



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/02.14.19.01-TDI

ANÁLISES DOS MECANISMOS DE PERDA DE ENERGIA E OS ÍNDICES DE FREAMENTO EM PULSARES

Samantha Monaliza Ladislau

Dissertação de Mestrado do
Curso de Pós-Graduação em
Astrofísica, orientada pelos Drs.
José Carlos Neves de Araújo, e
Jaziel Goulart Coelho, aprovada
em 26 de fevereiro de 2019.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3SNU35H>>

INPE
São José dos Campos
2019

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

CEP 12.227-010

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/7348

E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Membros:

Dra. Carina Barros Mello - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Alisson Dal Lago - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dr. Evandro Albiach Branco - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação - (CPG)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Murilo Luiz Silva Gino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/02.14.19.01-TDI

ANÁLISES DOS MECANISMOS DE PERDA DE ENERGIA E OS ÍNDICES DE FREAMENTO EM PULSARES

Samantha Monaliza Ladislau

Dissertação de Mestrado do
Curso de Pós-Graduação em
Astrofísica, orientada pelos Drs.
José Carlos Neves de Araújo, e
Jaziel Goulart Coelho, aprovada
em 26 de fevereiro de 2019.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3SNU35H>>

INPE
São José dos Campos
2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Ladislau, Samantha Monaliza.

L125a Análises dos mecanismos de perda de energia e os índices de freamento em pulsares / Samantha Monaliza Ladislau. – São José dos Campos : INPE, 2019.

xx + 77 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/02.14.19.01-TDI)

Dissertação (Mestrado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2019.

Orientadores : Drs. José Carlos Neves de Araújo, e Jaziel Goulart Coelho.

1. Estrela de nêutrons. 2. Pulsares. 3. Pulsares isolados. 4. Spindown. 5. Índice de frenagem. I.Título.

CDU 524.354.6



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Samantha Monaliza Ladislau**

Título: "ANÁLISES DOS MECANISMOS DE PERDA DE ENERGIA E OS ÍNDICES DE FREAMENTO EM PULSARES"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
Astrofísica

Dr. Odylio Denys de Aguiar



Presidente / INPE / SJC Campos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () **Reprovado**

Dr. José Carlos Neves de Araújo



Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () **Reprovado**

Dr. Jaziel Goulart Coelho



Orientador(a) / UTFPR / São José dos Campos - SP

Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () **Reprovado**

Dra. Cláudia Vilega Rodrigues



Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () **Reprovado**

Dra. Nadja Simão Magalhães



Convidado(a) / UNIFESP / São Paulo - SP

() Participação por Vídeo - Conferência

Aprovado () **Reprovado**

Este trabalho foi aprovado por:

() **maioria simples**

unanimidade

São José dos Campos, 26 de fevereiro de 2019

*“Que tristes os caminhos, se não fora
A mágica presença das estrelas!”*

MÁRIO QUINTANA
em “Espelho mágico”, 1951

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus professores do INPE pelos ensinamentos.

A meu orientador Dr. José Carlos pela influência, conversas, paciência, compreensão, pela autonomia a mim atribuída, bons ensinamentos e pela criticidade e recomendações quanto ao desenvolvimento do mestrado. Agradeço por propiciar palco para uma relação harmoniosa, respeitosa, construtiva, cujo principal benefício foi me ajudar a dar os primeiros passos na carreira acadêmica sem maiores percalços e sempre com a certeza de estar sendo orientada com profissionalismo, honestidade, expertise e sobretudo com humanismo.

A meu orientador Dr. Jaziel Goulart pela criticidade e recomendações quanto à minha produção escrita, pela indicação de materiais que foram extremamente úteis para que a pesquisa pudesse ser desenvolvida e por me introduzir da melhor maneira ao inebriante mundo dos pulsares.

Ao Dr. Flávio D' Amico por acompanhar atenciosamente minha trajetória no INPE e pelas preciosas instruções de manuseio do *gnuplot* e de manipulação de arquivos na *shell*.

Agradeço a meu namorado Bruno pelo companheirismo, pelo vínculo inextirpável, e por dividir comigo a vida, o amor, os dissabores e as alegrias de nossa efêmera existência.

À minha irmã Íris por ser fonte de inspiração sobre questões de luta, superação, resistência, ser mulher e sonhos.

A meu amigo Jubini, agradeço a conexão impercrutável, as longas conversas de amplo espectro de conteúdos e pelo apoio incondicional em todos os sentidos.

A meu amigo Felipe por estar sempre solícito quanto aos meus socorros na hora das "contaiadas", pelas conversas descontraídas e cervejas na ADC.

À CAPES pelo suporte financeiro.

RESUMO

Estrelas de nêutrons não-axissimétricas e em rápida rotação são candidatas propícias a serem observadas pelos detectores *Einstein Telescope* (ET) e *Cosmic Explorer* (CE) considerando limites superiores de produção de ondas gravitacionais contínuas por essas fontes. Entretanto, é possível obter previsões para a possibilidade de detecção levando em conta outros mecanismos de perda de energia em pulsares. Desde o final da década de 1960, temos conhecimento de que, embora os pulsares tenham seus períodos de rotação muito estáveis, eles não são constantes e apresentam variações entre $\sim (10^{-20} - 10^{-9}) \text{ s s}^{-1}$. No âmbito da pesquisa de *spindown* dos pulsares, vários esforços têm sido feitos para se entender o que leva esses objetos a desacelerarem, bem como os índices de frenagem medidos. É nesse contexto que o presente trabalho traz uma análise de combinações entre os modelos de perda de energia por radiação de dipolo magnético (RDM), por ondas gravitacionais (OGs), por *Quantum Vacuum Friction* (QVF) e por vento de partículas (VP) e a consequência dessas combinações na evolução do ângulo de inclinação magnética (ϕ) do pulsar, na sua velocidade angular (Ω) e no índice de frenagem (n). Mostramos que tanto QVF como VP combinados à RDM são capazes de explicar o menor índice de frenagem já medido $n = 0,9 \pm 0,2$, para o pulsar PSR J1734-3333. Além disso, mostramos como é a evolução acoplada entre rotação e o ângulo de inclinação magnética e concluímos que o QVF é responsável por atrasar o alinhamento do pulsar. Adicionalmente, investigamos como diferentes valores de massa em pulsares alimentados por rotação e o movimento de precessão influenciam a amplitude das OGs geradas por tais objetos e qual o potencial de detecção dessas fontes pela nova geração de detectores de OGs. Como resultado, obtivemos que, mesmo numa perspectiva otimista, considerando pulsares com massas $\sim 2,0M_{\odot}$, essas fontes não seriam detectadas pelo aLIGO se a deformação do pulsar for de origem magnética. Já no modelo de geração de OGs por movimento de precessão, obtivemos que em um tempo de integração de 1 ano os pulsares Vela e Caranguejo seriam detectados pelo ET e pelo CE se as ENs tiverem $\varepsilon \approx 10^{-5}$ e *wobble angle* $\alpha = 0,1 \text{ rad}$.

Palavras-chave: Estrela de Nêutrons. Pulsares. Pulsares Isolados. Spindown. Índice de Frenagem.

ANALYSIS OF ENERGY LOSS MECHANISMS AND PULSARS BRAKING INDICES

ABSTRACT

Non-axisymmetric and fast-spinning neutron stars are suitable candidates to be observed by the detectors Einstein Telescope (ET) and Cosmic Explorer (CE) considering upper limits of continuous gravitational waves production by these sources. However, it is possible to obtain predictions for the possibility of detection taking into account other mechanisms of loss of energy in pulsars. Since the late 1960s, we have learned that although pulsars have very stable rotation periods, they are not constant and vary ($\sim 10^{-20} - 10^{-9} \text{ s s}^{-1}$). In the scope of pulsar spindown research, several efforts have been made to understand what causes these objects to decelerate, as well as the measured braking indices. In this context the present work brings an analysis of combinations between the energy loss models by magnetic dipole radiation (MDR), gravitational waves (GW), quantum vacuum friction (QVF) and particle wind (PW) and the consequence of these combinations on the evolution of the magnetic inclination angle ϕ , angular velocity Ω and the braking index n . We show that both QVF and PW combined with MDR are able to explain the lowest measured braking index ($n = 0.9 \pm 0.2$) for PSR J1734-3333. In addition, we show the coupled evolution between rotation and magnetic inclination angle and we conclude that the QVF is responsible for delaying the alignment of the pulsar. Additionally, we investigated the effect of different mass values of rotation powered pulsar (RPP) on the the amplitude of the GW and we study the possibility of GW generated by RPPs precession motion being detected by new generation of gravitational wave detectors. As a result, we obtained that, even in an optimistic perspective, considering pulsars with masses of 2.0 solar masses, these sources would not be detected by the aLIGO if the pulsar deformation is of magnetic origin. In the model of GW generated by precession motion, we concluded that Vela and Crab pulsars would be detect in one year of integration by ET and EC with $\varepsilon \approx 10^{-5}$ and wobble angle $\alpha = 0.1$ rad.

