i x_l^i x_m^i, \quad (1.3)$$

onde a soma é realizada sobre todas as partículas contidas no cubo e \mathbf{x}^i é o vetor posição da i -ésima partícula (dados os eixos coordenados cartesianos k, l e m) em relação ao centro de massa do cubo. Os termos da Eq. 1.3 são respectivamente os de monopolo, quadrupolo e octupolo. O termo de dipolo $M_k = \sum_i m_i x_k^i$ é nulo por construção. No caso das folhas, todos os termos se anulam, com exceção do termo monopolar. Há, portanto, $N \log_2 N$ cubos na árvore octal, de modo que o esforço computacional é da ordem de $N \ln N$.

Construída a árvore octal e calculados os momentos multipolares de seus cubos e subcubos, o potencial gravitacional sobre uma dada partícula do sistema, localizada num dado ponto \mathbf{x} é calculado com boa precisão usando $\sim \ln N$ operações conforme o seguinte algoritmo:

- a) Para cada cubo são definidos e calculados l , a medida de seu lado, e D , a distância do seu centro de massa ao ponto \mathbf{x} em questão. Definimos para cada cubo um parâmetro $\theta = l/D$. Para θ pequeno, este parâmetro coincide com a abertura angular do cubo, se “observado” do ponto \mathbf{x} .
- b) Define-se o parâmetro de tolerância, que representa um pequeno ângulo de abertura θ_0 . Via de regra, $\theta_0 \lesssim 0,9$.
- c) Os potenciais gravitacionais são considerados como devidos aos componentes de monopolo, quadrupolo, octupolo, etc, decorrentes dos cubos-ramos, dos cubos-galhos, etc. Neste caso, os termos multipolares são ativados para cubos com $\theta < \theta_0$. Deste modo, os seus subcubos e

folhas também são incluídos nos cálculos, o que explica o menor esforço computacional deste método em relação ao método de soma direta.

- d) Os potenciais são calculados percorrendo-se toda a árvore desde o cubo-raiz até os subcubos-ramos. Se uma dada folha está muito próxima da partícula de interesse, satisfazendo $\theta > \theta_0$, o seu potencial é calculado diretamente via Eq. 1.2. Isto ocorre com folhas “irmãs” ou com folhas situadas em cubos “irmãos”.

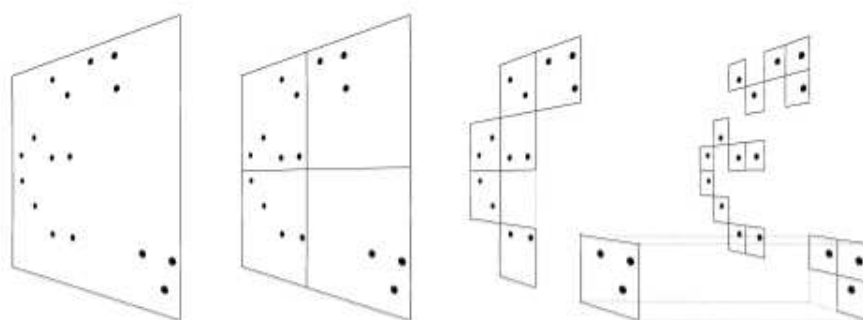


Figura 1.1 - Representação pictórica bidimensional de uma árvore octal. Da esquerda para a direita: as partículas são englobadas pelo cubo-raiz, o qual é dividido recursivamente, até cada partícula (canto direito da imagem) ser englobada individualmente por um cubo-folha.

Fonte: [Springel et al. \(2001\)](#).

É importante salientar que as acelerações das partículas também são calculadas cf. o algoritmo acima. A Figura 1.1 exibe uma representação esquemática deste algoritmo. Desta figura notamos que em poucas etapas todas as partículas de um dado domínio computacional são englobadas por cubos e subcubos. Percebemos, face ao explicado anteriormente, que o código de árvore é, portanto, muito eficiente quando se simula um número grande de partículas. Na Figura 1.2, exibimos a diferença entre os potenciais gravitacionais estimados pelos métodos de soma direta e pelo código em árvore. Usamos um arquivo com os dados das posições de 10^4 partículas, extraídas de um típico arquivo de instantâneo usado em simulações (*snapshot*). No nosso caso, as partículas modelam uma galáxia elíptica. No caso da soma direta, fixamos $\varepsilon = 0$ kpc, para aumentar o realismo do cômputo dos potenciais. De acordo com a Fig. 1.2, o erro máximo cometido é $\simeq 7\%$, para apenas 2 partículas, enquanto que a maioria das partículas está contida no intervalo $|\Delta\phi/\phi_{Nbody}| \leq 2\%$. Segue que o método

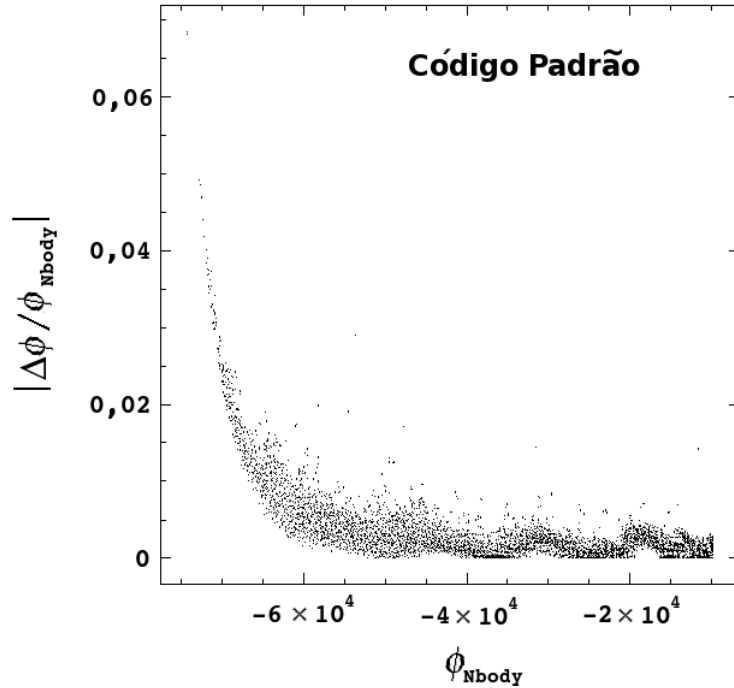


Figura 1.2 - Erro estimado no cálculo de potenciais gravitacionais através do método de árvore. Nas abscissas, apresentamos o potencial calculado através do método da soma direta ϕ_{Nbody} , com $\varepsilon = 0$. Nas ordenadas, exibimos o erro cometido através do método de árvore, definido por $|\Delta\phi/\phi_{Nbody}|$.

de árvore representa um meio eficaz para os cálculos do potencial gerado de um grande número de partículas, daí ser usado, total ou parcialmente, em simulações que representam aglomerados estelares, galáxias, colisões de galáxias ou cenários cosmológicos de formação de estruturas.

1.1.1.3 Outras Considerações

Além dos métodos descritos aqui, existem outros usados na resolução computacional do problema de N-corpos, por exemplo, o partícula-malha, partícula-partícula/partícula-malha, etc. O sítio <http://www.amara.com/papers/nbody.html> contém a descrição sucinta da maioria destes métodos. Entretanto, devido ao fato de que o nosso trabalho consiste em alterações de códigos de árvore, não apresentaremos os demais métodos, porque tal descrição foge aos nossos objetivos.

Atualmente, diversos sistemas astrofísicos são estudados via simulações numéricas. Apesar da grande variedade de sistemas e de simulações de N-corpos, os procedimentos são análogos: tais sistemas são representados por grupos de

partículas, cuja evolução é acompanhada através da integração das suas equações de movimento, usando um código adequado ao caso. Por exemplo, aglomerados estelares (abertos ou globulares), galáxias, galáxias providas de buracos negros supermassivos, grupos galácticos e sistemas cosmológicos (volumes representativos do Universo) estão entre os sistemas mais estudados nesta vertente científica. Os sistemas de interesse neste trabalho são galáxias elípticas e espirais modeladas apenas pelos componentes de matéria escura e bariônica (a depender do modelo), conforme veremos em capítulos a seguir.

No Capítulo 2, discutiremos o problema científico que motiva este trabalho e a sua relevância. No Capítulo 3, mostramos os procedimentos de alteração de um código de árvore, para simular outras leis de gravitação, previstas por teorias alternativas à Relatividade Geral. No Capítulo 4, exibimos as simulações de galáxias elípticas submetidas a um potencial gravitacional do tipo Yukawa. No Capítulo 5, mostramos como galáxias espirais se comportam sob este mesmo tipo de potencial e no Capítulo 6, discutimos uma outra teoria de gravitação, estudando modelos de galáxias espirais neste contexto. Por fim, no Capítulo 7, mostramos as conclusões decorrentes deste tipo de estudo e as suas principais perspectivas tecnológicas, no contexto da Astrofísica Extragaláctica.

2 ASPECTOS CIENTÍFICOS DO PROBLEMA

No capítulo anterior, apresentamos introdutoriamente os aspectos *convencionais* das simulações numéricas de N-corpos realizadas com métodos de soma direta e de árvore octal, exemplificando sucintamente as suas principais aplicações na astronomia galáctica e extragaláctica. Por convencionais entendemos aquelas simulações destinadas tão somente à investigação dos aspectos observacionais (astrofísicos) dos objetos, assumindo sempre que as suas partículas constituem sistemas newtonianos, de modo que a modelagem das partículas e sua subsequente simulação são realizadas no substrato da física clássica. Mostraremos de que modo algumas teorias alternativas à Relatividade Geral podem ser testadas através de simulações de N-corpos.

2.1 Teorias Alternativas de Gravitação: Uma Breve Introdução

A Teoria da Relatividade Geral de Einstein (RG) é uma das mais belas teorias físicas jamais imaginadas pela mente humana. Formulada a partir de primeiros princípios¹, a RG descreve de que modo uma distribuição de matéria e energia modifica as propriedades do seu espaço-tempo circundante. Pode-se mostrar heurísticamente ou via cálculo variacional que as Equações de campo são (Vide, e.g., [D’Inverno \(1992\)](#)):

$$G_{ab} = \kappa T_{ab}, \quad (2.1)$$

onde $G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab}$ é o tensor de Einstein, R_{ab} é o tensor de curvatura, $R = g^{ab}R_{ab}$ é o escalar de curvatura e g_{ab} é o tensor métrico. Os índices $a, b \in (0, 1, 2, 3)$, onde 0 designa a coordenada temporal e os números 1, 2 e 3, as coordenadas x, y e z de um sistema de coordenadas espaciais. O tensor de Einstein quantifica, portanto, a curvatura do espaço-tempo, enquanto T_{ab} , o tensor energia-momentum, quantifica a distribuição de matéria e energia. A constante de acoplamento é dada por $\kappa = 8\pi\frac{G}{c^4}$, onde G é constante Universal da Gravitação e c é a velocidade da luz. A constante κ pode ser obtida no limite não relativístico, quando a RG corresponde ao resultado newtoniano para a gravitação. Esta correspondência entre a teoria clássica e a RG no limite não-relativístico é o chamado de Princípio da Correspondência. A RG, portanto, é uma teoria métrica, satisfaz o limite newtoniano no regime não relativístico e não depende de qualquer geometria *a priori*.

¹A descrição detalhada desta teoria foge aos nossos objetivos, posto que levaríamos muitas páginas para fazê-lo.

A RG é uma teoria com aplicação universal, ou seja, além de descrever distorções da malha espaço-temporal causada por distribuições locais de matéria, ela descreve como a distribuição de toda a matéria e energia do Universo influenciam no destino do Cosmos. Aceita-se atualmente que o Universo (RICH, 2001):

- Está em expansão acelerada;
- É homogêneo e isotrópico;
- Possui curvatura nula, conforme análises das observações do satélite WMAP;
- Grosso modo, é composto por 5% de matéria bariônica, 25 % de matéria escura e de 70 % por um componente denominado “energia escura”, cujas definições estão a seguir sucintamente.

A matéria escura e a energia escura constituem ainda dois grandes mistérios da ciência contemporânea. No caso da matéria escura, existem hipóteses para a explicação de sua natureza, por exemplo, a da matéria escura ser constituída de partículas que não interagem com o campo eletromagnético, sendo, portanto, invisíveis. Neste caso, a interação mais perceptível com a matéria bariônica seria a de natureza gravitacional, perceptível apenas em grandes escalas. Tais partículas são denominadas de *WIMPs* - *weakly massive interacting particles* (BINNEY; TREMAINE, 2008).

Atualmente, no lado esquerdo da Eq. 2.1 acrescenta-se o termo Λg_{ab} , onde Λ é denominado constante cosmológica. Este termo representa um fluido com densidade de energia constante ρ_Λ ao longo da evolução do Universo. Matematicamente, pode-se mostrar que a introdução deste termo *ad hoc* explica a aceleração da expansão universal, observada para o Universo recente. Entretanto, supondo que a energia escura tenha origem na chamada energia do vácuo quântico (energia do estado fundamental do oscilador harmônico quântico), obtém-se uma das maiores discrepâncias da história da ciência: $\rho_{vac}^{obs} \sim 10^{-120} \rho_{vac}^{quant}$, onde o termo ρ_{vac}^{obs} designa a energia de vácuo estimada pela cosmologia e ρ_{vac}^{quant} , o estimado pela teoria quântica. Conforme apontado por Alves (2006), a questão da natureza da energia escura ainda se encontra em aberto e há diversas hipóteses concorrentes para a explicação da natureza da aceleração do Universo, sem a necessidade de invocar um componente

energético escuro. As hipóteses baseadas na existência da energia escura necessitam de avanços significativos das teorias de grande unificação. [Alves](#) sintetiza o cenário atual de algumas hipóteses alternativas plausíveis e demonstra que uma simples hipótese sobre a natureza do bóson mediador da força gravitacional (gráviton) poderia resolver a questão da aceleração Universal simples e diretamente: a hipótese de que o gráviton possui massa muito pequena.

Por outro lado, a RG prevê que o gráviton tem massa nula. Estudos baseados em grávitons massivos, portanto, constituem teorias alternativas à RG. [Woodward et al. \(1975\)](#) discutem sobre as consequências físicas de uma massa não-nula do gráviton. Eles partem de argumentos puramente machnianos (argumentos baseados no Princípio de Mach) e obtêm diretamente que, no limite não-relativístico, o potencial gravitacional é do tipo Yukawa:

$$\phi(r) = -\frac{Gm}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}}, \quad (2.2)$$

onde m é a massa geradora do campo, G , a contante gravitacional e λ , uma constante. Para $\lambda \rightarrow \infty$, o potencial reduz-se à forma newtoniana. No caso da RG, percebemos claramente que ela não é uma teoria completamente machniana, porque se $T_{ab} = 0$ em todo o espaço, a solução encontrada é a do espaço-tempo de Minkowski, supondo a inexistência de fontes de campo no Universo. Isto significa que a ausência de matéria não implica na ausência de geometria, ao contrário do que se espera do Princípio de Mach.

Teorias alternativas à RG baseiam-se em diferentes abordagens físicas, e.g., teorias escalares-tensoriais, teoria de Visser, etc. Porém, a maioria delas obtém o potencial do tipo Yukawa (PGY) (cf. Eq.2.2) no limite não relativístico, cf. [Alves \(2006\)](#), [Araujo e Miranda \(2007\)](#), [Moffat e Toth \(2008\)](#), [Piazza e Marinoni \(2003\)](#) e [Rodríguez-Meza et al. \(2005b\)](#). Face ao que encontramos na literatura, sugerimos que esta convergência seja casual. Embora as hipóteses sejam diversas, muitas vezes o fator exponencial do PGY é introduzido fenomenologicamente por muitos autores, como uma aproximação matemática. Por exemplo, no caso da teoria de Visser (cf. demonstrado por [Alves \(2006\)](#)), a obtenção de um PGY é devida à escolha da lagrangiana para descrever um bóson massivo, bem como se deve às aproximações matemáticas realizadas para a obtenção do potencial gravitacional no limite *não relativístico*. Entretanto, discorrer sobre todas estas abordagens foge aos nossos objetivos.

Na Teoria de Visser, a Equação 2.2 pode ser obtida por uma equação análoga à de Poisson:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{\lambda^2}\right) = -4\pi G\rho. \quad (2.3)$$

O fator λ é o comprimento de onda Compton da partícula de troca com massa m_g , mediadora da interação gravitacional. Assim, podemos interpretá-la como um gráviton massivo. O comprimento de onda compton é dado por:

$$\lambda = \frac{h}{m_g c}, \quad (2.4)$$

onde h é a constante de planck e c , a velocidade da luz. Alguns estudos procuram limitar a massa do gráviton através da observação da precessão das órbitas dos planetas no sistema solar, ou seja, o de abordar o problema em escalas de Unidades Astronômicas. [Talmadge et al. \(1988\)](#), estudando as órbitas terrestre e marciana, concluem que a massa do gráviton satisfaz o intervalo $m_g \leq 10^{-55}$ g. Por outro lado, [Goldhaber e Nieto \(1974\)](#), baseados em observações da dinâmica de galáxias em aglomerados, estimam que $m_g \leq 10^{-65}$ g. [Araujo e Miranda \(2007\)](#) verificam de que modo o PGY influencia nas curvas de rotação de galáxias espirais. Para isto, eles usam expressões analíticas que relacionam a distribuição radial de matéria do disco com a sua velocidade de rotação. Deste modo, [Araujo e Miranda](#) estimam que, para que existam discos galácticos estáveis, $m_g \leq 10^{-59}$ g.

Convém notar que as estimativas da massa do gráviton discutidas no parágrafo anterior se baseiam em métodos analíticos. Em particular, investigações de objetos galácticos e extragalácticos (no caso de aglomerados) baseadas em métodos analíticos não podem seguir a evolução dinâmica destes sistemas, i.e., não acompanham a modificação das suas características dinâmicas por longos períodos orbitais.

Este trabalho segue um caminho diverso dos trabalhos descritos anteriormente. Investigaremos as propriedades do PGY através de simulações de sistemas galácticos. Assim, simulando objetos isolados, nas suas mais variadas morfologias, é possível investigar a evolução dinâmica destes objetos, de modo a vincular com grande precisão o valor de m_g , no caso da Teoria de Visser. Note que podemos estender

a definição 2.2 e, conforme mostraremos no Capítulo 6, investigar uma teoria de gravitação no limite não relativístico cujo potencial seja mais complicado do que a simples forma de Yukawa. No capítulo seguinte, exibiremos as principais técnicas necessárias para modificar um código de N -corpos, baseado no método de árvore octal. Este código modificado será usado nos Capítulos 4 e 5, conforme mostraremos a seguir.

3 SIMULANDO GRAVITAÇÕES NÃO-NEWTONIANAS COM CÓDIGOS CONVENCIONAIS

A Teoria da Relatividade Geral de Einstein (RG) é uma teoria de gravitação bem sucedida, conforme explicamos. Embora seja a mais bela dentre as demais teorias de gravitação, ela é inapta para explicar, por exemplo, a expansão acelerada do Universo, exceto se uma constante cosmológica ou fluido de energia escura sejam considerados. Obviamente, a constante cosmológica pode ser incorporada na Lagrangiana correspondente às Equações de campo, porém a sua verdadeira natureza permanece desconhecida. No caso de um cenário inflacionário no Universo Primevo, a verdadeira natureza da Inflação Universal, apesar de encontrar o respaldo matemático através da introdução de um campo escalar, permanece outrossim inexplicada.

Atualmente, outras teorias de gravitação procuram explicar alternativamente o componente cosmológico responsável pela aceleração (Vide, e.g., [Piazza e Marinoni \(2003\)](#)). Muitas destas teorias alternativas, embora sejam construídas sob diferentes hipóteses (algumas teorias de gravitação escalares-tensoriais, teorias não simétricas, etc), elas se reduzem, no *limite não relativístico*, ao potencial gravitacional do tipo Yukawa (daqui em diante, PGY), i.e.,

$$\phi(r) = -\frac{Gm}{r}e^{-r/\lambda}. \quad (3.1)$$

A equação acima fornece o potencial gerado por uma massa puntual m a uma distância r ; G é a constante gravitacional universal e λ é uma constante. Quando $\lambda \rightarrow \infty$, este potencial tende ao newtoniano. Note que o parâmetro λ é o comprimento de onda Compton associado à partícula de troca, que neste caso é o gráviton. A massa do gráviton é relacionada com λ através da equação $m_g = h/\lambda c$, onde h é a constante de Planck e c é a velocidade da luz.

Observando-se a Literatura, percebe-se que o PGY é investigado, em particular, no contexto da astronomia galáctica e da cosmologia, principalmente através do método analítico. Por exemplo, [Signore \(2005\)](#) estuda este potencial no contexto cosmológico. Por outro lado, [Araujo e Miranda \(2007\)](#) estudam de que modo a variação do parâmetro λ modifica as propriedades estruturais de galáxias espirais. Este último estudo generaliza as expressões (newtonianas) deduzidas por [Toomre](#)

(1963) - que descrevem as curvas de rotação - porém considerando o PGY. Outro caso típico de estudos de teorias alternativas é o de [Rodríguez-Meza et al. \(2005a\)](#), que consideram o PGY como uma correção ao potencial newtoniano, partindo de uma teoria escalar tensorial.

Recentemente, alguns estudos baseados em métodos numéricos foram desenvolvidos para estudar teorias alternativas de gravitação. [Cervantes-Cota et al. \(2007\)](#) e [Rodríguez-Meza et al. \(2007\)](#) desenvolvem métodos numéricos para investigar uma teoria escalar-tensorial no limite *não-relativístico*, usando o método de N -corpos. Nestes estudos, eles consideram que o potencial gravitacional, no limite *não-relativístico*, é dado por

$$\Phi_{STT} = \phi_N(r) + \alpha\phi(r)/(1 + \alpha),$$

onde Φ_{STT} é o potencial decorrente de uma teoria escalar-tensorial, $\phi_N(r)$ é o potencial newtoniano, $\phi(r)$, o potencial dado pela Equação 3.1, e $\alpha \equiv 1/(3 + 2\omega)$, com ω representando o parâmetro de Brans-Dicke ([BRANS; DICKE, 1961](#)). Deste modo, eles mudam algumas intruções de um código de N -corpos, substituindo o potencial newtoniano pelo potencial Φ_{STT} , e analisam a influência deste novo tipo de potencial sobre galáxias isoladas, sistemas *late-type*¹ em colisão e investigam questões concernentes à formação de barras. Simulações de formação de estruturas no cenário cosmológico Λ CDM também são estudados.

Nesta Tese, usamos técnicas computacionais diferentes das utilizadas por [Cervantes-Cota et al.](#) e por [Rodríguez-Meza et al.](#), no que concernem os algoritmos de simulações e os das análises, bem como das teorias estudadas e dos modelos galácticos usados, conforme veremos em capítulos a seguir.

Neste Capítulo, exibimos amiúde as modificações realizadas sobre o código de N -corpos **Gadget-2** ([SPRINGEL, 2005](#)), *substituindo* o potencial newtoniano por um puro PGY descrito pela Equação 3.1, derivado de algumas teorias alternativas de gravitação (e.g., Teoria de Visser ([VISSER, 1998](#))). Enfatizamos que, embora tenhamos escolhido um tipo particular de potencial, a abordagem escolhida aqui pode ser aplicada, a princípio, a qualquer tipo de potencial gravitacional sujeito ao

¹A designação inglesa *late-type* é de uso comum na literatura e significa galáxias espirais, de acordo com o diagrama de Hubble.

princípio da superposição, conforme demonstraremos no Capítulo 6.

Em particular, a pesquisa relacionada a este capítulo está publicada (BRANDAO; ARAUJO, 2010a).

Este capítulo é organizado como se segue: na Seção 3.1, exibimos resumidamente o roteiro seguido na modificação do código **Gadget-2** para incluir o PGY, na Seção 3.2, os resultados do teste do código **Gadget-2** modificado, usando um par de partículas e sistemas de N -corpos. Finalmente, na Seção 3.3, discutimos como este código modificado pode ser usado para testar teorias alternativas de gravitação via dinâmica galáctica.

3.1 Mudando o Código Gadget-2

O **Gadget-2** é um código *TreeSHP* paralelizado (cf. explicamos abaixo), desenvolvido para simular a evolução de sistemas acolisionais de N -corpos, como, e.g., fluidos cosmológicos, galáxias interagentes, etc. Este código é baseado no conceito de partículas: a distribuição de matéria é representada por um sistema de partículas, onde cada partícula é descrita por suas grandezas físicas: posição, velocidade, aceleração, massa, rótulo, potencial gravitacional, densidade (se ela representa um gás), e assim em diante.

O **Gadget-2** usa um sistema avançado de comunicação entre processadores, baseado na interface **MPI**, uma implementação computacional que permite o trabalho paralelo entre muitos computadores sistematicamente. Portanto, pode-se simular desde milhares de partículas usando os usuais *desktops* a bilhões de partículas usando supercomputadores ou *clusters*. Este código calcula rapidamente muitas forças gravitacionais usando um algoritmo hierárquico de árvore, como o Código de Árvore de Barnes (BARNES; HUT, 1986), agrupando partículas distantes em células maiores e calculando seus potenciais e acelerações totais por expansões multipolares. A execução deste método requer um esforço computacional de $O(N \log N)$, sendo portanto - *ceteris paribus* - mais rápido do que o método da soma direta, que demanda um esforço computacional de N^2 , onde N é o número de partículas usadas. A acurácia do método de árvore usado neste trabalho será discutida em seções a seguir. Além do método de árvore, o **Gadget-2** também calcula os potenciais e acelerações gravitacionais usando o método Partícula-Malha (*particle-mesh*) (PM), quando simulações cosmológicas são realizadas. Neste caso, os chamados “potenciais

de longo alcance” são calculados pelo método PM, que calcula os potenciais no espaço de Fourier, usando uma malha que discretiza o espaço numa dada resolução. Por outro lado, os “potenciais de curto alcance” são calculados no espaço real usando o algoritmo de árvore.

Deve-se enfatizar outra característica muito importante do código **Gadget-2**: sua capacidade de integrar as equações de movimento de partículas com um integrador **leapfrog**, baseado no esquema **KDK** (KDK significa kick-drift-kick, Vide [Springel \(2005\)](#)), que conserva a natureza simpléctica de sistemas acolisionais, i.e., preserva a estrutura Hamiltoniana destes sistemas simulados. Esta técnica é mais eficiente do que as demais (por exemplo, integrador *Runge-Kutta*) se aplicado com o método de passos temporais adaptativos (na literatura, *adaptive timesteps*), como demonstrado por [Springel \(2005\)](#). Deste modo, **Gadget-2** é, em geral, mais eficiente do que códigos baseados em integradores de *Runge-Kutta*.

É importante mencionar que o código **Gadget-2** é algoritmicamente flexível, ou seja, disponibiliza muitas opções a depender do cenário em estudo: simulações puramente newtonianas, simulações cosmológicas de volumes periódicos comóveis, com o uso alternativo do formalismo Tree+PM, etc. Contudo, as “opções de simulações cosmológicas” podem ser ativadas ou não, caso o código seja compilado com estas respectivas opções. Para simular apenas interações gravitacionais em sistemas locais, tais como galáxias ou aglomerados globulares, compilamo-lo sem as opções de simulação cosmológicas avançadas listadas no makefile²: “ativando” a gravitação e “desligando” todas as opções avançadas, tais como o formalismo PM, expansão do Universo, etc.

Neste capítulo, objetivamos estudar apenas as interações gravitacionais em sistemas locais, sem o formalismo hidrodinâmico, ou seja, sem o componente gasoso e a expansão cosmológica. Para isto, compilamos o **Gadget-2** sem as opções avançadas, e, portanto, estamos aptos a investigar uma nuvem de partículas auto-gravitantes.

No nosso caso, estudamos completamente o código-fonte do **Gadget-2** para modificar algumas de suas instruções concernentes à gravitação, a fim de contabilizar as expressões correspondentes ao PGY justamente onde as instruções relacionadas ao potencial newtoniano aparecem. É importante mencionar que fizemos apenas

²Comentando as respectivas instruções no Makefile. Portanto, emula-se um puro código de árvore.

alterações necessárias e suficientes, ou seja, partes do algoritmo não usadas durante os cálculos (e.g., caixas comóveis, TreePM, etc) não foram alteradas. Outra alteração importante consiste na inclusão da variável λ em arquivos de cabeçalho já existentes. Apesar do grande número de instruções e subrotinas, identificamos que o **Gadget-2** possui tais funções específicas nos arquivos **potential.c**, **forcetree.c** e **gravtree.c**, cujas instruções são chamadas para se calcularem as acelerações e potenciais decorrentes das partículas, dos nós da árvore octal e do sistema PM. Do ponto de vista dos cálculos gravitacionais em simulações puramente newtonianas, tais arquivos (principalmente o **forcetree.c**) funcionam como núcleos, a partir dos quais os potenciais e acelerações são calculados num nível mais primário para todas as partículas do sistema simulado. Os demais procedimentos do **Gadget-2** chamam as rotinas executadas nestes arquivos para atualizar os valores dos potenciais e acelerações de *timestep* para *timestep*³. Em seções a seguir e no Apêndice A, mostramos a eficiência do nosso método, comparando os potenciais e acelerações calculados pelo **Gadget-2** e por um código baseado no método PP, que possui mais exatidão numérica.

Outro ponto a frisar é que não alteramos os algoritmos concernentes ao cálculo das forças e potenciais em escalas menores do que o comprimento de amolecimento (*softening length*). Este algoritmo é denominado de *softening kernel* e corresponde a um núcleo do código contendo as instruções computacionais que evitam o comportamento numérico assintótico inerente ao cálculo do campo gravitacional nos encontros próximos entre as partículas e asseguram a acolicionalidade do sistema. Em todo o nosso trabalho, quando investigamos um dado sistema de comprimento característico l , devemos observar um comprimento de amolecimento ε em cuja escala a teoria alternativa se reduza à forma newtoniana. No caso da Eq. 3.1, isto é dado por $\varepsilon \ll \lambda$. Em outras palavras, sabemos que a teoria alternativa prevê novos fenômenos em grandes escalas (maiores ou iguais do que as de aglomerados globulares). Quando observamos o sistema em pequenas escalas, notamos que os potenciais e acelerações previstos pelas teorias alternativas tendam aos previstos pela física newtoniana. Portanto, segue que um dos nossos pressupostos é de que o núcleo de amolecimento do código atue numa escala em que a teoria de gravitação em estudo tende à forma newtoniana, ou seja, nas vizinhanças de uma partícula os efeitos físicos previstos pelas teorias alternativas são desprezíveis e, à medida em que analisamos

³O termo *timestep* é de uso corrente nesta área do conhecimento. Apesar do anglicismo, julgamos de fácil entendimento para o leitor. Por isto, onde se lê o termo *timestep*, deve-se interpretá-lo como passo temporal.

escalas cada vez maiores, os efeitos físicos previstos por teorias alternativas tornam-se proeminentes. No caso do *softening kernel*, com estes pressupostos, recuperamos o amolecimento de uma esfera de Plummer (Vide [Springel \(2005\)](#)) nas vizinhanças de uma partícula. No caso investigado neste capítulo, a aceleração é dada por

$$\vec{a} = -\frac{Gm}{\lambda r^3} e^{-r/\lambda} (r + \lambda) \vec{r}. \quad (3.2)$$

É importante frisar que deixamos λ como um parâmetro livre.

3.2 Testando o Código

O grau de realismo de uma simulação de N -corpos - que visa a modelagem de sistemas físicos reais - depende de como se pode controlar os erros numéricos naturalmente intrínsecos neste tipo de técnica.

Por exemplo, as partículas têm suas acelerações calculadas por um código de árvore recursivo e, conseqüentemente, suas posições e velocidades são atualizadas por um sistema de equações numéricas denominadas de integradores. Deste modo, a energia total do sistema simulado pode ser bem conservada ou não, se os cálculos realizados pelo código de árvore e pelos processos de integração numérica são, em contrapartida, bem acurados ou não. Face ao exposto, os erros numéricos devem ser investigados e minimizados a um nível aceitável.

No formalismo de N -corpos modelados por partículas, parte-se do fato de que a maioria das teorias de gravitação no *limite não relativístico* obedece ao *princípio da superposição*. Portanto, o problema de dois corpos deve ser primeiro verificado e testado, a fim de se testar a precisão do integrador do código, ao ser usado com o novo potencial gravitacional em questão. Subseqüentes testes considerarão sistemas de N -corpos, verificando não apenas a precisão do algoritmo de árvore, mas também a influência de alguns parâmetros numéricos nos valores dos *timesteps*.

3.2.1 A Simulação do Problema de Dois Corpos

Neste primeiro teste, objetivamos investigar como as mudanças implementadas no código **Gadget-2** modificam a precisão de seu integrador. Um teste similar foi realizado por [Springel \(2005\)](#), usando física newtoniana. Este tipo de teste é muito importante, porque com ele se verifica a precisão do código em atualizar as posições,

velocidades e acelerações de todas as partículas em cada *timestep* para o PGY.

Por outro lado, pode-se arguir que sistemas de N -corpos e os constituídos apenas por dois corpos são muito diferentes numericamente, e, conseqüentemente, que o teste do problema de dois corpos seria sem sentido. Contudo, o formalismo de N -corpos é geralmente baseado no *princípio da superposição*, quando modelado por partículas, em outras palavras, o potencial gravitacional total é a soma dos potenciais devidos a todas as partículas individuais. Portanto, primeiro testamos o problema de dois corpos para verificar se o código pode trabalhar apropriadamente. Em seguida, realizamos testes com uma grande quantidade de partículas.

De fato, no caso em que são usados os códigos de árvore, o *princípio da superposição* é usado implicitamente nos termos de expansão monopulares, quadrupolares e octupolares. Entretanto, o **Gadget-2** usa apenas o termo de expansão monopolar, que já se mostra suficiente e muito acurado no caso newtoniano, como demonstrado por [Springel \(2005\)](#). No caso em que o PGY é usado, realizamos alguns testes e, como mostraremos em seções a seguir, o seu termo monopolar é também suficiente na obtenção de resultados satisfatórios.

Neste primeiro teste, simulamos o movimento de duas partículas: uma partícula massiva e uma partícula teste (cuja massa é desprezível em relação à primeira). A partícula massiva tem massa $M=100,0$ (nas unidades do código, $M=100,0 \equiv 100,0 \times 10^{10}M_{\odot}$), e está localizada em $(0,0,0)$ kpc, a origem de um sistema de coordenadas cartesiano, e tem velocidade $\vec{v} = (0,0,0)$ km.s⁻¹. É importante notar que este sistema de unidades é muito comum em simulações galácticas com o código **Gadget-2**. Neste sistema, a unidade de tempo é dada em $9,8 \times 10^8 \sim 10^9$ anos.

A partícula teste tem massa $m = 0,1$, e está localizada inicialmente em $\vec{r} = (100,0,0)$ kpc com $\vec{v}_p = (0,104,0)$ km.s⁻¹. Devido aos nossos propósitos computacionais (Vide Subseção 3.2.2.1), escolhemos $\lambda = 100$ kpc. Note que a separação inicial entre as partículas é igual a λ . Nesta simulação, os valores do *timestep*, representado por Δt , estão no intervalo $0,00146484 \leq \Delta t \leq 0,00585938$. Note que, no **Gadget-2**, o critério para o cálculo do *timestep* é

$$\Delta t = \min \left[\Delta t_{max}, \left(\frac{2\eta\epsilon}{|\vec{a}|} \right) \right], \quad (3.3)$$

onde η é um parâmetro de acurácia; Δt_{max} , o máximo valor permitido do *timestep*, que é usualmente escolhido como uma pequena fração do tempo de cruzamento do sistema em estudo; ϵ , o amolecimento gravitacional; e $|\vec{a}|$, o módulo da aceleração da partícula, calculado a partir do último *timestep*. Na Subseção 3.2.1.1, consideramos o papel desempenhado pelo *timestep* nas nossas simulações.

Fizemos o sistema orbitar por 6 Ganos (onde 1 Gano = 10^9 anos). Deste modo, podemos estudar a trajetória de uma partícula teste em detalhes. Na Fig. 3.1, exibimos a trajetória da partícula teste. Esta figura mostra as posições nominais da partícula no plano- xy , superpondo as imagens obtidas de 600 arquivos de instantâneo ⁴, incluindo o inicial. Como pode ser visto, a partícula teste orbita no plano- xy e precessiona. Esta característica da órbita é muito importante para testar o grau de realismo do código modificado.

A precessão mostrada na Fig. 3.1 é um efeito físico real, não está relacionada a nenhuma instabilidade numérica. O PGY diminui com a distância mais intensamente do que o potencial newtoniano. Sabe-se, pelo teorema de Bertrand, que potenciais que diminuem com a distância mais intensamente do que o termo $1/r$ fazem as órbitas precessionarem, em outras palavras, as órbitas não são fechadas, como exibido na Fig. 3.1. Nas seções a seguir, esta questão será discutida em mais detalhes.

3.2.1.1 Passos de Tempo na Simulação de Dois Corpos

Verifica-se, a partir da Eq. 3.3, que os valores de Δt dependem fortemente das acelerações das partículas. Por outro lado, a aceleração depende também de outros parâmetros, por exemplo, o comprimento de amolecimento ϵ e o parâmetro do PGY λ . Quando a distância entre duas partículas é menor do que a escala do comprimento de amolecimento, a lei de gravidade na simulação é substituída por uma função de amolecimento (*softening kernel*), que evita divergências no campo calculado (Vide, e.g., Springel (2005)). Devido à natureza numérica de nossos cálculos, a investigação dos valores do *timestep* torna-se um procedimento importante, porque eles são usados pelo algoritmo KDK para atualizar posições e velocidades. Portanto, é necessário investigar a influência dos parâmetros numéricos λ e ϵ sobre os valores dos *timesteps*. Neste sentido, refizemos as simulações de dois corpos descritas acima, mudando os valores dos parâmetros λ e ϵ . A respeito dos sistemas de N -corpos,

⁴Os arquivos de instantâneo são conhecidos na literatura como *snapshots*, que incluem os dados de cabeçalho e os dados físicos das partículas. Julgamos que o anglicismo cometido aqui não compromete a objetividade e a clareza desta tese.