Keywords: Neutron Stars. Pulsars. Isolated Pulsars. Spindown. Braking Index.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Modelo de magnetosfera de pulsar	4
1.2 Sinal de rádio do primeiro pulsar observado.	7
1.3 Curvas de sensibilidade	9
2.1 Elipsoide não-axissimétrico	13
2.2 Diagrama $P - \dot{P}$	18
2.3 Configuração do sistema de referência para um elemento de volume dV	20
3.1 $g \times \eta$	28
3.2 $g \times \epsilon$	29
3.3 $n \times X(QVF)$	31
3.4 $n \times X$ - Vento de Partículas	32
3.5 Sistema de coordenadas	33
3.6 Evolução temporal da velocidade angular	37
3.7 Evolução temporal do ângulo de inclinação magnética	38
3.8 $n \times t$ para diferentes ângulos iniciais	39
3.9 $\phi \times t$ para diferentes ângulos iniciais	41
3.10 $n \times t$ - ampliação da região correspondente à evolução tardia	42
3.11 Evolução no diagrama $P - \dot{P}$	43
4.1 Estimativas para a amplitude modificada para diferentes valores de η	46
4.2 Pulsares distribuídos em $\log \epsilon_B$ considerando diferentes valores de massa	48
4.3 Previsão para $\log \eta^{1/2}$ considerando diferentes valores de massa	49
4.4 Distribuição de pulsares para razão entre a amplitude das OGs e a amplitude no <i>spindown limit</i>	50
4.5 Previsão de detectabilidade de OGs geradas por movimento de precessão para alguns pulsares	53
4.6 Previsão de detectabilidade de OGs geradas por movimento de precessão para alguns pulsares	54
B.1 Efeito cascata	73
B.2 Diagrama $P - \dot{P}$ com <i>graveyard</i>	74

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EN	–	Estrelas de Nêutrons
SGRs	–	<i>Soft Gamma-Ray Repeaters</i>
AXPs	–	<i>Anomalous X-rays pulsars</i>
RPP	–	<i>Rotation Powered Pulsars</i>
APP	–	<i>Accretion Powered Pulsars</i>
EOS	–	Equação de Estado
AB	–	Anã Branca
RDM	–	Radiação de Dipolo Magnético
QVF	–	<i>Quantum Vacuum Friction</i>
EDQ	–	Eletrodinâmica Quântica
OG	–	Onda Gravitacional
VP	–	Vento de Partículas
MI	–	Momento de inércia
SCs	–	Sistemas de Coordenadas
EDQ	–	Eletrodinâmica Quântica
CE	–	<i>Cosmic Explorer</i>
ET	–	<i>Einstein Telescope</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

M_{\odot}	–	Massa do Sol
R	–	Raio
ρ	–	Densidade
\mathbf{E}	–	Campo elétrico
r	–	Coordenada radial do sistema de coordenadas polares
\mathbf{B}	–	Campo magnético
B_S	–	Campo magnético superficial
θ	–	Coordenada radial do sistema de coordenadas polares
c	–	Velocidade da luz
n_{GJ}	–	Densidade de <i>Goldreich-Julian</i>
Φ	–	Potencial eletrostático
R_{CL}	–	Raio do cilindro de luz
τ	–	Escala de tempo de queda livre
G	–	Constante Gravitacional
p	–	Próton
e^-	–	Elétron
ν_e	–	Neutrino eletrônico
P	–	Período de rotação
\dot{P}	–	Derivada do período de rotação
$\boldsymbol{\mu}$	–	Momento de dipolo magnético
ϕ	–	Ângulo de inclinação magnética
\mathbf{B}_0	–	Campo magnético no polo da EN
\dot{E}	–	Taxa de perda de energia
ν	–	Frequência de rotação
I	–	Momento de inércia
Q_{ij}	–	Momento de quadrupolo de massa
I_{ij}	–	Tensor de inércia
δ_{ij}	–	Delta de Kronecker
Tr	–	Traço de uma matriz
a, b, c	–	Semi-eixos de um elipsoide
ϵ	–	elipticidade
m_e	–	Massa do elétron
e	–	carga do elétron
B_c	–	Escala de campo da eletrodinâmica quântica
\hbar	–	Constante de Planck h dividida por 2π
\mathbf{M}_{qv}	–	Vetor magnetização do vácuo
\mathcal{L}	–	Lagrangiana
α	–	Constante de estrutura fina ou ângulo de oscilação
Δv	–	Potencial de aceleração
n	–	Índice de frenagem

$\eta = \dot{\nu}_{OG}/\dot{\nu}_{rot}$	–	Fração de perda de energia por ondas gravitacionais
ϵ_B	–	elipticidade magnética
κ	–	Parâmetro de distorção
ε	–	Parâmetro de deformação oblata
\mathbf{v}	–	Velocidade do fluido eletrônico
ι	–	Difusividade do fluido
σ	–	condutividade elétrica
$R_{\beta\mu\nu}^{\alpha}$	–	Tensor de Riemann
$\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha}$	–	Símbolos de Christoffel
g_{ab}	–	Conexão métrica
$G_{\mu\nu}$	–	Tensor de Einstein
$T_{\mu\nu}$	–	Tensor momento energia

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Modelo <i>Goldreich-Julian</i> para magnetosfera de pulsares	2
1.2 Estrelas de nêutrons: formação e equações de estado	4
1.3 Descoberta dos pulsares	6
1.4 Pulsares como fonte de ondas gravitacionais	8
2 MECANISMOS DE PERDA DE ENERGIA EM PULSARES .	11
2.1 Radiação de dipolo magnético - RDM	11
2.2 Emissão de ondas gravitacionais por um elipsoide não-axissimétrico . . .	13
2.3 Fricção do vácuo quântico	18
2.4 Vento de partículas	21
3 SPINDOWN DOS PULSARES E SEUS ÍNDICES DE FRENAGEM	23
3.1 Combinação de diferentes torques e as consequências no índice de frenagem	30
3.2 Evolução do ângulo de inclinação magnética acoplada a diferentes mecanismos de perda de energia	32
3.2.1 VP + RDM acoplados à evolução do ângulo de inclinação magnética .	34
3.2.2 Adição do termo de perda por OGs	35
3.2.3 Adição do termo de perda por QVF	36
3.2.4 Soluções para $\Omega(t)$ e $\phi(t)$	36
3.2.5 Evolução de $n(t)$	39
3.2.6 Evolução no diagrama $P - \dot{P}$	43
4 DETECTABILIDADE DE OGs PROVENIENTES DE PULSARES	45
4.1 OGs relacionadas à precessão do pulsar	51
5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	55

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	61
APÊNDICE A - DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA GRAVITACIONAL	69
APÊNDICE B - EVOLUÇÃO TARDIA E <i>PULSAR DEATH</i>	73
APÊNDICE C - CURVAS DE SENSIBILIDADE.	77

1 INTRODUÇÃO

Estrelas de nêutrons (ENs) são oriundas de explosões de supernovas: eventos violentos relacionados ao fim da vida de estrelas massivas. Elas têm massas típicas de $M \approx 1.4M_{\odot}$ e raios $R \sim 12$ km (HAENSEL et al., 2006), características essas que as tornam objetos extraordinariamente densos ($\rho \sim 10^{17}$ kg m⁻³). Possuem gravidade superficial de aproximadamente 10^{12} m s⁻², além de apresentarem campos magnéticos tão intensos que podem chegar a $\sim 10^{15}$ G. Essas condições extremas fazem das ENs verdadeiros laboratórios para a Física e Astrofísica, e suas observações astronômicas oferecem valiosas possibilidades de se testar teorias e modelos em diversos campos de pesquisa.

Diferentes fenômenos relacionados às ENs levam à emissão de radiação em vários comprimentos de onda do espectro eletromagnético, além da emissão de partículas de alta energia, neutrinos e ondas gravitacionais. No contexto de emissão eletromagnética, as ENs são detectadas observacionalmente como pulsares graças à sua rotação e seu intenso campo magnético. Seus períodos de rotação vão desde poucos milissegundos - os chamados pulsares de milissegundos - até em torno de 10 s. Os pulsos resultam da combinação campo magnético e rotação e provêm de um vigoroso feixe de radiação eletromagnética que acompanha a rotação da estrela provocando um efeito de *flashes* periódicos para um observador localizado na direção do feixe.

Os pulsares são usualmente classificados em três grupos de acordo com sua principal fonte de energia. Os pulsares alimentados por rotação (RPPs do inglês *Rotation Powered Pulsars*) emitem radiação às custas da energia cinética de rotação da EN, os SGRs/AXPs (do inglês *Soft gamma-ray repeaters and Anomalous X-ray pulsars*) que, segundo o modelo tradicional de magnetar, derivam suas emissões primariamente de seus intensos campos magnéticos e os pulsares de acreção (alimentados por acreção APP - do inglês *Accretion Powered Pulsar*) que têm sua energia proveniente da acreção de matéria cedida por uma estrela companheira de um sistema binário (HARDING, 2013). O presente trabalho abordará apenas os RPPs, especificamente por se tratar de um estudo de mecanismos perda de energia em pulsares para os quais a energia cinética de rotação é o reservatório de energia em questão.

1.1 Modelo *Goldreich-Julian* para magnetosfera de pulsares

Costuma-se assumir que o pulsar rotaciona no vácuo. Essa suposição baseia-se no argumento de que a intensa gravidade mantém qualquer partícula livre presa à superfície da EN (CERUTTI; BELOBORODOV, 2017). Entretanto, a EN - considerando-a como uma esfera condutora perfeita em rotação e submetida ao seu próprio campo magnético - passará pelo efeito de indução unipolar (VIGANÒ, 2013). A indução unipolar é responsável por uma polarização no interior da EN e essa polarização gera um campo elétrico que satisfaz a relação (GOLDREICH; JULIAN, 1969)

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c}(\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{B} = 0. \quad (1.1)$$

É possível utilizar a Eq. 1.1 para determinar a densidade de carga elétrica ρ , combinando a Eq. 1.1 e a Lei de Gauss (CERUTTI; BELOBORODOV, 2017)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho. \quad (1.2)$$

A densidade ρ é dada, em coordenadas polares, por (LORIMER; KRAMER, 2004)

$$\rho \approx -\frac{B_S \Omega R^3}{4\pi c r^3} (3 \cos^2 \theta - 1), \quad (1.3)$$

onde B_S é o campo magnético superficial, Ω é a velocidade angular, R é o raio da estrela de nêutrons e c , a velocidade da luz. No polo magnético da EN, onde $r = R$ e $\theta = 0$, temos, em termos da densidade numérica $\lambda = \rho/e$, a chamada densidade de *Goldreich - Julian* que pode ser calculada por

$$\lambda_{GJ} = \frac{\Omega B_S}{2\pi c e}. \quad (1.4)$$

Essa distribuição de carga de densidade λ_{GJ} leva ao aparecimento de um potencial eletrostático. Através da equação de Laplace

$$\nabla^2 \Phi = 0, \quad (1.5)$$

podemos obter esse potencial eletrostático Φ externo à EN o qual deve ser contínuo na superfície estelar (GOLDREICH; JULIAN, 1969). O potencial Φ é dado por (LORIMER; KRAMER, 2004)

$$\Phi(r, \theta) = \frac{B_s \Omega R^5}{6cr^3} (3 \cos^2 \theta - 1). \quad (1.6)$$