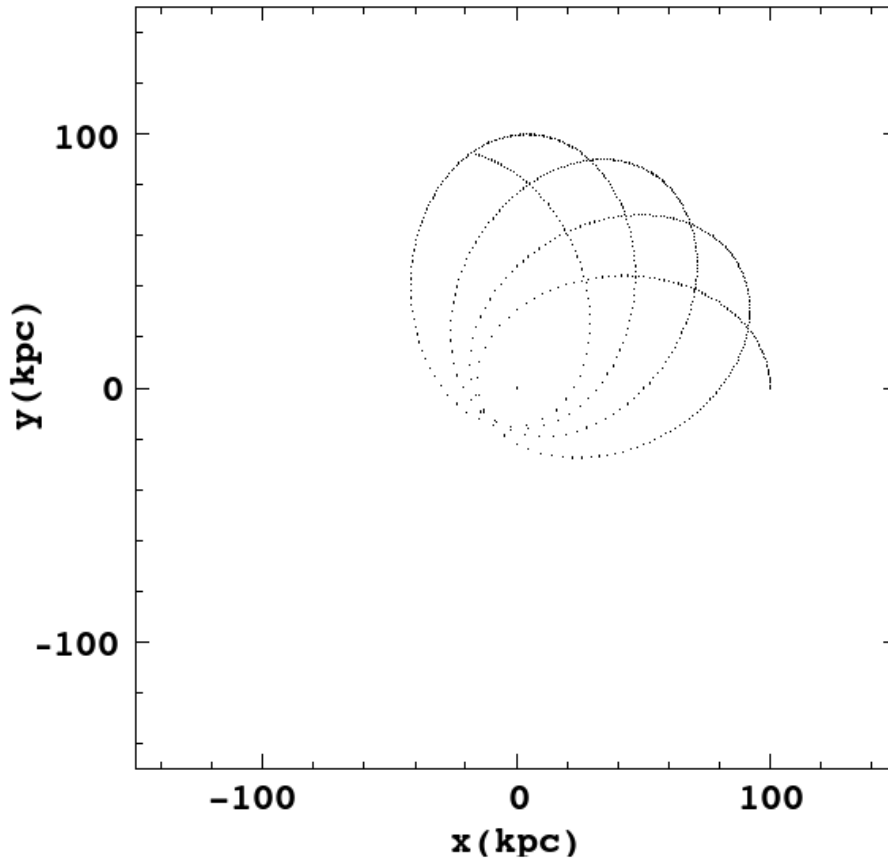


Figura 3.1 - Trajetórias da partícula-teste no plano- xy . A partícula central é a massiva.

mostraremos nas próximas seções porque o **Gadget-2** é um código seguro quando usado com estes parâmetros, mostrando os valores de Δt calculados com diferentes parâmetros λ e ϵ .

Na Tabela 3.1, exibimos os valores máximos de Δt a partir de 6 simulações executadas com o mesmo tempo simulado, onde mantivemos o mesmo sistema de dois corpos descrito na Subseção 3.2.1. Mudamos apenas os valores de ϵ e λ , fixando o parâmetro $\eta = 0,025$ em todos os experimentos, para melhorar a acurácia nos cálculos dos *timesteps*.

Nestas simulações, o sistema de dois corpos é evoluído por 6 Ganos para $\lambda = 1, 10$ e 100 kpc, com $\epsilon = 0,1$ e 1 kpc. Embora fixar valores para ϵ em sistemas de dois corpos constitua um procedimento aparentemente desnecessário, desejamos investigar como estes parâmetros mudam nossos resultados. Também fizemos uma

Tabela 3.1 - Resultados de diferentes simulações com seus respectivos valores de ϵ e λ . A primeira coluna mostra os valores de λ , a segunda, os valores de ϵ , e a terceira, de Δt . A primeira linha mostra os resultados da simulação descritas na Subseção 3.2.1.

λ	ϵ	Δt
100,0	1,0	$0,0015 \leq \Delta t \leq 0,0059$
100,0	0,1	$0,0003 \leq \Delta t \leq 0,0036$
10,0	1,0	0,0059
10,0	0,1	0,0059
1,0	1,0	0,0059
1,0	0,1	0,0059

simulação newtoniana para o sistema em questão, usando o código-padrão **Gadget-2**, para comparar os resultados obtidos através do código alterado com os do original. No caso newtoniano, obtemos $0,0015 \leq \Delta t \leq 0,0031$ para $\epsilon = 1$ kpc e $0,00038 \leq \Delta t \leq 0,00076$ para $\epsilon = 0,1$ kpc. É importante mencionar que, para todas as simulações, mesmo com valores diferentes de λ , ϵ e de *timesteps*, a energia total se conserva muito bem, como mostraremos em seções a seguir.

3.2.1.2 Testes do Realismo das Simulações

Um integrador eficiente deve conservar a energia total de um sistema modelado dentro de um nível de erro aceitável. Contudo, devido à natureza do PGY, as órbitas decorrentes deste tipo de potencial não são fechadas e esta característica se revela como um bom indicador para investigar o quão realista é a respectiva simulação deste potencial. Deste modo, realizamos 4 testes adicionais para verificar o realismo da simulação descrita na Subseção 3.2.1, e.g.: conservação da energia e do momentum angular, período orbital e o ângulo de precessão da órbita.

No teste da conservação da energia, comparamos nossos resultados com os do caso newtoniano. Portanto, para tal procedimento, fizemos outra simulação com o código original. Esta simulação é realizada com as mesmas condições iniciais, conforme explicamos na seção precedente. Nas Figs. 3.2 e 3.3, mostramos a evolução da energia total das respectivas simulações. Estas figuras mostram a evolução da energia total E normalizada pela energia total inicial E_0 . Vale a pena salientar que, nos casos em que $\lambda = 100$ kpc, fizemos ambos os testes para $\epsilon = 0,1$ e $\epsilon = 1$. Notamos que os resultados são praticamente os mesmos. Assim, exibimos aqui apenas os resultados para $\epsilon = 1$ e $\lambda = 100$ kpc.

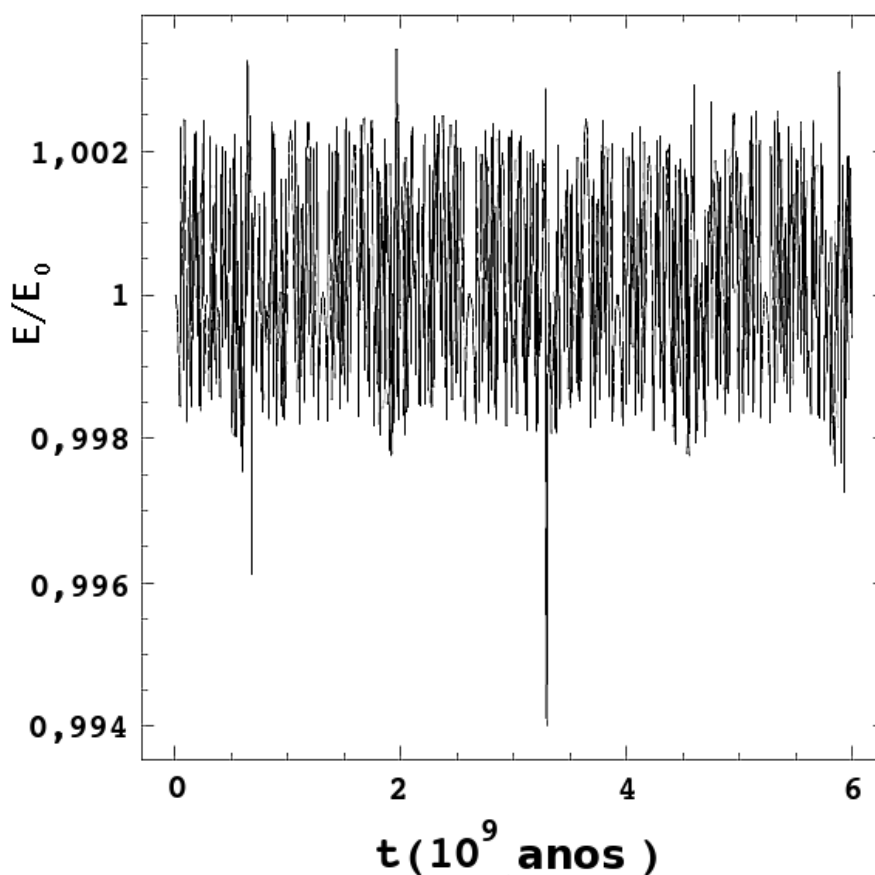


Figura 3.2 - Evolução da energia total (normalizada pela energia total inicial E_0) como função do tempo no caso newtoniano.

Analisando a Fig. 3.2, concluímos que a máxima violação da energia $(E - E_0)/E_0$ é aproximadamente 0,6% em $t \simeq 3,3$ Ganos. No caso PGY, como pode ser visto na Fig. 3.3, a violação da energia é sistematicamente $(E - E_0)/E_0 \simeq 1,3\%$. Note que a conservação da energia é melhor no caso newtoniano, e isto se explica pelo fato de que a função $1/r$ “se comporta” numericamente melhor do que a $e^{-r/\lambda}$. Entretanto, observamos que esta violação pode ser negligenciada por duas razões: primeiro, 6 Ganos é um grande lapso de tempo simulado para tal violação instantânea. Além disto, esta violação é sistemática e em alguns *snapshots* a violação é nula. Note que este comportamento também aparece no caso newtoniano. É interessante notar que em 6 Ganos a violação da energia é quase nula em ambas as simulações, mostrando que o nosso método é consistente.

No que concerne a conservação do momentum angular, a Fig. 3.4 exhibe a evolução do momentum angular total L , normalizado pelo momento angular inicial total L_0 .

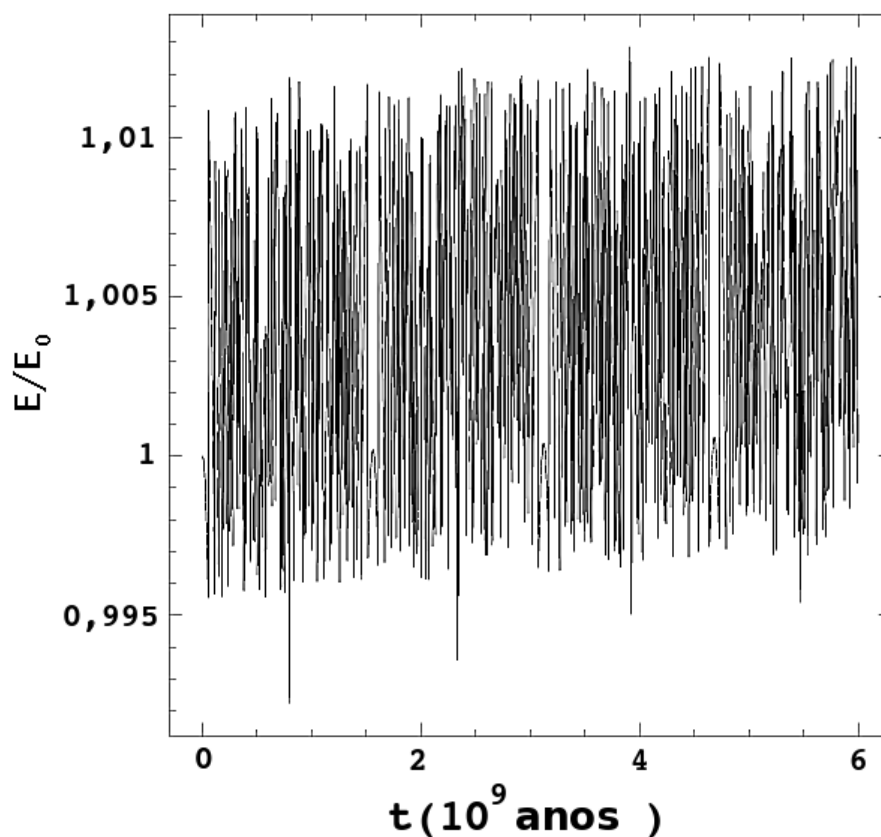


Figura 3.3 - Evolução da energia total (normalizada pela energia total inicial E_0) como função do tempo no caso yukawiano com $\lambda = 100$ kpc.

Notamos que o momentum angular total é sistematicamente violado em 0,2 % do valor inicial.

Outra questão pertinente, no caso da conservação da energia, é a que envolve grandes períodos de tempo simulado, e.g., 100 Ganos. Os resultados exibidos nas Figuras 3.5, 3.6 e 3.7 mostram que o comportamento numérico de tal simulação *secular* é sistemático, exatamente como no caso em que o tempo simulado foi de 6 Ganos. Tais resultados mostram que o código modificado mantém o realismo físico, porque as perdas das integrais de movimento (energia e momento angular) são desprezíveis, quando se leva em conta que o período de tempo total, sob o qual o sistema é evoluído, é quase dez vezes maior do que a idade do Universo.

Apesar das análises sobre a conservação da energia total e do momentum angular total, realizamos três testes adicionais. O primeiro verifica o semi-período orbital da partícula teste. O segundo teste avalia a precessão da órbita da partícula. O

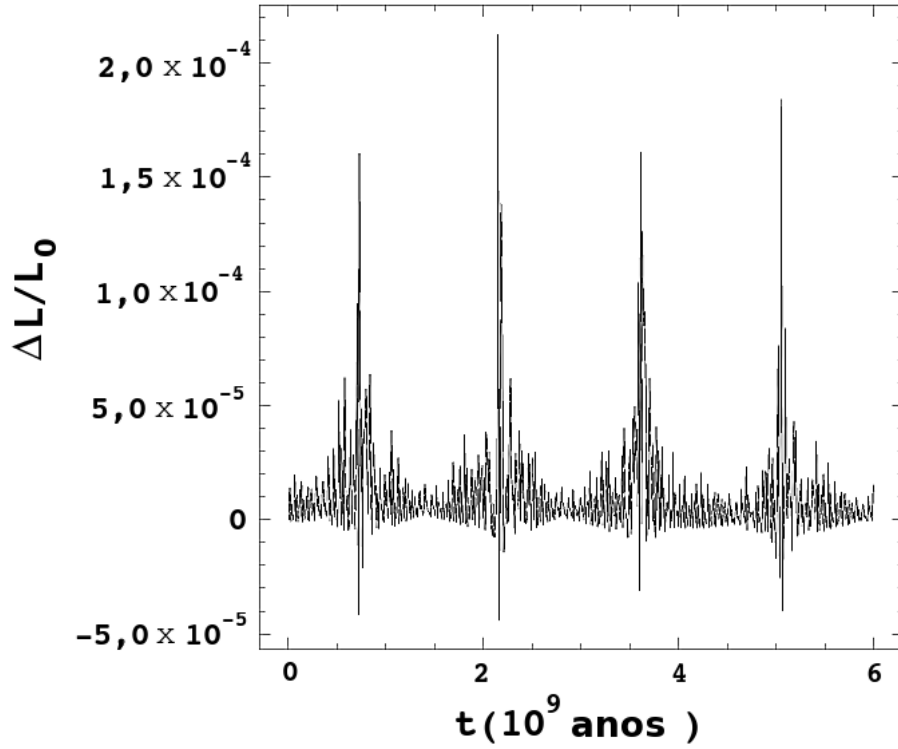


Figura 3.4 - Evolução do momento angular total (normalizado pelo momento angular inicial), no caso yukawiano com $\lambda = 100$ kpc.

terceiro teste investiga a diferença entre os potenciais gravitacionais calculados pelo código, i.e., segundo o seu algoritmo de árvore octal recursivo, e os calculados pelo método da soma direta (Método PP). Para este teste, usamos 30.000 partículas para representar um *snapshot* típico de simulações galácticas. No teste do período orbital, calculamos o semi-período, dado por:

$$T_r = \int_{r_{ap}}^{r_p} \frac{dr}{\sqrt{2[E - \Phi(r)] - \frac{L^2}{r^2}}}, \quad (3.4)$$

onde T_r é o semi-período orbital, r_{ap} é o apocentro, r_p é o pericentro, E é a energia total inicial por unidade de massa, $\Phi(r)$ é o potencial sobre a partícula-teste, r é a distância a partir do centro de massa da partícula teste e L , o momento angular por unidade de massa. Quando calculada numericamente, com os dados do sistema simulado em questão, encontra-se o valor de 0,78 Ganos. Na nossa simulação, o valor numérico obtido através da inspeção dos *snapshots* é também de 0,78 Ganos, i.e., os resultados são os mesmos. O período pode ser visto também nas Figs. 3.8 e 3.9,

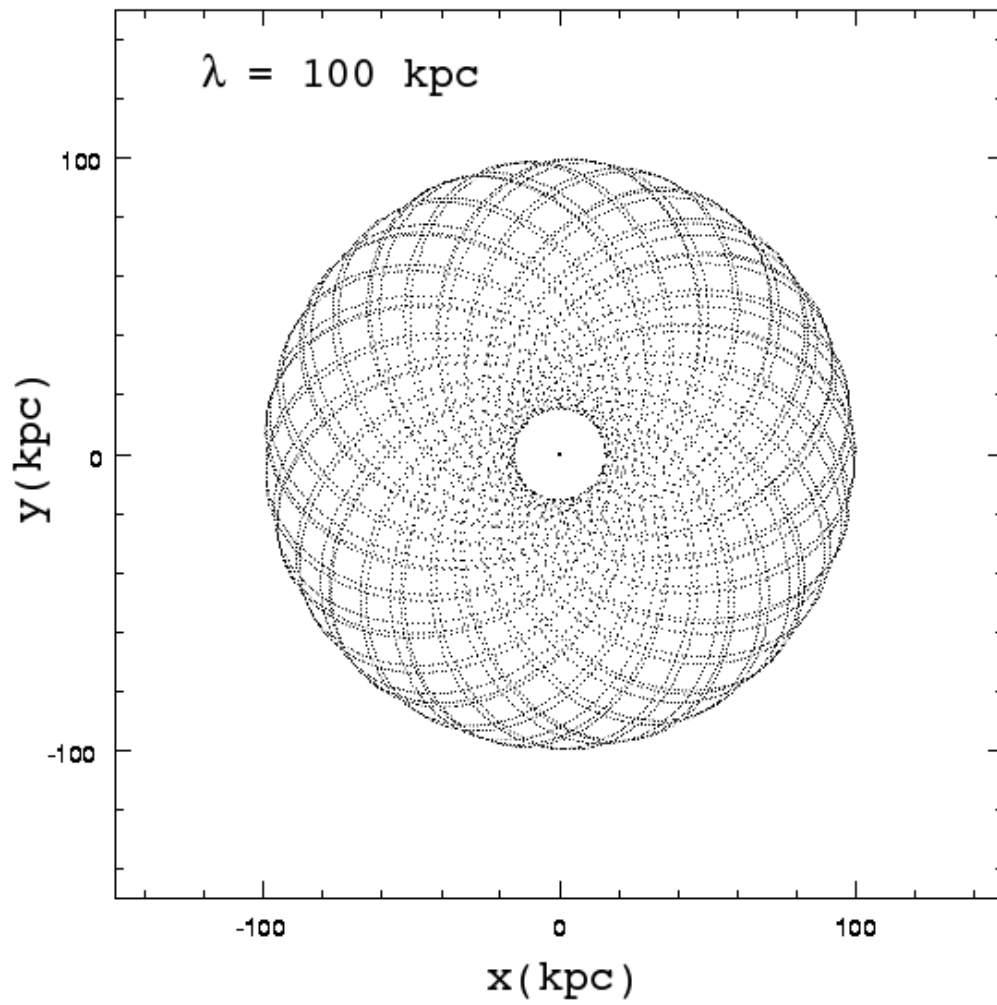


Figura 3.5 - Trajetórias da partícula-teste no plano- xy . A partícula central é a massiva. O tempo total simulado é de 100 Ganos.

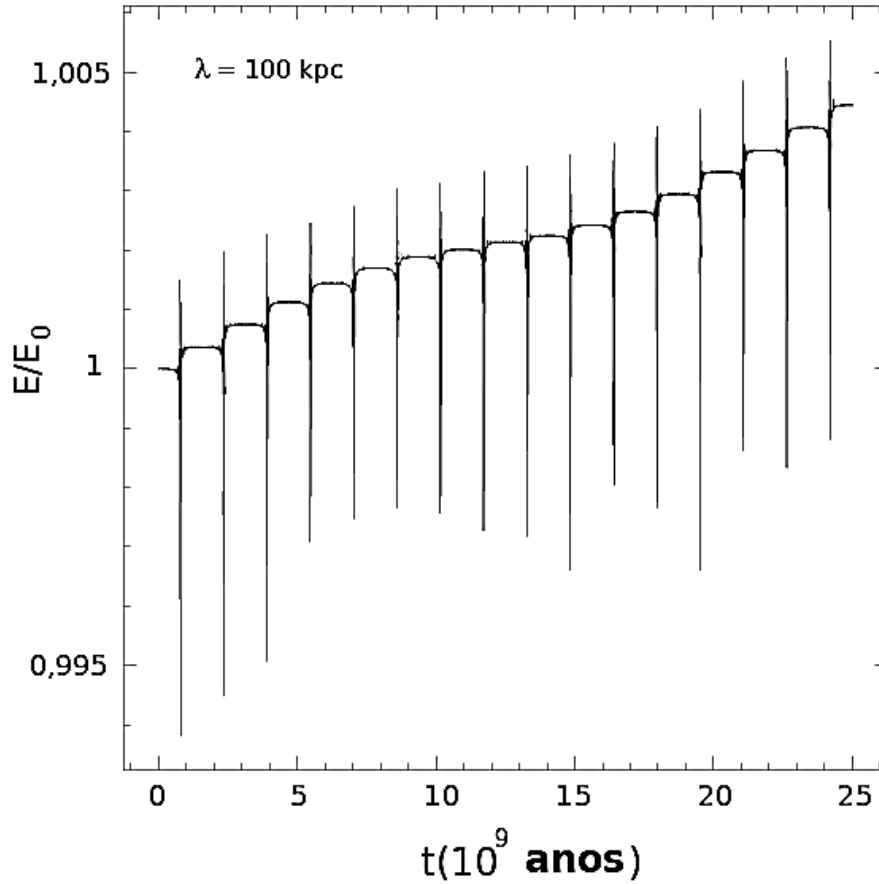


Figura 3.6 - Evolução da energia total (normalizada pela energia total inicial E_0) como função do tempo no caso yukawiano com $\lambda = 100$ kpc. O tempo total é de 100 Ganos.

quando da observação dos ciclos de periastro e apoastro e também de máximos e mínimos da velocidade.

O segundo teste consiste no cálculo do ângulo de precessão. Segundo o Teorema de Bertrand, se um potencial gravitacional decai com a distância mais intensamente do que o termo newtoniano $1/r$, então as órbitas decorrentes deste dado potencial são precessionadas (Vide, e.g., [Goldstein et al. \(2002\)](#)). Estimamos a precessão usando a seguinte equação:

$$\Delta\varphi = 2L \int_{r_{ap}}^{r_p} \frac{dr}{r^2 \sqrt{2[E - \Phi(r)] - \frac{L^2}{r^2}}}, \quad (3.5)$$

onde $\Delta\varphi$ é o desvio do semi-eixo maior. Calculamos esta integral numericamente

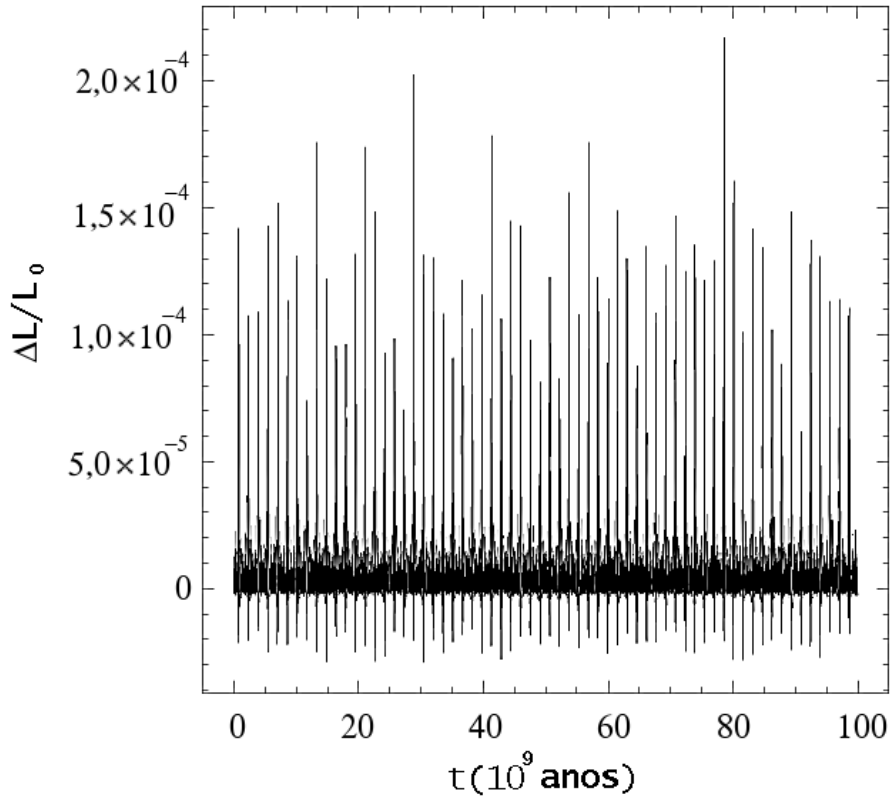


Figura 3.7 - Evolução do momento angular total (normalizado pelo momento angular inicial), no caso yukawiano com $\lambda = 100$ kpc. O tempo total é de 100 Ganos.

e o valor numérico com precisão de duas casas decimais é de $\Delta\varphi = 28,72^\circ$. Este valor é igual ao obtido a partir da inspeção dos *snapshots* de nossas simulações. Inspeccionando o *snapshot* em $t=0,78$ Ganos, localizamos a posição das partículas em coordenadas cartesianas. Comparando esta posição com a obtida pela inspeção do primeiro *snapshot*, obtemos o valor do desvio de $\Delta\Phi = 28,72^\circ$. Este resultado novamente nos mostra que o **Gadget-2** modificado para simular o PGY funciona acuradamente e reproduz muitas propriedades físicas deste tipo de potencial, devido à boa acurácia característica do seu algoritmo de integração.

3.2.2 Testes com Sistemas de N -Corpos

Até aqui investigamos o problema de dois corpos, cujos testes numéricos estão em boa concordância com as previsões analíticas. A partir de agora, consideraremos o problema de N -corpos, para o qual o código **Gadget-2** foi escrito. Desta maneira, estamos interessados inicialmente em investigar a acurácia do algoritmo em árvore recursivo submetido ao PGY, comparando-o com o método partícula-partícula sob

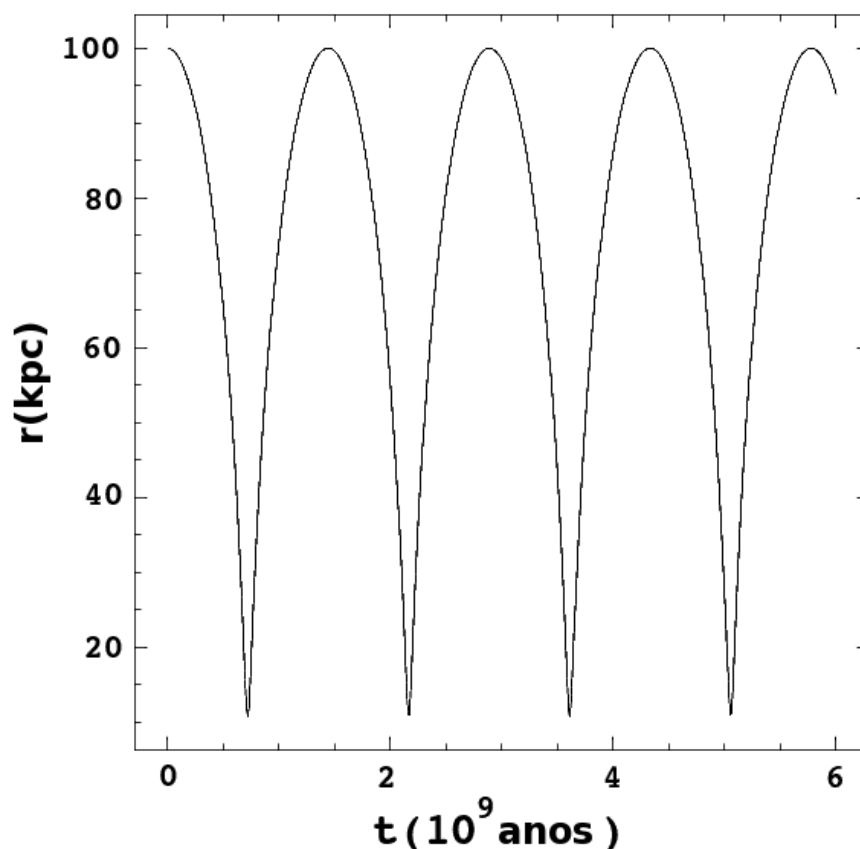


Figura 3.8 - Evolução da distância da partícula a partir do sistema de referência do centro de massa do sistema com $\lambda = 100$ kpc.

o mesmo potencial. Isto equivale a garantir o realismo de nossas simulações, posto que o método partícula-partícula é mais preciso. Além disto, verificaremos de que modo os parâmetros numéricos N , λ e ϵ influenciam os valores dos passos de tempo *timesteps*, assim como no caso da conservação da energia. No que se segue, mostraremos os resultados principais obtidos de testes de simulações de N -corpos.

3.2.2.1 O Algoritmo Recursivo em Árvore no Caso do PGY

Os testes seguintes consistem na comparação dos potenciais gravitacionais de um sistema de partículas calculados por dois métodos diferentes: o exato, também denominado de método da soma direta ou método partícula-partícula (*método PP*), que calcula todos os potenciais com um número de operações $\sim N^2$, e o método de árvore octal recursiva, usado pelo código **Gadget-2**, conforme já explicamos. Neste teste, usamos ambos os códigos, o **Gadget-2** padrão -sob física newtoniana-

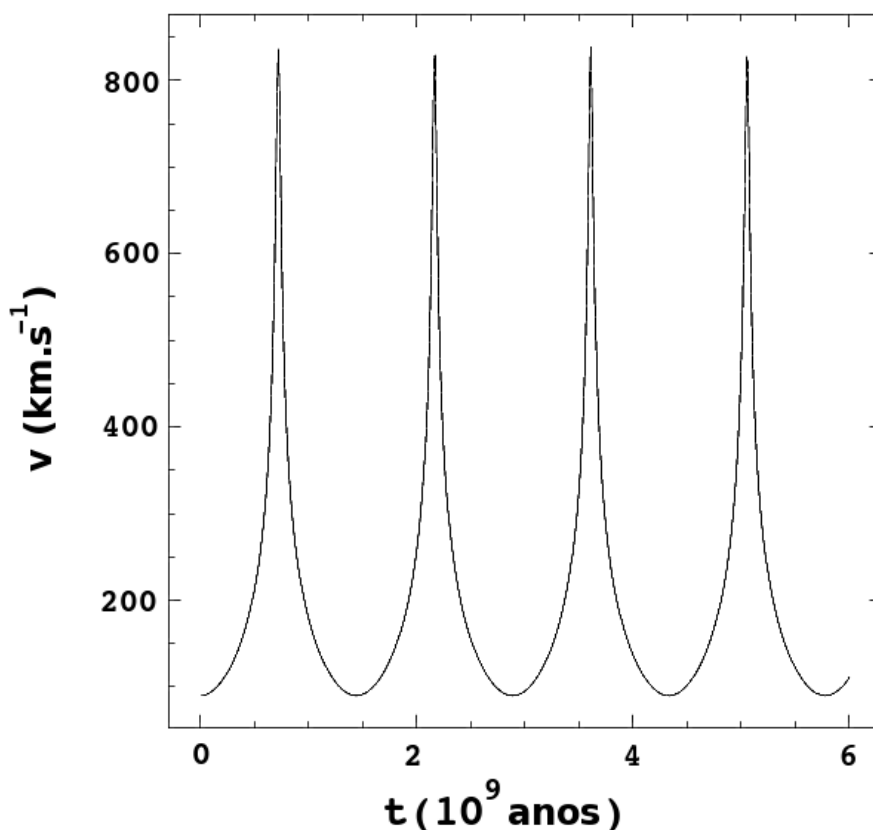


Figura 3.9 - Evolução da velocidade da partícula a partir do sistema de referência do centro de massa do sistema com $\lambda = 100$ kpc.

e a nossa versão modificada. Para isto, escolhemos um *snapshot* típico usado em simulações galácticas. Este *snapshot* descreve um sistema de partículas modelando as condições iniciais de um disco exponencial composto por 10.000 partículas imerso num halo de matéria escura composto por 20.000 partículas descrito por um perfil de densidades de Hernquist (Sobre perfis de Hernquist, Vide Capítulo 5). Ambos os sistemas são construídos a partir de parâmetros típicos, como os modelos de sistemas *late-type* desenvolvidos por [Springel e White \(1999\)](#). Veremos a seguir que tal resolução é suficiente para testar a acurácia do código modificado, através do cômputo dos PGYs de todas as partículas.

Na Fig. 3.10, exibimos uma visualização do nosso modelo galáctico. No Capítulo 5, descreveremos detalhadamente este tipo de modelo.

Usando um código em linguagem Fortran, calculamos o potencial total das partículas do halo e do disco pelo método da soma direta, cujos resultados são comparados

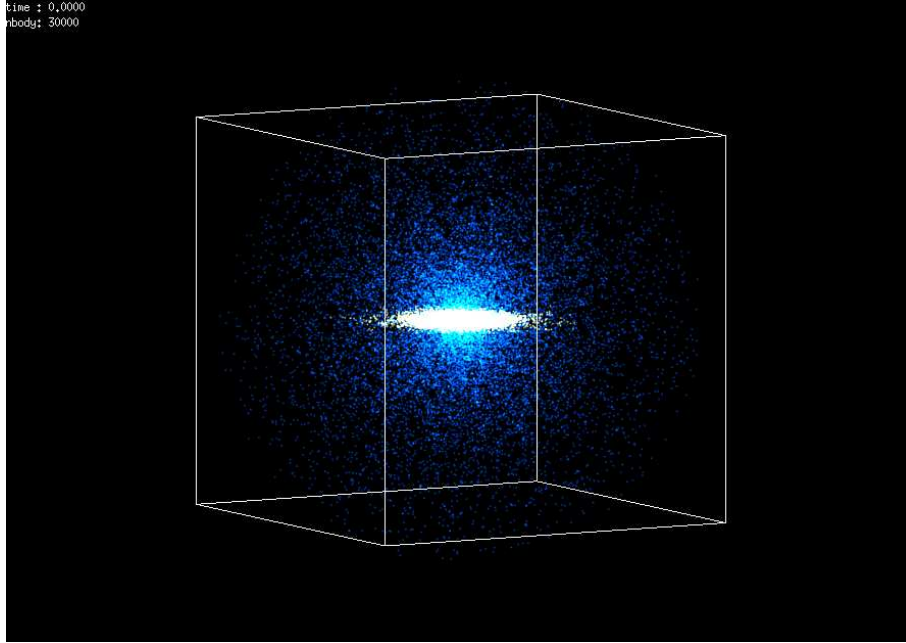


Figura 3.10 - *Snapshot* típico de um modelo de galáxia espiral e seu halo de matéria escura vistos em perspectiva. Cada lado da caixa tem comprimento de 80 kpc. Partículas azuis representam o halo de matéria escura e as em branco/amarelo indicam o disco.

com os calculados pelo **Gadget-2** modificado para computar os PGY's. Para este fim, definimos $\Delta\phi = |\phi_{Nbody} - \phi_{Tree}|$ como o módulo da diferença resultante do cálculo do potencial pelos distintos métodos citados acima. ϕ_{Nbody} indica o potencial calculado pelo método da soma direta (com o nosso código Fortran), e ϕ_{Tree} , o potencial calculado pelo **Gadget-2**, que usa o método de árvore. Para este cálculo, os seguintes conjuntos de parâmetros típicos do algoritmo em árvore são usados: o parâmetro de tolerância $\theta = 0,8$ (DANTAS, 2002) e os comprimentos de amolecimento do halo e do disco bariônico respectivamente, $\epsilon_h = 1$ kpc e $\epsilon_d = 0,4$, obtidos pela distância média entre as partículas das regiões centrais das respectivas distribuições de matéria. Estes parâmetros são os mesmos para ambos os casos, o newtoniano e o do PGY, i.e., eles são fixos. Definindo o erro relativo $\Delta\phi/\phi_{Nbody}$, podemos comparar a eficácia de ambos os códigos. O sistema de unidades usado aqui é $10^{10}M_{\odot}$ para unidade de massa, kpc para distâncias e km.s^{-1} para velocidades.