As coordenadas r e θ são as coordenadas polares com origem no centro da EN. O campo elétrico E_Φ correspondente ao potencial eletrostático Φ é dado por (LORIMER; KRAMER, 2004)

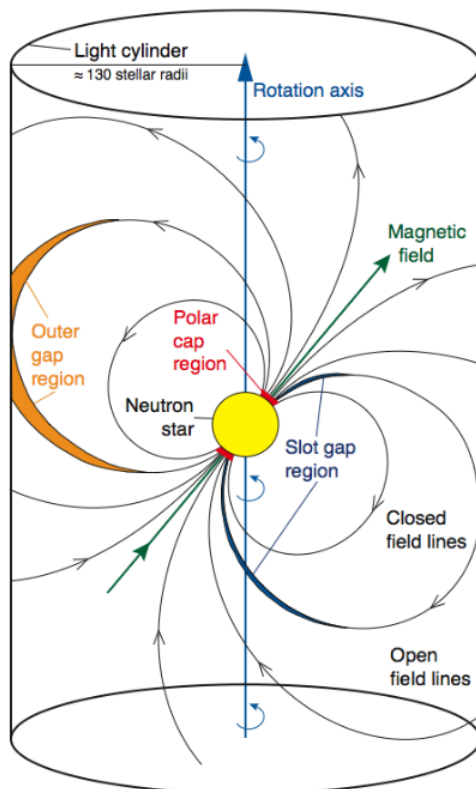
$$E_\Phi = -\frac{\Omega B_s R}{c} \cos^3 \theta. \quad (1.7)$$

O campo E_Φ exerce uma força elétrica ($F = qE_\Phi$) que atua em partículas carregadas, arrancando-as da superfície estelar e direcionando-as ao vácuo em torno da EN. Esse processo que acaba de ser descrito é o que leva ao aparecimento de um denso plasma circundante que rotaciona junto com a EN até a distância em que o plasma atinge a velocidade da luz. Tal distância define o chamado cilindro de luz cujo raio R_{CL} é dado por c/Ω . (LORIMER; KRAMER, 2004).

No cilindro de luz concentram-se as linhas fechadas do campo magnético do pulsar como pode ser visto na Fig. 1.1 e acredita-se que nos RPPs a emissão observada em rádio origina-se da região conhecida como *polar cap* (LORIMER; KRAMER, 2004). Esse é um modelo simples para a magnetosfera de pulsar, e as discussões sobre a natureza e a dinâmica da magnetosfera bem como a origem da emissão em rádio pulsares permanecem abertas.

A emissão de raios-X em pulsares de acreção (APPs) tem como processo básico a emissão térmica do plasma ao redor da estrela, além da emissão térmica também de sua superfície. O calor é produzido por processos dissipativos à medida que a matéria acretada cai na superfície em uma pequena área. O fluxo de matéria é canalizado pelo intenso campo magnético em uma coluna de acreção, resultando em dois *spots* quentes que seriam a causa dos pulsos de raios-X observados nos APPs (GHOSH, 2007).

Figura 1.1 - Modelo de magnetosfera de pulsar



Fonte: Aliu et al. (2008)

1.2 Estrelas de nêutrons: formação e equações de estado

Em uma última etapa de sua evolução, estrelas com massas maiores que $10M_{\odot}$ possuem um núcleo composto principalmente de Fe circundado por camadas de Silício, Oxigênio, Neônio, Carbono, Hélio e Hidrogênio (RYAN; NORTON, 2010). Como não há liberação de energia por queima nuclear do Ferro, o núcleo inicia o colapso gravitacional. Quando a massa do núcleo excede a massa de Chandrasekhar ($\approx 1.4M_{\odot}$) os elétrons degenerados não são capazes de suportar o colapso e o núcleo colapsa numa escala de tempo de queda livre dada por (BOEHM-VITENSE, 1992)

$$\tau = \left(\frac{3\pi}{32G\rho} \right)^{1/2}, \quad (1.8)$$

onde G é a constante gravitacional e ρ , a densidade. O aumento da densidade e da

temperatura centrais não levam à geração de energia no núcleo, mas a processos como a fotodensintegração



na qual o Ferro se desintegra em nêutrons em um processo endotérmico. A essas temperaturas e densidades, prótons e elétrons se combinam para formar nêutrons no processo de neutronização



onde ocorre a redução da pressão de degenerescência dos elétrons porque os mesmos começam a ser consumidos. Assim, o núcleo agora composto principalmente por nêutrons continua a colapsar até atingir densidades nucleares ($\approx 10^{18} \text{ kg m}^{-3}$). É nesse ponto que o gás de nêutrons se torna degenerado e gera pressão de degenerescência suficiente para suportar o colapso: um núcleo de nêutrons é criado com densidade similar a núcleos atômicos (veja, e.g., (PRIALNIK, 2000)). As forças nucleares resistem à compressão o que gera uma onda de choque através do material das camadas em queda, produzindo a expulsão de grande parte do material estelar numa explosão colossal chamada explosão de supernova e a EN é o núcleo sobrevivente desse processo (RYAN; NORTON, 2010).

Os modelos de ENs são obtidos integrando as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (Eqs. 1.11, 1.12), que são equações de equilíbrio hidrostático desenvolvidas no contexto da relatividade geral (CAMENZIND, 2007)

$$\frac{d\mathfrak{B}}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2} \left(1 + \frac{\mathfrak{B}(r)}{\rho(r)c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 \mathfrak{B}(r)}{M(r)c^2}\right) \left(1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r}\right)^{-1}, \quad (1.11)$$

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi\rho(r)r^2, \quad (1.12)$$

onde c é a velocidade da luz, $M(r)$ é a massa contida no raio r . A pressão $\mathfrak{B}(r)$ e a densidade $\rho(r)$ são parâmetros relacionados pela equação de estado sendo necessário conhecê-los ou estimá-los para cada regime de densidade. As equações de estado

(EOS)¹ tornam possível a determinação de intervalos de massas para ENs bem como a relação massa-raio e demais propriedades da estrela como, por exemplo, a espessura da crosta (BLANDFORD, 1993).

Para se construir um modelo correto para ENs é imprescindível conhecer detalhadamente as interações entre partículas elementares no estado de densidades nucleares e supranucleares, uma vez que se trata de um sistema de muitos corpos que interagem fortemente (ARNETT; BOWERS, 1977), e as dificuldades na determinação da composição das ENs residem na limitação de nosso conhecimento a respeito dessas interações.

Experimentos de espalhamento nos dão algum detalhe sobre a interação entre dois corpos e estudos sobre a energia de ligação de núcleos leves fornecem pistas sobre a interação de muitos corpos. Porém, estudos sobre matéria nuclear não nos permitem fazer extrapolações para densidades típicas do interior estelar porque aspectos de interações entre núcleos que são irrisórios em densidades nucleares passam a ser dominantes no regime de densidades supranucleares (BLANDFORD, 1993).

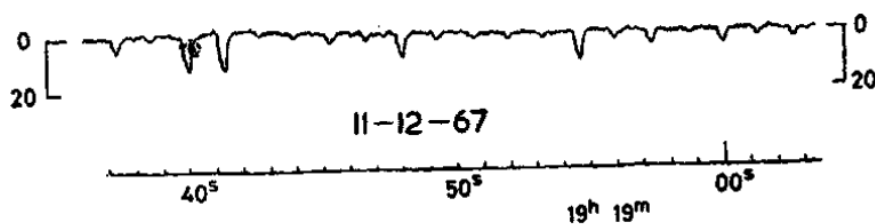
1.3 Descoberta dos pulsares

Após Chadwick (1932) descobrir o nêutron em 1932, Landau (1965) calculou a massa máxima para anãs brancas e especulou sobre uma possível existência de estrelas ainda mais compactas constituídas de matéria com densidade nuclear. Baade e Zwicky (1934), ao estimarem valores para a perda de massa na explosão de supernova, já conjecturavam a existência de ENs afirmando que esse evento seria a transição de uma estrela comum para um objeto de massa significativamente menor. Os primeiros cálculos de massa para as ENs foram realizados por Oppenheimer e Volkoff (1939), resultando no intervalo $0,3M_{\odot} < M < 0,75M_{\odot}$ e pouco antes da descoberta dos pulsares, a existência de ENs já vinha sendo amplamente discutida, de modo que, por exemplo, Pacini (1967) em seu trabalho assumia que a Nebulosa do Caranguejo era energizada por uma EN altamente magnetizada e em rápida rotação.

Em novembro de 1967, Jocelyn Bell, estudando a cintilação de ondas de rádio provenientes de fontes compactas no meio interestelar, observou pela primeira vez um sinal consistindo de uma série de pulsos que se repetiam a cada $1,337s$ localizado em ascensão reta e declinação fixas (Fig. 1.2).

¹Para nos referir ao termo Equação de Estado, usaremos a sigla EOS (do inglês *Equation of State*).

Figura 1.2 - Sinal de rádio do primeiro pulsar observado.



O primeiro de sinal detectado para uma fonte de rádio pulsante. Note que, embora a amplitude varie, os pulsos se repetem regularmente.

Fonte: Hewish et al. (1968).

O sinal foi atribuído inicialmente a origens como civilização extra-terrestre, reflexão de ondas de rádio na superfície da lua, entre outras. Mas essas origens foram sendo descartadas dando lugar a interpretações como oscilações radiais de ABs ou ENs. Hewish et al. (1968) argumentaram que a energia emitida poderia exceder 10^{17} ergs se a fonte tivesse emissão isotrópica e através de características observacionais concluíram que a fonte não deveria ter mais de $4,8 \times 10^3$ km.