Na Fig. 3.11, mostramos $\Delta\phi/\phi_{Nbody}$ contra os potenciais das partículas no caso newtoniano, enquanto na Fig. 3.12, mostramos o caso do PGY, lembrando que ambos os potenciais são calculados a partir do mesmo *snapshot*. Para calcular os potenciais no caso do PGY, fixamos $\lambda=100$ kpc, correspondente ao mesmo comprimento do

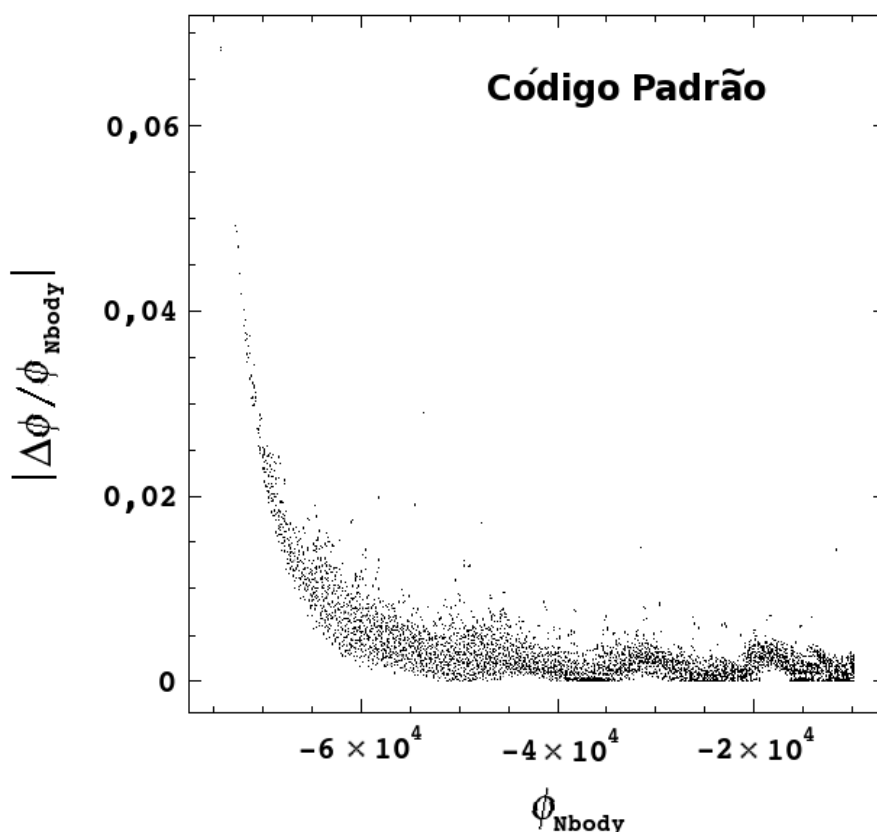


Figura 3.11 - Módulo do erro relativo como função do potencial gravitacional newtoniano para as partículas do halo de matéria escura e para as do disco bariônico.

raio de truncamento do halo, conforme mostramos na Fig. 3.10. Devido ao fato de fixarmos o raio de truncamento do halo e λ com mesmo comprimento, o fator $e^{-r/\lambda}$ desempenha um papel fundamental nos cálculos do potencial em grandes e médias separações entre as partículas. Note que se duas partículas estão separadas por uma distância de 2,5 kpc, o potencial em cada partícula corresponde a 0,976 vezes do newtoniano (conforme Eq. 3.1). Porém, no caso em que a distância entre as partículas é de 10 kpc, o potencial yukawiano é $\sim 0,9$ do newtoniano, e quando a distância é aumentada para 25 kpc, o potencial é 0,78 do newtoniano.

Analisando as Figs. 3.11 e 3.12, concluímos que, no caso do PGY para $\lambda = 100$ kpc, a precisão do algoritmo em árvore se comporta muito similarmente ao caso newtoniano. Notamos que os erros são os mesmos em ambos os casos e que as figuras mostram que o código modificado pode calcular potenciais de sistemas de N -corpos com a mesma precisão do código padrão. Note que usamos o mesmo *snapshot*

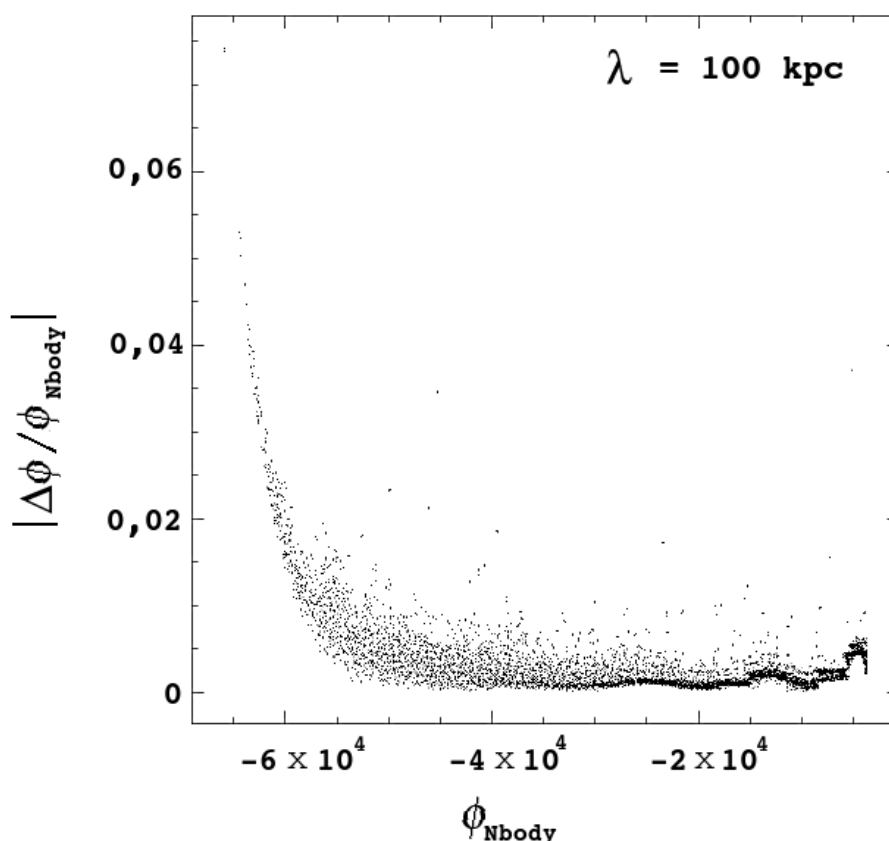


Figura 3.12 - Figura descrita do mesmo modo como na Fig. 3.11 para o PGY com $\lambda = 100\text{kpc}$.

inicial nas Figs. 3.11 e 3.12, porém resultados similares foram obtidos para quaisquer conjunto de *snapshots* de nossas simulações.

3.2.2.2 Testes Adicionais de N -corpos: $\lambda = 1 \text{ kpc}$ e $\lambda = 10 \text{ kpc}$.

Em adição aos testes descritos acima, também fizemos simulações considerando $\lambda = 1$ e 10 kpc , usando um *snapshot* inicial similar ao anterior, porém com maior resolução, ou seja, 30.000 partículas para ambos halo e disco, totalizando 60.000 partículas. Neste novo teste, mudamos os valores de ϵ para $\epsilon_h = 0,1$ e $\epsilon_d = 0,05$, propositalmente a fim de testar a acurácia do método de árvore occtal. Nossos procedimentos computacionais são idênticos aos descritos em subseções prévias e aqui nós mostramos que ϕ_{tree} e ϕ_{Nbody} são praticamente os mesmos.

Os resultados são mostrados nas Figs. 3.13 e 3.14, nos quais plotamos ϕ_{tree} contra ϕ_{Nbody} para todas as partículas da simulação; a linha tracejada representa $\phi_{Nbody} =$

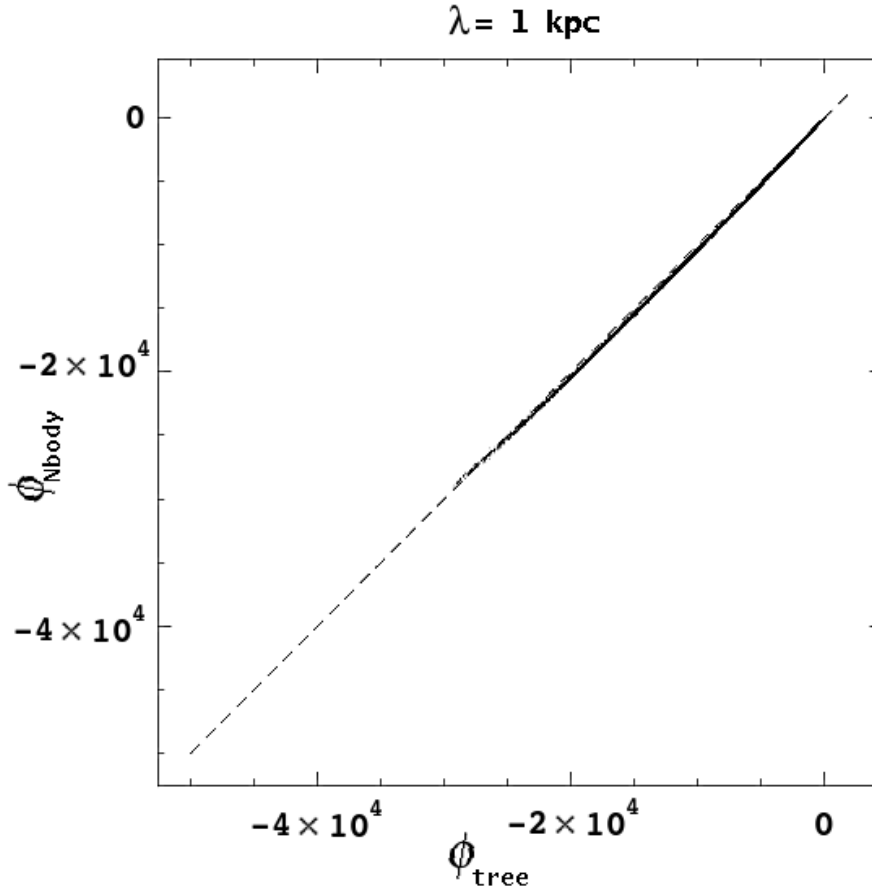


Figura 3.13 - Acurácia da árvore octal para o caso $\lambda = 1 \text{ kpc}$. Mostramos ϕ_{tree} vs. ϕ_{Nbody} para todas as partículas da nossa simulação; A linha tracejada representa $\phi_{Nbody} = \phi_{tree}$.

ϕ_{tree} . Note que os pontos estão distribuídos ao longo da linha tracejada, com espalhamento desprezível. Este resultado mostra que o código modificado calcula os potenciais gravitacionais com boa acurácia.

3.2.2.3 Testes de *Timestep*

Simulações numéricas ainda estão sujeitas a controvérsias consideráveis, principalmente as que concernem aos cálculos de modelamento de sistemas acolisioniais e sua resolução. É bem conhecido que os parâmetros N , ϵ e Δt podem mudar os resultados de simulações, e, em cenários descritos pela dinâmica galáctica, alguns detalhes da morfologia final podem depender deste conjunto de parâmetros. Por exemplo, no caso de modelagem de sistemas *late-type*, nossos testes preliminares sugerem que o aparecimento prévio ou tardio de barras ou

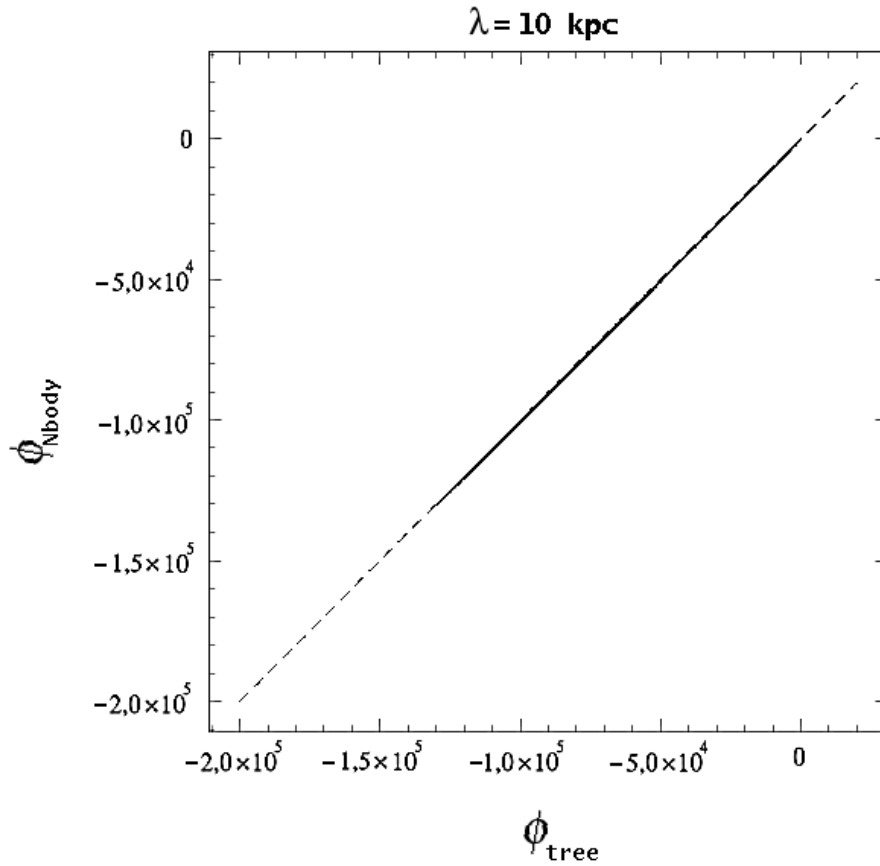


Figura 3.14 - Acurácia da árvore octal para o caso $\lambda = 10$ kpc. Esta Figura segue o padrão da Fig. 3.13.

anéis depende destes parâmetros. Um detalhado e importante estudo nesta questão é realizado por [Gabbasov et al. \(2006\)](#), no qual eles investigam a influência dos parâmetros numéricos N , ϵ e Δt nos resultados de um conjunto de simulações com galáxias discóides e questões relacionadas com a formação de barras nestes sistemas (modelos de galáxias espirais⁵, conforme veremos em capítulos a seguir). Eles provam, por exemplo, que diferentes conjuntos destes parâmetros podem mudar significativamente os resultados de simulações realizadas com o mesmo *snapshot* inicial. Nesta Subseção, realizamos testes similares aos de [Gabbasov et al.](#), com a finalidade de investigar a influência dos parâmetros numéricos N , o número total de partículas, ϵ , e λ sobre os valores dos *timesteps*, usando uma metodologia também similar à usada por eles. É importante observar que nossos testes são de algum modo menos complexos do que os de [Gabbasov et al.](#), pois consideramos simulações

⁵Por razões históricas, também denominadas de sistemas *late-type*.

numéricas com duração de 0,1 Ganos de tempo simulado, apenas para verificar a influência destes parâmetros sobre os valores dos passos de tempo calculados pelo algoritmo do **Gadget-2**. Embora este tempo simulado seja curto, se comparado aos das simulações feitas por [Gabbasov et al. \(2006\)](#), consideramos os nossos testes suficientes, porque cada simulação-teste toma $\sim 500-5000$ *timesteps* para ser completada. Assim, consideramos o número de passos temporais estatisticamente satisfatórios para os nossos propósitos. De fato, em alguns testes preliminares realizados com 30.000 e 300.000 partículas até 1 Gano de tempo simulado, os valores de $\Delta E/E_0$ e de Δt não mudaram significativamente, embora 50.000 *timesteps* foram necessários.

Com esta metodologia, 0,1 Ganos representam uma amostra necessária e conveniente para os nossos estudos, por causa das nossas limitações computacionais. Deste modo, usamos três *snapshots* com 30.000, 300.000 e 1.200.000 partículas, conservando a razão de 1:2 para o número de partículas do disco bariônico e do halo escuro, respectivamente. Simulamos estes *snapshots* para valores diferentes de ϵ e λ . Estes *snapshots* representam um disco exponencial imerso numa esfera de Hernquist truncada (Vide Capítulo 5), conforme explicamos acima.

Para fazer as simulações mostradas na Tabela 3.2, estimam-se os valores de ϵ calculando a separação média inter-partículas no centro das distribuições do halo e do disco. Nossos valores são próximos daqueles usados por [Gabbasov et al. \(2006\)](#), e, portanto, podem ser considerados como valores típicos, se também comparados com os muitos citados na literatura. Note que, nos casos em que $\epsilon < 0,01$, as simulações se tornam “mais colisionais” - porque os espalhamentos são calculados com mais intensidade - e a conservação da energia adquire valores menos precisos, em concordância com os resultados obtidos por [Gabbasov et al. \(2006\)](#). Se a resolução é aumentada, i.e., se os valores de ϵ são menores, então os valores dos *timesteps* tornam-se menores também, conforme já verificamos. Consequentemente, o algoritmo em árvore octal do **Gadget-2** computa maiores acelerações e potenciais nestas pequenas escalas do que nos casos em que a resolução é menor (maiores valores de ϵ).

Contudo, naqueles casos onde N é muito grande, o sistema tende a ser acolisional, porque, nos encontros próximos entre as partículas, o *kernel* de amolecimento impede divergências de acelerações e potenciais, uma vez que ϵ é escolhido apropriadamente. Também devemos lembrar que o potencial coletivo domina sobre as interações

Tabela 3.2 - Resultados de algumas simulações para diversos valores de N , ϵ e λ (em kpc). Note que os respectivos valores de Δt são calculados pelo código **Gadget-2**. A conservação da energia $\Delta E/E_0$ também é exibida para cada simulação.

N	λ	ϵ_h	ϵ_d	Δt	$\Delta E/E_0 \leq$
30.000	1,0	1,0	0,4	0,0016	1,0%
30.000	1,0	0,1	0,04	$0,00020 \leq \Delta t \leq 0,00039$	0,3%
300.000	1,0	0,1	0,04	$0,00020 \leq \Delta t \leq 0,00078$	0,015%
300.000	1,0	0,01	0,004	$4,88281 \times 10^{-5}$	0,1%
1.200.000	1,0	0,1	0,04	$0,00020 \leq \Delta t \leq 0,00039$	0,01%
1.200.000	1,0	0,01	0,004	$9,76562 \times 10^{-5}$	0,02%
30.000	10,0	1,0	0,4	0,00078	0,4%
30.000	10,0	0,1	0,04	0,00020	0,15%
300.000	10,0	0,1	0,04	0,00020	0,02%
300.000	10,0	0,01	0,004	$2,44141 \times 10^{-5}$	0,15%
1.200.000	10,0	0,1	0,04	0,00020	0,015%
1.200.000	10,0	0,01	0,004	$4,88281 \times 10^{-5}$	0,04%
30.000	100,0	1,0	0,4	0,00078	0,08%
30.000	100,0	0,1	0,04	0,00020	0,08%
300.000	100,0	0,1	0,04	0,00020	0,06%
300.000	100,0	0,01	0,004	$2,44141 \times 10^{-5}$	0,2%
1.200.000	100,0	0,1	0,04	0,00020	0,04%
1.200.000	100,0	0,01	0,004	$4,88281 \times 10^{-5}$	0,05%

individuais, tornando os resultados melhores para $N > 10^5$ partículas. Portanto, quanto maior uma resolução é (i.e., quando maior N), melhor é a conservação da energia total, contanto que os valores de ϵ sejam escolhidos corretamente. Por outro lado, note que, mesmo com um valor menor de N ($N \sim 10^4$), a conservação da energia total também pode ser considerada boa. Além disto, para investigar uma dada teoria alternativa, não é sempre necessário simular um sistema com grande precisão, desde que a energia total se conserve num limite aceitável⁶, uma vez que as propriedades globais de uma galáxia, tais como, por exemplo, o perfil de densidades, a dispersão de velocidades do núcleo, entre outras, podem ser sensíveis a um potencial alternativo. Nos capítulos seguintes, consideraremos esta questão para galáxias elípticas e espirais.

A partir dos nossos resultados, consideramos o código modificado apto para testar o

⁶Por exemplo, poderíamos fixar um limite superior arbitrário de $\Delta E/E_0 \leq 1\%$. Deste modo, as simulações em que $\Delta E/E_0 > 1\%$ ocorrem são descartadas e a resolução ou os valores de ϵ são revistos. Mesmo assim, veremos adiante que as nossas simulações são mais precisas.

PGY. Portanto, estamos em condições de estudar certas teorias alternativas usando galáxias modeladas, com a mesma precisão obtida a partir dos códigos newtonianos.

3.3 Considerações Adicionais

Este Capítulo considera o uso do conhecido código de N -corpos **Gadget-2**, com modificações apropriadas, para estudar teorias alternativas de gravitação, com atenção particular ao PGY. Discutimos como modificar o **Gadget-2** e investigar o grau de realismo de seus resultados, realizando uma série de testes.

Como mostramos em seções prévias, nossos testes são bem sucedidos: os erros numéricos decorrentes de nossas alterações no **Gadget-2** são desprezíveis e podemos usar este código modificado para investigar teorias alternativas de gravitação, no cenário previsto pela dinâmica galáctica, cujos resultados devem prever objetos morfológicamente estáveis, ou, de outro modo, algumas teorias alternativas, como as que se valem do potencial de Yukawa, precisam ser revistas ou descartadas. Isto é um fato muito importante, porque as teorias alternativas aparecem frequentemente na literatura, mas até o presente momento, não há investigações suficientes em escalas galácticas usando códigos de N -corpos como laboratórios realísticos, sob o formalismo da Dinâmica Galáctica. No próximo capítulo, apresentamos tais investigações adicionais do PGY usando um modelo de galáxia elíptica, que será “evoluído” com o código modificado exibido neste capítulo.

4 INVESTIGAÇÃO DO PGY ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS: GALÁXIAS ELÍPTICAS

4.1 Introdução

Estudar Cosmologia é investigar a origem física, o presente e o destino do Universo. Segundo o cenário cosmológico atual, o Universo tem a seguinte composição (SPERGEL et al., 2007): $\sim 4\%$ de matéria bariônica, $\sim 20\%$ de matéria escura, e $\sim 76\%$ de um componente que atua como uma força gravitacional repulsiva nas Equações de Einstein: a energia escura. A matéria escura pode ser explicada por argumentos físicos aceitáveis (e.g., WIMPs ou teoria modificada de gravitação). Futuros experimentos no *Large Hardron Collider* (LHC - Grande Colisor de Hádrons) certamente ajudarão, num futuro próximo, a responder questões concernentes à natureza da matéria escura (se os WIMPs forem detectados ou não). Por outro lado, a composição da Energia Escura é mais difícil de explicar, porque não deve ser atribuída às partículas, e a sua interpretação através do vácuo quântico fornece uma resposta muito ruim: a escala de energia prevista teoricamente supera em centenas de ordens de grandeza o valor observado (Vide, e.g., Carroll et al. (1992)). É importante observar que as explicações baseadas em campos escalares - tais como em alguns modelos de quintessência - não elucidam tal questão, pelo contrário, outras questões sobre a verdadeira origem e a natureza da quintessência permanecem obscuras. Neste cenário aparentemente indecifrável, algumas teorias alternativas de gravitação foram criadas para explicar o problema da energia escura, enquanto outras procuram explicar a matéria escura como alternativa à hipótese de partículas exóticas, tais como os WIMPs. Estas abordagens alternativas não são absurdas, porque até o presente momento, a matéria escura só pode ser detectada indiretamente *via* observações de interações gravitacionais galácticas ou extragalácticas. Estas teorias são baseadas em hipóteses diferentes (e.g., teorias de gravidade escalares-tensoriais, teorias de grávitons massivos, etc.) e elas não prevêm o campo gravitacional newtoniano no limite *não-relativístico* (Vide, e.g., Refs. Moffat (2006), Moffat e Toth (2008), Moffat e Toth (2009), Piazza e Marinoni (2003), Rodríguez-Meza et al. (2005a), Signore (2005)). Pelo contrário, o Princípio da Correspondência não é seguido, e o potencial gravitacional previsto é um PGY. Conforme vimos na Subseção 2.1, a forma mais simples do PGY produzido por uma massa puntual m é

$$\phi = -\frac{Gm}{r}e^{-r/\lambda}, \quad (4.1)$$

onde r é a distância medida a partir da massa puntual, e λ é um comprimento característico, o qual significa, em algumas teorias, o comprimento de onda Compton da partícula de troca, cuja massa m_g corresponde à massa de um bóson chamado gráviton. É interessante notar que, em quase todas as pesquisas concernentes ao PGY, as respectivas investigações (com contrapartida em observações astrofísicas ou não) foram realizadas sob abordagens analíticas ou numérico-analíticas. Assim, as massas do gráviton são estimadas em diversos intervalos, muitos com ordens de grandezas muito discrepantes, face às diferentes escalas de observações sob as quais são estimadas. Obviamente, tais observações pertencem a diferentes cenários astrofísicos, desde escalas do sistema solar até escalas de aglomerados galácticos. Além disto, modelos estáticos são usados geralmente nestas investigações, sem considerar qualquer investigação adicional, e.g., a evolução dinâmica secular destes sistemas. Neste capítulo, executamos simulações numéricas de sistemas triaxiais para investigar o PGY, dado pela Eq. 4.1; também investigamos o quão diferente as galáxias seriam se o PGY fosse mais “realístico” do que o newtoniano em grandes escalas. Por exemplo, se o PGY não mantiver as galáxias elípticas modeladas em equilíbrio secular, então as respectivas teorias previsoras deste tipo de potencial devem ser revistas, caso contrário galáxias não existiriam neste cenário.

É importante salientar que o conteúdo desenvolvido neste capítulo está publicado ([BRANDAO; ARAUJO, 2010b](#)).

Este Capítulo está organizado deste modo: na Seção 4.2, exibimos o código e o modelo galáctico usado, na Seção 4.3, as simulações com respectivos análises e resultados e, finalmente, na Seção 4.4, as perspectivas deste tipo de estudo.

4.2 Método e Cenário

Conforme discutimos em seções anteriores, podemos questionar o que ocorre com galáxias submetidas ao PGY. Sabemos que, desde 1970 até agora, simulações numéricas de galáxias, aglomerados galácticos, e volumes cosmológicos são usados para investigar muitas características observacionais e dinâmicas destes objetos astrofísicos, ajudando a entender o Cosmos. Por exemplo, já se sugeriu que fusões de galáxias discóides podem originar galáxias elípticas gigantes (e.g., [Barnes \(1989\)](#)); galáxias discóides, suas propriedades dinâmicas e sistemas compostos por interações galácticas binárias também são investigados através de simulações numéricas de N -corpos (Vide, e.g, [Hernquist \(1993\)](#), [Springel e White \(1999\)](#), [Springel et al. \(2005\)](#))

e referências correlatas).

Em nossos estudos, para simular uma galáxia elíptica sob o PGY, usamos uma versão modificada do código **Gadget-2** (SPRINGEL, 2005), conforme explicamos detalhadamente na Subseção 3.1. Assim, podemos integrar todas as equações de movimento de um sistema de N partículas acolisionais e seguir a sua evolução.

Uma vez que escolhemos o código, modificamo-lo e o testamos, precisamos apenas de um modelo típico de uma galáxia elíptica representada por partículas. Este é o procedimento padrão em Dinâmica Galáctica com códigos de N -corpos. Para nossos propósitos, escolhemos as esferas de King-Michie (BINNEY; TREMAINE, 2008) por duas razões: (I) Simplicidade de construção do modelo e sua representação acurada de algumas características dinâmicas de galáxias elípticas, e.g., perfil global de densidades (com exceção da região do *caroço*)¹, dispersão de velocidades central e auto-equilíbrio dinâmico. Mesmo assim, não intencionamos reproduzir todas as contrapartes observacionais do núcleo dos objetos simulados, com exceção da dispersão de velocidades. No caso específico do perfil de densidades, o perfil global é suficiente para investigar o PGY. (II) As esferas de King são sistemas dinâmico e secularmente estáveis, de modo que são construídas sem partículas em escape.

As esferas de King são conhecidas como esferas isotérmicas “truncadas”, inicialmente projetadas para modelar aglomerados globulares em equilíbrio com o campo de maré produzido por halos de matéria escura, nos quais estão imersos. A função de distribuição de matéria das esferas de King no espaço de fase é dado por (cf. Binney e Tremaine (2008))

$$f(\varepsilon) = \begin{cases} \rho_1 \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^3}} (e^{\frac{\varepsilon}{\sigma^2}} - 1) & \text{if } \varepsilon > 0 \\ 0 & \text{if } \varepsilon \leq 0, \end{cases} \quad (4.2)$$

onde

$$f(\varepsilon) \equiv \frac{dN(\varepsilon)}{d^3\vec{x}d^3\vec{v}}$$

é o número de partículas por unidade de volume num espaço de fase hexadimensional cujas variáveis são posições \vec{x} e velocidades \vec{v} ; ρ_1 é uma densidade característica, σ é a

¹Isto corresponde a perfis de densidade mais suaves em regiões centrais do esferóide, em comparação com os perfis mais íngremes dos núcleos das esferas de Hernquist (HERNQUIST, 1990), que modelam os sistemas elípticos com mais acurácia.

dispersão de velocidades das partículas $\varepsilon = \Phi_0 - \Phi - \frac{1}{2}v^2$, a energia potencial relativa, Φ , o potencial gravitacional do sistema por unidade de massa, v , a velocidade e Φ_0 , uma constante, tal que $f > 0$ para $\varepsilon > 0$ e $f = 0$ para $\varepsilon \leq 0$.

É importante definir o raio de King, usualmente chamado de raio do caroço (*core radius*), ou seja

$$r_0 = \sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\pi G\rho_0}},$$

onde o subscrito 0 denota os valores na região do caroço $r \leq r_0$.

As esferas de King são construídas com partículas gravitacionalmente ligadas, onde todas as partículas têm velocidades $v < v_{esc}$, de modo que v_{esc} é a velocidade de escape. Quando $\Phi_0 - \Phi = 0$, f se anula, e a esfera é truncada, como definida na Equação 4.2. Neste caso, definimos o raio de maré, r_t , além do qual a distribuição de partículas desaparece. Para as esferas de King, define-se também o parâmetro concentração $c \equiv \log_{10}(r_t/r_0)$, que estima o quão concentrado um dado modelo é.

Vale a pena mencionar que, para se construir uma esfera de King, deve-se integrar a Eq. 4.2 para obter a distribuição de densidades num dado raio e resolver sua equação de Poisson correspondente. Para fazer isto numericamente, é necessário conhecer o seguinte conjunto de parâmetros típicos: $W_0 = \frac{\Psi_0}{\sigma^2}$, onde $\Psi_0 = \Phi(r_t) - \Phi(0)$, r_t , σ , r_0 e M_t , a massa total da galáxia.

Nesta Tese, assumimos o seguinte conjunto de parâmetros típicos para galáxias elípticas, ou seja: $W_0 = 7,17$, $r_t = 79,4$ kpc, $r_0 = 2,0$ kpc, $\sigma = 237,0$ km.s⁻¹ e $M_T = 5 \times 10^{11} M_\odot$, deduzidos a partir de observações de sistemas elípticos, para os quais foram ajustados modelos numéricos de esferas of King (BINNEY; MERRIFIELD, 1998; BINNEY; TREMAINE, 2008).

Para construir o nosso modelo, usamos $N=2.500$ partículas, um número pequeno, porém que permite máximo desempenho aos algoritmos de análises. Além disto, fizemos algumas simulações com maior resolução, i.e., usando $N=10.000$ partículas, porém verificamos que ambos os resultados são muito parecidos se comparados com os do modelo de resolução menor. Então, decidimos manter a resolução baixa, tornando os procedimentos de análises mais fáceis. Para os nossos propósitos, este

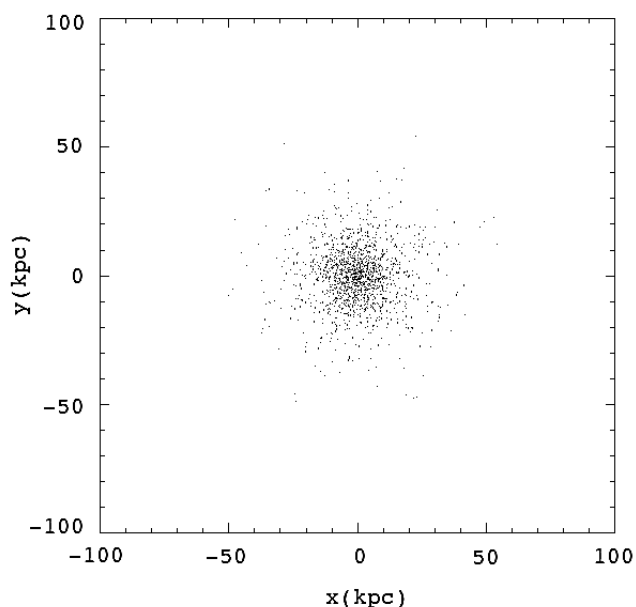


Figura 4.1 - Posições das partículas do *snapshot* inicial, plotadas no plano- xy .

número é suficiente para mapear toda a distribuição de matéria e investigar a influência do PGY sobre a galáxia, incluindo ambos os componentes de matéria escura e bariônica. Na Figura 4.1, exibimos as posições das partículas no plano- xy . Note que o centro da galáxia está localizado na origem do sistema de coordenadas cartesiano $(0,0,0)$ kpc.

Nosso modelo de galáxia elíptica é construído inicialmente sob um potencial newtoniano e em seguida é submetido ao PGY. Este procedimento parece metodologicamente inadequado, porque se poderia pensar que se deveriam construir galáxias diretamente com o PGY. Contudo, as partículas representam quantidades físicas observáveis, tais como posições, velocidades e massas distribuídas sobre um volume. Sob este método, quando se constrói um *snapshot* inicial de uma galáxia com o potencial newtoniano, na verdade se reproduzem as seguintes características **observacionais**: perfil radial de densidades, traçador do perfil radial de luminosidades, e as dispersões de velocidades. Outro ponto a considerar é o seguinte: as partículas do modelo em questão representam amostras estatísticas de uma distribuição real de matéria, cujas interações locais são regidas pelo potencial gravitacional coletivo de todo o sistema. Segue que o nosso modelo é adequado para a realização de simulações de sistemas acolisionais. Deste modo, independentemente da física usada para construir modelos de galáxias, as partículas simuladas devem

reproduzir as características observadas de objetos reais. Quando um modelo de galáxia é então submetido ao PGY, suas propriedades dinâmicas (que reproduzem as características observacionais) se “ajustam” ao novo tipo de potencial. Nosso objetivo maior é então analisar, ao final das simulações, se estas características são consistentes com os objetos reais.

4.3 Simulações e Resultados

Usando a nossa versão modificada do código **Gadget-2**, realizamos uma sequência de quatro simulações numéricas para estudar o comportamento das esferas de King sob o PGY. Todas as simulações foram realizadas com o mesmo *snapshot* inicial, i.e., com as mesmas condições de contorno, como explicamos acima, e os mesmos parâmetros computacionais, e.g., número de *snapshots* por simulação, tempo simulado final e inicial, tempo por *snapshot*, sistema de unidades, etc. Apenas o parâmetro λ é modificado, para que seja investigado a sua influência nos resultados.

Os principais parâmetros estão fixados deste modo: o parâmetro de tolerância $\theta = 0,8$, o comprimento de amolecimento $l = 0,1$ kpc, para convergir a máxima resolução possível com a capacidade do código em calcular o PGY com erros desprezíveis, conforme discutimos na Seção 3. O parâmetro de Yukawa é fixo em cada simulação. Para cada simulação, estão fixados respectivamente em $\lambda = 1, 10, 100$ e 1000 kpc. As simulações se iniciam em $t = 0$ e terminam com $t = 1$ Gano. A violação na conservação da energia é mostrada na Figura 4.2. Nesta figura, dispomos o logaritmo dos valores de $\Delta E/E_0$, onde $\Delta E = E - E_0$, E é a energia total no tempo t e E_0 , a energia total inicial. A partir desta figura, concluímos que a violação da conservação da energia total é menor do que $10^{-2}E_0$, então as nossas simulações são dinamicamente realísticas.

Para analisar a morfologia final do modelo simulado, exibimos na Figura 4.3 os *snapshots* após 1 Gano de tempo simulado. Esta figura mostra uma característica peculiar do PGY para pequenos valores de λ : a galáxia se dissolve, ou seja, sua estrutura se volatiliza para o ambiente extragaláctico. Assim, a inspeção direta dos *snapshots* nos mostra que a galáxia simulada “evapora”: seu núcleo (caroço) é destruído para $t \lesssim 100$ Manos no caso em que $\lambda = 1$ kpc. Em outras palavras, galáxias não existiriam. No caso em que $\lambda = 10$ kpc, o núcleo da galáxia se comporta como um objeto clássico, e pode “sobreviver” por muitos períodos orbitais, mas regiões além de $r \sim 10$ kpc se expandem, e o sistema cresce até alcançar 400 kpc.

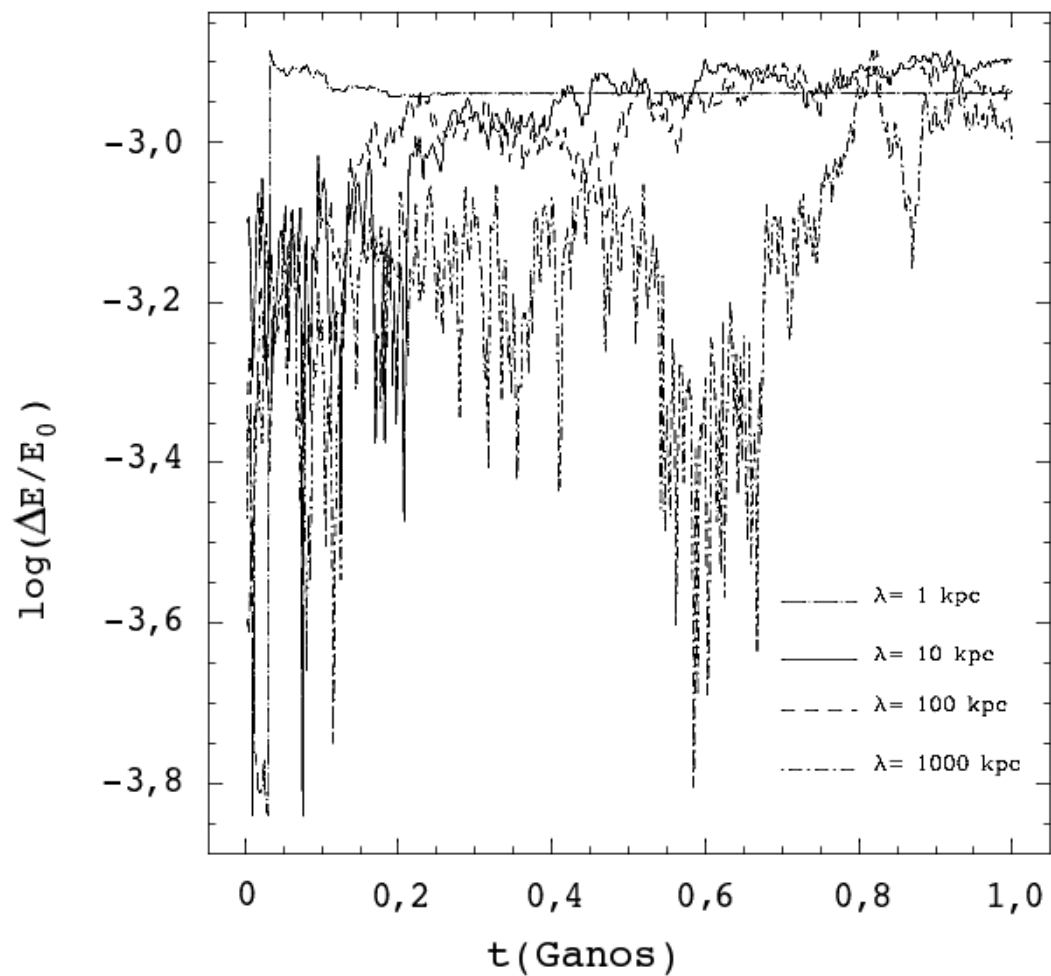


Figura 4.2 - Valores logarítmicos de $\Delta E/E_0$, onde E é a energia total no tempo t e E_0 , a energia total inicial. O tempo é em unidades de Ganos.

Assim, como uma conclusão, o valor $\lambda = 1$ kpc não é realístico, pois não haveria galáxias típicas no Cosmos. Além disto, para o valor $\lambda = 10$ kpc, as galáxias teriam luminosidades mais débeis, seriam maiores teriam núcleos mais densos, conforme demonstraremos adiante.

No caso em que $\lambda = 100$ kpc, o sistema esférico simulado mantém-se estável por muitos períodos orbitais e apresenta-se semelhante à sua contrapartida observacional. O mesmo resultado é observado para o caso em que $\lambda = 1000$ kpc. Deste modo, ao analisar os resultados imediatos das simulações, sugerimos que, se o PGY fosse um potencial viável, deveríamos ter $\lambda \gtrsim 100$ kpc. Valores menores para λ vinculariam apenas a existência de morfologias pequenas ou anãs, e os sistemas elípticos maiores com $r_t > 10$ kpc, incluindo as cDs gigantes, não existiriam.

Como podemos ver na Figura 4.3, aspectos similares das galáxias simuladas são encontrados para $\lambda = 10, 100$ e 1000 kpc em 1 Gano, apesar de algumas anomalias encontradas no caso em que $\lambda = 10$ kpc. Assim, podemos fixar um limite superior para a massa do gráviton, desde que investiguemos a informação física disponível nos arquivos de *snapshots* em 1 Gano, recuperando algumas características observacionais do modelo simulado nos diversos valores de λ . Estas informações são comparadas com as do *snapshot* inicial para ver o quão o sistema final se desvia de seus valores iniciais, que possuem contrapartida observacional.

Um primeiro e importante teste é comparar o perfil radial de densidades inicial com o final. Na Figura 4.4, exibimos os perfis radiais de densidade $\rho(r)$ dos nossos modelos simulados obtidos a partir dos dados das posições das partículas disponíveis nos arquivos de *snapshot*, onde r é a coordenada radial no sistema de coordenadas esférico. Nesta figura, exibimos linhas contínuas representando os valores iniciais de $\rho(r)$, enquanto as linhas tracejadas indicam os seus valores finais.

Como pode ser visto na Figura 4.4, o perfil de densidades calculado para a simulação com $\lambda=1$ kpc perde completamente as suas características iniciais: devido ao fato de que as partículas escapam definitivamente para o ambiente extragaláctico, a região compreendida em $r \lesssim 30$ kpc apresenta uma densidade muito baixa.

Se $\lambda = 10$ kpc, à medida em que o tempo simulado aumenta, a esfera cresce, mas as partículas não escapam como no modelo anterior. A galáxia mantém alguns aspectos de suas características iniciais, como podemos concluir a partir do estudo do seu perfil

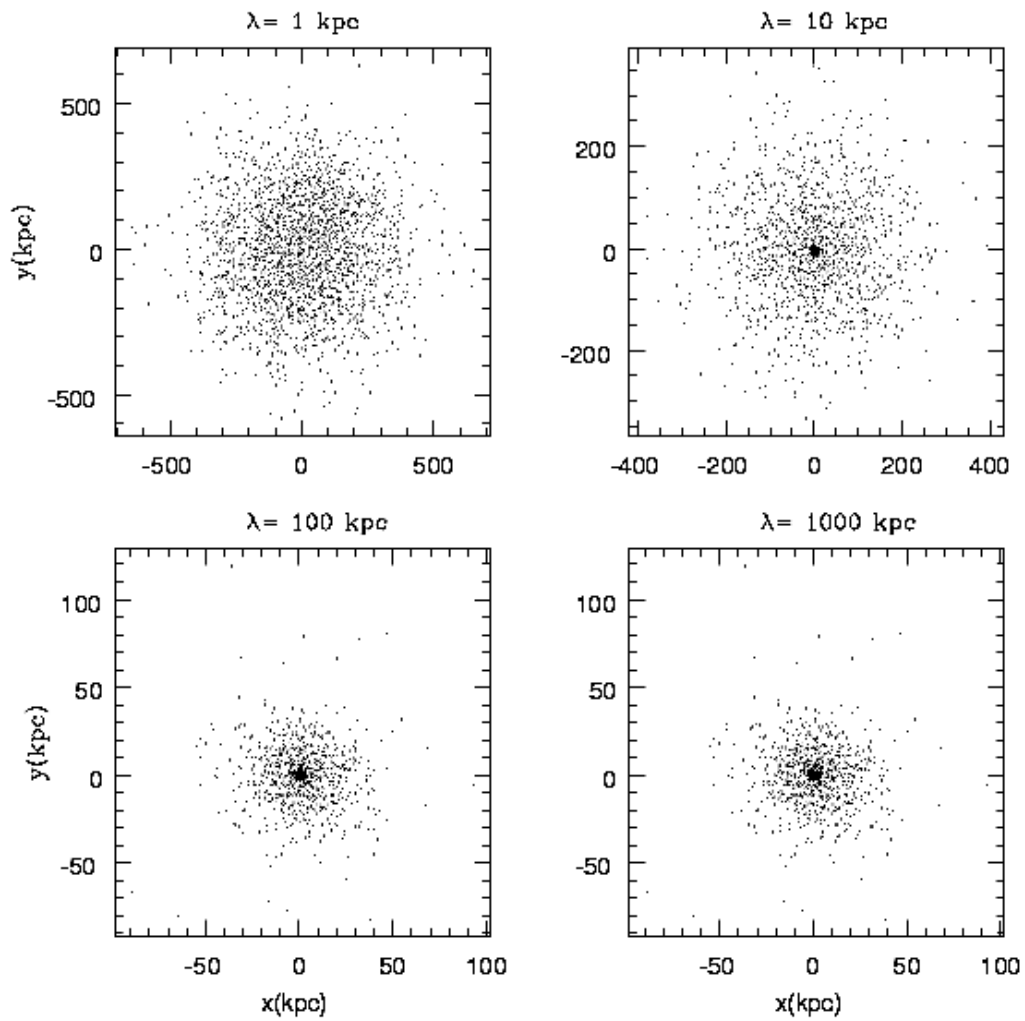


Figura 4.3 - Posições das partículas dos *snapshots* finais, exibidos no plano- xy . Os quadros são construídos em escalas diferentes e cada caixa indica um tipo de simulação, cujo valor de λ está indicado sobre cada quadro.

radial de densidades final, que se assemelha ao inicial, porém a densidade decresce mais intensamente no modelo final.

Se $\lambda > 100$ kpc, o perfil de densidades mantém a sua forma inicial. Notamos que o efeito de ruído numérico das partículas (*particle noise*) perturba principalmente a extremidade direita destas curvas e as regiões correspondentes ao caroço, mas estas curvas conservam as características das curvas de King, a despeito do ruído observado.

Analisando as Figuras 4.3 e 4.4, é inconsistente sugerir valores de $\lambda < 10$ kpc. A galáxia evaporaria mais rapidamente do que ocorreria via Evolução Secular. Consequentemente, na pior das hipóteses, apenas núcleos galácticos poderiam existir. Conforme vemos nestas figuras, apenas os casos para $\lambda=10, 100$ e 1000 kpc dariam resultados aceitáveis e os modelos pareceriam similares, devido ao fato de que os respectivos valores dos perfis de densidade se parecem com os seus correspondentes valores iniciais sobre toda a direção radial. Mesmo assim, os melhores resultados são os obtidos para $\lambda > 100$ kpc.

Outro teste dinâmico de interesse é o de medir a dispersão de velocidades σ do caroço galáctico a partir dos arquivos de *snapshot*. A evolução de σ pode nos mostrar o quão os modelos desviam do valor inicial, compatível com os tipicamente observados. Em outras palavras, um dado modelo é realístico ou não se é demasiadamente perturbado do seu valor observado. Para os nossos propósitos, é suficiente medir a dispersão a partir dos dados do caroço projetados num eixo arbitrário, assim como os núcleos galácticos reais são vistos projetados no céu. Então, medimos o valor de σ_z , a dispersão de velocidades ao longo do eixo- z , enquanto as partículas são dispostas no plano- xy . Note que qualquer projeção também seria válida devido à simetria esférica dos modelos de King, e a nossa escolha é devido à simplificação dos procedimentos de análise. Na Figura 4.5, mostramos a evolução temporal de σ_z .

A Fig. 4.5 revela que, para $\lambda = 10$ kpc, o caroço se torna mais “frio” do que o seu valor inicial. À medida em que o tempo passa, σ_z oscila em torno de ~ 180 km.s⁻¹. Este tipo de oscilação é esperada de simulações numéricas, devido às flutuações dinâmicas decorrentes do ruído de partículas. e ocorre em outras simulações também, como pode ser visto na Fig. 4.5.

Em modelos com $\lambda \geq 100$ kpc, σ_z oscila em torno do seu valor inicial, tal como em

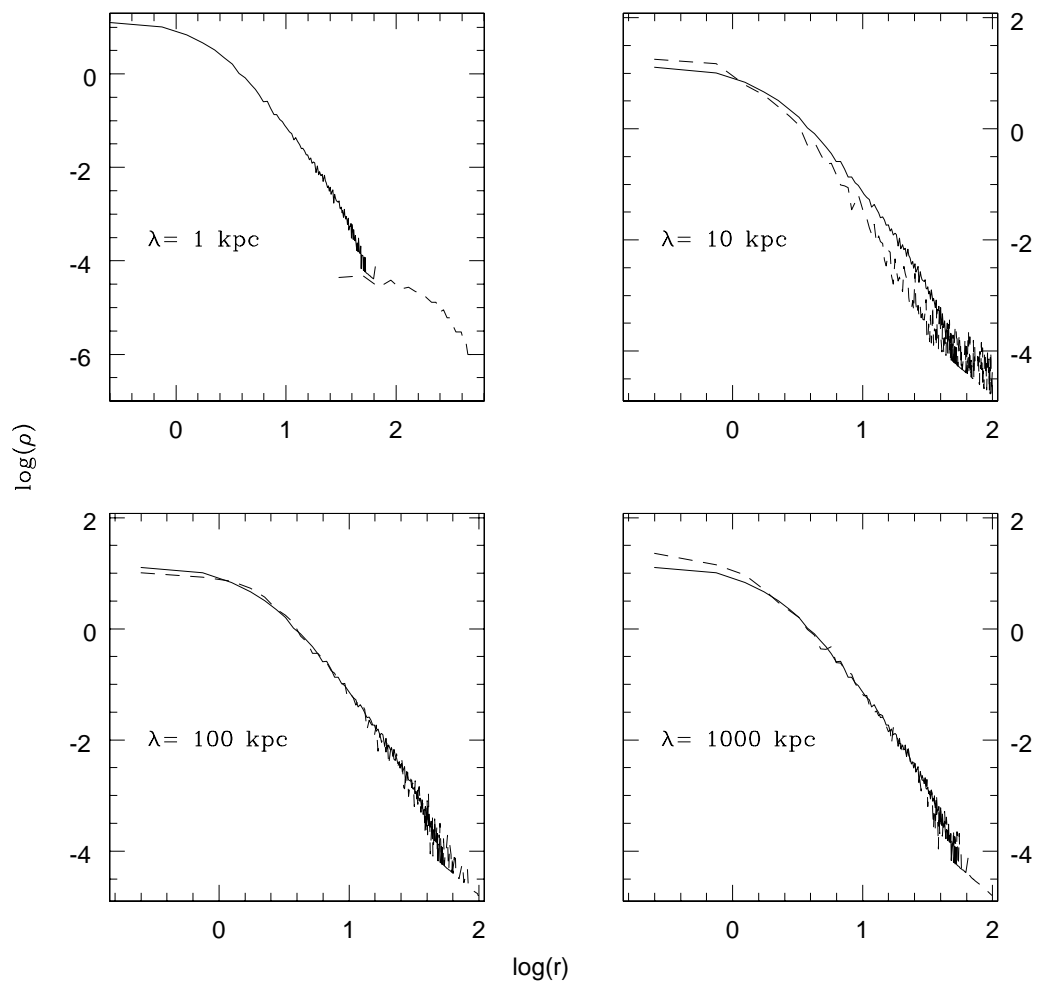


Figura 4.4 - Perfil radial de densidades dos modelos. O gráfico está em escala logarítmica. Linhas contínuas representam o perfil de densidades para o tempo $t = 0$, e as pontilhadas, o perfil final, quando $t = 1$ Gano. Cada valor do parâmetro λ está indicado nas caixas.

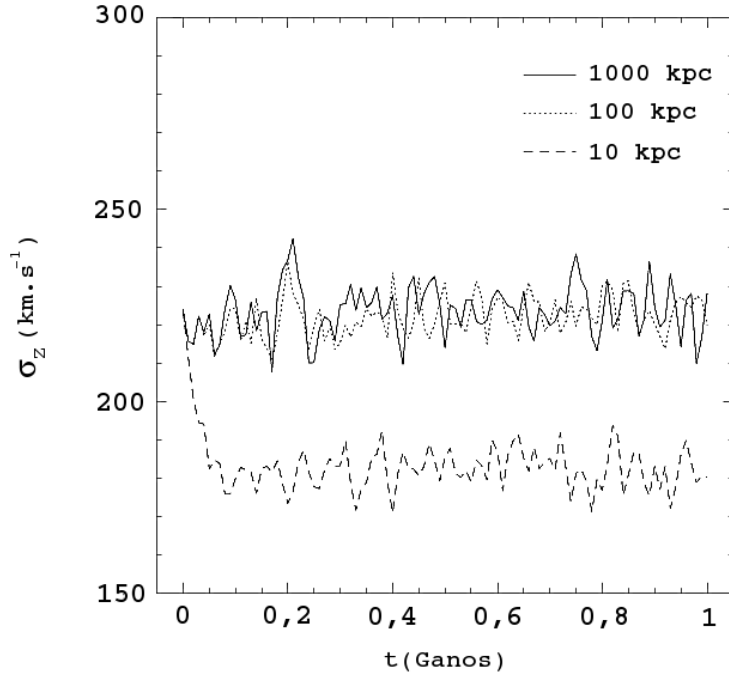


Figura 4.5 - Evolução, em Ganos, da dispersão de velocidades na direção- z , σ_z , em $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$, para valores diferentes do parâmetro λ : 10, 100 e 1000 kpc.

sistemas newtonianos. As figuras e as subseqüentes análises mostram que, se o PGY fosse o melhor para descrever a dinâmica do Cosmos, o melhor valor do parâmetro de Yukawa deveria ser $\lambda > 100$ kpc. A partir das simulações, está claro que, quando tomamos pequenos valores de λ , os núcleos galácticos se tornam gravitacionalmente menos ligados e, deste modo, galáxias não poderiam existir, pois os seus núcleos se tornariam mais “frios”² até desaparecerem, como vimos na Fig. 4.3. Sob este vínculo físico, podemos fixar um limite superior para a massa do gráviton de $m_g \ll 10^{-60}$ g.

4.4 Considerações Adicionais

Neste Capítulo, estudamos sistemas esféricos para investigar o PGY e vincular o parâmetro de Yukawa λ . Mostramos que, se o PGY fosse realístico, deveríamos ter $\lambda > 100$ kpc. Este valor é maior do que os estimados por estudos em escalas planetárias e deve ser considerado como uma estimativa fiducial, porque os modelos

²Em dinâmica galáctica é muito comum fazer uma analogia da dispersão de velocidades com a temperatura, tratando o conjunto de partículas como um “gás”. Isto é compreensível, pois a termodinâmica considera a temperatura de um gás como função da velocidade quadrática média dos seus átomos constituintes.

simulados sob tais valores de λ se apresentam secularmente estáveis - possuindo as suas características dinâmicas globais compatíveis com as de suas contrapartidas observacionais, sugerindo fortemente a fiducialidade das respectivas simulações e do caráter predictor dos modelos. É importante mencionar que tais simulações de sistemas esféricos vinculam facilmente o parâmetro λ , porque precisamos apenas analisar os seus principais aspectos globais: o perfil radial de densidades, as posições das partículas e a dispersão de velocidades do caroço. Embora este procedimento seja simples, ele fornece informações suficientes sobre o *status* da estrutura do modelo sob análise e nos fornece suas contrapartidas observacionais. Em particular, simulações que apresentam a destruição completa ou parcial de um dado tipo morfológico, tal como se vê no quadro superior esquerdo da Figura 4.3, demonstram que o parâmetro usado é inadequado ao cenário em estudo.

Este trabalho possui características importantes. Desenvolvemos aqui um método para investigar teorias de gravitação no *regime não relativístico*, simulando modelos “dinâmicos” de galáxias submetidas ao potencial sob investigação. Este método se revela como um teste para vincular os parâmetros da teoria investigada. Com relação às teorias alternativas de gravitação, desenvolvemos um método pioneiro de investigação, no sentido de que trabalhos anteriores estudaram modelos estáticos (e.g., usando o cenário galáctico, de Araujo & Miranda estudaram galáxias discóides sob o PGY, mas usando argumentos analíticos), enquanto galáxias modeladas se comportam como sistemas “vivos”, porque são composto por milhares de partículas móveis auto-gravitantes. Deste modo, este teste pode ser considerado como preciso e realístico, porque sistemas de N -corpos são muito sensíveis à física usada na simulação, e suas contrapartes observacionais são requeridas para fornecer os melhores parâmetros do potencial sob investigação. Embora fenômenos caóticos e complexos ocorram em sistemas de N -corpos, é importante considerar que estes sistemas são bem compreendidos pelas técnicas da Dinâmica Galáctica (Vide, e.g., Binney e Tremaine (2008)).

Outro teste muito importante é o que considera galáxias espirais sob o PGY. Este teste seria mais sofisticado, porque sistemas *late-type* possuem subestruturas complexas decorrentes de sua própria natureza dinâmica, como braços espirais, barras ou anéis. Estas características podem ser usadas para investigar os valores de λ com mais precisão. No próximo capítulo, faremos tais simulações, analisando-as com mais detalhes do que os mencionados acima.

5 INVESTIGAÇÃO DO PGY ATRAVÉS DE SIMULAÇÕES NUMÉRICAS: GALÁXIAS ESPIRAIS

Galáxias espirais são muito comuns no Universo. Quando estudadas através de métodos espectroscópicos, conclui-se que são providas de rotação. Constata-se que, se este movimento fosse devido apenas à sua contraparte bariônica, elas girariam mais lentamente do que se observa: este é o problema da massa faltante (BINNEY; MERRIFIELD, 1998). A hipótese mais aceita para explicar o problema da massa faltante em sistemas *late type* é a que defende a existência de um componente invisível (escuro) de matéria exótica, susceptível apenas à força gravitacional, englobando cada disco galáctico, fazendo-as girar em equilíbrio centrífugo com o campo gravitacional decorrente de toda a distribuição de matéria.

Em outras palavras, o modelo canônico sustenta que as curvas de rotação observadas em galáxias espirais são explicadas pela suposta presença de halos de matéria escura que engloba tais sistemas (Vide, e.g., Sofue e Rubin (2001)). Portanto, esta distribuição adicional de massa causa uma aceleração adicional, o que explica o fato de as curvas de rotação serem mais velozes do que as devidas ao componente bariônico, observado através das linhas HI, revelando que a matéria de muitos discos se estende além das fronteiras de sua contraparte visível na banda V do espectro. Este quadro de entendimento da estrutura morfológica de sistemas *late-type* é explicada pela física canônica, que considera a Relatividade Geral como a teoria de gravitação mais realística, e como consequência, pelo princípio da correspondência, a gravitação *no limite não relativístico* é descrita pela física newtoniana.

Devido à sua configuração dinâmica - equilíbrio centrífugo e susceptibilidade a alterações morfológicas devido a fusões com outros objetos¹ - os modelos numéricos de galáxias espirais são bastante sensíveis a perturbações do campo gravitacional global, de modo que a investigação de outras teorias de gravitação deve ser realizada com tais sistemas.

¹De fato, muitas simulações de N -corpos sugerem que discos de massas semelhantes, ao se fundirem mutuamente via colisão, produzem um objeto morfológicamente distinto, geralmente com geometria triaxial, com contrapartida real em sistemas observados em diversas janelas do espectro eletromagnético. A instabilidade de discos perante outras galáxias de porte semelhante também é conhecida, podendo formar, via fusões, objetos com morfologia anormal. Vide, por exemplo, Arp (1966), Longair (2008), Binney e Merrifield (1998) e Binney e Tremaine (2008).

5.1 Introdução

Nos capítulos anteriores, mudamos e testamos um código de N -corpos e em seguida fizemos algumas simulações numéricas para estudar modelos de galáxias elípticas sob o PGY. Enfatizamos também que, em quase todos os trabalhos anteriores sobre este tipo de potencial, as investigações foram realizadas com abordagens analíticas ou numéricas, limitando a pesquisa a modelos estáticos, conforme já explicamos. Nesta Tese, analisamos pioneiramente o problema, usando a dinâmica secular de galáxias e um código de N -corpos modificado. Em particular, no capítulo precedente, estudamos o PGY atuante sobre galáxias elípticas. Contudo, sistemas *late-type* sob o PGY também são estudados na literatura. Por exemplo, [Araujo e Miranda \(2007\)](#) investigam como este tipo de potencial pode mudar as curvas de rotação de galáxias espirais, usando modelos analíticos “estáticos” de discos exponenciais. Mas, nesta Tese, diferentemente das técnicas usadas por [Araujo e Miranda](#), propomos simulações de N -corpos de galáxias discóides submetidas ao PGY, descrito pela Equação 3.1 e investigamos como este potencial pode mudar a morfologia canônica de um disco simulado, e sua dinâmica através de um conjunto de análises, como o espaço de fase de suas partículas, perfis de densidade, curvas de rotação e assim em diante. Também consideramos a hipótese de que, em grandes escalas, o PGY seria mais “realístico” do que o newtoniano. Mostraremos abaixo como sistemas “vivos” se comportam sob este tipo de potencial. Objetivamos investigar o seu grau de realismo, se o PGY pode manter ou não galáxias espirais em equilíbrio dinâmico. No caso em que os respectivos halos e discos simulados não possam coexistir em equilíbrio dinâmico, descartamos a hipótese do PGY sob certas restrições. Isto se deve ao fato de que as características físicas dos modelos aqui descritos representam com muita acurácia os observáveis físicos dos sistemas espirais reais. Portanto, uma refutação do PGY estaria alicerçada na incapacidade deste tipo de potencial em manter sistemas *late-type* modelados em equilíbrio dinâmico, porque deste modo não teriam contrapartida em objetos reais.

A pesquisa relacionada a este capítulo está em processo de publicação.

Este Capítulo está organizado como se segue: Na Seção 5.2, mostramos o modelo e o código usados, na Seção 5.3, as simulações e resultados e na Seção 5.4, discutimos os resultados e mostramos as perspectivas decorrentes deste tipo de pesquisa.

5.2 Método e Cenário

Seguimos o método do capítulo anterior para investigar o PGY, i.e., (I) o de escolher um modelo de uma galáxia (neste caso, o de uma espiral) em equilíbrio dinâmico e, em seguida, (II) escolher um código de N -corpos eficiente e modificado, baseado no método de árvore (BARNES; HUT, 1986), substituindo o potencial newtoniano pelo PGY. Sobre a parte (I) deste método, sabemos que galáxias espirais, suas propriedades observacionais, estruturais e dinâmicas são bem entendidas pela Dinâmica Galáctica (Vide, e.g., Binney e Merrifield (1998) e Binney e Tremaine (2008)). Tais sistemas são representados por modelos fisicamente consistentes, cujas simulações numéricas são bem-sucedidas em obter suas contrapartidas observacionais, demonstrando estabilidade dinâmica secular, sob as mútuas forças autogravitantes de suas partículas, conforme está bem descrito por Hernquist (1993), Springel e White (1999), Springel et al. (2005), Romero-Gómez et al. (2006), Athanassoula (2008) e referências correlatas.

Nesta Tese de Doutorado, nosso modelo de galáxia discóide está baseada na série de modelos descritos por Springel e White (1999). Contudo, usamos algumas implementações introduzidas por Springel et al. (2005), conforme mostraremos abaixo. Em face desta construção por estes pesquisadores, o nosso modelo galáctico, ao longo deste trabalho, será chamado de disco de Springel, Di Matteo e Hernquist (abreviando, discos de SdMH), devido às suas prescrições numéricas, desenvolvidas especialmente para a modelagem de sistemas *late-type*. Contudo, simplificamos os discos de SdMH para não incluir o bojo e o componente gasoso, devido ao fato de que nossas investigações concernem apenas à dinâmica global e às propriedades gravitacionais de galáxias discóides sob o PGY. Enfatizamos que esta escolha se deve às estabilidades dinâmicas e numéricas dos discos de SdMH, conforme explicado por Springel et al. (2005). De qualquer modo, nossos resultados são muito similares aos apresentados por Springel e White (1999) e Springel et al. (2005), mas eles podem diferir de algum modo apenas durante a evolução secular, conforme mostraremos abaixo.

5.2.1 Construção de Halos Galácticos e Discos Exponenciais. Posições das Partículas.

Por questões de clareza, descrevemos os discos de SdMH sucintamente abaixo, porém mantendo a completeza da física destes sistemas. A descrição completa é encontrada

em [Springel e White \(1999\)](#) e em [Springel et al. \(2005\)](#). Nosso sistema *late-type* é composto por um disco exponencial de Spitzer imerso num halo de matéria escura modelado por uma esfera de Hernquist. A lei de distribuição de densidades do halo é

$$\rho_{\text{dm}}(r) = \frac{M_{\text{dm}}}{2\pi} \frac{a}{r(r+a)^3}, \quad (5.1)$$

onde $\rho_{\text{dm}}(r)$ é o perfil de densidade radial do halo de matéria escura (abreviando, dm), M_{dm} é a massa total do halo, r é a distância radial a partir do centro de toda a distribuição de matéria e a , um comprimento característico do núcleo do halo. Este parâmetro está relacionado com o índice de concentração da esfera de Navarro Frenk & White (NFW) ([NAVARRO et al., 1996](#); [NAVARRO et al., 1997](#)) $c = r_{200}/r_s$, onde r_{200} é o *raio virial*, dentro do qual a sobredensidade média é 200 vezes maior do que a densidade crítica, no cenário de formação de estruturas hierárquico, r_s é um comprimento característico da esfera de NFW. Os comprimentos das escalas características da esfera de Hernquist e da esfera de NFW se relacionam por

$$a = r_s \sqrt{2[\ln(1+c) - c/(1+c)]}. \quad (5.2)$$

Entretanto, a massa de uma esfera de NFW diverge com $r \rightarrow \infty$, enquanto esferas de Hernquist têm perfis de massa cumulativa convergentes, i.e., as massas das esferas de Hernquist convergem quando $r \rightarrow \infty$ para o seu valor total M_{dm} . Ambos os perfis de densidade apresentam valores muito semelhantes dentro do *raio virial* r_{200} . Portanto, esferas de NFW modeladas devem ser truncadas *ad hoc*, evitando valores assintóticos da massa total, enquanto as esferas de Hernquist modeladas são truncadas numa escala compatível com a escala de modelamento do disco. Assim, seguimos a prescrição de [Springel et al. \(2005\)](#) e usamos as esferas de Hernquist para modelar o halo de matéria escura.

Neste trabalho, consideramos um disco cujas partículas representam a sua distribuição de matéria bariônica global. Em face desta generalização, nosso modelo não considera o gás e, conseqüentemente, os seguintes modelos estão descartados: o de formação estelar, de ondas de choque, de supernovas ou buracos negros, bem como qualquer outro fenômeno. Este modelo trata toda a distribuição bariônica simplificadamente, considerando o comportamento de toda a distribuição de matéria sob o potencial estudado. Cada partícula é, portanto, uma amostra representativa da distribuição original de matéria. Usando estes procedimentos, não estamos aptos a mapear regiões de formação estelar ou modelar outros fenômenos complexos, mas

estamos aptos a dizer se o potencial mantém o disco em equilíbrio dinâmico secular. Deste modo, usamos as seguintes suposições:

- A massa bariônica total concentrada no disco (M_{disk}) é uma fração m_d da massa total do halo $M_{disk} = m_d M_{dm}$.
- O disco possui uma rotação (*spin*) residual do seu halo primordial, a partir do qual foi formado. O parâmetro de *spin* λ_s (não deve ser confundido com o parâmetro λ do PGY) é dado por

$$\lambda_s = \frac{J|E|^{1/2}}{GM^{5/2}}, \quad (5.3)$$

onde J é o momento angular total do halo primordial, E , sua energia total, G , a constante Universal da Gravitação e $M = M_{dm} + M_{disk}$, a massa total primordial.

- Diferentemente de [Springel e White \(1999\)](#), consideramos aqui que a formação de barras em discos modelados não classifica o modelo como realístico ou não. Embora usemos a maior parte de sua prescrição para fazer galáxias discóides, alguns procedimentos foram modificados para dar mais precisão aos cálculos². Mesmo assim, notamos que, em alguns testes com diferentes misturas de parâmetros, barras podem ocorrer naturalmente, a depender da massa total inicial do halo, do parâmetro de *spin*, da massa do disco m_d e assim em diante. Por outro lado, enfatizamos que há muitas variáveis para modelar a galáxia considerada. A formação de barras devido a fenômenos caóticos parece natural, como sugerido por alguns estudos ([ROMERO-GÓMEZ et al., 2006](#)), ([ATHANASSOULA, 2008](#)) e ([BINNEY; TREMAINE, 2008](#)). Outrossim, a questão fundamental nesta Tese é o quão o PGY pode perturbar sistemas *late-type*. Portanto, consideramos que modelos com barras são realísticos também, uma vez que espirais barradas são vistas no Cosmos.

A distribuição de densidades do disco é dada por uma lei exponencial acoplada com

²Por exemplo, não consideramos a aproximação de disco fino para calcular os potenciais, e sim, a aproximação de um disco fino por homoeóide, conforme descrito por [Binney e Tremaine \(2008\)](#).

uma distribuição da lâmina isotérmica de Spitzer:

$$\rho_d(R, z) = \frac{M_d}{4\pi z_0 h^2} \exp\left(-\frac{R}{h}\right) \operatorname{sech}^2\left(\frac{z}{z_0}\right), \quad (5.4)$$

onde z_0 é uma escala vertical característica, h é uma escala radial característica e M_d , a massa total do disco. Diferentemente de [Springel et al. \(2005\)](#), que deixa z_0 como um parâmetro livre, usamos o procedimento adotado por [Springel e White \(1999\)](#) para fixar $z_0 \simeq 0,2R_d$, simplificando o nosso modelo de disco. Todas as posições das partículas (as do halo e do disco), são distribuídas através do método de MonteCarlo, usando um código Fortran 77.

5.2.2 Construção de Halos Galácticos e Discos. Velocidades das Partículas.

Nesta Subseção, descrevemos como atribuir as velocidades das partículas do halo e do disco. Embora toda a teoria subjacente a esta etapa seja encontrada em [Binney e Tremaine \(2008\)](#), dispomos aqui apenas os conceitos mais importantes empregados nas etapas de construção dos nossos modelos galácticos.

A estrutura de velocidades do nosso modelo depende do cálculo do potencial originado por toda a distribuição de matéria. O potencial gerado pelo halo corresponde ao potencial gravitacional das esferas de Hernquist, que é dado por

$$\Phi_{\text{dm}} = -\frac{GM_{\text{dm}}}{r+a}. \quad (5.5)$$

Para calcular o potencial gerado pela distribuição do disco Φ_d , ao invés de seguirmos as técnicas adotadas por [Springel e White \(1999\)](#) e por [Springel et al. \(2005\)](#), seguimos a Equação (2.170) de [Binney e Tremaine \(2008\)](#), que considera um disco exponencial de Spitzer espesso como um homoeóide muito achatado. Deste modo, obtemos precisão nos cálculos, principalmente na direção $-z$, onde a dispersão de velocidades também é calculada como função de z . Este cálculo é feito numérica e acuradamente em nosso código Fortran. O cálculo preciso dos potenciais é um passo muito importante, porque os valores dos potenciais são usados para calcular a dispersão de velocidades como se segue. Devido à sua axissimetria e ao seu estado de equilíbrio dinâmico, assumimos que a função de distribuição de velocidades é $f(E, L_z)$ (Vide, e.g., [Magorrian e Binney \(1994\)](#)), onde E é a energia total e L_z

é o componente $-z$ do momento angular. Segue que os primeiros momentos dos componentes da velocidade são dados por (em coordenadas cilíndricas):

$$\overline{v_R} = \overline{v_z} = \overline{v_R v_z} = \overline{v_z v_\phi} = \overline{v_R v_\phi} = 0, \quad (5.6)$$

$$\overline{v_R^2} = \overline{v_z^2}, \quad (5.7)$$

$$\overline{v_z^2} = \frac{1}{\rho} \int_z^\infty dz' \rho(R, z') \frac{\partial \Phi(R, z')}{\partial z'}, \quad (5.8)$$

$$\overline{v_\phi^2} = \overline{v_R^2} + \frac{R}{\rho} \frac{\partial(\rho \overline{v_R^2})}{\partial R} + v_c^2, \quad (5.9)$$

nas quais a velocidade circular é definida como $v_c \equiv R \frac{\partial \Phi}{\partial R}$ e os sobretraços denotam as médias sobre as respectivas variáveis. Nas equações acima, ρ é a densidade da espécie para a qual computamos as variâncias da velocidade, e o potencial é devido à inteira distribuição de matéria. A partir da função de distribuição $f(R, L_z)$ e das Equações de Jeans (BINNEY; TREMAINE, 2008), concluímos que na direção azimutal a velocidade média de fluxo azimutal (*stream velocity*) $\overline{v_\phi}$ não é necessariamente nula. Portanto, seguimos Springel e White (1999) e assumimos que $\overline{v_\phi} = f_s v_c$, onde geralmente $f_s \ll 1$ é um fator dependente do fator λ_s . Isto significa que a velocidade de fluxo azimutal do halo de matéria escura é uma fração da velocidade circular local. Uma vez especificados todos os valores acima, as dispersões de velocidades para as partículas do halo são dados por $\sigma_i = \sqrt{\overline{v_i^2}}$, $i = z, R$, e $\sigma_\phi^2 = \overline{v_\phi^2} - \overline{v_\phi}^2$.

Para o disco, os cálculos seguem a prescrição dada para o halo, com exceção do componente ϕ da dispersão de velocidades. Primeiro, o fluxo azimutal médio é estimado pela aproximação de epíclis, e as equações usadas para calcular as dispersões de velocidade são

$$\sigma_\phi^2 = \frac{\sigma_R^2}{\eta^2}, \quad (5.10)$$

onde

$$\eta^2 = \frac{4}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} \left(\frac{3}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} \right)^{-1}. \quad (5.11)$$

Uma vez que estas quantidades são encontradas, usamos a Equação 5.9 para calcular a velocidade de fluxo:

$$\bar{v}_\phi = \left(\bar{v}_\phi^2 - \frac{\sigma_R^2}{\eta^2} \right)^{1/2}. \quad (5.12)$$

Sucintamente, todos estes procedimentos consistem em calcular os valores σ_k , $k = R, z, \phi$, para as partículas do disco e do halo nos pontos (R, z) . Para isto, empregamos estas técnicas:

- Construimos uma malha logarítmica decimal, na qual as densidades e potenciais são calculados nos respectivos pontos (R, z) da malha.
- Aplicamos técnicas numéricas avançadas para fazer as integrais acima, como as subrotinas do *Numerical Recipes*. Por exemplo, métodos de MonteCarlo são usados para atribuir pseudo-números aleatórios. As integrações numéricas simples, via método de Romberg, e as interpolações, derivações e integrações mais complexas, via *splines* cúbicas.
- Interpolamos as dispersões de velocidades nos pontos correspondentes às posições das partículas.
- As velocidades das partículas são atribuídas por um gerador de pseudo-números randômicos a partir da distribuição de Schwarzschild (BINNEY; TREMAINE, 2008), dada por

$$f(\vec{v})d^3\vec{v} = \frac{Nd^3\vec{v}}{(2\pi)^{3/2}\sigma_R\sigma_\phi\sigma_z} \exp \left[- \left(\frac{v_R^2}{2\sigma_R^2} + \frac{v_\phi^2}{2\sigma_\phi^2} + \frac{v_z^2}{2\sigma_z^2} \right) \right], \quad (5.13)$$

onde N é o número de partículas por unidade de volume.

- Para o disco, fixamos o parâmetro de Toomre $Q \equiv \sigma_r \eta / (3, 36G\Sigma) \gtrsim 1.2$, onde $\Sigma = m_d / (2\pi h^2)$ é a densidade superficial central de partículas do disco.

Deste modo, escrevemos um código em linguagem Fortran para construir as partículas de um disco bariônico imerso num halo de matéria escura, seguindo as prescrições acima, considerando ambas as espécies de partículas gravitacionalmente acopladas, colocando os seus dados num arquivo de *snapshot* estruturado. Então, atribuímos $N_{halo} = 30.000$ partículas para o halo de matéria escura e $N_{disk} = 30.000$ para o disco nos modelos simulados neste Capítulo.

O seguinte conjunto de parâmetros “padrões” fixados para a construção dos discos de SdMH foram extraídos de [Springel et al. \(2005\)](#): a massa total $M_t = v_{200}^2 / (10GH_0) = 0,98 \times 10^{12} M_\odot$, onde $v_{200} = 160 \text{ km.s}^{-1}$ é a velocidade virial, G é a constante Universal da gravitação, $H_0 = 100 \text{ km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$, a constante de Hubble, a massa total do disco $M_d = m_d M_t$, onde $m_d = 0,041$ é um número adimensional, que representa uma fração da massa total, o comprimento de escala do disco $h = 2,74 \text{ kpc}$ e o parâmetro de *spin* $\lambda = 0,033$. Na Figura 5.1, mostramos as curvas de rotação da galáxia modelada, usando os parâmetros listados acima. Notamos que nossos resultados são muitos similares aos de [Springel et al. \(2005\)](#). A diferença reside nos procedimentos numéricos e nas técnicas para calcular os potenciais do disco, o ruído numérico devido à natureza “granular” dos modelos e aos raios de truncamento.