Dado o tamanho estimado para a fonte, concluiu-se tratar de um objeto compacto e que três mecanismos poderiam estar ligados a pulsos tão curtos e precisos: rotação, pulsação ou um sistema binário. Contudo, apenas ENs em rotação poderiam configurar pulsos de rádio com o período detectado por Hewish et al. (1968). O período mais curto para a rotação de uma EN pode ser calculado pela Eq. 1.13

$$\Omega^2 R \sim \frac{GM}{R^2}, \quad (1.13)$$

a qual pode ser reescrita como

$$\Omega^2 \sim G\rho. \quad (1.14)$$

Levando em conta a densidade estimada para EN ($\rho \sim 10^{17}$ kg m⁻³), temos que $P \gtrsim 10^{-3}$ s. Tal período só poder ser obtido para densidades da ordem das densidades características de ENs.

Logo após Gold (1968) propor que as fontes seriam de fato ENs magnetizadas com rápida rotação e que estariam freando devido a perda de energia cinética de rotação, Richards e Comella (1969) descobriram que o pulsar do Caranguejo estava desacelerando. Desde então, vários mecanismos têm sido propostos para explicar a perda de energia em pulsares. É neste contexto que está inserido esse trabalho: investigar os modelos específicos de perda de energia ligados a propriedades observacionais e parâmetros de pulsares.

1.4 Pulsares como fonte de ondas gravitacionais

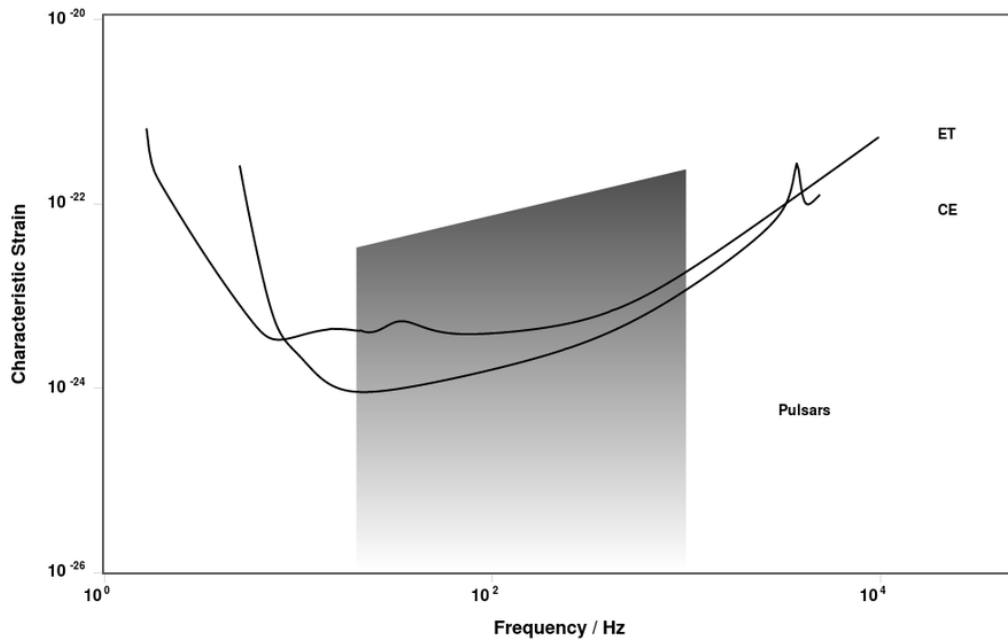
Dentre os mecanismos propostos para a desaceleração dos pulsares, a emissão de ondas gravitacionais (OGs) tem sido algo bastante discutido, sobretudo devido às detecções recentes ocorridas de ondas gravitacionais que foram produzidas em um evento envolvendo a coalescência de buracos negros (ABBOTT et al., 2018) e de estrelas nêutrons (ABBOTT et al., 2017b) em sistemas binários.

Espera-se que ENs não-axissimétricas isoladas e em rápida rotação, localizadas na nossa galáxia, sejam fontes de OGs contínuas de magnitudes $\sim 10^{-25}$ (RILES, 2017). O sinal teria uma frequência de duas vezes a frequência de rotação da estrela de nêutrons e seria quase monocromático (MOORE et al., 2015). Para se detectar um sinal tão fraco, seriam necessários vários anos de integração nos detectores de segunda geração (RILES, 2017). Por outro lado, seria necessário um ano de integração no Einstein Telescope (ET) para se detectar o pulsar PSR J1640-4631 (ARAUJO et al., 2016b) considerando que ele perde energia por emissão de OGs e por radiação de dipolo magnético (RDM), ainda que o ET venha a ter sensibilidade e atue na banda de frequência adequadas para a detecção de OGs produzidas por pulsares no *spindown limit* assim como o Cosmic Explorer (CE) - (Veja Fig. 1.3).

Sendo assim, torna-se relevante investigar a possibilidade de detecção de OGs geradas por pulsares, bem como seus mecanismos de geração, já que os sinais detectados nos últimos cinco anos são de natureza transiente, diferentemente das ondas contínuas emitidas pelas ENs não-axissimétricas em rotação.

O conteúdo restante do presente texto está estruturado em cinco capítulos. No Cap. 2, apresenta-se uma base teórica que consiste nos modelos RDM, de emissão de OGs, de fricção do vácuo quântico (QVF) e vento de partículas (VP) como mecanismos de perda de energia em pulsares que os levam a desacelerar. No Cap. 3 discuti-se ainda o impacto da combinação desses mecanismos no índice de frenagem n , bem como desenvolve-se um modelo da evolução do ângulo de

Figura 1.3 - Curvas de sensibilidade



A caixa rotulada "pulsares" representa um limite superior em um sinal de OG emitido pelo pulsar do Caranguejo extrapolado em frequência. Isso significa que se o pulsar do Caranguejo emitisse toda sua energia por ondas gravitacionais ele seria detectado pelos ET e CE.

Fonte: Moore et al. (2015)

inclinação magnética acoplada a diferentes torques e suas consequências no índice de frenagem e no possível caminho evolutivo no diagrama $P - \dot{P}$. No Cap. 4 são feitas as análises da detectabilidade de OGs provenientes de pulsares como resultado de uma deformação não axi-simétrica e da precessão caracterizada pelo *wobble angle*. Por fim, apresentamos no Cap. 5 as perspectivas e conclusões.

2 MECANISMOS DE PERDA DE ENERGIA EM PULSARES

Neste capítulo apresentamos demonstrações matemáticas para o balanço energético, isto é, para a perda de energia do pulsar pelos mecanismos de (RDM); mais sucintamente por QVF (acrônimo para *quantum vacuum friction*- fricção do vácuo quântico); por emissão de ondas gravitacionais (OGs) e por VP. Assumiremos que os pulsares podem ser modelados por um dipolo magnético em rotação nos mecanismos de RDM e QVF, por um rotor alinhado no modelo de vento, enquanto admitiremos que se trata de um elipsoide não-axissimétrico no mecanismo de emissão de OGs. Discorreremos no Cap. 3 sobre a perda de rotação dos pulsares (*spindown*) e seus mecanismos de freamento, apresentando modelos que fornecem explicações para os índices de frenagem observados. O índice de frenagem é uma quantidade relevante e intimamente relacionada ao *spindown* dos pulsares que pode ser expresso por quantidades observáveis e será discutido também no Cap. 3.

2.1 Radiação de dipolo magnético - RDM

O modelo de dipolo magnético para a produção de radiação nos pulsares reflete como a energia cinética de rotação das ENs é responsável pela sua emissão eletromagnética. Nesse modelo, considera-se que a estrela rotaciona de maneira uniforme no vácuo com frequência Ω , possuindo um dipolo magnético $\boldsymbol{\mu}$ inclinado de um ângulo ϕ em relação ao eixo de rotação. Da eletrodinâmica clássica, sabemos que um campo magnético \mathbf{B}_0 no polo magnético da estrela de nêutrons está relacionado ao dipolo $\boldsymbol{\mu}$ por (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$|\boldsymbol{\mu}| = \frac{B_0 R^3}{2}. \quad (2.1)$$

A energia é irradiada à taxa de (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983),

$$\dot{E}_{RDM} = -\frac{2}{3c^3} |\ddot{\boldsymbol{\mu}}|^2. \quad (2.2)$$

O vetor $\boldsymbol{\mu}$ é escrito em termos dos vetores unitários \mathbf{e}_{\parallel} (paralelo ao eixo de rotação da EN) e \mathbf{e}_{\perp} (perpendicular ao eixo de rotação) da seguinte forma (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2} B_0 R^3 [\mathbf{e}_{\parallel} \cos \phi + \mathbf{e}_{\perp} \sin \phi \cos(\Omega t) + \mathbf{e}_{\perp}' \sin \phi \sin(\Omega t)], \quad (2.3)$$

onde \mathbf{e}_\perp' é perpendicular simultaneamente aos demais vetores unitários.