5.2.3 Escolha do Código de N -corpos Modificado

Neste Capítulo, a simulação de sistemas espirais sob o PGY é realizada com o uso do Código **Gadget-2** modificado, conforme explicamos detalhadamente no Capítulo 1. A metodologia seguida é similar à usada no Capítulo 4. Assim, com estas ferramentas, fizemos um conjunto de 5 simulações, usando os seguintes parâmetros do código: o parâmetro de tolerância $l = 0,8$, os comprimentos de amolecimento do halo e do disco, respectivamente $l_h = 0,15$ e o $l_d = 0,10$. As cinco simulações estão listadas abaixo:

- A primeira simulação, uma newtoniana com o código **Gadget-2** padrão.
- A segunda, uma simulação com o PGY, usando o parâmetro fixo $\lambda = 1 \text{ kpc}$.
- A terceira, conforme a segunda, porém usando $\lambda = 10 \text{ kpc}$.
- A quarta, conforme ao item anterior, mas com $\lambda = 100 \text{ kpc}$.

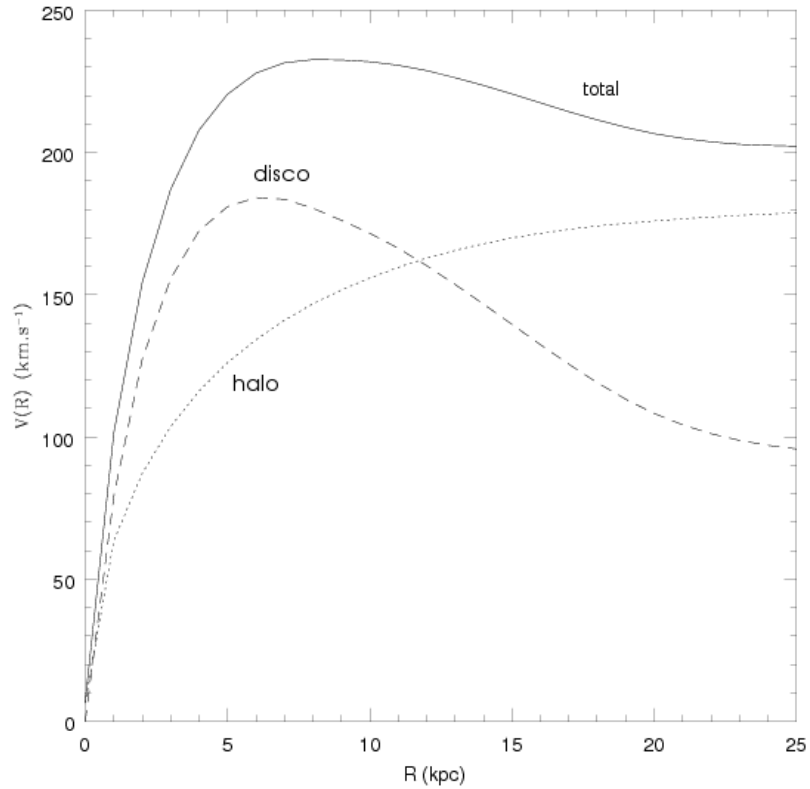


Figura 5.1 - Curvas de Rotação de nosso modelo de galáxia em coordenadas cilíndricas. As abscissas representam a distância a partir do centro da distribuição, in kpc, no plano do disco. O eixo vertical exhibe os valores das velocidades.

- A quinta, idem o item anterior, mas com $\lambda = 1000$ kpc.

Cada simulação será descrita e analisada separadamente abaixo.

5.3 Resultados e Discussões

5.3.1 Simulação Newtoniana

A simulação newtoniana é realizada com o código padrão *Gadget-2*. Fixamos, assim, o tempo simulado total de $t = 1$ Gano. Este modelo é usado como um grupo de controle, a partir do qual fazemos as análises das demais simulações. Para tornar os procedimentos de análises mais eficientes, padronizamos os gráficos para todas as figuras nesta Seção. Na Figura 5.2, exibimos as principais características da simulação newtoniana. No caso newtoniano, na Figura 5.2 mostramos no painel esquerdo superior os dados das partículas do disco do *snapshot* inicial (para $t = 0$

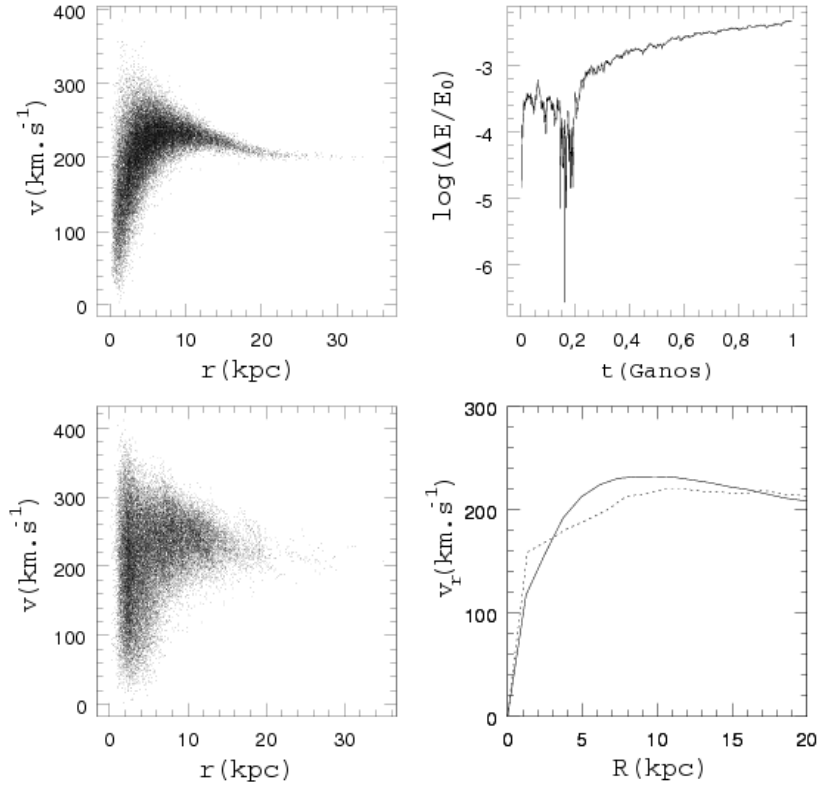


Figura 5.2 - Dados físicos das partículas do disco newtoniano exibidos em quatro painéis. Painel superior esquerdo: dados iniciais das partículas representados no espaço de fase r (kpc), a distância total a partir do centro da distribuição de matéria em coordenadas esféricas, contra o módulo da velocidade total v ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$). Painel direito superior: violação da conservação da energia relativa normalizada pela energia inicial da simulação $\Delta E/E_0$. Painel inferior esquerdo: dados das partículas no espaço de fase no tempo final, em $t = 1$ Gano. Painel inferior direito: Curvas de rotação para os *snapshots* inicial (linha sólida) e final (linha tracejada) no sistema de coordenadas cilíndricas R (kpc) versus v_{rot} ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$).

Ganos) no plano do espaço de fase r (kpc), a distância total a partir do centro da distribuição de matéria em coordenadas esféricas, contra o módulo da velocidade total v ($\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$). Note nesta figura que os dados das partículas do disco mostram a forma de uma curva de rotação explicitamente, como esperamos do *snapshot* inicial.

No painel inferior esquerdo, dispomos os resultados finais neste mesmo espaço de fase, no tempo $t = 1$ Gano. Notamos que os pontos ocupam outras regiões deste espaço de fase, como se a configuração granular original se espalhasse neste plano. Por outro lado, relativamente ao *snapshot* inicial, percebemos que tal espalhamento é pequeno, embora seja percebido por simples inspeção visual. Este efeito é esperado em decorrência da natureza granular e numérica do modelo. No painel superior à

direita, exibimos a violação da conservação da energia total $\log(\Delta E/E_0)$, $\Delta E = E(t) - E(0)$, onde $E(t)$ é a energia total do sistema simulado (disco mais halo) no tempo t e $E(0) \equiv E_0$. A partir deste painel, concluímos que a violação da conservação da energia é menor do que 1%, mostrando que a nossa simulação é realística. No painel inferior direito, exibimos as curvas de rotação no sistema de coordenadas cilíndricas $R(\text{kpc})$ versus v_{rot} (km.s^{-1}). Percebe-se que a curva de rotação sofre pequenas alterações, porém ela mantém as características típicas de curvas de rotação. Na região interna à curva, para $R \lesssim 2$ kpc, a curva de rotação mostra um comportamento típico que se espera de uma submorfolgia barrada, que gira quase como um corpo rígido, enquanto as suas partículas constituintes possuem órbitas muito excêntricas. De fato, a curva corresponde a uma barra consolidada depois da metade do tempo simulado, conforme veremos abaixo. Nos *snapshots* finais, mas para $R \gtrsim 2$ kpc, embora de algum modo diferente do seu valor inicial, a curva de rotação apresenta uma forma típica do que se espera de uma morfologia espiral.

Na Figura 5.3, mostramos os *snapshots* em $t = 0, 0,33, 0,66$ e 1 Gano. Percebe-se que o disco evolui para uma morfologia barrada, a partir da qual os braços espirais nascem nas respectivas extremidades. Devido à nossa premissa de que barras não são consideradas como anomalias morfológicas em galáxias espirais, aceitamos os resultados supracitados como realísticos. Barras aparecem em muitas simulações de N -corpos, e o surgimento destas subestruturas está relacionada conforme se escolhem os diversos parâmetros listados na Seção 5.2.2. Há uma especialidade da Dinâmica Galáctica dedicada ao estudo da estabilidade global de discos em rotação diferencial, com subsequente formação de barras (Vide, e.g., o Capítulo 6.3 de Binney e Tremaine (2008)). Um estudo recente de Verley et al. (2007), baseado em dados observacionais de galáxias isoladas, interpreta as barras e braços espirais como uma consequência natural da evolução secular de sistemas *late-type*, suportado também por resultados obtidos de simulações numéricas. Eles concluem que galáxias espirais isoladas não são preferencialmente barradas ou não-barradas. Portanto, está claro que algumas características dos nossos procedimentos numéricos contribuem para a formação de barras³, mas esta característica está longe de ser um resultado ruim.

³Por exemplo, a presença de bojos no modelo ajuda a impedir a formação de barras, conforme vimos em testes preliminares, em concordância com os resultados de outros autores (Volker Springel, comunicação privada). A razão entre a massa do halo e massa do disco e a dispersão de velocidades das partículas do halo - no jargão próprio da Dinâmica Galáctica, halos frios ou quentes - são fatores que influenciam também na formação destas submorfolgias, conforme verificamos em simulações-testes.

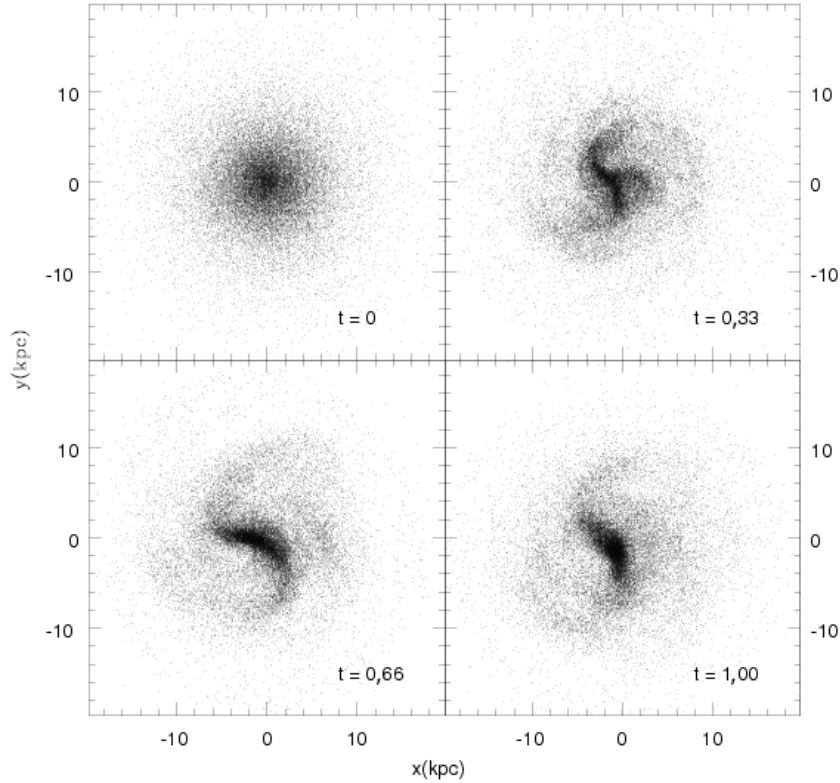


Figura 5.3 - O disco newtoniano na projeção xy em $t = 0, 0,33, 0,66$ e 1 Ganos de tempo simulado indicados nos respectivos quadros. Os eixos estão em unidades de kpc.

Conseqüentemente, nesta Tese, barras serão consideradas como uma característica natural dos sistemas *late-type* simulados, conforme explicamos.

Na Figura 5.4, notamos que o desenvolvimento dos braços espirais ocorre nos primeiros 0,33 Ganos de tempo simulado, devido ao fenômeno do *swing amplification*. Este resultado é esperado em simulações de N -corpos de galáxias discóides (SPRINGEL et al., 2005). Concluimos, a partir de todas as figuras newtonianas, que a nossa simulação, embora dê margem à discussão da questão das estabilidades de discos exponenciais de Spitzer, reproduz uma morfologia típica encontrada no Cosmos. Enfatizamos aqui que simulamos preliminarmente outros modelos estáveis contra a formação de barras (também os discos grandes imersos em halos “mais quentes”), porém escolhemos de antemão o modelo da Via-Láctea nesta Tese.

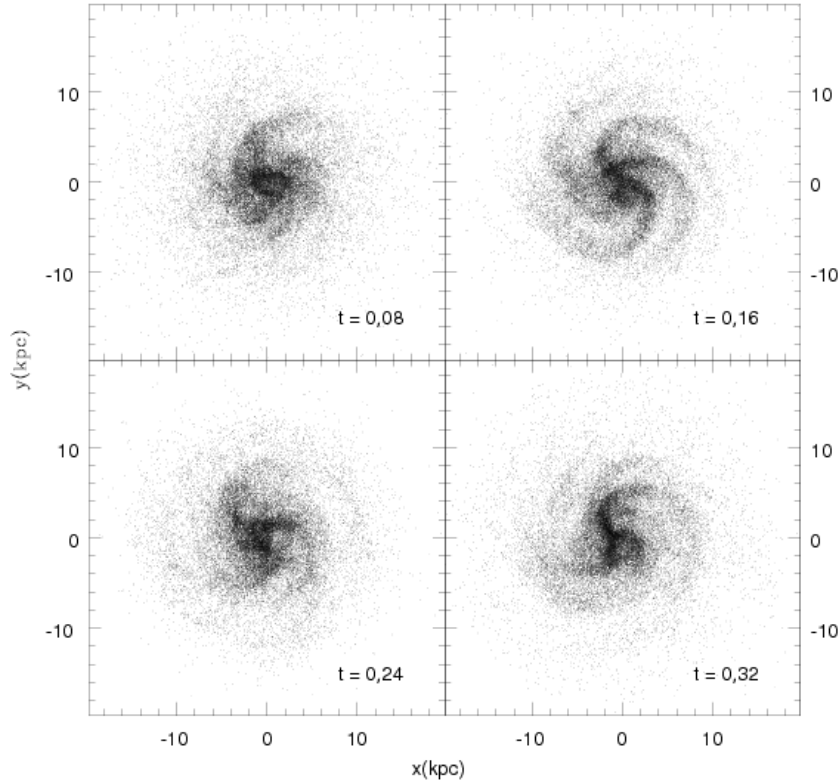


Figura 5.4 - O primeiros 300 Milhões de anos de tempo simulado do disco newtoniano na projeção $x-y$. O tempo está indicado nas respectivas caixas e os eixos estão em unidades de kpc.

5.3.2 Simulação do PGY: $\lambda = 1$ kpc

Quando uma galáxia discóide e o seu halo de matéria escura são submetidos ao PGY, uma morfologia atípica aparece, pelo menos para $\lambda \lesssim 10$ kpc, conforme vemos nas figuras a seguir. As Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 mostram os resultados da simulação do disco yukawiano com $\lambda = 1$ kpc. Na Figura 5.5, notamos, no seu painel superior esquerdo, que os pontos representativos das posições e velocidades das partículas se localizam no espaço de fase tal como no modelo newtoniano. Isto é esperado, pois se trata do mesmo *snapshot* inicial. Mas, quando o PGY e suas acelerações atuam, o fator exponencial desempenha um papel importante: todas as forças gravitacionais entre as partículas são quase “desligadas”, as partículas se tornam livres, cujos resultados são vistos pela comparação entre o painel superior esquerdo e o inferior esquerdo. Tal comparação nos permite concluir que as partículas escapam da galáxia e jamais retornam, além do fato de que toda a informação inicial (exibida através do espaço

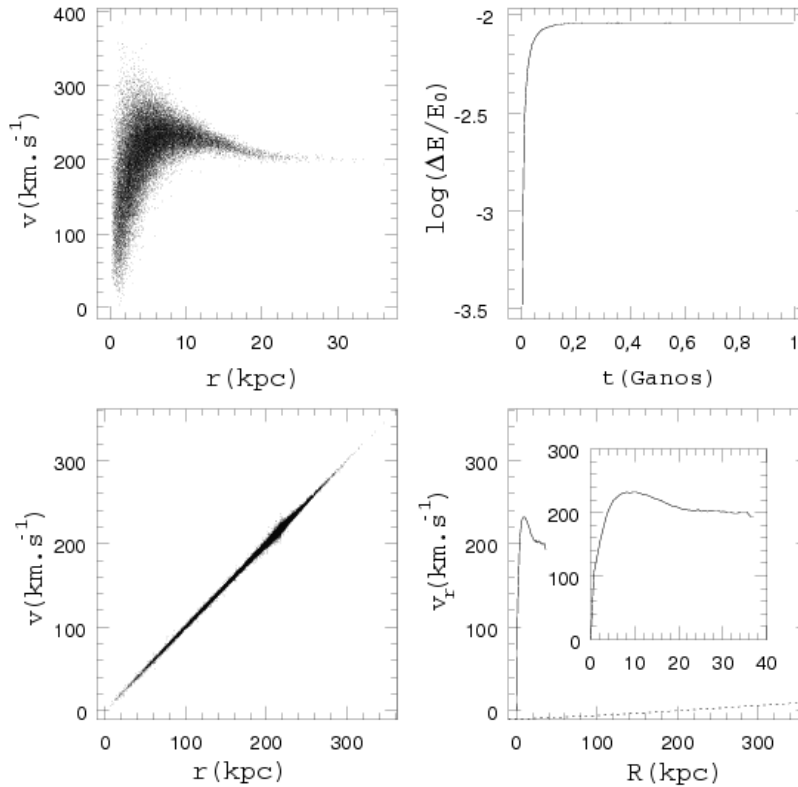


Figura 5.5 - Dados físicos das partículas do disco sob o PGY com $\lambda = 1$ kpc exibidos em quatro painéis. Painel superior esquerdo: representação no espaço de fase dos dados iniciais das partículas. Painel superior direito: violação da conservação da energia total em todos os instantes simulados. Painel inferior esquerdo: representação dos dados no espaço de fase para o *snapshot* final em 1 Gano. Inferior direito: curvas de rotação dos *snapshots* inicial (linha sólida) e final (linha tracejada). Plotamos na caixa interna uma ampliação da curva de rotação inicial, para melhor comparação.

de fase) é perdida. O painel superior direito nos mostra que a violação da energia total é muito pequena por *timestep*, mostrando-nos que a simulação possui um grau de realismo aceitável, conforme explicamos em seções anteriores. O painel inferior direito nos mostra que curva de rotação inicial é perdida, mas a final descreve um sistema em que a gravidade não é suficientemente forte a grandes distâncias: o que vemos é o comportamento de partículas livres.

A Figura 5.6 revela a informação implícita contida na anterior. Na Figura 5.6, as partículas da galáxia estão dispostas no plano- xy , ou seja, o sistema é exibido “frontalmente”. Percebemos que a galáxia é gradualmente destruída e volatilizada no meio intergaláctico. Contudo, cada painel mostra uma escala diferente cada

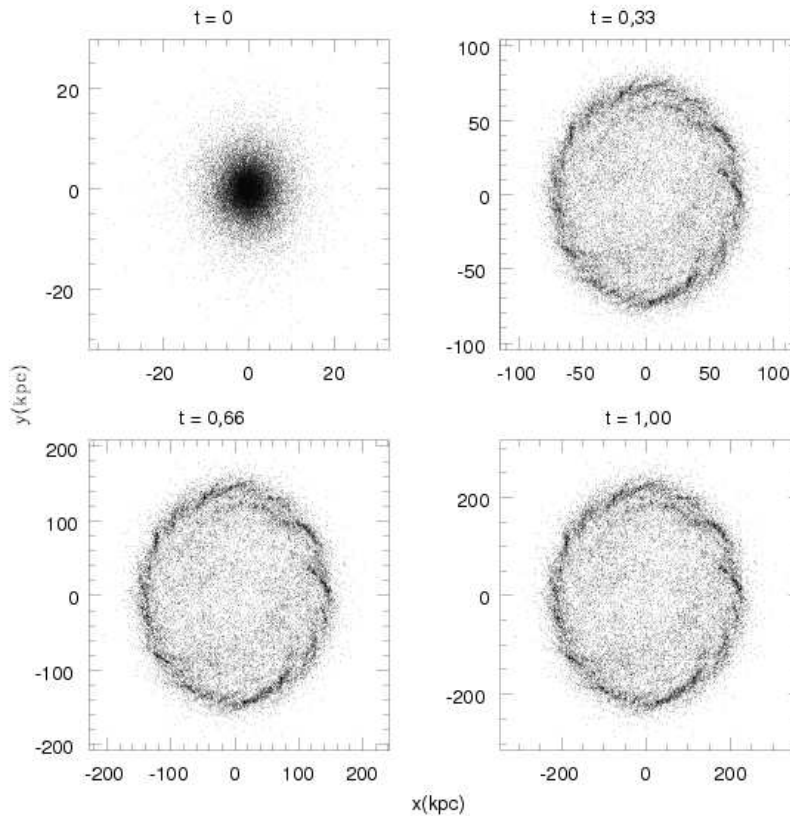


Figura 5.6 - O disco na projeção $-z$ nos instantes $t = 0, 0,33, 0,66$ e 1 Gano de tempo simulado, na simulação com PGY e $\lambda = 1$ kpc. Os instantes estão indicados nos respectivos quadros. Os eixos estão em unidades de kpc.

vez maior, à medida em que o tempo indicado aumenta. Deste modo, a galáxia é completamente destruída. Este evento foi mapeado através da Figura 5.7, na qual exibimos uma ampliação da imagem central da galáxia, em intervalos de tempo iguais dos primeiros 300 Manos de tempo simulado. Assim, mostramos que a região central do disco apresenta cada vez menos partículas, i.e., o núcleo esvazia-se gradativa e definitivamente. Estes resultados concordam com os apresentados no Capítulo 4, no qual mostramos a destruição de uma galáxia elíptica.

5.3.3 Simulação do PGY: $\lambda = 10$ kpc

Neste caso, os resultados mostram um cenário diferente. Na Figura 5.8, mostramos os painéis sob o mesmo sistema de análises da Figura 5.5. As demais figuras também estão padronizadas tais como as suas respectivas contrapartes, conforme destacamos na subseção anterior. Esta metodologia de análises visa comparar os resultados com

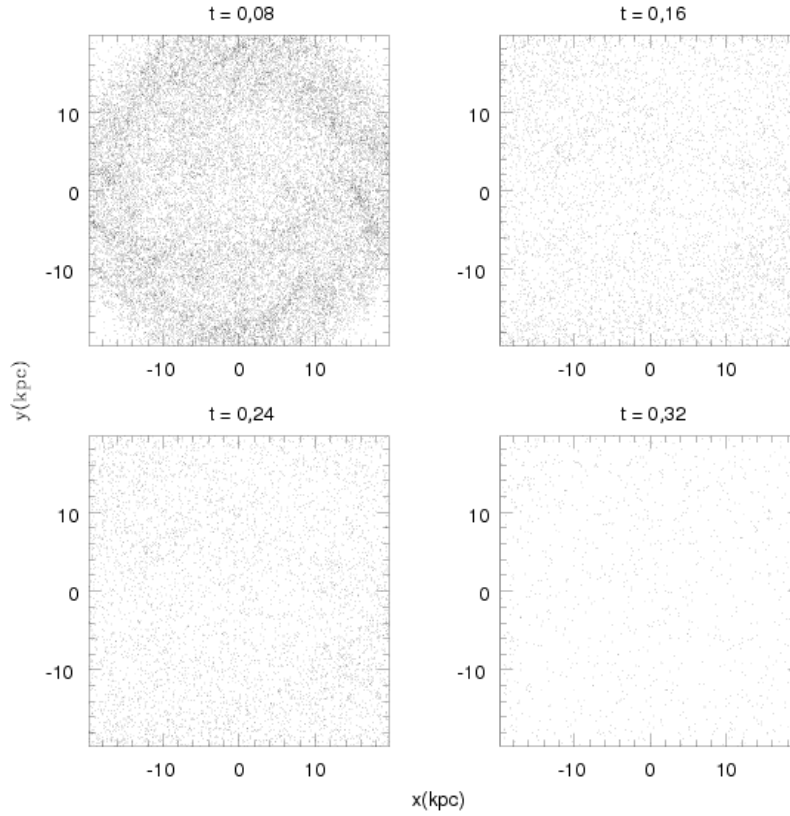


Figura 5.7 - Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco yukawiano com $\lambda = 1$ kpc na projeção $-z$. Os instantes estão indicados em seus respectivos quadros. Os eixos estão em unidades de kpc.

maior precisão. Os resultados exibidos na Figura 5.8 são descritos conforme se segue: a partir dos dados das partículas dispostos no espaço de fase, concluímos que o disco cresce, e um agregado de suas partículas abandona a região compreendida em $r \gtrsim 20$ kpc (correspondente à fronteira do disco), migrando para $r \sim 150$ kpc. Os dados das partículas representados no espaço de fase nos mostram o espalhamento dos pontos, significando o crescimento do disco e sua subsequente descaracterização. Os dados iniciais dispostos no espaço de fase se tornam muito diferentes dos respectivos valores finais. Na distribuição final, observamos um disco em rotação, porém com mais partículas com velocidades $v \sim 400 \text{ km.s}^{-1}$ e as partículas mais distantes se tornam mais lentas.

Analisando a ampliação do painel inferior esquerdo da Figura 5.8 (Vide quadro de ampliação, compreendendo a coordenada radial r no intervalo $0 \leq r \leq 40$ kpc), concluímos que, a partir do pico situado em $r = 4$ kpc, as velocidades decaem do

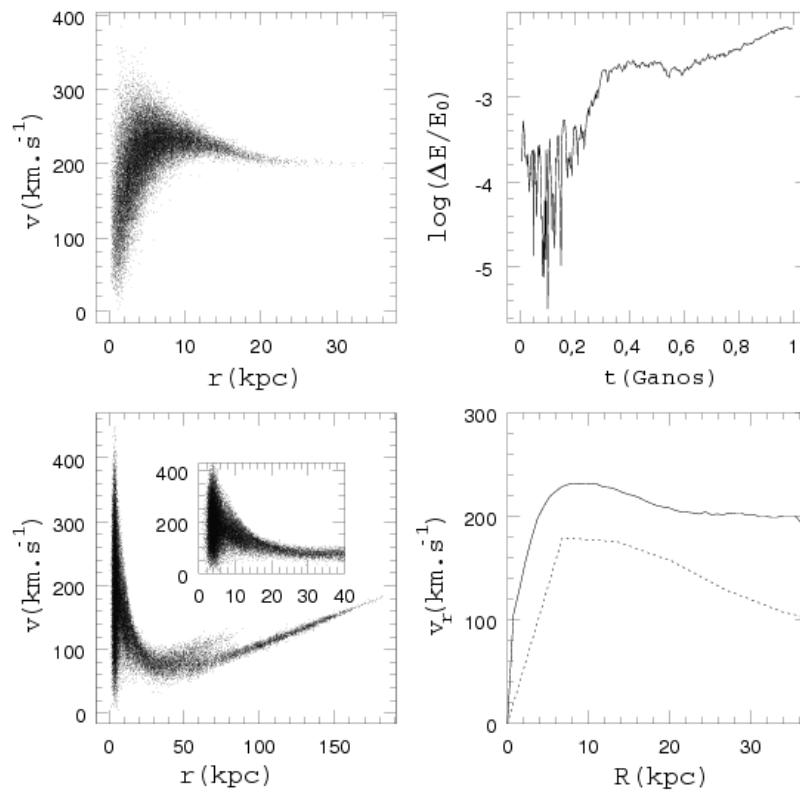


Figura 5.8 - Dados físicos das partículas do disco sob o PGY exibidos em quatro painéis ($\lambda = 10$ kpc). Painel superior esquerdo: representação no espaço de fase dos dados iniciais das partículas. Painel superior direito: violação da conservação da energia total em todos os instantes simulados. Painel inferior esquerdo: representação dos dados no espaço de fase para o *snapshot* final (1 Gano). No quadro interno, dispomos uma ampliação, na qual os intervalos dos eixos são iguais aos do quadro do painel superior esquerdo. Painel inferior direito: curvas de rotação dos *snapshots* inicial (linha sólida) e final (linha tracejada).

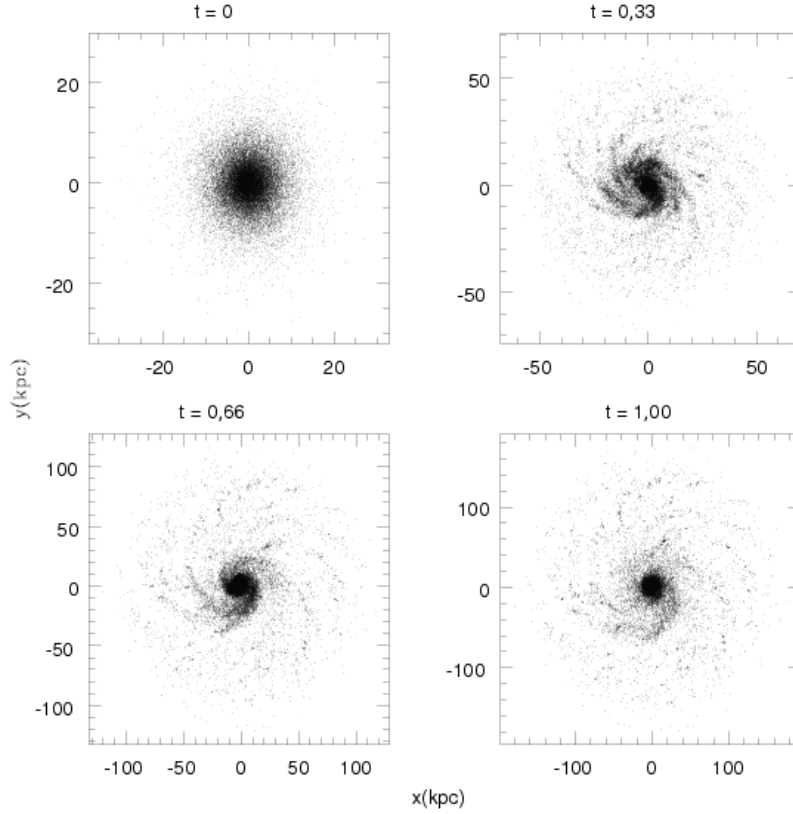


Figura 5.9 - O disco na projeção $-z$ nos instantes $t = 0, 0,33, 0,66$ e 1 Gano de tempo simulado, na simulação com PGY e $\lambda = 10$ kpc. Os instantes estão indicados nos respectivos quadros. Os eixos estão em unidades de kpc.

valor $v \sim 400 \text{ km.s}^{-1}$ para 100 km.s^{-1} . Quando o espaço de fase é utilizado para mapear as regiões mais externas do disco, observamos que as partículas distantes apresentam $v \sim 200 \text{ km.s}^{-1}$. A violação da energia é menor do que no caso $\lambda = 1$ kpc, devido a um melhor comportamento do fator $e^{-r/\lambda}$, de modo que os nossos resultados são realísticos. A curva de rotação do disco original é modificada e o disco se torna mais lento do que o seu valor inicial. Portanto, o PGY neste caso deixa o disco gravitacionalmente menos coeso, e este efeito pode ser visto na curva de rotação final e através do espaço de fase, que nos mostra indiretamente um disco maior, porém mais lento. A Figura 5.8 é corroborada pela Figura 5.9. Nesta sequência de *snapshots*, podemos ver o disco em expansão, porém mantendo a sua parte central. O intervalo $t < 0.32$ Ganos é mostrado na Figura 5.10. Vemos novamente o fenômeno *swing amplification* sobre os braços espirais do disco, que crescem simultaneamente com a expansão do objeto discóide. É interessante notar que o núcleo se torna cada

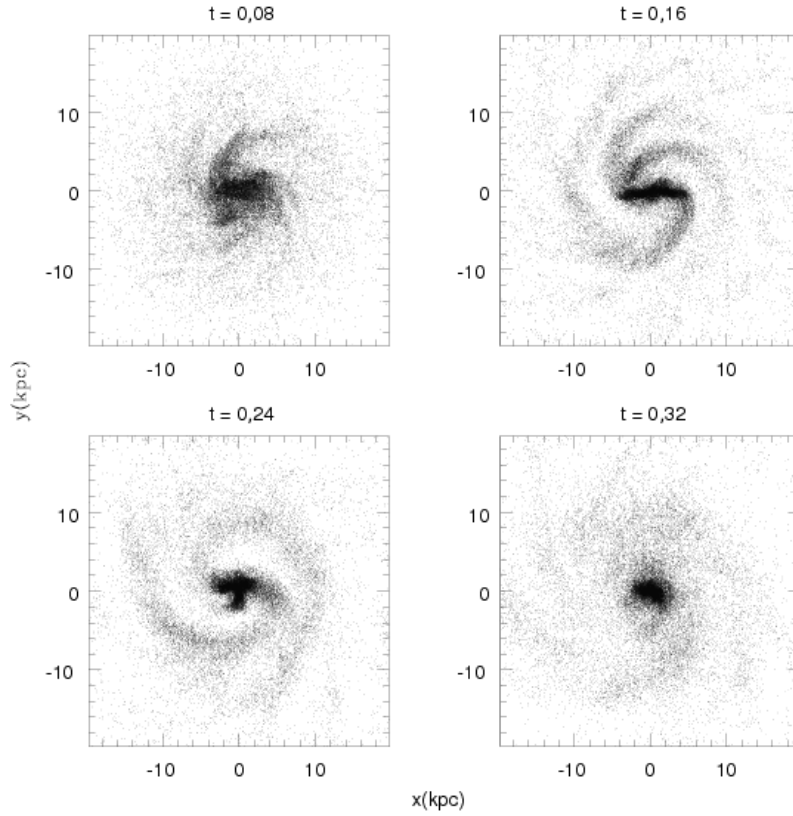


Figura 5.10 - Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco yukawiano com $\lambda = 10$ kpc na projeção- z . Os instantes estão indicados em seus respectivos quadros. Os eixos estão em unidades de kpc.

vez menor do que o seu tamanho inicial. Este tipo de potencial com $\lambda = 10$ kpc faz a parte central do disco encolher, e para as regiões distantes $r \gtrsim 10$ kpc, percebemos que a gravitação se torna mais fraca.

Face às análises acima, concluímos que o valor yukawiano $\lambda = 10$ kpc representa um ajuste ruim. As características físicas do modelo inicial são mudadas de tal modo que consideramos este resultado irrealístico. Abaixo, mostraremos alguns resultados confiáveis, demonstrando que o PGY pode ser realístico no cenário galáctico, contanto que se assuma o valor $\lambda \gg 10$ kpc.

5.3.4 Simulações do PGY: $\lambda = 100$ e $\lambda = 1000$ kpc

Mantendo os parâmetros da simulação anterior constantes, com exceção do fator λ , simulamos o mesmo *snapshot* inicial sob o PGY com $\lambda = 100$ kpc e $\lambda = 1000$ kpc,

cujos resultados principais são exibidos respectivamente nas Figuras 5.11 e 5.12. Os resultados são numericamente muito similares e ambos os casos são exibidos e discutidos nesta subseção. Analisando os respectivos painéis superiores direitos destas figuras, concluímos que ambos os resultados são similares aos da simulação newtoniana: no que concerne a violação da conservação da energia total, as perdas de energia estão abaixo de 1% por *timestep* e, portanto, ambas as simulações são aceitáveis, com exceção da violação apresentada no caso em que $\lambda = 100$ kpc para $t > 0,8$ Ganos. De fato, no painel superior direito da Figura 5.11, observamos uma violação da energia $\Delta E/E_0 \sim 1,5\%$ para $t > 0,8$ Ganos. Em futuras pesquisas, investigaremos o papel desempenhado pelos parâmetros computacionais θ , l_d , l_h e η (Vide Equação 3.3) em simulações baseadas em teorias alternativas, nos casos em que a violação da energia total é $\Delta E/E_0 \gtrsim 1\%$. Deste modo, o diagnóstico sobre tais violações será discutido num conjunto de testes mais completos dos que os exibidos na Subsubseção 3.2.2.3, principalmente por discutir a influência do fator θ quando outros potenciais são considerados. Mesmo assim, consideramos que esta violação não compromete o realismo da simulação por estar em ordem de grandeza de 1%. Analisando ainda estas figuras, notamos que, em ambos os casos, os pontos no espaço de fase “se espalham” como no caso newtoniano. Entretanto, ambas as curvas de rotação finais são ligeiramente diferentes da obtida pela simulação newtoniana, embora ambas sejam compatíveis com formas genéricas de curvas de rotação observadas. No intervalo $0 \leq R \leq 2$ kpc, percebe-se um pico na curva de rotação do disco simulado com $\lambda = 100$ kpc, conforme se observa na Figura 5.11. Este pico se deve à rotação e à estrutura da barra, que gira analogamente a um corpo rígido. Inspeccionando a Figura 5.12, concluímos que a barra consolidada é diferente da encontrada no caso $\lambda = 100$ kpc, cuja barra é mais longa do que nos demais casos. Isto se deve à natureza do PGY: em escalas nas quais $\lambda \sim R_t$, onde R_t é o raio de truncamento da esfera de Hernquist, o fator yukawiano não atua para destruir o sistema, e sim, mantém o sistema gravitacionalmente ligado, porém com acelerações diferentes das do caso newtoniano. Assim, no caso em que $\lambda = 100$ kpc, na escala de comprimento total do halo, o fator exponencial atua com mais intensidade para perturbar o sistema, principalmente na consolidação de subestruturas, e.g., barras e braços espirais, conforme mostramos nas figuras. Este tipo de perturbação é menor no caso $\lambda = 1000$ kpc, porque as escalas do disco e do halo são menores em uma ordem de grandeza, de modo que na escala destes objetos, o PGY tende ao newtoniano, embora a perturbação sobre o equilíbrio inicial seja menor do que no caso $\lambda = 100$ kpc. Mesmo assim, nestes casos, o fator exponencial age como

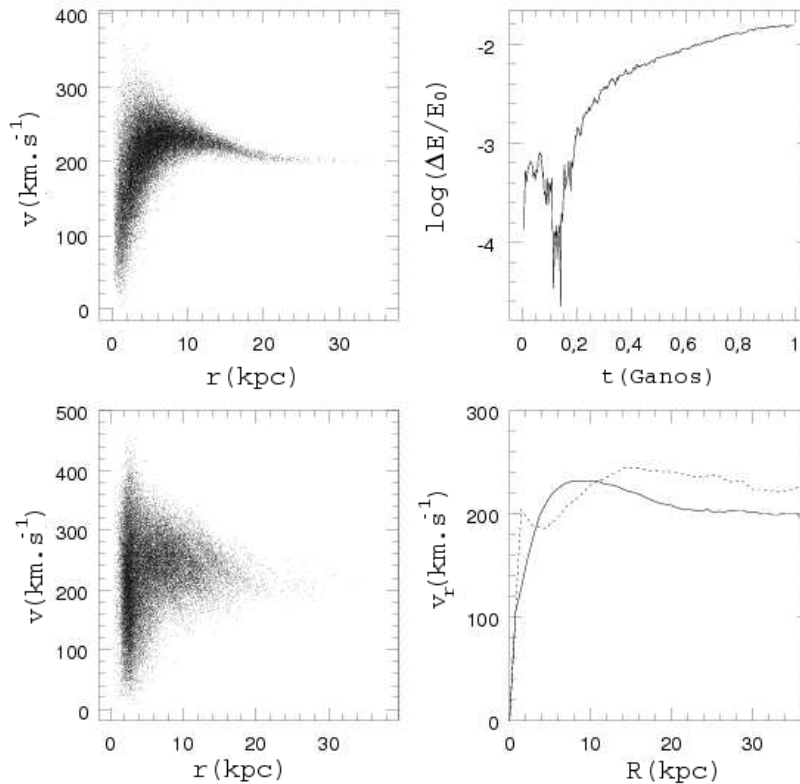


Figura 5.11 - Resultados gerais da simulação com $\lambda = 100$ kpc. Painel superior esquerdo: visualização dos dados no espaço de fase do *snapshot* inicial. Superior direito: violação da conservação da energia do sistema. Inferior esquerdo: visualização dos dados no espaço de fase do *snapshot* final em 1 Gano. Inferior direito: Curvas de rotação obtidas dos dados dos *snapshots* inicial (linha contínua) e final (linha tracejada).

uma perturbação, amplificando a consolidação de barras prematuramente, as quais adquirem estabilidade secular, conforme mostramos abaixo. Apesar das morfologias barradas, para as nossas análises, as propriedades globais são mais importantes do que os aspectos submorfológicos. Segue que as curvas de rotação destes modelos e suas morfologias estão em acordo com as observações.

As Figuras 5.13 e 5.14 nos fornecem um entendimento complementar ao obtido através das análises anteriores. O instante de tempo simulado é explicitado nos respectivos quadros. O sistema evolui para um disco com uma barra central conectada com uma estrutura difusa semelhante a braços espirais simétricos. As Figuras 5.15 e 5.16 mostram os primeiros $t < 0.33$ Ganos de evolução. Vemos que em $t = 0.08$ e em $t = 0.16$ surgem alguns braços espirais prematuros, devidos ao

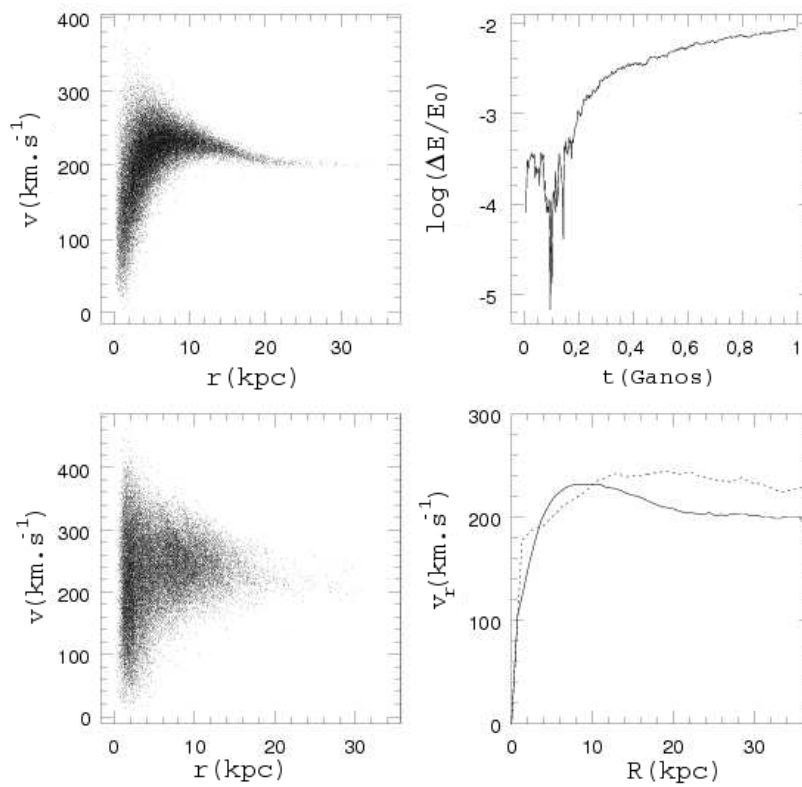


Figura 5.12 - Resultados gerais da simulação com $\lambda = 1000$ kpc. Painel superior esquerdo: visualização dos dados no espaço de fase do *snapshot* inicial. Superior direito: violação da conservação da energia do sistema. Inferior esquerdo: visualização dos dados no espaço de fase do *snapshot* final em 1 Gano. Inferior direito: Curvas de rotação obtidas dos dados dos *snapshots* inicial (linha contínua) e final (linha tracejada).

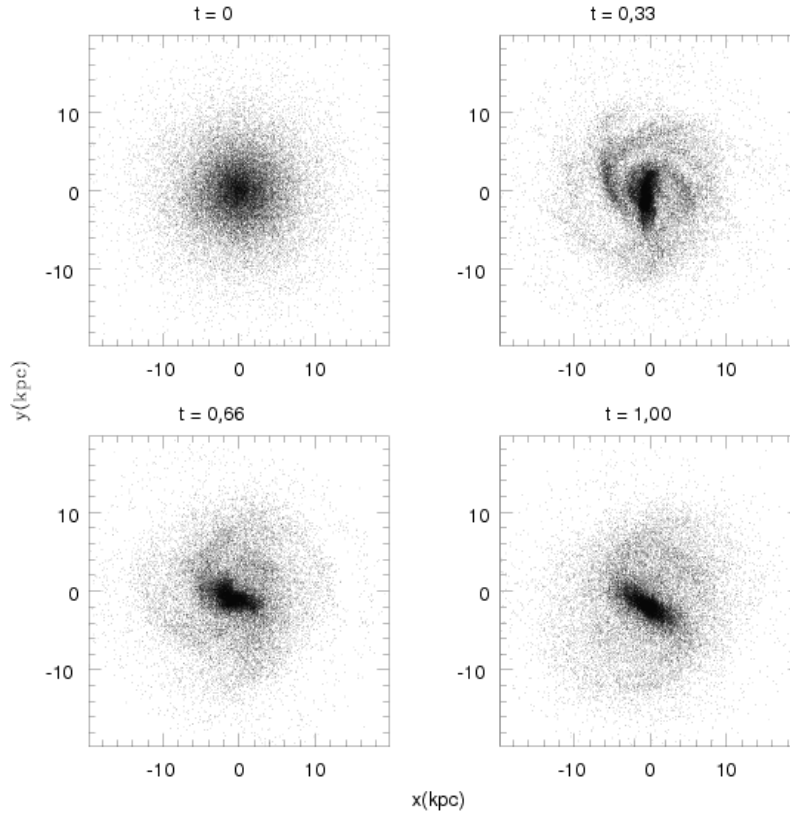


Figura 5.13 - O disco na projeção $-z$ nos instantes 0, 0.33, 0.66 e 1 Ganos de tempo simulado, com $\lambda = 100$ kpc. Os instantes estão indicados nos respectivos quadros. Os eixos estão em kpc.

fenômeno *swing amplification*. O sistema evolui rapidamente para uma morfologia predominantemente barrada, antes de $t = 0.3$ Ganos e os braços espirais permanecem até se tornarem mais difusos. A maioria das partículas adquire órbitas muito excêntricas, fazendo-as migrar para as regiões centrais, possuindo os respectivos apoastros e periastros dentro dos domínios espaciais da barra. Notamos que o PGY perturba o sistema, se comparado ao potencial newtoniano, favorecendo a formação de barras mais consolidadas. Entretanto, a morfologia resultante das simulações yukawianas é perfeitamente aceitável, o que está explícito nestas figuras.

5.4 Discussões e Conclusões

Neste Capítulo, estudamos alguns modelos simplificados de sistemas galácticos *late-type*, para investigar o PGY e vincular o parâmetro yukawiano λ . É importante notar que, através de algumas análises dinâmicas simples e visualizações de alguns

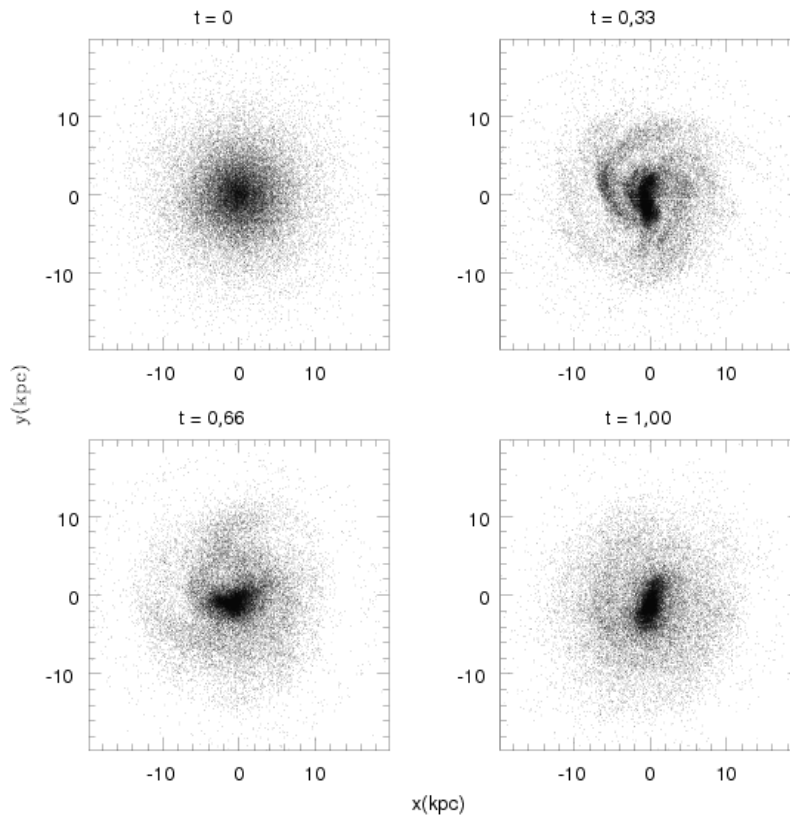


Figura 5.14 - O disco na projeção xy nos instantes 0, 0.33, 0.66 e 1.00 de tempo simulado, com $\lambda = 1000$ kpc. Os instantes estão indicados nos respectivos quadros. Os eixos estão em kpc.

snapshots, não é difícil concluir que, se o PGY fosse realístico tal como o newtoniano, deveríamos ter $\lambda > 100$ kpc, ou, caso contrário, não existiriam galáxias espirais no Universo. Conforme argüimos em seções anteriores, este valor $\lambda = 100$ kpc é maior do que os vinculados a partir de estudos do sistema solar e deve ser considerado como uma boa estimativa, uma vez que neste regime o PGY atua em sistemas galácticos mantendo o seu equilíbrio dinâmico, “permitindo” que os discos modelados em simulação permaneçam estáveis por bilhões de anos, reproduzindo as características físicas de sistemas reais observados. Para completar os nossos procedimentos de análises, na Figura 5.17, exibimos os perfis radiais de densidade dos discos simulados, comparando-os com o perfil inicial.

A partir da análise da Figura 5.17, notamos que os valores analíticos exatos calculados a partir da lei exponencial estão em acordo com os valores numéricos decorrentes da contagem de partículas em anéis concêntricos, conforme podemos

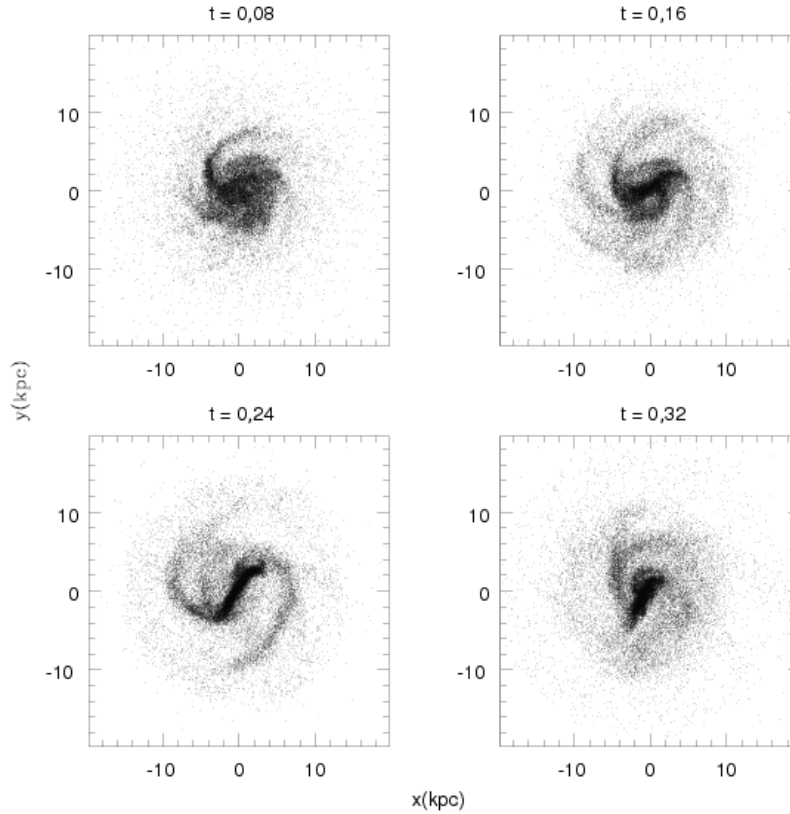


Figura 5.15 - Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco na projeção- z , com $\lambda = 100$ kpc. O tempo está indicado nas respectivas caixas e os eixos estão em unidades de kpc.

observar no Painel (I). Notamos que os valores numéricos, a partir dos quais se poderia conectar uma nova linha sobrepõem-se à curva analítica, demonstrando a acurácia do nosso modelo. A Figura 5.17 demonstra que o modelo newtoniano é estável, mesmo com 1 Ganos de simulação. No Painel (II), vemos que a simulação com $\lambda = 1$ kpc evolui para o pior e irrealístico resultado: a galáxia é destruída, como predito por Araujo e Miranda (2007). Se $\lambda = 1$ kpc fosse o melhor ajuste possível e o PGY fosse a melhor hipótese dentre as demais, não veríamos galáxias gravitacionalmente estáveis no Cosmos, pelo contrário, detectar-se-iam apenas débeis sinais luminosos de objetos rarefeitos. A linha pontilhada no Painel (II) mostra-nos que, se $\lambda = 10$ kpc fosse um valor realístico, os núcleos galácticos seriam menos densos, portanto mais débeis do que os perfis observados e os braços espirais seriam mais brilhantes em suas extremidades, por concentrarem coágulos de matéria, ejetada conforme descrevemos a evolução deste modelo em suas respectivas figuras de *snapshot*. Das simulações com $\lambda \geq 100$ kpc, obtêm-se os melhores resultados, como

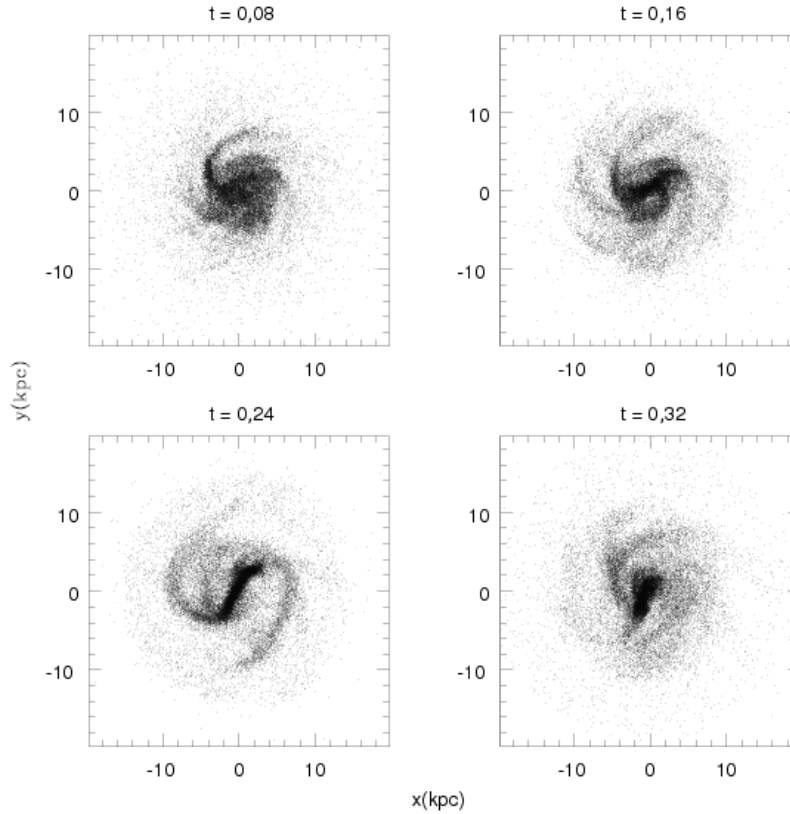


Figura 5.16 - Os primeiros 300 Manos de tempo simulado para o disco na projeção $-z$, com $\lambda = 1000$ kpc. O tempo está indicado nas respectivas caixas e os eixos estão em unidades de kpc.

os do modelo newtoniano. Baseando-se diretamente nos Painéis (III) e (IV), pode-se concluir que, se o PGY fosse o melhor para descrever o Cosmos, então $\lambda \gtrsim 100$ kpc, de acordo com as conclusões às quais chegamos no Capítulo 4 com sistemas elípticos. A partir das simulações, está claro que, à medida em que se tomam valores menores de λ , os sistemas espirais simulados se tornam cada vez menos gravitacionalmente auto-ligados, e deste modo, eles não poderiam existir, porque jamais haveria um colapso de uma nuvem primeva que as gerasse. Sob este requerimento físico, podemos fixar um limite superior para a massa do gráviton: $m_g \ll 10^{-60}$ g, de acordo com o capítulo anterior.

Devido aos resultados aqui discutidos, sugerimos que outros ajustes para o fator λ devam ser realizados, e.g., os que estudam sistemas numa escala correspondente a um volume comóvel cosmológico, através de experimentos numéricos análogos aos expostos aqui. Outros exemplos podem ser citados: simulações de grupos compactos

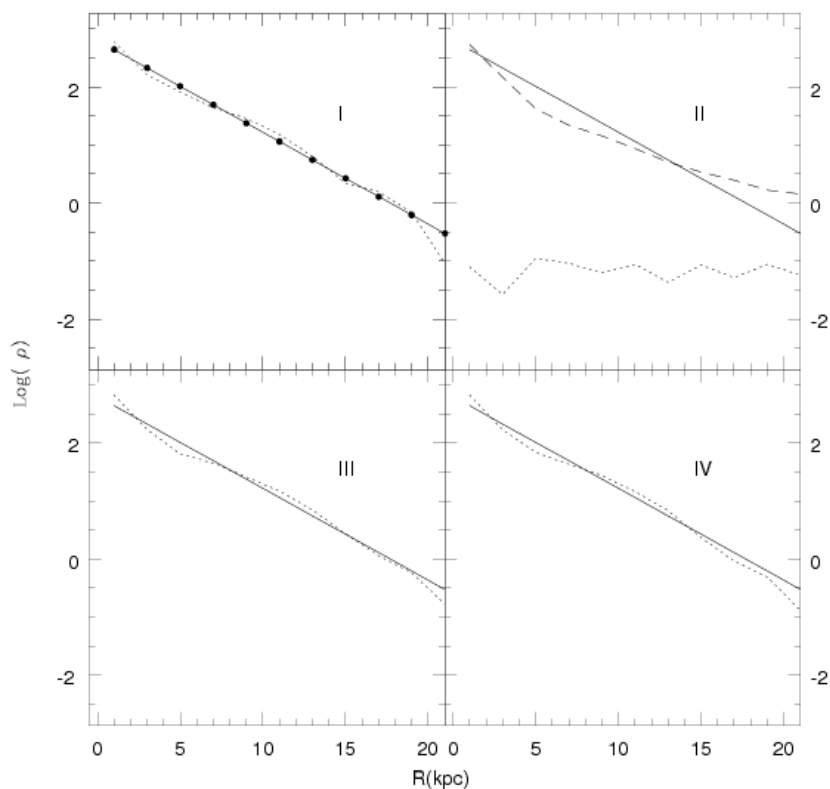


Figura 5.17 - Perfis radiais de densidade dos discos exponenciais, calculados para o primeiro e últimos *snapshots* de cada simulação. A Figura está dividida em quatro painéis, em numerais romanos. O Painel (I) refere-se somente à simulação newtoniana. Este painel mostra o perfil radial exponencial, calculado analiticamente, exibido em linha contínua. Os pontos representam as contagens de partículas por unidade de área, obtidos de todas as partículas do primeiro *snapshot*. A linha pontilhada do Painel (I) representa o perfil radial do *snapshot* final, demonstrando a estabilidade do modelo newtoniano após 1 Gano de simulação. Todos os painéis mostram o mesmo perfil inicial, posto que todas as simulações são concretizadas com o mesmo *snapshot* inicial. Painel (II) mostra o perfil inicial em linha contínua, o perfil radial final da simulação com $\lambda = 1$ kpc em linha pontilhada, e o final da simulação com $\lambda = 10$ kpc em linha tracejada. Painel (III), o perfil inicial em linha contínua, e o perfil final da simulação com $\lambda = 100$ kpc em linha pontilhada. Painel (IV) é exibido como o (III), embora os dados usados sejam da simulação com $\lambda = 1000$ kpc.

ou de aglomerados de galáxias, simulações de sistemas do tipo “bullet-cluster”, etc. Entretanto, tais experimentos numéricos estão além dos objetivos propostos nesta Tese.

Face ao que expomos neste capítulo e nos precedentes, podemos afirmar que desenvolvemos um método inovador para investigar teorias alternativas de gravitação no regime não relativístico, simulando sistemas de N – corpos autogravitantes, ou seja, galáxias “vivas” submetidas ao potencial investigado. Este método revela-se como um teste para vincular os parâmetros da teoria sob investigação. Embora [Araujo e Miranda \(2007\)](#) analisem modelos de galáxias discóides sob o PGY, eles usam argumentos analíticos, enquanto nossas galáxias se comportam como sistemas “vivos”, porque são compostas por um número muito grande de partículas. Deste modo, consideramos os testes demonstrados aqui como realísticos e exatos, devido ao fato de que sistemas de N –corpos são muito sensíveis a fenômenos complexos, tais como o caos, formação de subestruturas, entre outros ([BINNEY; TREMAINE, 2008](#)).

No próximo capítulo, faremos um teste com sistemas *late-type* sob outra teoria, que prevê outro tipo de potencial no limite não-relativístico. Testaremos a hipótese de [Brownstein e Moffat \(2006a\)](#), que defende a inexistência de halos de matéria escura em galáxias espirais. Assim, neste último cenário, o potencial newtoniano em grandes escalas é descaracterizado, sendo substituído por outro tipo que gere as curvas de rotação observadas. Este teste será mais sofisticado do que os ajustes realizados por [Brownstein e Moffat](#), porque testaremos esta hipótese num laboratório computacional verdadeiro, investigando a evolução secular de discos exponenciais sob uma outra teoria alternativa de gravitação, diferente da Teoria de Visser ([VISSER, 1998](#)).

6 INVESTIGANDO A TEORIA DE GRAVITAÇÃO DE BROWNSTEIN-MOFFAT.

6.1 Introdução

No Capítulo 5, estudamos galáxias espirais modeladas no cenário padrão, em que elas são representadas por um modelo de disco bariônico imerso num halo de matéria escura. Entretanto, este modelo tem sido contestado por alguns pesquisadores, cujos trabalhos apresentam razoáveis argumentos a favor de uma hipótese diferente, segundo a qual a suposta presença da matéria escura seria uma “ilusão” decorrente de anomalias gravitacionais ocorridas em grandes escalas. De fato, com a finalidade de se evitar o problema da matéria escura, certos autores consideram a hipótese de que, em escalas galácticas, a física newtoniana é inadequada para descrever a dinâmica de galáxias e de aglomerados, ou seja, em escalas galácticas ou mesmo cosmológicas, a lei de gravitação é diferente da newtoniana. Deste modo, ao contrário do paradigma da matéria escura, estes autores argüem que há apenas um disco desprovido de halo, mas, devido a um outro tipo de lei de gravitação em grandes escalas, o disco rotaciona mais rápido do que o faria sob a física newtoniana ((MILGROM; SANDERS, 2008) (MILGROM, 2008), (MOFFAT; TOTH, 2009), e (BROWNSTEIN; MOFFAT, 2006a)¹).

Em particular, este capítulo está baseado no estudo realizado por Brownstein e Moffat (2006a) (daqui em diante BM), que exhibe uma abordagem alternativa para explicar as curvas de rotação de galáxias espirais, usando uma teoria de gravitação proposta por Moffat e Toth (2008) (daqui em diante, gravidade moffatiana). Nossa meta principal é investigar esta teoria usando simulações numéricas de sistemas auto-gravitantes.

A teoria moffatiana é uma teoria covariante de gravitação baseada no acoplamento da gravitação de Einstein com um campo tensorial massivo antissimétrico $F_{\alpha\beta\gamma}$. Nesta Tese, não discutiremos os detalhes desta teoria alternativa de gravitação, uma vez que estamos investigando o seu *limite não relativístico*.

BM demonstram que, no *limite não relativístico*, o potencial gravitacional devido a uma fonte puntual de massa M é

¹É importante mencionar que em outro trabalho, Brownstein e Moffat (2006b) argüem que é possível explicar as grandes massas inferidas aos aglomerados sem a necessidade da hipótese de matéria escura com a sua teoria.

$$\Phi(r) = -\frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \right] \right\}, \quad (6.1)$$

onde G é a constante da gravitação universal newtoniana, r é a distância à fonte, M_0 é um parâmetro de acoplamento e r_0 , um comprimento característico. A partir do potencial de BM, a aceleração gravitacional devido a uma partícula de massa M é

$$a(r) = -\frac{GM}{r} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \left(1 + \frac{r}{r_0} \right) \right] \right\}. \quad (6.2)$$

Conforme apontado por [Brownstein e Moffat \(2006a\)](#), estes potenciais e acelerações são válidos mesmo quando a partícula está nas vizinhanças de uma distribuição arbitrária de matéria ou embebida nesta distribuição. A partir das equações acima, notamos que a gravidade moffatiana pode ser ajustada a um grande intervalo de escalas características e massas através dos parâmetros r_0 e M_0 , que dependem do sistema sob investigação. Assim, poder-se-iam, em princípio, explicar muitos efeitos físicos que a teoria canônica atribui à matéria escura: o problema da massa faltante em galáxias espirais, as grandes massas dos aglomerados e daí por diante, posto que os parâmetros r_0 e M_0 dependem da massa total do sistema em estudo. Por outro lado, as Equações 6.1 - 6.2 aparentemente violam o *princípio da superposição*, porque um sistema com massa total M não poderia ser decomposto em N partículas de mesma massa m_i , onde $i \in \{0, 1, 2, \dots, N\}$ designa um rótulo. Por exemplo, sejam, num dado instante, duas partículas de massas m_1 e m_2 , equidistantes a um ponto do espaço, de modo que representemos esta distância por r . Obviamente, neste caso, podemos escrever $\phi \equiv \phi(m_i)$. Para esta situação em particular, $\phi(m_1) + \phi(m_2) \neq \phi(m_1 + m_2)$. Entretanto, conforme demonstrado por [Brownstein e Moffat \(2006b\)](#), as equações acima podem ser reescritas no caso de um sistema esfericamente simétrico, de modo que recuperamos o *princípio da superposição* e, conseqüentemente, teremos $\phi(m_1) + \phi(m_2) = \phi(m_1 + m_2)$ no exemplo anterior. Assim, as Equações 6.1 e 6.2 são:

$$\Phi(r) = -\frac{GM(r)}{r} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \right] \right\} \quad (6.3)$$

e

$$a(r) = -\frac{GM(r)}{r} \left\{ 1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}} \left[1 - \exp\left(-\frac{r}{r_0}\right) \left(1 + \frac{r}{r_0}\right) \right] \right\}. \quad (6.4)$$

onde $M(r)$ é a massa contida na região delimitada por r e M , a massa total da galáxia. Note que

$$\lim_{r \gg r_c} M(r) = M.$$

Deste modo, recuperamos a linearidade na representação de uma distribuição analiticamente contínua de massa $M(r)$ por um sistema de partículas idênticas.

[Brownstein e Moffat](#) aplicam a sua gravidade modificada para ajustar e explicar as curvas de rotação de uma amostra de galáxias espirais observadas, obtendo o seguinte conjunto de parâmetros: $M_0 = 96 \times 10^{10} M_\odot$ e $r_0 = 13,96$ kpc ([BROWNSTEIN; MOFFAT, 2006a](#)). Como usual neste tipo de estudo, eles consideram o equilíbrio centrífugo, o que significa que o modelo galáctico considerado por BM é “estático”. Deste modo, eles sugerem que estes parâmetros ajustam acuradamente muitas curvas de rotação observadas. Por outro lado, sabe-se atualmente, a partir de simulações numéricas de N -corpos, que discos construídos de acordo com as leis exponencial e de Spitzer, quando submetidos à gravitação newtoniana, revelam-se em equilíbrio centrífugo por muitos períodos orbitais, i.e., por muitos Ganos de tempo simulado ([SPRINGEL; WHITE, 1999](#)) e ([SPRINGEL et al., 2005](#)). Contudo, sob o quadro de BM, não sabemos por quanto tempo o potencial de BM pode manter discos galácticos em equilíbrio dinâmico secular, se é que tal gravitação os possa manter estáveis. Este é o principal objetivo deste capítulo: investigar se a teoria moffatiana prevê a estabilidade de discos simulados, os quais se comportam como sistemas “vivos”, conforme já explicamos.

Nos capítulos anteriores, desenvolvemos um método de N -corpos para estudar teorias alternativas de gravitação em escalas galácticas. Em particular, estudamos o PGY e mostramos que este último tipo é viável apenas se o parâmetro de Yukawa for $\lambda \gg 100$ kpc.

Neste capítulo, usamos simulações de N -corpos para evoluir modelos de galáxias espirais representados por partículas, submetidas à lei de gravitação descrita pela Equações [6.1](#) e [6.2](#) respectivamente, usando o seguinte conjunto de parâmetros

ajustados por [Brownstein e Moffat \(2006a\)](#): $M_0 = 96 \times 10^{10} M_\odot$ e $r_0 = 13,96$ kpc. O nosso objetivo principal é verificar se o modelo de BM é dinamicamente consistente, a fim de que seja considerado como um modelo realístico. Deste modo, estamos aptos a testar a hipótese de BM e verificar o grau de realismo deste tipo de lei de gravitação, usando os conceitos e técnicas dos estudos da Dinâmica Galáctica ([BINNEY; TREMAINE, 2008](#)).

Toda a pesquisa concernente a este capítulo está em processo de publicação.

Na Seção 6.2, exibimos o código de N -corpos usado neste trabalho e as técnicas numéricas usadas para modelar galáxias espirais sob o potencial de BM. Na Seção 6.3, os resultados das simulações numéricas são exibidas e finalmente, na Seção 6.4, discutimos a repercussão computacional e teórica deste trabalho, avaliando as perspectivas deste tipo de estudo num sentido mais amplo.

6.2 Técnicas Numéricas

6.2.1 O Código Modificado

Assim como demonstramos no Capítulo 1, modificamos e testamos o código **Gadget-2** ([SPRINGEL, 2005](#)), com o intuito de investigar o PGY. As razões para tal escolha já foram discutidas. Nesta Subseção, sucintamente explicamos as modificações e testes do código **Gadget-2** novamente, substituindo a gravitação newtoniana pelas expressões dadas pelas Equações 6.1 e 6.2 nas respectivas linhas de instrução do código. Testamos extensivamente a eficiência do código em calcular os potenciais moffatianos através do método de árvore usando um *snapshot* típico composto de um disco exponencial de Sptizer imerso num halo de Hernquist, analogamente aos procedimentos descritos no Capítulo 1.

A eficiência do código modificado em calcular potenciais está bem representado pela Figura 6.1². Nesta figura, exibimos $\gamma = \Delta\Phi/\Phi_{Nbody}$ contra Φ_{Nbody} , onde $\Delta\Phi = \Phi_{Tree} - \Phi_{Nbody}$, Φ_{Tree} é o potencial de um sistema de partículas calculado pelo código *Gadget-2* modificado e Φ_{Nbody} é o potencial calculado pelo código usando o algoritmo Partícula-Partícula (PP). Conforme já explicamos, o algoritmo PP é mais preciso do que o de árvore. Então, com a comparação entre os valores de

²A inclusão de duas distribuições de matéria geometricamente diferentes visa apenas testar a acurácia do código modificado, principalmente as suas instruções concernentes ao algoritmo de árvore.

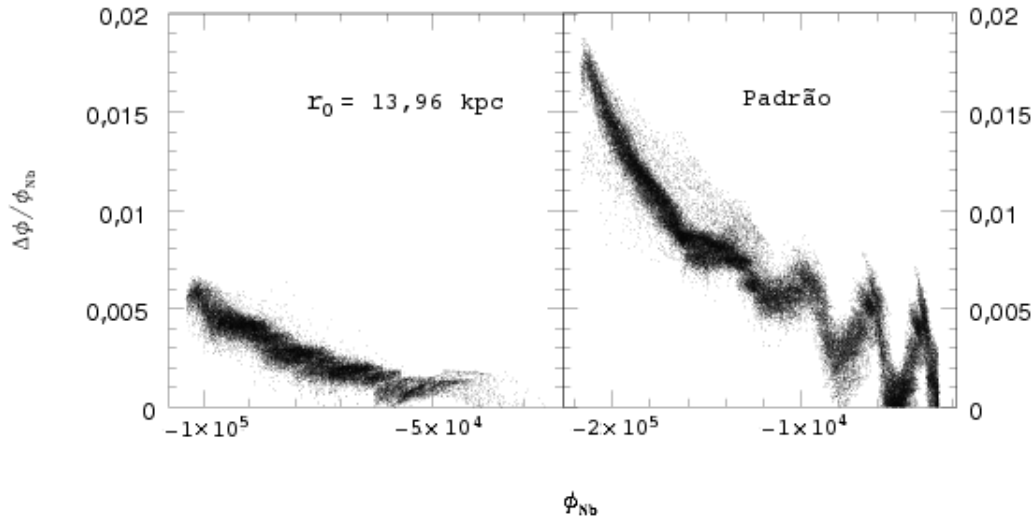


Figura 6.1 - Comparação dos valores de $\gamma = \Delta\Phi/\Phi_{Nbody}$ calculados pelos códigos **Gadget-2** padrão e o modificado. O parâmetro r_0 está indicado no painel.

γ , estimados pelo código padrão (newtoniano) e o código modificado (moffatiano), podemos verificar o grau de eficiência deste último em computar os potenciais e, subsequentemente, as acelerações acuradamente.

Em ambos os cálculos dos valores de γ , fixamos o mesmo parâmetro de tolerância $\theta = 0,8$, maximizando a eficiência do algoritmo em árvore no caso newtoniano, conforme verificado por [Dantas \(2002\)](#). Durante os testes, verificamos que o mesmo valor de θ deve ser usado no caso da lei de gravitação de BM. Estão fixos também os seguintes parâmetros: o comprimento de amolecimento do halo $l_{dh} = 0,33$ kpc e o do disco bariônico $l_d = 0,15$ kpc. Com este conjunto de parâmetros, obtem-se a melhor conservação da energia para o *snapshot* em estudo, minimizando os erros no cálculo dos potenciais e acelerações. Note que esta escolha dos parâmetros θ , l_{dh} e l_d adotada aqui é similar à que usamos em capítulos precedentes. Analisando a [Figura 6.1](#), conclui-se que o código modificado calcula os potenciais de BM com erros menores do que 1%, ao passo que $\gamma \sim 2\%$ no caso newtoniano. Este resultado mostra que a simulação decorrente das modificações pode ser considerada como realística, de modo que estamos aptos a testar a gravidade de BM através de simulações numéricas, pelas seguintes razões:

- O potencial de BM apresenta um termo **adicional** ao potencial

newtoniano. No caso das acelerações, os cálculos diferem por um termo extra, se comparamos os respectivos potenciais e acelerações moffatianos.