O módulo da segunda derivada do momento de dipolo ao quadrado pode ser escrito como (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983) ,

$$|\ddot{\boldsymbol{\mu}}|^2 = \frac{1}{4}B_0^2R^6[(\Omega^4)\sin^2\phi\cos^2(\Omega t) + (\Omega^4)\sin^2\phi\sin^2(\Omega t)], \quad (2.4)$$

ou

$$|\ddot{\boldsymbol{\mu}}|^2 = \frac{1}{4}B_0^2R^6\Omega^4\sin^2\phi. \quad (2.5)$$

Substituindo a Eq. 2.5 na Eq. 2.2, obtemos

$$\dot{E}_{RDM} = -\frac{2}{3c^3}\frac{1}{4}B_0^2R^6\Omega^4\sin^2\phi. \quad (2.6)$$

Temos, portanto, para a taxa de perda de energia por radiação do dipolo magnético

$$\dot{E}_{RDM} = -\frac{B_0^2R^6\Omega^4\sin^2\phi}{6c^3}. \quad (2.7)$$

Sabendo que $\Omega = 2\pi\nu$, reescrevemos a Eq. 2.7 como

$$\dot{E}_{RDM} = -\frac{8\pi^4}{3}\frac{B_0^2R^6\sin^2\phi}{c^3}\nu^4. \quad (2.8)$$

Através da manifestação da radiação cíclotron nos espectros de raios-X é possível estimar campos magnéticos (10^{11-12}G) em pulsares de acreção. Já os pulsares isolados (RPPs) não têm seus campos medidos diretamente, no entanto um cálculo simples nos fornece uma estimativa (LORIMER; KRAMER, 2004). Da definição de energia cinética de rotação e usando a Eq. 2.8, mostra-se que

$$B_0 = \left(\frac{3Ic^3P\dot{P}}{2\pi^2R^6\sin^2\phi} \right)^{1/2}, \quad (2.9)$$

o qual é dado em termos dos parâmetros observacionais P e \dot{P} . Utilizando os valores

fiduciais, $I = 10^{38} \text{ kg m}^2$ e $R = 10^4 \text{ m}$, encontramos

$$B_0 \approx 3,2 \times 10^{19} (P\dot{P})^{1/2} \text{ gauss.} \quad (2.10)$$

2.2 Emissão de ondas gravitacionais por um elipsoide não-axissimétrico

Faremos agora a demonstração matemática da equação para perda de energia do pulsar por emissão de ondas gravitacionais.

Figura 2.1 - Elipsoide não-axissimétrico

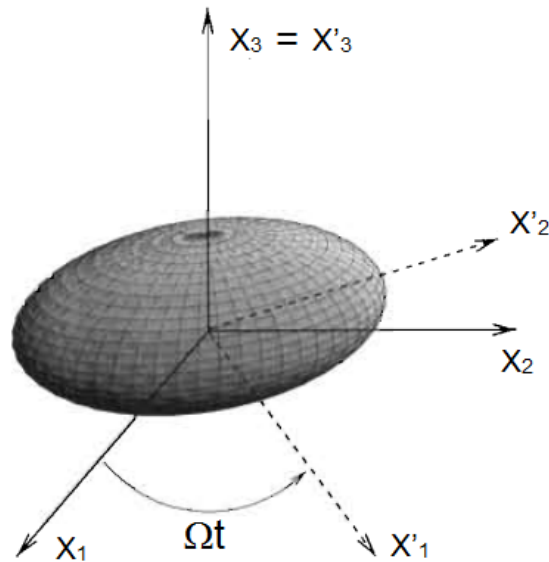


Ilustração representado uma EN deformada. De modo geral, assimetrias são capazes de gerar OGs quando a terceira derivada do momento de quadrupolo de massa for não-nula.

Fonte: Adaptado de [Maggiore e Press \(2008\)](#)

Consideremos um objeto não-axissimétrico rotacionando em torno de um eixo x_3 conforme ilustrado na Fig. 2.1.

Seja (x'_1, x'_2, x'_3) um sistema de coordenadas que rotaciona junto com o objeto e

tomemos x'_3 como o eixo em torno do qual o corpo rotaciona com velocidade angular Ω . Introduziremos um referencial inercial fixo de coordenadas (x_1, x_2, x_3) orientado de modo que $x_3 = x'_3$ (Fig. 2.1). Ambos os sistemas possuem origem em comum no centro de massa do elipsoide e estão relacionadas pela matriz de rotação R_{ij} ,

$$x'_i = R_{ij}x_j, \quad (2.11)$$

onde

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) & 0 \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

O tensor de inércia no sistema de coordenada x'_i é dado pela matriz constante $I'_{ij} = \text{diag}(I_1, I_2, I_3)$ enquanto no sistema de coordenadas x_i , o tensor de inércia é uma matriz dependente do tempo que pode ser calculada por (MAGGIORE; PRESS, 2008)

$$I = R^T I' R, \quad (2.12)$$

onde R^T é a matriz transposta de R . Efetuando a multiplicação de matrizes chegamos a

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \cos^2 \Omega t + I_2 \sin^2 \Omega t & I_1 \sin \Omega t \cos \Omega t - I_2 \sin \Omega t \cos \Omega t & 0 \\ I_1 \sin \Omega t \cos \Omega t - I_2 \sin \Omega t \cos \Omega t & I_1 \sin^2 \Omega t + I_2 \cos^2 \Omega t & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix}$$

Vamos agora reescrever as componentes do tensor I de maneira mais conveniente. Temos para a primeira componente I_{11} ,

$$I_{11} = \frac{I_1 - I_2}{2} \cos 2\Omega t + 1. \quad (2.13)$$

Observe que $I_{12} = I_{21}$ e para essas componentes temos,

$$I_{12} = I_{21} = \frac{I_1 - I_2}{2} \sin 2\Omega t. \quad (2.14)$$

E para as duas últimas componentes não nulas, encontramos

$$I_{22} = 1 - \frac{I_1 - I_2}{2} \cos 2\Omega t. \quad (2.15)$$

$$I_{33} = I_3. \quad (2.16)$$

A taxa de perda de energia por ondas gravitacionais é dada por (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$\dot{E}_{OG} = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \rangle. \quad (2.17)$$

Notemos que $\langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \rangle$ é o produto das derivadas terceiras do momento de quadrupolo de massa Q tomado como uma média no tempo. Q pode ser escrito em termos do tensor de inércia I_{ij} (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$Q_{ij} = -I_{ij} + \frac{1}{3} \delta_{ij} Tr I, \quad (2.18)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e $Tr I$ é o traço da matriz I dado por

$$Tr I = I_1 + I_2 + I_3, \quad (2.19)$$

o que leva a Eq. 2.18 a (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$Q_{ij} = -I_{ij}. \quad (2.20)$$

Assim, a Eq. 2.17 fica

$$\dot{E}_{OG} = -\frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \langle \dot{I}_{ij}^2 \rangle, \quad (2.21)$$

ou

$$\dot{E}_{OG} = -\frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \langle \ddot{I}_{11}^2 + 2\ddot{I}_{12}^2 + \ddot{I}_{22}^2 + \ddot{I}_{33}^2 \rangle. \quad (2.22)$$

Derivando as Eqs. 2.13, 2.14, 2.15, 2.16,

$$\ddot{I}_{11} = 4\Omega^6(I_1 - I_2) \sin 2\Omega t. \quad (2.23)$$

$$\ddot{I}_{12} = -4\Omega^6(I_1 - I_2) \cos 2\Omega t. \quad (2.24)$$

$$\ddot{I}_{22} = 4\Omega^6(I_2 - I_1) \sin 2\Omega t. \quad (2.25)$$

$$\ddot{I}_{33} = 0. \quad (2.26)$$

Substituindo em 2.22, obtemos

$$\dot{E}_{OG} = -\frac{1}{5} \frac{G}{c^5} 16\Omega^6(I_1 - I_2)^2 \langle \sin^2 2\Omega t + 2 \cos^2 2\Omega t + \sin^2 2\Omega t \rangle, \quad (2.27)$$

ou

$$\dot{E}_{OG} = -\frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \Omega^6(I_1 - I_2)^2. \quad (2.28)$$

Para um elipsoide homogêneo de semi-eixos a, b e c , os momentos de inércia são dados por (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$I_1 = \frac{1}{5} M(b^2 + c^2) \quad I_2 = \frac{1}{5} M(a^2 + c^2) \quad I_3 = \frac{1}{5} M(a^2 + b^2). \quad (2.29)$$

Veja que o termo $(I_1 - I_2)$ na Eq. 2.28 pode ser expresso por

$$(I_1 - I_2)^2 = \left[\frac{1}{5} M(b+a)(b-a) \right]^2. \quad (2.30)$$

Além disso, a elipticidade ϵ é definida por (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$\epsilon = \frac{a-b}{(a+b)/2}. \quad (2.31)$$

Substituindo 2.31 na Eq. 2.30, obtêm-se

$$(I_1 - I_2)^2 = \left[\frac{1}{5} M(b+a)\epsilon(a+b)/2 \right]^2. \quad (2.32)$$

Para pequenas assimetrias ($a \approx b$) temos

$$(I_1 - I_2)^2 \approx \left[\frac{1}{5} M\epsilon 2a^2 \right]^2, \quad (2.33)$$

e

$$I_3 \approx \frac{1}{5} M 2a^2. \quad (2.34)$$

Logo,

$$(I_1 - I_2)^2 \approx \epsilon^2 I_3^2. \quad (2.35)$$

substituindo na Eq. 2.28, obtemos a Eq. 2.36

$$\dot{E}_{OG} \approx -\frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \Omega^6 \epsilon^2 I_3^2, \quad (2.36)$$

ou, em termos da frequência ν ,

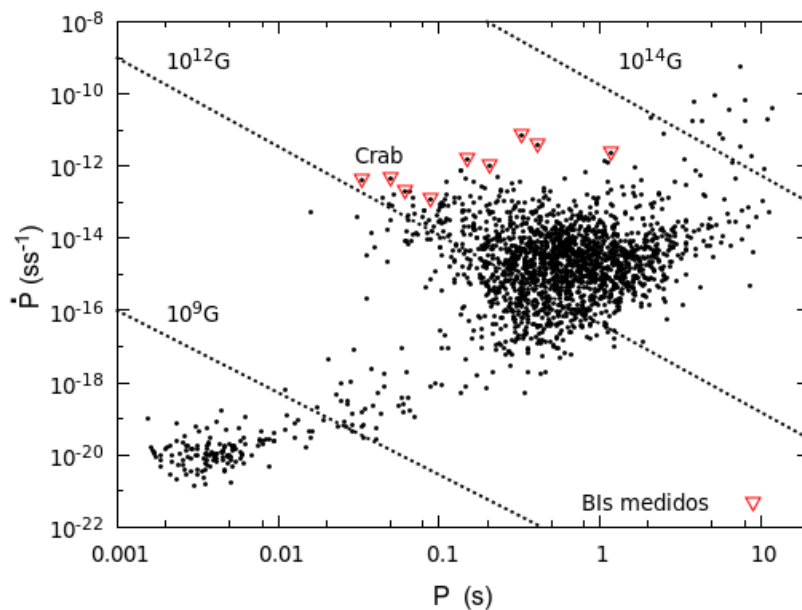
$$\dot{E}_{OG} \approx -\frac{2048\pi^6}{5} \frac{G}{c^5} \epsilon^2 I_3^2 \nu^6 \quad (2.37)$$

Note que na rotação em torno de um eixo principal com $I_1 \neq I_2$, a frequência da OG emitida é duas vezes a frequência de rotação da EN como pode ser visto nas Eqs. 2.22, 2.23, 2.24 e 2.25 (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983). Na configuração em que construímos o sistema de referência, teremos a produção de OGs apenas se $I_1 \neq I_2$. Porém, em objetos astronômicos geralmente o eixo de rotação não coincide com o eixo principal e, conseqüentemente, o movimento do corpo rígido será composto pela precessão combinada à rotação em torno do eixo principal (MAGGIORE; PRESS, 2008) como veremos no Cap. 4.