- As atualizações dos valores das posições, velocidades, acelerações, potenciais e do tempo dependem da acurácia do cálculo dos potenciais e acelerações do respectivo *timestep* anterior, conforme demonstramos no Capítulo 1. Assim, o código calcula o valor do *timestep* com a acurácia requerida.
- Fizemos vários testes com diversos *snapshots* obtidos de simulações newtonianas, para obter gráficos análogos aos exibidos pela Figura 6.1. Os resultados foram muito semelhantes.

Na próxima subseção, discutiremos o método seguido na construção das condições iniciais das simulações.

6.2.2 Condições Iniciais

Para investigar a hipótese de BM, construímos três modelos de galáxias espirais.

- Um modelo típico newtoniano (padrão), constituído por um disco exponencial de Spitzer imerso num halo de matéria escura, que chamaremos de modelo newtoniano ou Modelo I.
- Um modelo idêntico ao anterior, do qual o halo é removido das condições iniciais antes de correr as simulações com um potencial moffatiano, chamado de modelo pseudo-moffatiano ou Modelo II.
- Um modelo de disco exponencial de Spitzer cujas velocidades são atribuídas a partir da lei de gravitação de BM, chamado de modelo puramente moffatiano ou Modelo III.

A seguir, damos as razões segundo as quais construímos as três espécies de modelo supracitadas.

O modelo newtoniano segue as prescrições descritas na Seção 5.2.2. Novamente fixamos para o halo de matéria escura $N_{halo} = 30.000$ partículas e $N_{disk} = 30.000$ para o disco bariônico. Estas escolhas tornam o modelo realístico, optmizando ao

mesmo tempo a conservação da energia, resolução mínima (típica) requerida e o processamento das análises. Portanto, o Modelo I é consistente com as características de galáxias observadas e será usado para se comparar com os demais.

Conforme descrevemos acima, o Modelo II possui a mesma distribuição discóide do Modelo I, do qual foram extraídas as partículas do halo. Enfatizamos que o potencial do halo é computado a fim de atribuir ao disco a mesma curva de rotação do Modelo I. Após a extração do halo, o disco deveria ser estável quando submetido sob a física de BM. Este procedimento é realizado para investigar a hipótese de BM, de acordo como descrevemos anteriormente. Deste modo, a investigação é realizada durante a evolução secular do disco simulado, comparando os resultados com os do Modelo I.

O Modelo III é similar ao Modelo II, mas com as seguintes diferenças: (i) não computamos os potenciais do halo (ii) substituímos o potencial analítico devido ao disco newtoniano pelo potencial de BM, devido a todas as partículas do disco, cujas posições são atribuídas primeiro. Deste modo, usando os parâmetros $M_0 = 96 \times 10^{10} M_\odot$ e $r_0 = 13,96$ kpc (BROWNSTEIN; MOFFAT, 2006a), construímos um modelo em perfeito equilíbrio inicial. Em outras palavras, primeiro o disco é construído, pelas atribuições das posições de suas partículas. Em seguida, os potenciais originados por todas as partículas são calculados de acordo com a Equação 6.1 sobre a malha em cujos pontos os valores das dispersões de velocidades são calculados, integrando as equações de Jeans e usando os procedimentos numéricos descritos na Seção 5.2.2. Com esta prescrição, o disco inicial é colocado em equilíbrio com o potencial de BM durante os primeiros *snapshots* da simulação. Fixamos o número de partículas $N_{disk} = 30.000$ para o Modelo III (daqui em diante, disco moffatiano ou disco de BM), a fim de manter a mesma resolução fixada para os Modelos I e II.

O seguinte conjunto de parâmetros é escolhido para a construção dos discos de SdMH (Modelo I): massa total $M_t = v_{200}^2 / (10GH_0) = 0,98 \times 10^{12} M_\odot$, onde $v_{200} = 160 \text{ km.s}^{-1}$ é a velocidade virial, G é a constante Universal da Gravitação, $H_0 = 100 \text{ km.s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, a constante de Hubble, a massa total do disco é dada pela relação $M_{disk} = m_d M_t$, onde $m_d = 0,041$ é uma fração adimensional da massa total, a escala de comprimento do disco $h = 2,74$ kpc, a escala vertical do disco $z_0 \sim 0,2h$ e o parâmetro de *spin* $\lambda = 0,033$. Enfatizamos que este modelo reproduz as características observacionais da Via Láctea, de acordo com Springel et al. (2005).

Para o Modelo II, usamos o mesmo conjunto de parâmetros usados para o Modelo I, lembrando que, após construído o sistema, o halo é extraído. No caso do disco moffatiano, mantivemos os parâmetros acima fixos, e, conseqüentemente, a massa total do disco permanece a mesma, e os perfis exponencial e de Spitzer se mantiveram inalterados. Construímos as partículas do disco a partir dos perfis de densidade e, usando os parâmetros $M_0 = 96 \times 10^{10} M_\odot$ e $r_0 = 13,96$ kpc (BROWNSTEIN; MOFFAT, 2006a), calculamos os potenciais, e, conseqüentemente, as dispersões de velocidades da malha para atribuir velocidades de todas as partículas do disco moffatiano, usando técnicas já descritas.

Na próxima seção, exibimos os resultados das simulações.

6.3 Simulações e Resultados

6.3.1 O Modelo Newtoniano

Embora o modelo newtoniano seja considerado como “canônico” pelas teorias da Astronomia Galáctica (BINNEY; MERRIFIELD, 1998) e da Dinâmica Galáctica (BINNEY; TREMAINE, 2008), é importante enfatizar aqui que as simulações newtonianas não são o resultado principal do nosso trabalho. Os modelos newtonianos servem como comparação com os resultados obtidos dos Modelos II e III. Conforme explicamos no capítulo anterior, modelos newtonianos simulados mantêm suas contrapartidas observacionais por muitos tempos de cruzamento, i.e., sob evolução secular. No Capítulo 5, exibimos os principais resultados da simulação newtoniana nas Figuras 5.2, 5.3 e 5.4, analisando-as detalhadamente. Nas próximas subseções, mostraremos os resultados dos demais modelos e faremos as comparações com os do modelo newtoniano.

6.3.2 Modelos Moffatianos

Exibimos no Capítulo 5 que discos newtonianos mantêm suas propriedades físicas por muitos tempos de cruzamento. Por outro lado, quando uma galáxia espiral é submetida ao potencial de BM, o comportamento de sua estrutura é distinto do newtoniano, conforme mostraremos nesta Seção.

Nesta Seção, exibimos os resultados conforme o sistema de análises adotado no Capítulo 5. A Figura 6.2 mostra os resultados das simulações do Modelo II. Analisando esta figura, concluímos que, durante toda a simulação (1 Ganos de

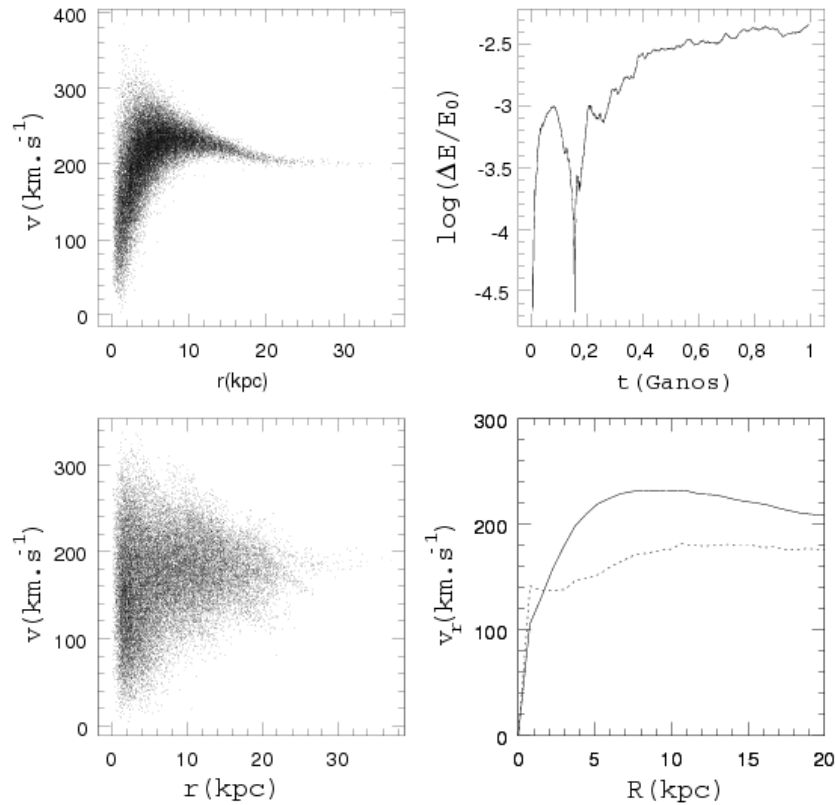


Figura 6.2 - Dados físicos das partículas do disco pseudo-moffatiano exibidos em quatro painéis. Painel superior esquerdo: representação dos dados do *snapshot* inicial. Superior direito: violação da conservação da energia. Inferior esquerdo: espaço de fase do *snapshot* final em 1 Gano. Inferior direito: curvas de rotação para os *snapshots* inicial (linha sólida) e final (linha tracejada).

simulação), a violação relativa da energia total é menor do que 1 %, demonstrando o bom grau de realismo das simulações.

A partir desta figura, verifica-se que no espaço de fase os dados das partículas exibidas sofrem um espalhamento maior, quando comparadas com as da simulação newtoniana. Este espalhamento é interpretado como uma perda definitiva da configuração física inicial, demonstrando que o Modelo II não está em equilíbrio inicial com o potencial moffatiano. Entretanto, este procedimento é proposital, conforme explicaremos a seguir. Examinando o painel inferior direito, percebemos que o disco gira mais lentamente no final da simulação, comparando com os respectivos valores iniciais, embora a sua curva de rotação final possua características típicas de uma curva de rotação. Aparentemente, através da análise imediata da

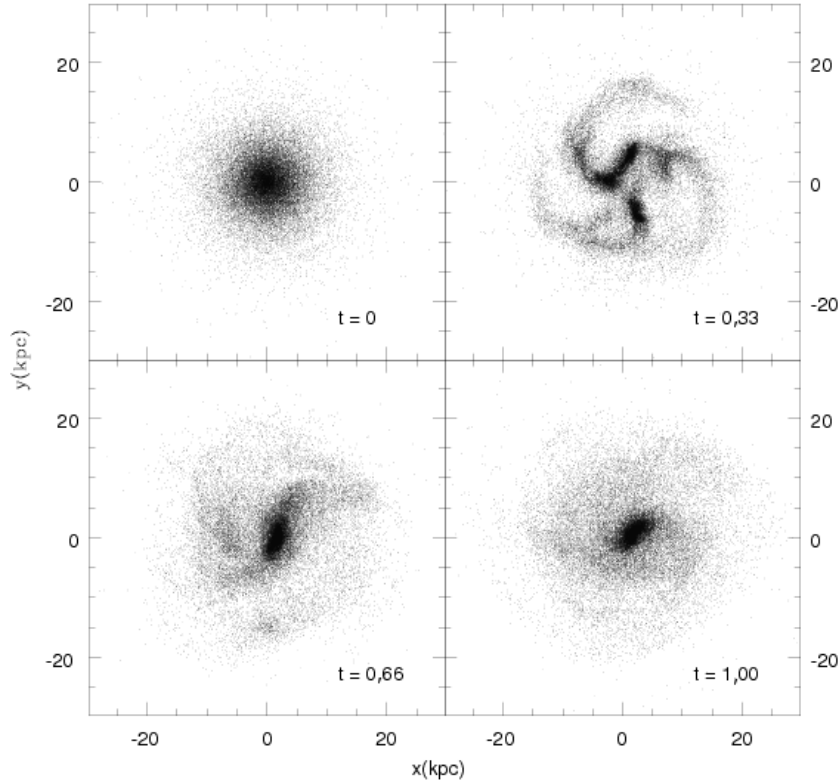


Figura 6.3 - O disco pseudo-moffatiano na projeção $-z$ nos instantes 0, 0,33, 0,66 e 1 Gano de tempo simulado, indicado nos respectivos quadros. Os eixos estão em unidades de kpc.

Figura 6.2, concluir-se-ia que o potencial moffatiano poderia explicar os discos de BM e nenhuma matéria escura seria necessária para manter o disco secularmente estável.

Exibimos os *snapshots* das partículas do disco nas Figuras 6.3 e 6.4. Estes *snapshots* mostram que, nos instantes $t = 0,08, 0,16, 0,24$ e $0,32$ Ganos, o sistema mostra subestruturas atípicas, em particular na sua região central $R \lesssim 10,0$ kpc. À medida em que o disco evolui, uma subestrutura anular se desenvolve, de modo que a região central subtendida pelo anel se torna quase vazia. Subsequentemente, o anel colapsa, rearranjando-se como três braços espirais não-ligados. Neste estágio, o sistema é desprovido de um núcleo galáctico. Podemos considerar este comportamento anômalo devido ao fato de que as partículas não são criadas em perfeito equilíbrio inicial com o potencial moffatiano. Quando $t = 0,66$ Ganos, os braços remanescentes se fundem e geram uma estrutura do tipo barra acoplada com dois braços espirais

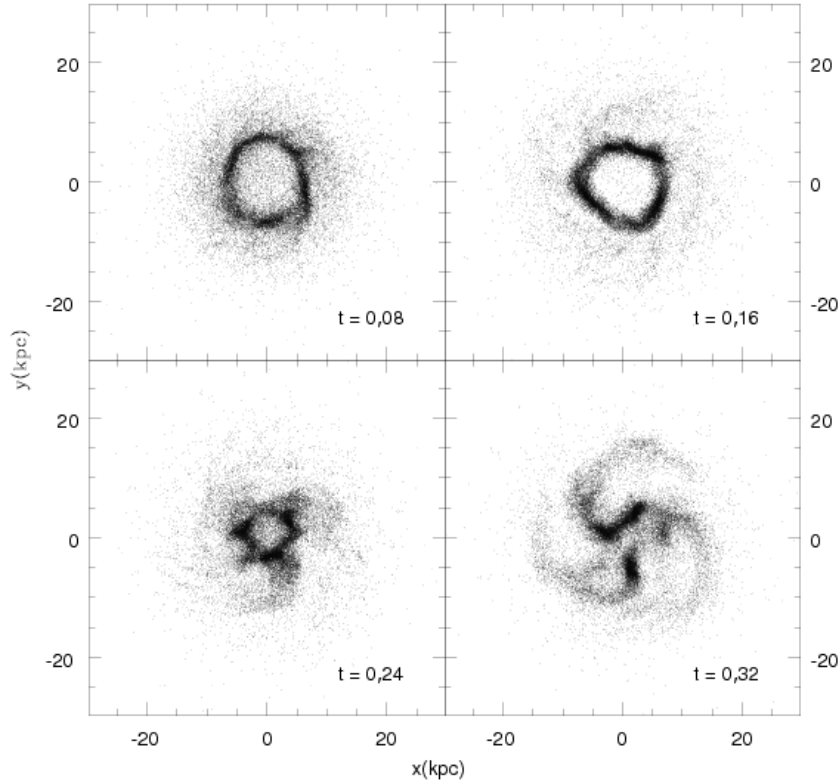


Figura 6.4 - Os primeiros 300 Manos de tempo simulado do disco pseudo-moffatiano na projeção $x-z$. O tempo está indicado nos respectivos quadros e os eixos estão em unidades de kpc.

difusos. Esta estrutura barrada é menor do que a do caso newtoniano e este tamanho característico se deve à natureza da física de BM.

Note-se, contudo que, estamos testando a hipótese de BM, que considera o potencial e a aceleração moffatianos – descritos pelos parâmetros ajustados $r_0 = 13,96$ kpc e $M_0 = 96 \times 10^{10} M_\odot$ – suficientes para explicar as curvas de rotação de discos galácticos sem a necessidade da existência de halos de matéria escura. Lembrando que o disco simulado inicial reproduz as características observacionais de galáxias reais, conforme já explicamos, o resultado esperado seria a não-formação de submorfologias atípicas. Em outras palavras, sob este ponto de vista, se a hipótese de BM fosse realística, o disco simulado seria estável em todo o tempo simulado. Outrossim, a configuração de equilíbrio é alcançada somente após $t \gtrsim 0,66$ Ganos. Após este tempo, o sistema se torna similar ao newtoniano, em alguns aspectos dinâmicos, embora esta similaridade seja apenas aparente, conforme demonstraremos a seguir.

Os resultados da simulação do Modelo II trazem algumas questões interessantes. Poder-se-ia argumentar que a simulação do Modelo II precisa de um ajuste fino dos parâmetros M_0 e r_0 para manter o disco inteiro em equilíbrio. A física moffatiana, com tais parâmetros ajustados poderia, a princípio, evitar a formação de anéis e vazios centrais nos primeiros 0,33 Ganos. Entretanto, durante o estudo da formação destas submorfologias, fizemos muitos testes, mudando os parâmetros supracitados e não conseguimos encontrar um conjunto de parâmetros adequado, i.e., o disco sempre se apresentou instável às menores variações realizadas. Assim, os valores $r_0 = 13,96$ kpc e $M_0 = 96 \times 10^{10} M_\odot$, conforme apontado por [Brownstein e Moffat \(2006a\)](#), representam o melhor ajuste para a escala de sistemas espirais.

Outro argumento é o de que, devido à complexidade subjacente às simulações de N -corpos, dever-se-ia construir um disco em equilíbrio inicial, usando a própria física moffatiana para tal. Assim, com o perfeito equilíbrio centrífugo inicial, o disco não apresentaria o vazio central e seu anel de matéria circundante. Os resultados do Modelo II, associados a estes argumentos, requerem a criação e investigação do Modelo III, o nosso disco puramente moffatiano. Os resultados da simulação do Modelo III podem ser vistos nas Figuras [6.5](#), [6.6](#) e [6.7](#).

No painel superior direito da Figura [6.5](#), exibimos os pontos no espaço de fase. Tais pontos são distribuídos similarmente aos dos modelos anteriores, porque todas as curvas de rotação possuem a mesma forma inicial, embora a do modelo puramente Moffatiano seja mais lenta do que as dos modelos anteriores. Além disto, após 1 Gano de simulação, percebemos que, mesmo embora o espalhamento de partículas no plano do espaço de fase seja similar ao dos casos anteriores, uma quantidade maior de partículas se concentra na região correspondente a $0 < r < 2$ kpc e $200 < v_r < 400$ km.s⁻¹. As regiões mais distantes do disco se tornam mais lentas do que a configuração inicial. Outrossim, decorrida toda a simulação, concluímos, a partir do espalhamento dos pontos do Modelo III, que a configuração inicial é completamente perdida, embora mantenha aproximadamente a aparência esperada para uma galáxia espiral. Note-se que esta simulação mantém o grau de realismo das anteriores, como pode ser visto nos resultados da violação da energia (Vide painel direito superior). Tal violação é muito pequena, ou seja, $\log \Delta E/E_0 \lesssim -2,0$.

A partir destes resultados preliminares, poder-se-iam concluir que: (i) discos exponenciais puramente Moffatianos são mantidos em equilíbrio centrífugo durante toda a simulação. (ii) a hipótese de Moffat é dinamicamente viável. Entretanto,

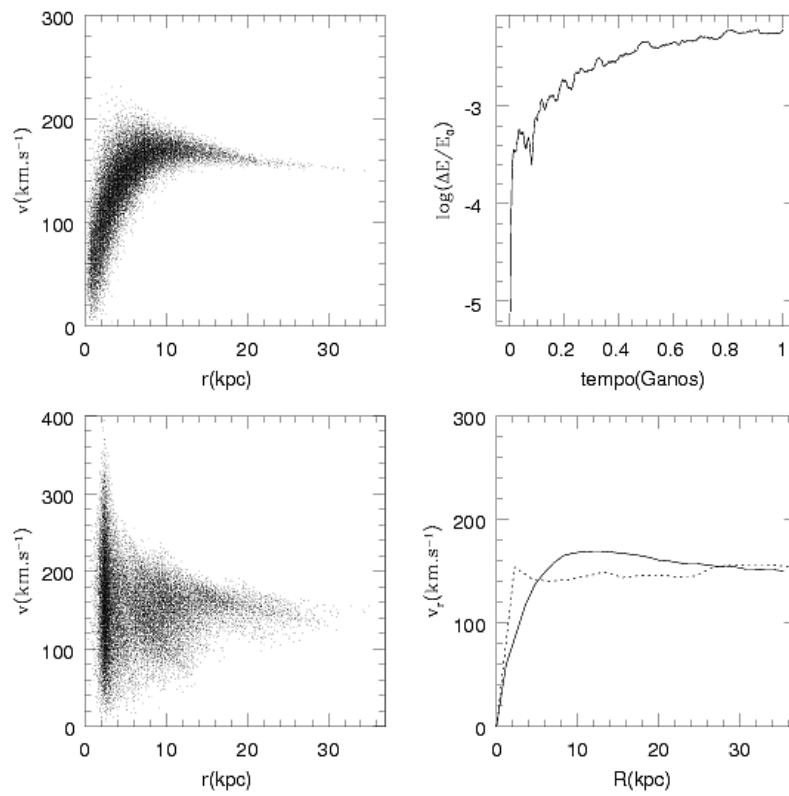


Figura 6.5 - Dados físicos das partículas do Modelo III exibidos em quatro painéis. Painel superior esquerdo: representação dos dados do *snapshot* inicial. Superior direito: violação da conservação da energia. Inferior esquerdo: espaço de fase do *snapshot* final em 1 Gano. Inferior direito: curvas de rotação para os *snapshots* inicial (linha sólida) e final (linha tracejada).

essa viabilidade é apenas aparente, conforme demonstraremos a seguir. Realmente, as curvas de rotação finais dos Modelos II e III são similares, pois apresentam um pico inicial em $R = 2$ kpc, seguido de um perfil característico de curvas de rotação, apesar da curva resultante do Modelo II ser mais rápida, devido à maior velocidade inicial das partículas deste modelo. Note que, para $R \lesssim 2$ kpc, a curva de rotação é linear e está associada ao movimento do núcleo central, similar ao movimento de rotação de um corpo rígido. Para $R \gtrsim 2$ kpc, a curva de rotação é similar a uma típica curva de rotação de sistemas *late-type*, mas, em analogia com o Modelo II, esta similaridade é apenas aparente, conforme veremos no final desta Seção.

As Figuras 6.6 e 6.7 mostram as posições das partículas no plano- xy , onde o tempo simulado está indicado nas respectivas caixas. Note que, nos *snapshots* iniciais, ao contrário do ocorrido com o Modelo II, o disco apresenta uma morfologia esperada para um modelo isolado. A ausência dos seguintes aspectos ocorre durante toda a simulação: anéis+vazios (Vide Modelo II), fragmentos em escape, pontes de matéria (*tidal tails*) com o meio intergaláctico ou quaisquer submorfologias geralmente associadas a perturbações do campo gravitacional global. Aparentemente, tais resultados sugerem que o equilíbrio inicial é suficiente para a obtenção de resultados convincentes. No caso do Modelo II, nota-se imediatamente que as submorfologias anômalas se devem ao não equilíbrio inicial. Obviamente, o Modelo II evolui para a condição de equilíbrio dinâmico secular com perda considerável da informação inicial: a formação do anel nada mais é do que a migração de partículas do centro, para a região anular, cuja estrutura orbital de suas partículas adquire a condição de equilíbrio instável. Mas, devido às flutuações do campo gravitacional de BM, analogamente ao caso do *swing amplification*, as partículas do sistema se reorganizam para uma configuração mais estável.

Por outro lado, observamos que ambos os núcleos galácticos dos Modelos II e III são bem menores do que o do Modelo I, que adquire uma morfologia tipicamente barrada. As regiões centrais dos modelos moffatianos são menores e *aparentemente* concentradas, conforme verificamos por simples inspeção dos *snapshots*. Este pequeno detalhe dos modelos moffatianos é melhor investigado através do cálculo dos perfis radiais de densidade dos modelos simulados, conforme veremos a seguir.

Devemos ressaltar que se poderia arguir que o *snapshot* no tempo simulado $t = 1$ Gano recupera a morfologia de um sistema *late-type*, e este modelo poderia ser considerado realístico, mesmo após $t \gtrsim 0,9$ Ganos, quando esta configuração parece

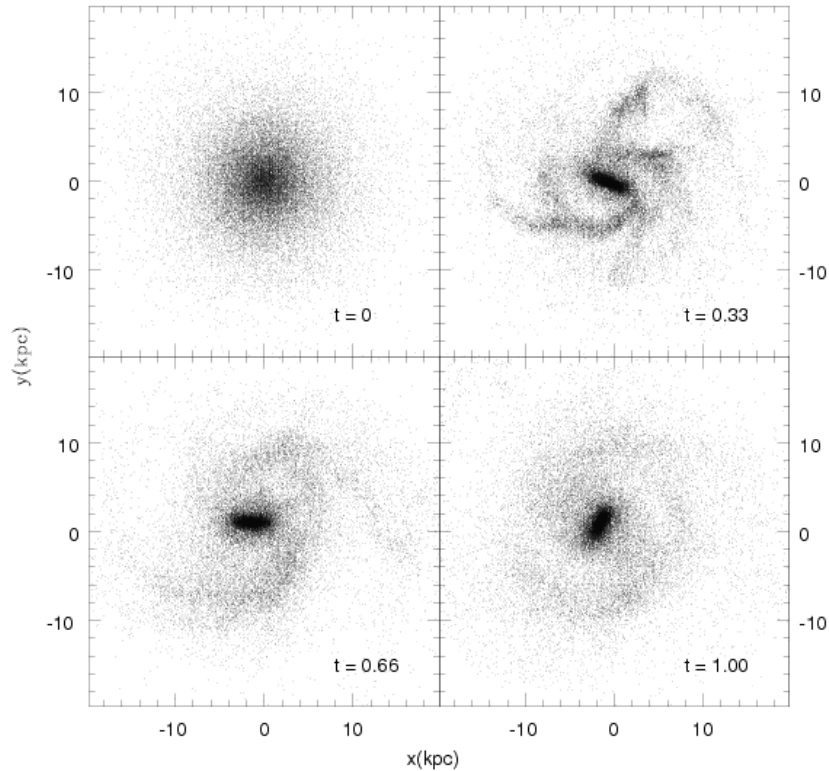


Figura 6.6 - O disco puramente moffatiano na projeção $-z$ nos instantes 0, 0,33, 0,66 e 1 Gano de tempo simulado, indicado nos respectivos quadros. Os eixos estão em unidades de kpc.

ser estável. Entretanto, tal semelhança pode ser contestada quanto ao tamanho do núcleo resultante e ao modo de distribuição das partículas ao longo da distribuição discóide.

A distribuição espacial das partículas nos discos simulados deve ser analisada, face às questões levantadas acima. Deste modo, examinamos o perfil radial de densidades dos discos simulados. Um modelo realístico de uma galáxia espiral deve ter no final de uma simulação o mesmo perfil inicial, a menos dos efeitos do ruído das partículas, conforme já discutimos.

Na Figura 6.8, exibimos o perfil radial dos discos simulados, calculado em $t = 0$ e $t = 1$ Ganos. Esta Figura mostra o gráfico cartesiano cujas abscissas descrevem a coordenada radial R em kpc, e cujas ordenadas quantificam o logaritmo das contagens de partículas por unidade de área, i.e., $Log(\rho)$, no plano $-xy$, dividido em muitos anéis concêntricos, no sistema de coordenadas cilíndrico. Também estimamos o perfil exponencial inicial analiticamente, indicado por linhas pontilhadas em cada

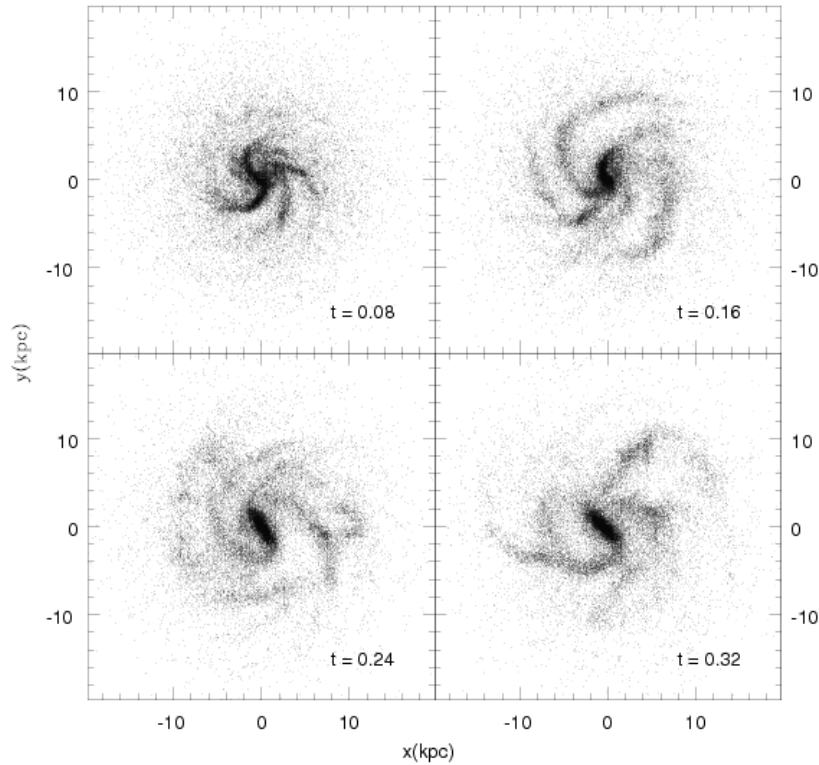


Figura 6.7 - Os primeiros 300 Manos de tempo simulado do Modelo III na projeção x - y . O tempo está indicado nos respectivos quadros e os eixos estão em unidades de kpc.

quadro.

O Painel (I) indica o perfil inicial newtoniano, estimado analiticamente e através das contagens das partículas: ambos os perfis coincidem exatamente. O Painel (II) mostra o perfil newtoniano final; O Painel (III), o perfil final do Modelo (II); e o Painel (IV), o perfil final do Modelo III. Cada quadro tem o seu perfil exponencial inicial para comparação. Note que o disco newtoniano mantém o seu perfil inicial, a despeito do ruído das partículas, muito comum em sistemas de N -corpos após evolução secular. Esta figura mostra que barras e braços espirais deixam o perfil exponencial quase inalterado.

Para o Painel (III), contudo, concluímos que a simulação do Modelo II minimizou a densidade central e maximizou a densidade em $R > 10$ kpc. No espaço de fase, isto pode ser notado pela migração de partículas para as regiões mais distantes, nas quais as órbitas são mais estáveis sob a física moffatiana, aumentando a densidade nestas regiões. O mesmo ocorre com o disco de BM, como podemos observar no

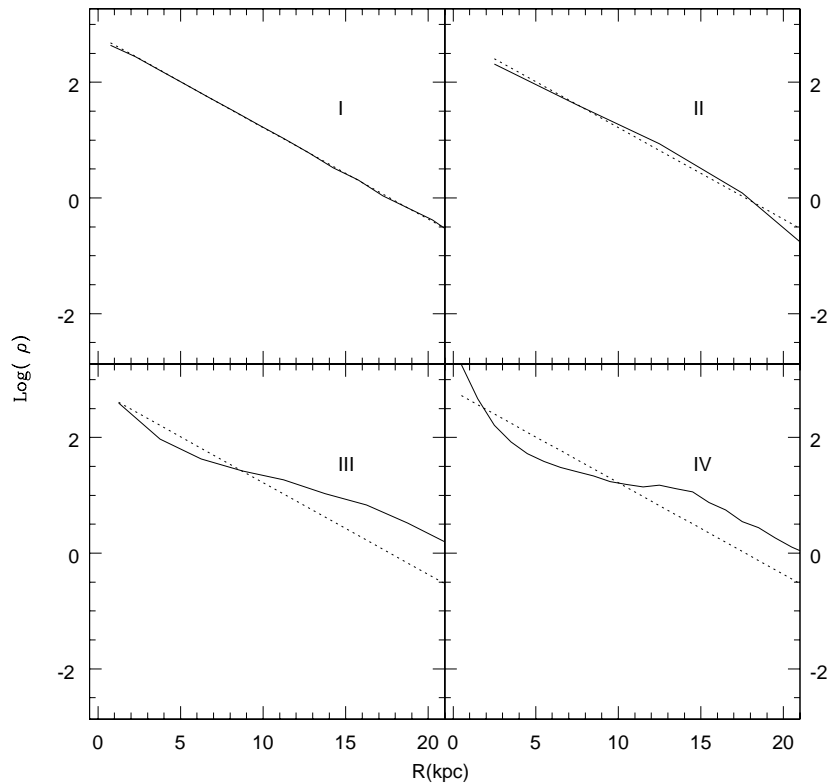


Figura 6.8 - Perfis radiais de densidade dos modelos simulados. O eixo horizontal é a distância radial R a partir da região mais sobredensa. Os eixos verticais mostram o logaritmo das contagens de partículas $\text{Log}(\rho)$, onde ρ é o número de partículas por unidade de área dentro de cada anel. O Painel I mostra os valores iniciais do perfil de densidades, tomados em $t = 0$ Ganos. Os perfis de densidade obtidos por contagens são exibidos em linha contínua. No Painel II, o perfil final do modelo newtoniano. No Painel III, o perfil do disco pseudo-moffatiano, e o Painel IV, do disco Moffatiano. Todos os painéis mostram os perfis exponenciais iniciais analíticos em linhas pontilhadas, os quais, conforme se vê no Painel I, superpõem-se aos valores obtidos das contagens de partículas.

Painel (IV).

É de mister importância mencionar novamente que o nosso modelo de BM tem o mesmo perfil inicial do modelo newtoniano e o Painel (I) representa todos os perfis iniciais, devido ao fato de que todos os discos são modelados pela mesma lei exponencial na coordenada radial, com a lei de Spitzer na coordenada z . Notamos que, apesar das configurações finais dos *snapshots* dos modelos II e III se mimetizarem em morfologias discóides, os respectivos perfis de densidade são muito diferentes dos perfis canônicos, a partir dos quais foram construídos. Como conclusão, o potencial moffatiano não pode manter os discos exponenciais de Spitzer em equilíbrio dinâmico secular, e , por sua vez, não são consistentes com os dados obtidos por observações.

Note ainda que, a evolução do perfil radial de densidades do Modelo (III), conforme exibimos na Figura 6.9, demonstra claramente que, mesmo em equilíbrio inicial, a física moffatiana não consegue manter os discos exponenciais de Spitzer com o mesmo perfil inicial. A medida em que o tempo passa, o perfil se diferencia gradativa e definitivamente do perfil exponencial inicial. É muito importante frisar que as barras de erro são desnecessárias neste tipo de mensuração, devido ao alto grau de resolução destes modelos, pelo menos na região em que os perfis são calculados. O modelo newtoniano se encaixa perfeitamente no seu perfil inicial, apesar dos aspectos submorfológicos de barra e de braços espirais, enquanto que o Modelo (III), não. Isto demonstra que a simulação de modelos se constitui numa técnica mais acurada do que a do ajuste de perfis em modelos estáticos, cujas evoluções não podem ser estudadas, conforme já explicamos.

6.4 Conclusões

Como vimos no Capítulo 1, muitos estudos de teorias alternativas de gravitação são baseados em modelos estáticos, ao invés de considerar sistemas “vivos”. Por exemplo, no estudo de galáxias espirais, o equilíbrio centrífugo geralmente é considerado analiticamente, mas não se pode mapear a evolução de subestruturas da galáxia. O problema com este tipo de abordagem é que a evolução secular não pode ser seguida.

Neste Capítulo, em particular, seguimos a filosofia dos precedentes, para verificar se a gravidade moffatiana é dinamicamente consistente com a estrutura física de galáxias

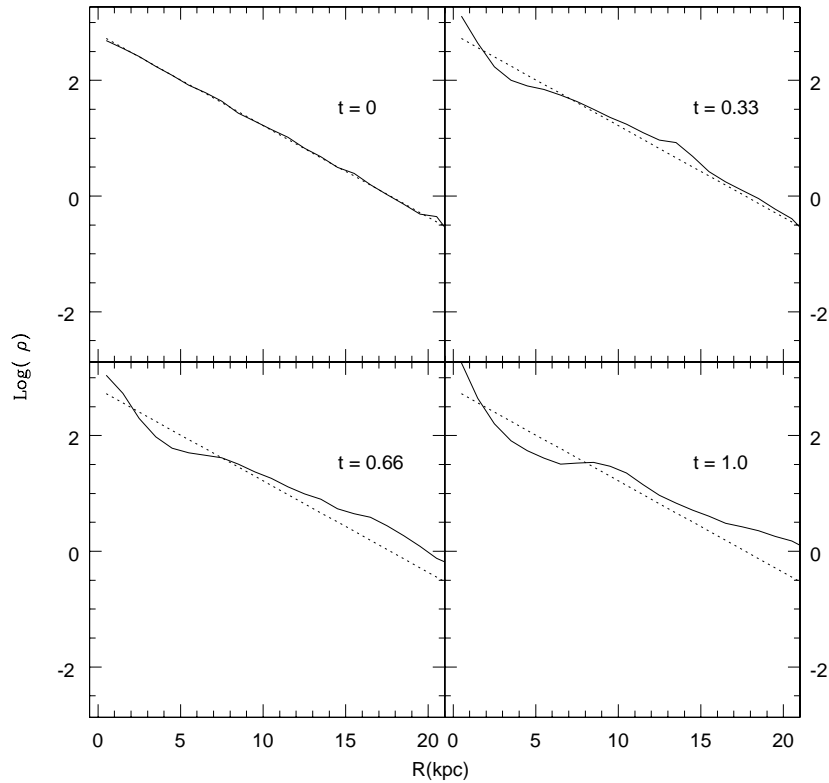


Figura 6.9 - Evolução do perfil radial de densidades do Modelo (III). Esta figura segue o padrão da Figura 6.8. O tempo está indicado nos respectivos painéis.

espirais. O estudo dinâmico é uma abordagem robusta, uma vez que considera as funções de distribuição e Equações de Jeans (Vide Seção 5.2.2) representadas por modelos fisicamente realísticos, constituídos por partículas, susceptíveis de muitos efeitos físicos reais: encontros próximos, aglomeração de partículas por ondas de densidade (BINNEY; TREMAINE, 2008), formação de configurações orbitais estáveis, entre outros. Vimos que no caso dos modelos newtonianos, as leis de distribuição dos modelos são mantidas, ou seja, os sistemas de N -corpos newtonianos são mantidos em equilíbrio secular.

Realizamos as simulações com uma versão modificada e testada do Código **Gadget-2**. Substituímos o potencial e aceleração newtonianos pelas expressões moffatianas, dadas pelas Equações 6.3 e 6.4, justamente nas respectivas instruções do código. Estudamos amplamente a eficiência deste código modificado em calcular potenciais e acelerações via o método de árvore com expansões monopulares, usando **snapshots**

típicos, conforme já explicamos.

A partir de nossas simulações, segue que o potencial moffatiano não pode gerar discos exponenciais em equilíbrio dinâmico. A configuração final estável do disco sob a física moffatiana é muito diferente da inicial, conforme demonstramos acima, pelo menos se os dados são analisados amiúde. Portanto, se considerarmos que os perfis exponenciais são os mais realísticos para a descrição de sistemas discóides, conforme os estudos observacionais apontam, então concluímos que a física newtoniana ainda é a melhor descrição das leis da natureza em grandes escalas, de modo que a física de BM é realmente, uma descrição ruim. Tomando os melhores parâmetros de (BROWNSTEIN; MOFFAT, 2006a), que mais acuradamente ajustam muitas curvas de rotação observadas, então podemos concluir que a física de BM precisa ser revista, supondo que a “linearização” das equações da gravitação moffatiana (Vide Equações 6.3 e 6.4) seja válida. Enfatizamos que eles também analisam apenas modelos estáticos baseados no equilíbrio centrífugo, o que traz limitações ao estudo de modelos estáticos.

No próximo capítulo, mostraremos as perspectivas astrofísicas e tecnológicas subjacentes a este tipo de trabalho, bem como as inovações tecnológicas disponíveis a serem usadas num futuro próximo.

7 Conclusões e Perspectivas

Nesta Tese de Doutorado, demonstramos a viabilidade teórico-computacional de investigar algumas teorias alternativas de gravitação no *limite não-relativístico* e em escalas galácticas usando um código de árvore convencional, modificado para simular a gravitação prevista pela teoria em estudo. Nesta Tese, o principal objetivo não foi a comparação entre teorias alternativas, porém o desenvolvimento e o uso de ferramentas computacionais para a investigação destas teorias. Vimos que, para tal pesquisa, usamos um computador do tipo *desktop*, cuja configuração está descrita no Apêndice B. Nos parágrafos seguintes, fornecemos um panorama dos aprimoramentos a serem realizados neste trabalho, a fim de obtermos resultados mais precisos e com maior eficiência computacional.

- **Elaboração de códigos alternativos.** No Capítulo 1, demonstramos que, a princípio, qualquer teoria de gravitação que obedeça ao *princípio da superposição* pode ser investigada usando o método de árvore. No caso de teorias previsoras de acelerações não linearizáveis (MILGROM; SANDERS, 2008; MOFFAT; TOTH, 2009), então a única solução é a implementação de códigos de malha, em cujas células as respectivas equações de Poisson modificadas são resolvidas acuradamente. No nosso caso em particular, desejamos implementar este estudo na teoria de BM, a fim de verificar se o efeito físico exibido pelas Figuras 6.8 e 6.9 realmente é uma inconsistência da aplicação do método de árvore a esta teoria ou se é uma anomalia intrínseca da teoria moffatiana em questão. Deste modo, verificaremos definitivamente se a linearização das Equações 6.1 e 6.2 é um procedimento exato ou não.
- **Cenários mais complexos.** Nos capítulos anteriores mostramos as principais implicações das gravitações alternativas nos aspectos morfológicos e dinâmicos dos modelos galácticos, demonstrando os limites sob os quais as teorias são compatíveis com os dados observacionais, reproduzidos fiducialmente pelos modelos. Em particular, a Teoria de BM mostrou-se menos eficiente do que a newtoniana. Contudo, cenários extragalácticos mais sofisticados necessitam ser revistos neste tipo de investigação: grupos compactos (BRANDAO, 2006), agora contendo galáxias com diversas categorias morfológicas, ou aglomerados de galáxias. Neste caso, a implementação tecnológica de *GPUs*, conforme descrevemos abaixo, trará

um suporte para a realização destas simulações num tempo muito menor do que as realizadas em máquinas “comuns”. Convém mencionar que já incluímos um bojo do tipo Hernquist em nossos modelos, de modo que a estabilidade dos discos foi mantida, evitando a formação de barras prematuras (Springel, Comunicação Privada).

- Análises mais precisas. Desejamos incluir no sistema de análises a visualização das curvas de rotação calculadas a partir dos *snapshots*, comparando-as com as curvas de rotação analíticas previstas por BM, usando o nosso próprio modelo como laboratório. Deste modo, mesmo com outros códigos adaptados, podemos inferir o grau de realismo da teoria Moffatiana. As teorias cujos potenciais não relativísticos são puramente PGY serão investigadas mais acuradamente, devido ao aumento de resolução dos sistemas simulados.
- Aperfeiçoamento do *Hardware*. Em estudos futuros, desejamos implementar tecnologias que acelerem os cálculos dos potenciais e acelerações. Vamos aumentar a performance do **GADGET-2**, alterando-o de modo a computar as forças gravitacionais e as interações do gás usando a arquitetura **CUDA** (Compute Unified Device Architecture) (NVIDIA, 2009), disponibilizada pela *NVIDIA Corporation*, um fabricante de placas de vídeo (Unidades Gráficas de Processamento - **GPUs**¹). Esta arquitetura permite ao usuário acessar as unidades de processamento das placas de vídeo, convertendo-a num supercomputador. Embora já exista uma alteração similar do **GADGET-2** (FRIGAARD, 2009), verificamos que ela apenas considera a física newtoniana. Outrossim, a sua interface deve ser melhorada, tanto quanto aos aspectos concernentes à sua compilação, como nos aspectos relacionados aos sistemas simulados. No caso da tecnologia disponibilizada pela *NVIDIA Corporation*, já dispomos da **GPU GTX 285**, composta de 240 processadores, cada um com velocidade de processamento de 1476 MHz=1,476 GHz. Isto fornece uma performance máxima teórica de aproximadamente 354,240 GHz. Pode-se comparar esta velocidade de processamento com a do processador intel **W5590**, um dos mais avançados atualmente. O **W5590** possui quatro núcleos com 3.33 GHz por núcleo, totalizando 13,32 GHz. Isto equivale a um *cluster* baseado em 26,6 processadores **W5590** (Vide, e.g., (CORPORATION, 2009)

¹Acrônimo inglês de Graphics Processing Unit.

e (INTEL, 2009)). É importante dizer que associações de 2 GPUs podem ser feitas numa mesma máquina, se a respectiva placa-mãe possuir 2 *slots PCI-Express* $16\times$ ($1\times$ ou $2\times$). Deste modo, podemos aumentar a resolução das simulações para $10^6 - 10^7$ partículas, a fim de verificar as subestruturas simuladas com um grau de realismo maior.

Portanto, face ao que expusemos neste capítulo e nos precedentes, o estudo de teorias alternativas de gravitação desempenha um papel fundamental na elucidação das questões fundamentais da Cosmologia Contemporânea. Apesar de todo o esforço intelectual desempenhado pelos pesquisadores citados aqui, verificamos que a Relatividade Geral ainda é a melhor teoria de gravitação. Apesar de o PGY explicar a aceleração do Universo (ALVES, 2006), verificamos que o parâmetro λ é vinculado ao tamanho dos sistemas simulados. Ainda não sabemos se há um tamanho limite de λ que seja compatível com as escalas das grandes estruturas do Universo, de modo que λ não seja da mesma ordem de grandeza do raio de Hubble. Se tal parâmetro realmente tiver um limite assintótico, qual valor terá? Em futuras simulações cosmológicas que desenvolveremos em breve, realmente vincularemos λ com maior precisão do que fizemos até aqui e poderemos sugerir com maior grau de certeza, dentre as teorias investigadas, qual a melhor que descreve o Cosmos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AARSETH, S. J. Computer simulations of star cluster dynamics. **Vistas in Astronomy**, v. 15, p. 13–37, 1973. [23](#)
- _____. NBODY2: A direct N-body integration code. **New Astronomy**, v. 6, p. 277–291, ago. 2001. [27](#)
- ALVES, M. E. S. **Cosmologia na teoria de Visser**. 97 p. INPE-14664-TDI/1219. Dissertação de Mestrado em Astrofísica — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2006. Disponível em: <http://urlib.net/sid.inpe.br/MTC-m13@80/2006/12.20.18.30>. Acesso em: 24 abr. 2008. [34](#), [35](#), [131](#)
- ARAÚJO, J. C. N.; MIRANDA, O. D. A solution for galactic disks with Yukawian gravitational potential. **General Relativity and Gravitation**, v. 39, p. 777–784, jun. 2007. [35](#), [36](#), [39](#), [80](#), [104](#), [107](#)
- ARP, H. Atlas of peculiar galaxies. **Astrophysical Journal Supplement**, v. 14, p. 1–20, Nov. 1966. [79](#)
- ATHANASSOULA, E. Secular evolution of disc galaxies and of their components. In: WADA, K.; COMBES, F. (Ed.). **Mapping the galaxy and nearby galaxies**. New York: Springer, 2008. p. 47–54. Astrophysics and Space Science Proceedings. [81](#), [83](#)
- BARNES, J. E. Evolution of compact groups and the formation of elliptical galaxies. **Nature**, v. 338, p. 123–126, mar. 1989. [66](#)
- BARNES, J. E.; HUT, P. A hierarchical $O(n \log n)$ force-calculation algorithm. **Nature**, v. 324, p. 446–449, Dec. 1986. [27](#), [41](#), [81](#)
- BINNEY, J.; MERRIFIELD, C. **Galactic astronomy**. Princeton: Princeton Univ. Press, 1998. [68](#), [79](#), [81](#), [116](#)
- BINNEY, J.; TREMAINE, S. **Galactic dynamics**. Princeton: Princeton Univ. Press, 2008. [23](#), [34](#), [67](#), [68](#), [77](#), [79](#), [81](#), [83](#), [84](#), [85](#), [86](#), [90](#), [107](#), [112](#), [116](#), [127](#)
- BRANDAO, C. S. S. **Evolução de grupos compactos através de simulações numéricas**. 191 p. INPE-14608-TDI-1188. Dissertação de Mestrado em Astrofísica

- Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2006. Disponível em:
<<http://mtc-m17.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/MTC-m13080/2006/08.03.14.00/doc/paginadeacesso.htm>>. Acesso em: 01 maio. 2008. 129
- BRANDAO, C. S. S.; ARAUJO, J. C. N. Probing Yukawian gravitational potential by numerical simulations. I. Changing N-body codes. **General Relativity and Gravitation**, v. 42, p. 777–793, abr. 2010. 41
- BRANDAO, C. S. S.; ARAUJO, J. C. N. Probing Yukawian gravitational potential by numerical simulations. II. Elliptical galaxies. **General Relativity and Gravitation**, v. 42, p. 623–632, mar. 2010. 66
- BRANS, C.; DICKE, R. H. Mach’s principle and a relativistic theory of gravitation. **Physical Review**, v. 124, p. 925–935, nov. 1961. 40
- BROWNSTEIN, J. R.; MOFFAT, J. W. Galaxy rotation curves without nonbaryonic dark matter. **The Astrophysical Journal**, v. 636, p. 721–741, jan. 2006a. 107, 109, 110, 111, 112, 115, 116, 120, 128
- _____. Galaxy cluster masses without non-baryonic dark matter. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 367, p. 527–540, abr. 2006b. 109, 110
- CARROLL, S. M.; PRESS, W. H.; TURNER, E. L. The cosmological constant. **Annual review of astronomy and astrophysics**, v. 30, p. 499–542, 1992. 65
- CERVANTES-COTA, J. L.; RODRÍGUEZ-MEZA, M. A.; GABBASOV, R.; KLAPP, J. Newtonian limit of scalar-tensor theories and galactic dynamics: isolated and interacting galaxies. **Revista Mexicana de Física Supplement**, v. 53, n. 4, p. 040000–32, jan. 2007. 40
- CORPORATION, N. **Nvidia GeForce GTX 285**. web, 2009. Specifications. Disponível em:
<http://www.nvidia.com/object/product_geforce_gtx_285_us.html>. Acesso em: 01 de Setembro de 2009. 130
- DANTAS, C. C. **Investigações sobre as relações de escala dos sistemas estelares auto-gravitantes**. 202 p. (INPE-8533-TDI/784). Tese (Doutorado em Astrofísica) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2002. Disponível em:
<<http://mtc-m05.sid.inpe.br/rep-/dpi.inpe.br/lise/2002/03.28.19.14>>. Acesso em: 29 nov. 2006. 57, 113

- D'INVERNO, R. A. **Introducing Einstein's relativity**. Oxford: Clarendon Press, 1992. 33
- FRIGAARD, C. **G2X: Gadget optimization using the CUDA architecture**. web, 2009. Specifications. Disponível em: <<http://sussi.megahost.dk/~frigaard/>>. Acesso em: 01 de Setembro de 2009. 130
- GABBASOV, R. F.; RODRÍGUEZ-MEZA, M. A.; KLAPP, J.; CERVANTES-COTA, J. L. The influence of numerical parameters on tidally triggered bar formation. **Astronomy and Astrophysics**, v. 449, p. 1043–1059, abr. 2006. 61, 62
- GOLDHABER, A. S.; NIETO, M. M. Mass of the graviton. **Physical Review D.**, v. 9, p. 1119–1121, fev. 1974. 36
- GOLDSTEIN, H.; POOLE, C.; SAFKO, J. **Classical mechanics**. San Francisco: Addison-Wesley., 2002. 53
- HERNQUIST, L. An analytical model for spherical galaxies and bulges. **The Astrophysical Journal**, v. 356, n. 2, p. 359–364, June 1990. 67
- _____. N-body realizations of compound galaxies. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 86, p. 389–400, jun. 1993. 66, 81
- INTEL. **Intel ©Xeon ©Processor 5000 Sequence**. web, 2009. Specifications. Disponível em: <http://www.intel.com/p/en_US/products/server/processor/xeon5000/specifications>. Acesso em: 01 de Setembro de 2009. 131
- LONGAIR, M. S. **Galaxy formation**. Berlin: Springer, 2008. 79
- MAGORRIAN, J.; BINNEY, J. Predicting line-of-sight velocity distributions of elliptical galaxies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 271, p. 949–+, dez. 1994. 84
- MAKINO, J.; FUKUSHIGE, T.; KOGA, M.; NAMURA, K. GRAPE-6: massively-parallel special-purpose computer for astrophysical particle simulations. **Publications of the Astronomical Society of Japan**, v. 55, p. 1163–1187, dez. 2003. 27
- MILGROM, M. The MOND paradigm. **ArXiv:0801.3133**, jan. 2008. 109

MILGROM, M.; SANDERS, R. H. Rings and shells of “dark matter” as MOND artifacts. **The Astrophysical Journal**, v. 678, p. 131–143, maio 2008. [109](#), [129](#)

MOFFAT, J. W. Scalar tensor vector gravity theory. **Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics**, v. 3, p. 4–+, mar. 2006. [65](#)

MOFFAT, J. W.; TOTH, V. T. Testing Modified Gravity with Globular Cluster Velocity Dispersions. **The Astrophysical Journal**, v. 680, p. 1158–1161, jun. 2008. [35](#), [65](#), [109](#)

_____. Fundamental parameter-free solutions in modified gravity. **Classical and Quantum Gravity**, v. 26, n. 8, p. 085002–+, abr. 2009. [65](#), [109](#), [129](#)

NAVARRO, J. F.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M. The structure of cold dark matter halos. **The Astrophysical Journal**, v. 462, p. 563–+, maio 1996. [82](#)

NAVARRO, J. F.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M. A universal density profile from hierarchical clustering. **The Astrophysical Journal**, v. 490, n. 2, p. 493–508, Dec. 1997. [82](#)

NVIDIA. **The CUDA Zone**. web, 2009. Specifications. Disponível em: http://www.nvidia.com/object/cuda_home.html. Acesso em: 01 de Setembro de 2009. [130](#)

O’SHEA, B. W.; BRYAN, G.; BORDNER, J.; NORMAN, M. L.; ABEL, T.; HARKNESS, R.; KRITSUK, A. Introducing Enzo, an AMR cosmology application. **Lecture notes in computational science and engineering**, Springer, 2004. v. 41., mar. 2004. [24](#)

PIAZZA, F.; MARINONI, C. Model for gravitational interaction between dark matter and baryons. **Physical Review Letters**, v. 91, n. 14, p. 141301–+, out. 2003. [35](#), [39](#), [65](#)

RICH, J. **Fundamentals of cosmology**. Berlin: Springer. ISBN 3-540-41350-2, 2001, XI + 302 pp. With 68 problems and 23 selected solutions. Solutions manual for instructors on request directly from Springer-Verlag, 2001. [24](#), [34](#)

RODRÍGUEZ-MEZA; A., M.; CERVANTES-COTA, J. L.; PEDRAZA, M. I.; TLAPANCO, J. F.; CALLEJA, E. M. de la. Potential density pairs for axisymmetric galaxies: the influence of scalar fields. **General Relativity and Gravitation**, v. 37, p. 823–829, abr. 2005. [40](#), [65](#)

RODRÍGUEZ-MEZA, M. A.; CERVANTES-COTA, J. L.; PEDRAZA, M. I.; TLAPANCO, J. F.; CALLEJA, E. M. de la. Potential density pairs for axisymmetric galaxies: the influence of scalar fields. **General Relativity and Gravitation**, v. 37, p. 823–829, abr. 2005. [35](#)

RODRÍGUEZ-MEZA, M. A.; GONZÁLEZ-MORALES, A. X.; GABBASOV, R. F.; CERVANTES-COTA, J. L. Cosmological simulations using a static scalar-tensor theory. **Journal of Physics Conference Series**, v. 91, n. 1, p. 012012–+, nov. 2007. [40](#)

ROMERO-GÓMEZ, M.; MASDEMONT, J. J.; ATHANASSOULA, E.; GARCÍA-GÓMEZ, C. The origin of rR_1 ring structures in barred galaxies. **Astronomy and Astrophysics**, v. 453, p. 39–45, jul. 2006. [81](#), [83](#)

SIGNORE, R. L. Non-Newtonian potential involving Hubble's length. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 364, p. 1219–1221, dez. 2005. [39](#), [65](#)

SOFUE, Y.; RUBIN, V. Rotation curves of spiral galaxies. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 39, p. 137–174, 2001. [79](#)

SPERGEL, D. N.; BEAN, R.; DORÉ, O.; NOLTA, M. R.; BENNETT, C. L.; DUNKLEY, J.; HINSHAW, G.; JAROSIK, N.; KOMATSU, E.; PAGE, L.; PEIRIS, H. V.; VERDE, L.; HALPERN, M.; HILL, R. S.; KOGUT, A.; LIMON, M.; MEYER, S. S.; ODEGARD, N.; TUCKER, G. S.; WEILAND, J. L.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. L. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) observations: implications for cosmology. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 170, p. 377–408, jun. 2007. [65](#)

SPRINGEL, V. The cosmological simulation code gadget-2. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 364, n. 4, p. 1105–1134, Dec. 2005. [24](#), [40](#), [42](#), [44](#), [45](#), [46](#), [67](#), [112](#)

SPRINGEL, V.; MATTEO, T. D.; HERNQUIST, L. Modelling feedback from stars and black holes in galaxy mergers. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 361, p. 776–794, ago. 2005. [66](#), [81](#), [82](#), [84](#), [87](#), [91](#), [111](#), [115](#)

SPRINGEL, V.; WHITE, S. D. M. Tidal tails in cold dark matter cosmologies. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 307, p. 162–178, jul. 1999. [56](#), [66](#), [81](#), [82](#), [83](#), [84](#), [85](#), [111](#)

SPRINGEL, V.; YOSHIDA, N.; WHITE, S. D. Gadget : a code for collisionless and gasdynamical cosmological simulations. **New Astronomy**, v. 6, n. 2, p. 79–117, Jan. 2001. [29](#)

TALMADGE, C.; BERTHIAS, J.-P.; HELTINGS, R. W.; STANDISH, E. M. Model-independent constraints on possible modifications of Newtonian gravity. **Physical Review Letters**, v. 61, p. 1159–1162, set. 1988. [36](#)

TOOMRE, A. On the distribution of matter within highly flattened galaxies. **The Astrophysical Journal**, v. 138, p. 385–+, ago. 1963. [40](#)

VERLEY, S.; COMBES, F.; VERDES-MONTENEGRO, L.; BERGOND, G.; LEON, S. Star formation in isolated AMIGA galaxies: dynamical influence of bars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 474, p. 43–53, out. 2007. [90](#)

VISSER, M. Mass for the Graviton. **General Relativity and Gravitation**, v. 30, p. 1717–1728, dez. 1998. [40](#), [107](#)

WOODWARD, J. F.; CROWLEY, R. J.; YOURGRAU, W. Mach's principle and the rest mass of the graviton. **Physical Review D**, v. 11, p. 1371–1374, mar. 1975. [35](#)

A APÊNDICE : ACURÁCIA DO CÓDIGO GADGET-YUKAWA

A.1 O Código Modificado Gadget-Yukawa

Neste Apêndice, retornamos ao problema do PGY, usando o *snapshot* inicial, representando o sistema disco+halo, conforme descrevemos no Capítulo 5. Este sistema é composto por 6×10^4 partículas e foi tomado como um *snapshot* padrão, a partir do qual realizamos as simulações descritas naquele capítulo. O seguinte conjunto dos valores do parâmetro λ são usados durante as simulações-testes: 1, 10, 100 e 1000 kpc, conforme explicamos em capítulos anteriores. Neste Apêndice, mostramos e explicamos as Figuras A.1, A.2 e A.3, todas construídas a partir do primeiro *snapshot* escrito pelo código alterado (**Gadget-Yukawa**) no instante $t=0$ Gano, mantendo os procedimentos descritos na Seção 3.2.1.2. As figuras exibem painéis com o mesmo sistema de análises, porém descrevem diferentes simulações. Cada figura tem o seu respectivo valor de λ no topo, de modo que, a partir da análise destas figuras, estamos aptos a demonstrar por que o código modificado possui a acurácia requerida para uma simulação ser considerada realística.

Na Figura A.1, o Painel (I) mostra que a maioria das partículas possuem os valores do potencial calculados com acurácia satisfatória, embora, quando $\Phi_{Nbody} \rightarrow 0$, os erros atingem valores presumivelmente insatisfatórios. À primeira vista, parece que o código modificado falha em calcular os potenciais em relativa concordância com o método partícula-partícula. Resultados satisfatórios são obtidos quando $|\Delta\Phi/\Phi_{Nbody}| \lesssim 7\%$, um valor que podemos considerar seguro, por considerar o código padrão como referência, conforme explicamos no Capítulo 1. Na Figura A.3, percebemos que tais erros são menores do que 6 % e no Capítulo 1, demonstramos que o Código Padrão possui esta acurácia. Retornando à Figura A.1, os Painéis (II) e (III) mostram que as partículas cujos potenciais são calculados com erros $> 20\%$ estão localizadas a grandes distâncias do centro da distribuição de matéria e possuem potenciais desprezíveis, i.e, $\Phi_{Nbody} \rightarrow 0$. Além disto, para estas partículas, a energia potencial corresponde a uma fração desprezível de sua energia total, conforme vemos no Painel (III). Neste caso, mesmo se estes erros fossem maiores do que 100%, os resultados das simulações seriam inalterados, devido ao fato de para estas partículas apenas a energia cinética ser importante. O Painel (IV) mostra que estamos lidando com resultados acurados, e quando a inacurácia ocorre, é desprezível: os grandes erros ocorrem com a minoria das partículas, cujos movimentos são dominados pela energia cinética, ao passo que o grosso do sistema possui o seu potencial calculado

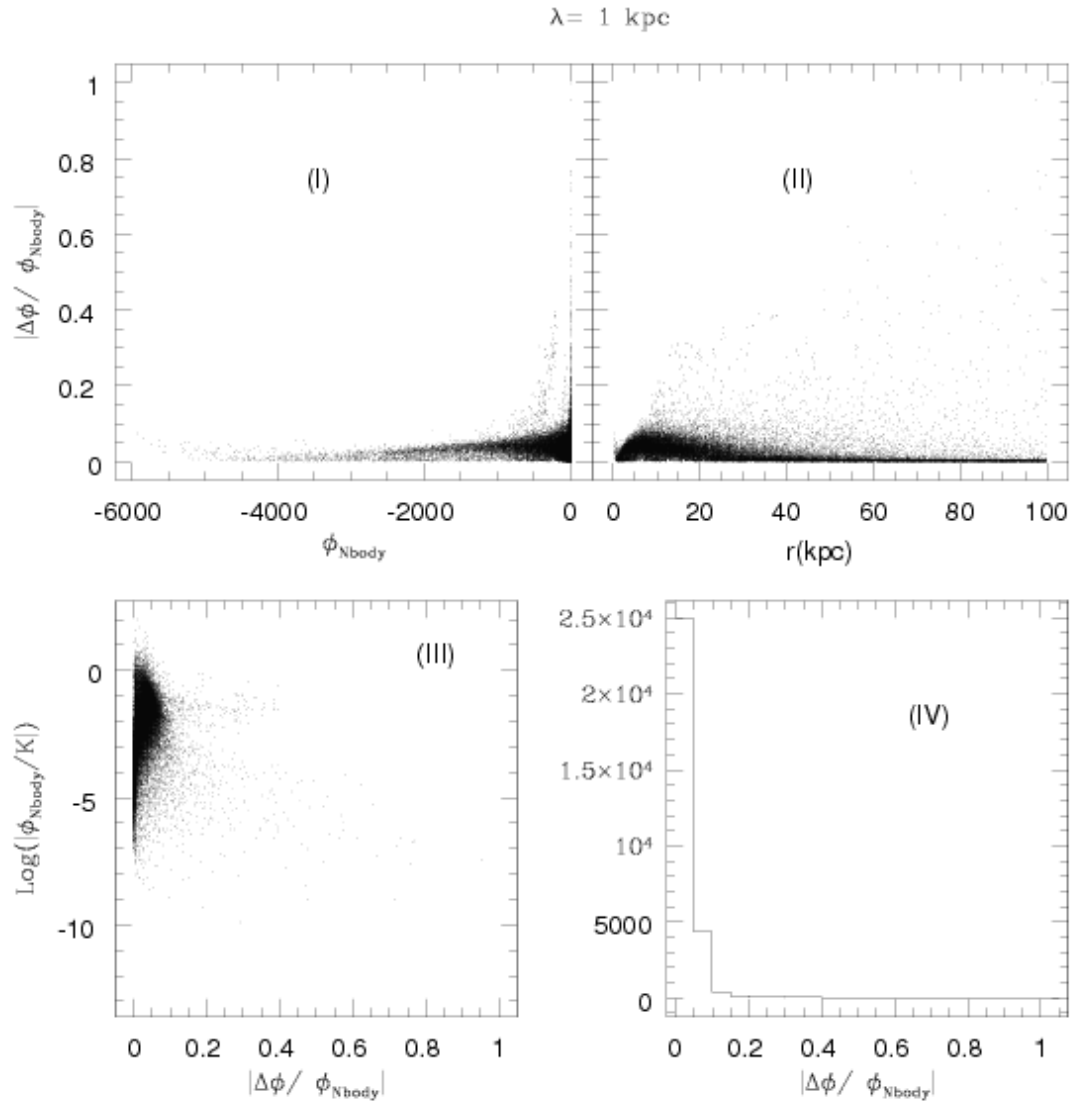


Figura A.1 - Análises da performance do código em calcular o PGY a partir da árvore octal, usando $\lambda = 1 \text{ kpc}$. O Painel (I) mostra os valores de $|\Delta\Phi/\Phi_{Nbody}|$ contra os de Φ_{Nbody} , assim como exibimos no Capítulo 1. O Painel (II) mostra os valores de $|\Delta\Phi/\Phi_{Nbody}|$ contra a distância ao centro da distribuição de matéria r , dado em kpc. O Painel (III) mostra os valores de $\text{Log}|\Phi_{Nbody}/K|$, onde K é a energia cinética. O Painel (IV) é o histograma da distribuição dos valores $|\Delta\Phi/\Phi_{Nbody}|$, em intervalos de 0,05 (“binagem”).

acuradamente.

A Figura A.2 mostra aspectos similares aos encontrados na Figura A.1. O valor máximo do erro está em torno de 30%, mas novamente isto ocorre com as partículas que possuem pequenos valores de $\text{Log}|\Phi_{Nbody}/K|$. Deste modo, os potenciais calculados inaccuradamente não contribuem para o movimento total, porque eles

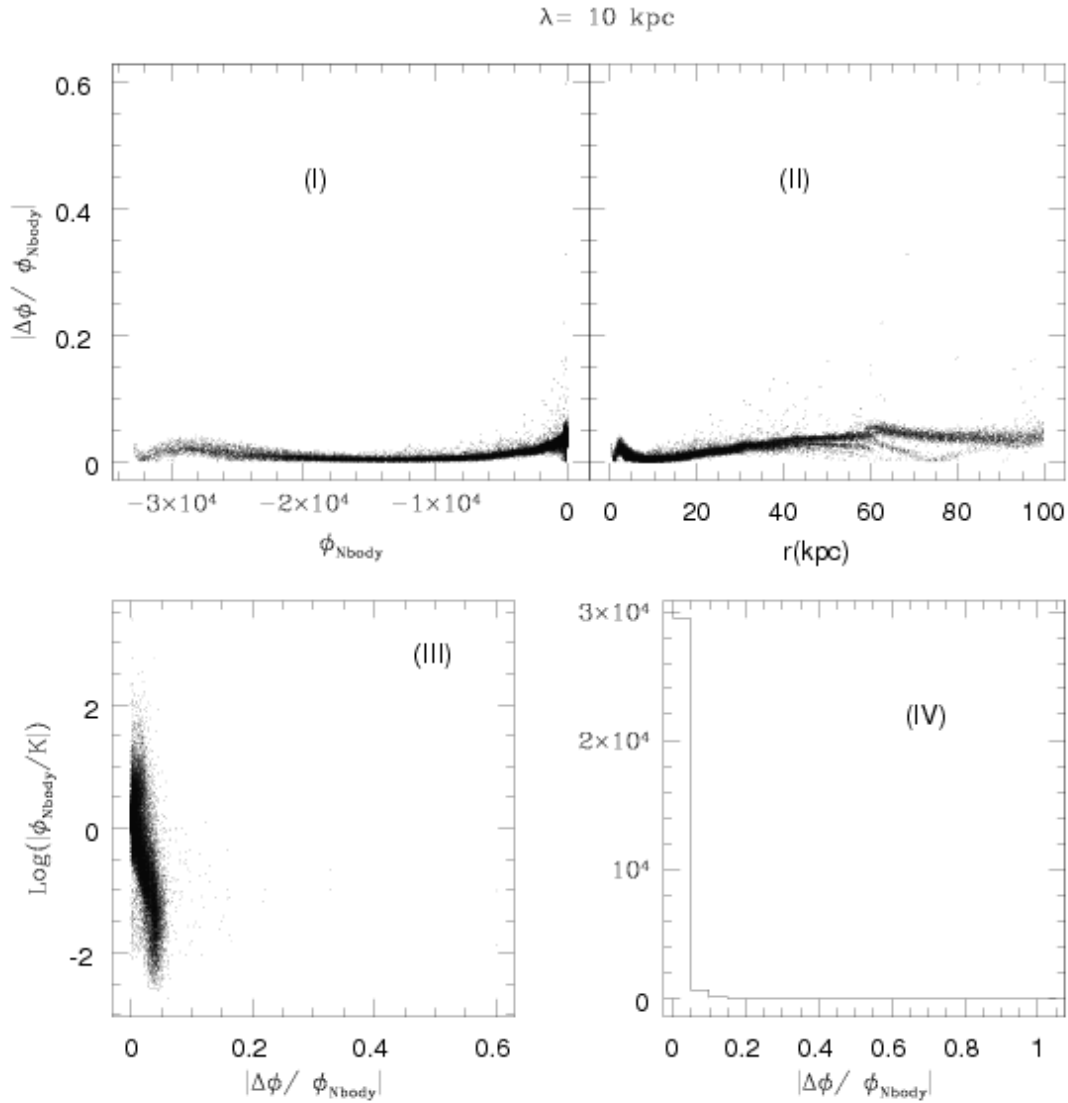


Figura A.2 - Análises da performance do código em calcular o PGY a partir da árvore octal, usando $\lambda = 10 \text{ kpc}$. O sistema de análises é idêntico ao da Figura A.1.

representam menos do que $\sim 1\%$ da energia total da partícula. Novamente, a maioria das partículas possui erros pequenos no cálculo do potencial, e podemos afirmar que estamos lidando com simulações realísticas.

Na Figura A.3, mostramos as mesmas análises para $\lambda = 100 \text{ kpc}$. Note que, por comparação com a Figura 3.11 (Vide Capítulo 1), que para grandes valores de λ , o código se comporta como o newtoniano e os erros são pequenos.

Portanto, analisando estas figuras, concluímos que o fator exponencial desempenha

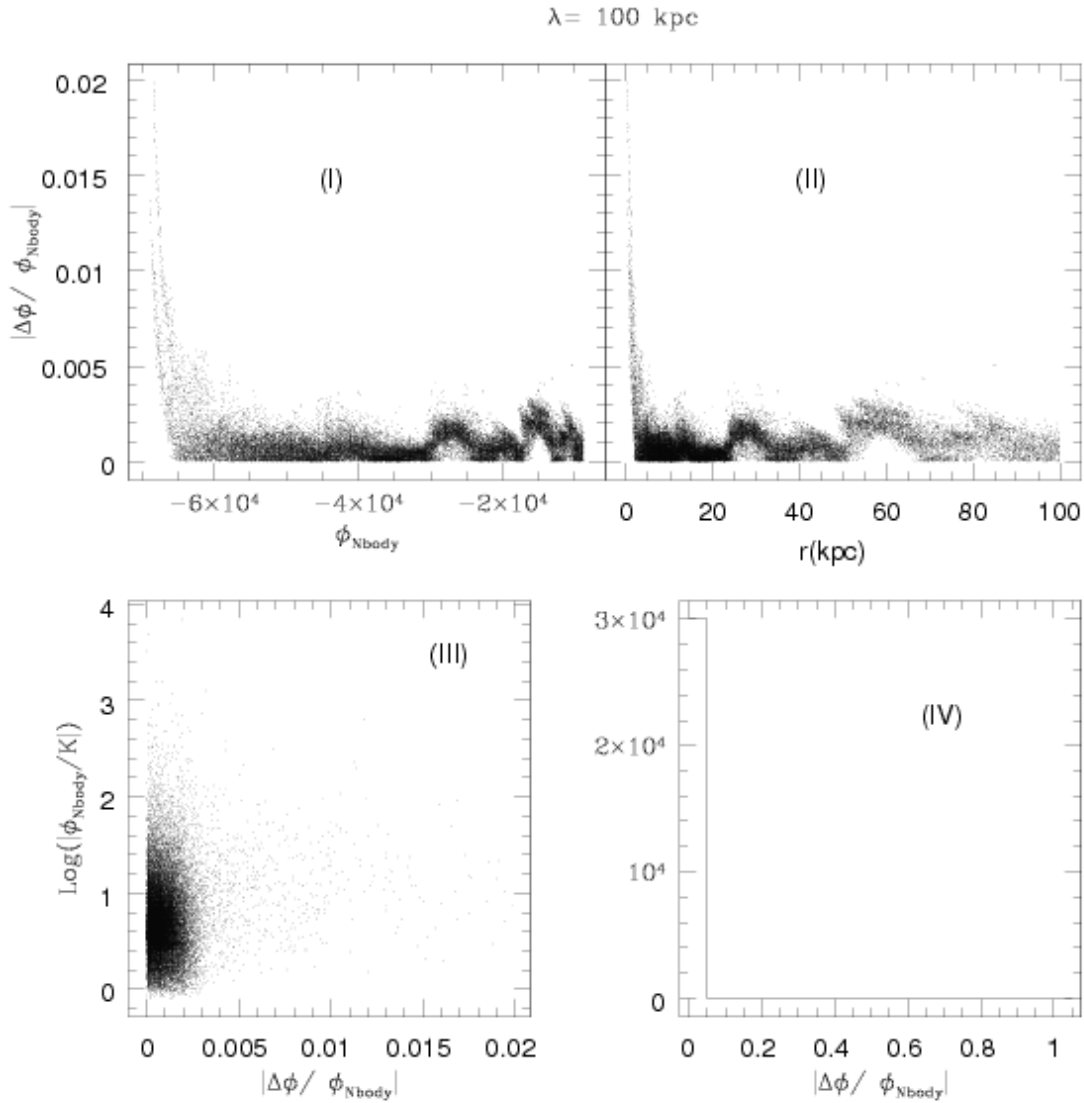


Figura A.3 - Análises da performance do código em calcular o PGY a partir da árvore octal, usando $\lambda = 100 \text{ kpc}$. O sistema de análises é idêntico ao da Figura A.1.

um papel decisivo no surgimento destes erros, devido ao fato de que o algoritmo de árvore octal foi mantido inalterado, a fim de manter o mesmo desempenho do código convencional em calcular potenciais. Outra razão para mudar apenas as linhas dos potenciais e acelerações do código - e declarar as novas variáveis, como o fator λ - é fazer o código trabalhar mais simples e rápido, assumindo um compromisso entre a acurácia da aproximação monopolar do **Gadget-2** e o critério da abertura de novas “folhas” da árvore. Sabemos que, quando $\lambda \gtrsim 1 \text{ kpc}$, o desempenho do código é similar ao do Padrão, e os erros aparecem apenas nos casos em que o potencial pode

ser negligenciado.

B APÊNDICE : SUPORTE TECNOLÓGICO

Nesta Tese, as simulações são realizadas em computadores do tipo *desktop*, com a seguinte arquitetura e Sistema Operacional:

- Placa-mãe *ASUS P5LD2-SE*;
- Processador *Core 2 Duo E6420* 2.13 GHz (intel, 64 bits);
- Quatro pentes de memória RAM 1 GB DDR2667;
- Placa aceleradora de vídeo PCI-E GF8500GT com 512 MB;
- Discos rígidos com 250 GB de capacidade de armazenamento;
- Sistema Linux Fedora Core. No início desta Tese, Usamos o Fedora Core 7, atualizando-o em seguida para as versões 8, 10 e 11, todos em arquitetura 64 bits.