2.3 Fricção do vácuo quântico

Nessa seção, estamos interessados em demonstrar sucintamente a equação para a taxa da perda de energia devido à fricção do vácuo quântico, cálculo que é realizado na íntegra por Coelho et al. (2016) e para o qual traremos as principais ideias, uma vez que os detalhes, a princípio, fogem do escopo do presente trabalho.

Figura 2.2 - Diagrama $P - \dot{P}$



Dispersão dos aproximadamente 2000 pulsares conhecidos em um diagrama $P - \dot{P}$. P é o período de rotação do pulsar e \dot{P} a derivada do período. Evidenciamos os pulsares com índices de frenagem medidos (assinalados no gráfico por BIs - acrônimo para *braking index*). Os dados foram retirados do catálogo ATNF (CSIRO, 2018).

Fonte: Produção do autor

Na Fig. 2.2, mostramos com linhas tracejadas alguns valores de campo magnético que são calculados pela Eq. 2.10. Observamos que há uma classe de pulsares para a qual temos campos magnéticos B_0 maiores que 10^{13}G . Nesse regime de campos magnéticos intensos, efeitos quânticos começam a ser considerados pois B_0 passa a ser maior que a escala de campo da eletrodinâmica quântica B_c dado por

$$B_c = \frac{m_e^2 c^3}{e \hbar} \approx 4.4 \times 10^{13} \text{G}, \quad (2.38)$$

onde m_e é a massa do elétron, c e a velocidade da luz, e a carga do elétron e \hbar é a constante de Planck dividida por 2π . Nesse sentido, é possível considerar uma descrição mais precisa para pulsares utilizando generalizações para a Lagrangiana de Maxwell assim como a Lagrangiana de Euler-Heisenberg para eletrodinâmica quântica (EDQ).

O modelo de fricção do vácuo quântico (*quantum vacuum friction* - QVF) é desenvolvido ao considerarmos que o meio magnetizado - assumindo-o fora da estrela - deve interagir com o dipolo magnético do sistema levando à perda de energia. Essa perda de energia (\dot{E}_{QVF}) é devida ao torque que o campo magnético oriundo da magnetização do meio exerce no dipolo magnético em rotação. Na versão infinitesimal ela é expressa por (COELHO et al., 2016)

$$d\dot{E}_{QVF}(\mathbf{r}, t + r/c) = \boldsymbol{\mu}(t + r/c) \times d\mathbf{B}_{qv}(\mathbf{0}, t + r/c) \cdot \boldsymbol{\Omega}, \quad (2.39)$$

onde r é o módulo do vetor radial \mathbf{r} que liga o elemento de volume dV (responsável por gerar o campo infinitesimal $d\mathbf{B}_{qv}$ ¹) à origem do sistema onde se encontra o dipolo magnético (Fig. 2.3).

O campo magnético infinitesimal é dado por

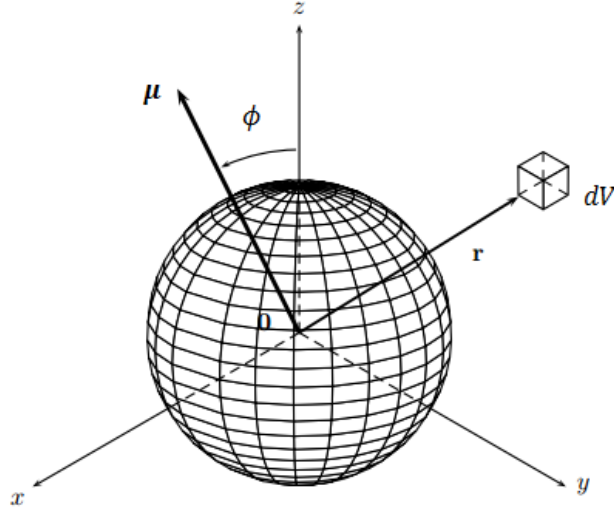
$$d\mathbf{B}_{qv}(\mathbf{0}, t + r/c) = \frac{3\mathbf{r}[d\boldsymbol{\mu}_{qv}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{r}]}{r^5} - \frac{d\boldsymbol{\mu}_{qv}(\mathbf{r}, t)}{r^3}, \quad (2.40)$$

onde

$$d\boldsymbol{\mu}_{qv} = \mathbf{M}_{qv} dV, \quad (2.41)$$

¹A notação *qv* refere-se apenas a *quantum vacuum*.

Figura 2.3 - Configuração do sistema de referência para um elemento de volume dV



Sistema de coordenadas com origem na estrela de nêutrons. O elemento de volume dV localizado no meio circundante magnetizado gera um campo infinitesimal dado por $d\mathbf{B}_{qv}$ e é esse campo que ocasiona o torque no momento de dipolo $\boldsymbol{\mu}$ da fonte.

Fonte: Adaptado de Dupays et al. (2008)

e \mathbf{M}_{qv} representa o vetor magnetização. A fenomenologia do QVF está relacionada com a região externa à EN que rotaciona com velocidade $\boldsymbol{\Omega}$ e cujo momento de dipolo magnético $\boldsymbol{\mu}$ faz um ângulo ϕ com o eixo de rotação. Pode-se mostrar que a magnetização do meio não linear exterior à estrela ($r \geq R$) é,

$$\mathbf{M}_{qv} = \frac{1}{4\pi} \left(\mathbf{B} + 4\pi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{B}} \right), \quad (2.42)$$

onde a Lagrangiana \mathcal{L} depende do tensor eletromagnético $F = 2(B^2 - E^2)$ e está sendo derivada com relação ao campo magnético da EN. Após efetuar-se o cálculo para \mathbf{M}_{qv} , basta substituir 2.42 em 2.41 e 2.41 em 2.40 e algumas passagens depois é relativamente simples mostrar que

$$\langle \dot{E}_{QVF} \rangle \approx -\frac{24\mu\mu_0^4\Omega^2 \sin^2 \phi}{5cR^8}, \quad (2.43)$$

onde $\mu_0 = B_0 R^3 / \sqrt{2}$. No contexto da EDQ, usamos

$$\mu = \frac{\alpha}{90\pi B_c^2}, \quad (2.44)$$

sendo que α é a constante de estrutura fina. Sendo assim, substituindo μ_0 e μ na expressão para \dot{E}_{qv} concluímos que a taxa de perda de energia no modelo de fricção do vácuo quântico é dada por,

$$\langle \dot{E}_{QVF}^{edq} \rangle \approx -\frac{4\alpha B_0^4 R^4 \pi \sin^2 \phi}{75cB_c^2} \nu^2. \quad (2.45)$$

Observe que, em termos do período P , a equação para a perda de energia por QVF (Eq. 2.45) cai com $1/P^2$, enquanto a equação para a perda de energia por RDM (Eq. 2.8) cai com $1/P^4$. Isso nos mostra que o QVF deve ser relevante em EN que já perderam muita rotação, pois para maiores valores de P , \dot{E}_{QVF} se torna o termo dominante quando \dot{E}_{RDM} se torna desprezível.

2.4 Vento de partículas

Consideremos o pulsar como um rotor oblíquo que possui duas componentes de dipolo magnético: uma paralela ($\mu_{\parallel} = \mu \cos \phi$) e outra perpendicular ($\mu_{\perp} = \mu \sin \phi$) ao eixo de rotação do pulsar (LI et al., 2014). Enquanto a componente perpendicular é responsável pela perda de energia por RDM, a componente paralela estaria relacionada à aceleração de partículas (LI et al., 2014). Essas partículas seriam criadas e aceleradas numa região de aceleração acima do *polar cap* (veja seção 1.1) e em consequência disso teríamos uma perda de energia no pulsar relacionada à aceleração dessas partículas (KOU; TONG, 2015).

A perda de energia por vento de partículas depende da chamada queda de potencial de aceleração Δv , e é expressa por (XU; QIAO, 2001)

$$\dot{E}_{VP} = 2\pi r_p^2 c \rho_e \Delta v, \quad (2.46)$$

onde $r_p = R(R\Omega/c)^{1/2}$ é o raio do *polar cap*, c a velocidade da luz, ρ_e é a densidade de carga de partículas primárias² na região de aceleração. A densidade de partículas primárias se relaciona com a densidade de *Goldreich-Julian* por

²Partículas primárias são definidas como as partículas provenientes das regiões de aceleração que são injetadas na magnetosfera (TONG; KOU, 2017)

$\rho_e = \zeta \rho_{GJ}^3$ (seção 1.1). Lembrando que assumimos que a componente paralela do dipolo magnético é responsável pela aceleração de partículas e utilizando o fato de que o máximo potencial de aceleração para um dipolo magnético é dado por (RUDERMAN; SUTHERLAND, 1975)

$$\Delta V = \frac{\mu \Omega^2}{c^2}, \quad (2.47)$$

pode-se mostrar que

$$\dot{E}_{VP} = \frac{2\mu^2 \Omega^4}{3c^3} 3\zeta \frac{\Delta v}{\Delta V} \cos^2 \phi, \quad (2.48)$$

onde utilizamos $\mu = (1/2)BR^3$. Para o modelo de RDM, podemos reescrever a Eq. 2.7 como

$$\dot{E}_{RDM} = \frac{2\mu^2 \Omega^4}{3c^3} \sin^2 \phi. \quad (2.49)$$

Combinando as Eqs. 2.48 e 2.49, teremos a Eq. 2.50:

$$\dot{E} = \frac{2\mu^2 \Omega^4}{3c^3} \left(\sin^2 \phi + 3\zeta \frac{\Delta v}{\Delta V} \cos^2 \phi \right), \quad (2.50)$$

ou

$$\dot{E} = \frac{2\mu^2 \Omega^4}{3c^3} \chi. \quad (2.51)$$

Na prática, o parâmetro χ dependerá do modelo de aceleração de partículas adotado e para efeito de nossos cálculos, usaremos o modelo *vacuum gap* com radiação de curvatura (Veja Apêndice B) na seção 3.2.1.

No Cap. 3 discutiremos o impacto da combinação dos mecanismos de perda de energia no índice de frenagem n , bem como desenvolveremos um modelo da evolução do ângulo de inclinação magnética acoplada a diferentes torques e suas consequências no índice de frenagem e no possível caminho evolutivo no diagrama $P - \dot{P}$.

³O parâmetro ζ representa a razão entre a densidade de partículas primárias e a densidade de *Goldreich-Julian*.

3 SPINDOWN DOS PULSARES E SEUS ÍNDICES DE FRENAGEM

Embora os pulsares tenham períodos de rotação bastante estáveis, eles não são constantes. Mesmo que bem pequena, a maioria dos pulsares conhecidos possuem a derivada do período \dot{P} medida. A taxa de diminuição de rotação (*spindown rate*) dos pulsares pode ser expresso pela lei de potência (GOLDWIRE JR.; MICHEL, 1969)

$$\dot{\nu} = -K\nu^n. \quad (3.1)$$

Veremos que K é uma constante relacionada com a estrutura do campo magnético e ao momento de inércia da EN e n é o chamado *índice de frenagem* - algo útil no estudo dos mecanismos de perda de energia dos pulsares, que será discutida mais adiante.

No final da década de 1960, em uma tentativa de explicar as fontes de rádio pulsantes recém descobertas por Jocelyn Bell em 1967, Thomas Gold apresentou argumentos favoráveis a tais fontes serem EN em rápida rotação e já conjecturava que o mecanismo de geração de radiação coerente implicaria a diminuição da rotação da EN (GOLD, 1968). Já em 1969, a desaceleração do pulsar do Caranguejo foi descoberta por Richards e Comella (1969) com a verificação de que o seu período estava aumentando a uma taxa de 36 ns por dia.

Desde então, a desaceleração dos pulsares e os índices de frenagem que foram sendo medidos têm motivado a proposição de alguns modelos de mecanismos de perda de energia como VP, onde a componente do dipolo magnético paralela ao eixo de rotação estaria relacionada à aceleração de partículas e um conseqüente freio na rotação do pulsar (LI et al., 2014), disco de retorno (*fall-back disc*) onde a interação entre o campo magnético e um disco de matéria em torno do pulsar seria responsável pelo torque que levaria à diminuição da rotação do pulsar (CHEN; LI, 2016), entre outros.

Para obtermos uma expressão para o *spindown* no contexto do modelo RDM, basta supormos que a energia cinética de rotação da EN é convertida na energia eletromagnética irradiada, dada pela Eq. 2.8. Para tal façamos,

$$E_{rot} = \frac{1}{2}I\Omega^2. \quad (3.2)$$

$$\dot{E}_{rot} = I\Omega\dot{\Omega}. \quad (3.3)$$

Igualando as Eqs. 2.8 e 3.3 encontramos

$$\dot{\nu}_{RDM} = -\frac{2\pi^2 B_0^2 R^6 \sin^2 \phi}{3Ic^3} \nu^3. \quad (3.4)$$

Comparando as Eqs. 3.1 e 3.4, mostramos que de fato a constante K depende do campo magnético e do momento de inércia, ademais encontramos que $n = 3$.

Repetindo o procedimento ao considerarmos a perda de energia por OGs, igualamos as Eqs. 2.37 e 3.3 para obtermos,

$$\dot{\nu}_{OG} = -\frac{512\pi^4 G\epsilon^2 I}{5c^5} \nu^5. \quad (3.5)$$

Vemos que a constante K está relacionada ao momento de inércia bem como às deformidades na estrela de nêutrons e que o *braking index* é igual a 5 para a perda de energia por OGs.

Novamente efetuando o cálculo, agora igualando as Eqs. 2.45 e 3.3 , é fácil mostrar que,

$$\dot{\nu}_{QVF} = -\frac{\alpha B_0^4 R^4 \sin^2 \phi}{75\pi I c B_c^2} \nu. \quad (3.6)$$

Ou seja, a perda de energia relacionada puramente ao QVF leva à Eq. 3.6 e comparando as Eqs. 3.1 e 3.6 vemos que nesse caso, $n = 1$.

Portanto, para um modelo de RDM, encontramos o valor canônico para o índice de frenagem $n = 3$, e para o modelo que considera toda a perda de energia do pulsar via OGs - o chamado *spindown limit* - temos que o índice de frenagem é 5. Além disso, como mostrado na Eq. 3.6, o modelo de QVF puro implica em um *braking index* $n = 1$.

O índice de frenagem é uma quantidade relevante e intimamente relacionada ao *spindown* dos pulsares e pode ser expresso em termos de quantidades observáveis derivando-se a lei de potência Eq. 3.1,

$$n = \frac{\nu\ddot{\nu}}{\dot{\nu}^2}. \quad (3.7)$$

Para os ~ 2000 pulsares conhecidos, nove têm seus índices de frenagem bem medidos, isso porque existe uma dificuldade na tentativa de se medir, a longo prazo, a segunda derivada da frequência $\dot{\nu}$ devido a irregularidades no período de rotação. Os efeitos do *spindown* na evolução de $\dot{\nu}$ são desprezíveis comparados aos efeitos de *glitches*¹ e *timing noise*², por isso temos tão poucos valores de índices de frenagem bem determinados (ESPINOZA et al., 2017).

Os valores de n estão explicitados na Tab. 3.1, bem como o período e a primeira derivada do período.

Tabela 3.1 - Períodos P , suas derivadas primeiras e índices de frenagem conhecidos de nove pulsares

<i>Pulsar</i>	$P(\text{s})$	$\dot{P}(10^{-13}\text{s s}^{-1})$	n
PSR J1734-3333	1,17	22,8	$0,9 \pm 0,2$
PSR B0833-45 (Vela)	0,089	1,25	$1,4 \pm 0,2$
PSR J1833-1034	0,062	2,02	$1,8569 \pm 0,0006$
PSR J0540-6919	0,050	4,79	$2,140 \pm 0,009$
PSR J1846-0258	0,324	71	$2,19 \pm 0,03$
PSR B0531+21(Caranguejo)	0,033	4,21	$2,51 \pm 0,01$
PSR J1119-6127	0,408	40,2	$2,684 \pm 0,002$
PSR J1513-5908	0,151	15,3	$2,839 \pm 0,001$
PSR J1640-4631	0,207	9,72	$3,15 \pm 0,03$

Fonte: Araujo et al. (2016b)

Uma simples inspeção na Tab. 3.1 nos revela que todos, exceto um pulsar, tem seu índice de frenagem menor que 3.

A discussão sobre os mecanismos de perda de energia em pulsares permanece em aberto e existem diferentes modelos que visam explicar os índices observados, o que

¹*Glitches* são abruptas variações no período de rotação da EN. Acredita-se que os *glitches* estejam relacionados à transferência de momento angular entre o superfluido em rotação e a crosta, o que causa um aumento abrupto na rotação da EN (ESPINOZA et al., 2017).

²*Timing noise* é outra irregularidade que se manifesta na frequência de rotação dos pulsares, porém de natureza razoavelmente contínua. O *timing noise* é, possivelmente, causado pelo fluxo instável de momento angular do fluido interior até crosta da EN, à medida que ela desacelera (BLANDFORD, 1993).

justifica os estudos que serão realizados neste trabalho, onde nos concentraremos nos modelos RDM, de perda por OG, QVF, e VP bem como na combinação desses processos de perda de energia.

Por agora, faremos um cálculo que nos fornece uma explicação para $n < 3$ através da combinação de *spindow* por RDM e OGs conforme elaborado por Araujo et al. (2016b). Combinando as Eqs. 2.8, 2.37 e 3.3 é fácil chegar em

$$\dot{\nu}_{rot} = -\frac{2\pi^2 B_0^2 R^6 \sin^2 \phi}{3Ic^3} \nu^3 - \frac{512\pi^4 G\epsilon^2 I}{5c^5} \nu^5. \quad (3.8)$$

Temos uma expressão para a frequência rotacional com as contribuições da perda por RDM e por OG, ou seja,

$$\dot{\nu}_{rot} = \dot{\nu}_{RDM} + \dot{\nu}_{OG}. \quad (3.9)$$

Podemos definir uma fração relacionada à emissão de OGs por

$$\eta \equiv \frac{\dot{\nu}_{OG}}{\dot{\nu}_{rot}}, \quad (3.10)$$

e mostrar que,

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{5}{768} \frac{c^2 B_0^2 R^6 \sin^2 \phi}{G\pi^2 I^2 \epsilon^2 \nu_{rot}^2}}, \quad (3.11)$$

e ainda

$$\dot{E}_{OG} = \eta \dot{E}_{rot}. \quad (3.12)$$

Substituindo a Eq. 3.8 e sua segunda derivada em 3.7, obtemos a seguinte expressão,

$$n = n_0 + \frac{\nu_{rot}}{\dot{\nu}_{rot}} (5 - n_0) \left[\frac{\dot{B}_0}{B_0} + \dot{\phi} \cot \phi \right], \quad (3.13)$$

onde

$$n_0 = 3 + \frac{2}{1 + \frac{5}{768} \frac{c^2 B_0^2 R^6 \sin^2 \phi}{G \pi^2 I^2 \epsilon^2 \nu_{rot}^2}}. \quad (3.14)$$

Substituindo a Eq. 3.14 em 3.13, obtemos uma nova expressão para o *braking index*,

$$n = 3 + 2\eta - 2\frac{P}{\dot{P}}(1 - \eta) \left[\frac{\dot{B}_0}{B_0} + \dot{\phi} \cot \phi \right]. \quad (3.15)$$

Observe que a combinação adequada de \dot{B}_0 e $\dot{\phi}$ que venha tornar o termo entre colchetes positivo juntamente com valores apropriados de η são condições que conduzem a $n < 3$, como queríamos obter. O pulsar PSR J1640-4631 é o único da Tab. 3.1 que possui índice de frenagem maior que 3, mas para ele é possível combinar as Eqs. 3.7 e 3.8 para obter (ARAUJO et al., 2016a)

$$n = 3 + \frac{2}{1 + \frac{5}{384} \frac{c^2 B_0^2 R^6 \sin^2 \phi}{384 G \pi^2 I^2 \epsilon^2 \nu^2}}, \quad (3.16)$$

o que leva naturalmente a $3 \leq n \leq 5$. Veja o quão interessante é esse modelo, pois as Eqs. 3.15 e 3.16 oferecem uma explicação para todos índices de frenagem medidos.

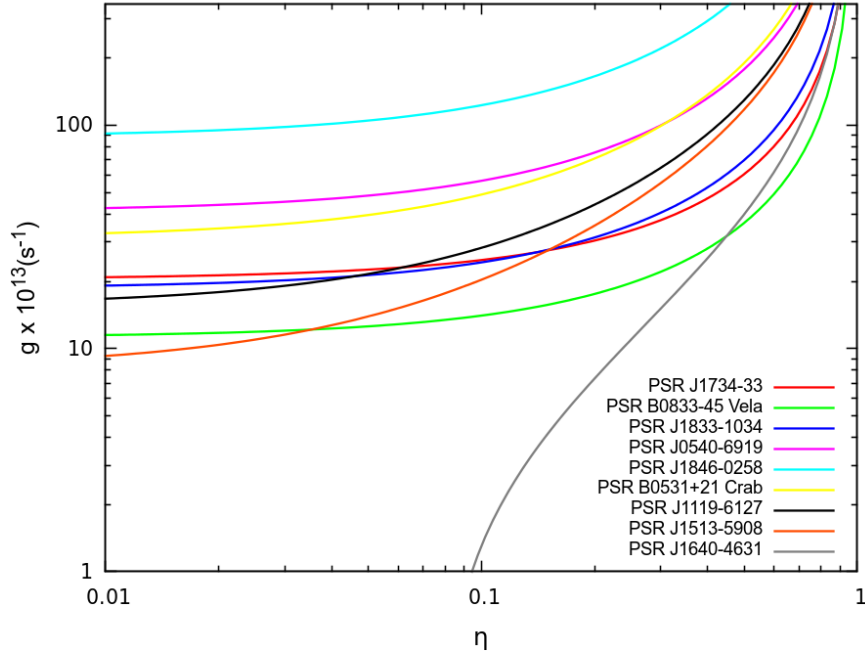
Podemos chamar o termo entre colchetes na Eq. 3.15 de $g = g(B_0, \dot{B}_0, \phi, \dot{\phi})$ e rearranjando os termos temos,

$$g = -\frac{(n - 3 - 2\eta) \dot{P}}{2(1 - \eta) P}. \quad (3.17)$$

Apresentamos na Fig. 3.1 um gráfico g como função de η utilizando os parâmetros da Tab. 3.1. Temos aqui uma previsão de como os parâmetros relacionados ao campo magnético e ao ângulo ϕ dependem da eficiência de geração de OGs. Veja que para os 8 pulsares, g fica entre aproximadamente $10^{-12} - 10^{-11}$, considerando eficiências próximas de 0,01. Além disso, para baixos valores de eficiência, g não depende sensivelmente de η , enquanto que para valores mais altos de η , g varia de uma maneira mais pronunciada. Nesse sentido, vemos que quanto maior é a perda de energia por OGs, maior a é a evolução do campo magnético e do ângulo ϕ no tempo.

Chamamos também a atenção para o pulsar PSR J1640-4631: ele é o único que

Figura 3.1 - $g \times \eta$



Previsão de como a combinação de parâmetros relacionados ao campo magnético e ao ângulo ϕ dependem da eficiência de geração de ondas gravitacionais

Fonte: Produção do autor

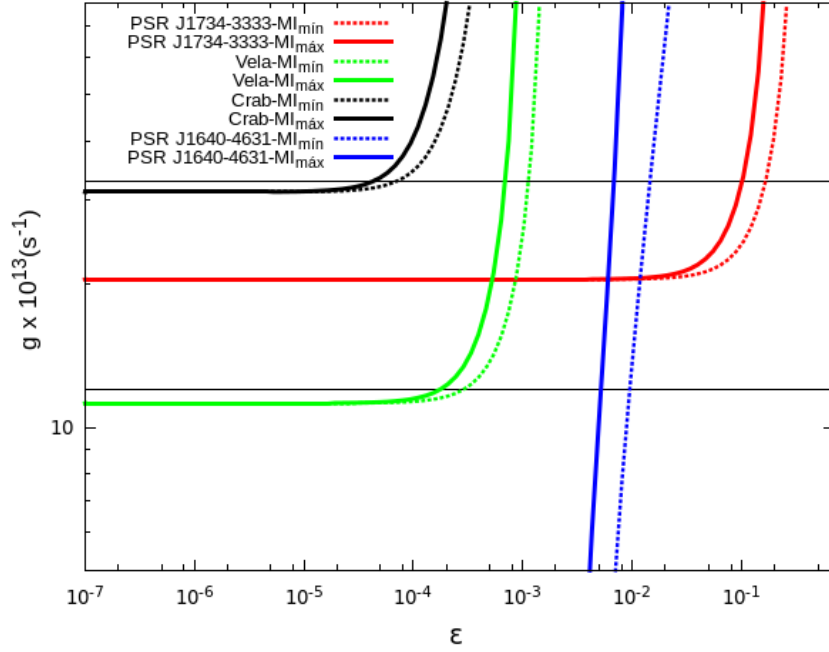
possui um índice de frenagem maior que 3 e sua curva possui um comportamento diferente das demais, como pode ser visto na Figura 3.1. O valor mínimo de η para esse pulsar é de 0,095, evidenciando que a perda de energia por OG deve de fato estar presente. Ainda nessa mesma figura, se tomarmos o valor observacionalmente inferido $\dot{\phi} = 3 \times 10^{-12}$ rad/s para o Caranguejo (TIAN, 2018), bem como os parâmetros representativos $\phi = \pi/4$, $\dot{B}_0 = 0.05$ G/s, obtemos para esse pulsar $g \approx 3 \times 10^{-12} s^{-1}$, revelando a consistência do modelo.

Combinando as Eqs. 3.17 e 4.5, é possível mostrar que,

$$g = \frac{5c^5 P^3 \dot{P}^2 (3 - n) + 1024G\pi^4 I \dot{P} \epsilon^2}{10c^5 \dot{P} P^4 - 1024G\pi^4 I P \epsilon^2}, \quad (3.18)$$

onde ϵ é a elipticidade abordada na seção 2.2. A Eq. 3.18 revela a dependência explícita de entre g e ϵ , além de depender também do momento de inércia (MI). Utilizando resultados do modelo de EOS GM1 (GLENDENNING, 2000), vamos utilizar

Figura 3.2 - $g \times \epsilon$



Previsão de como a combinação de parâmetros relacionados ao campo magnético e ao ângulo ϕ dependem da elipticidade ϵ tomando diferentes valores de momento de inércia (MI). Os valores de g observacionalmente inferidos para o pulsar do Caranguejo e para o pulsar Vela são $g_{Caranguejo} \approx 3 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$ e $g_{Vela} \approx 1.2 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$ e estão representados por linhas horizontais.

Fonte: Produção do autor

os momentos de inércia $I = 3,1 \times 10^{38} \text{ Kg m}^2$ e $I = 1,16 \times 10^{38} \text{ Kg m}^2$ relacionados às massas máxima $2,4M_{\odot}$ e mínima $1M_{\odot}$, para graficar $g \times \epsilon$ levando em consideração tal intervalo de MIs. O resultado é mostrado na Fig. 3.2 onde traçamos as curvas para os pulsares PSR J1734-3333, Vela, pulsar do Caranguejo e PSR J1640-4631.

Na Fig. 3.2, vemos que g se mantém constante para os pulsares PSR J1734-3333, Vela e Caranguejo até o ponto em que cresce rapidamente. Em outras palavras, lembrando que g é um parâmetro relacionado com o campo magnético, ângulo de inclinação e as derivadas temporais de B e ϕ , vemos que a combinação dessas grandezas é independente da elipticidade do pulsar quando $\epsilon \ll 1$; no entanto, quando a deformação do pulsar se torna relativamente considerável, de modo que ϵ começa a assumir valores maiores, g responde ao aumento da deformidade com um abrupto crescimento.

Utilizando valores observacionalmente inferidos $\dot{\phi} = 3 \times 10^{-12}$ rad/s para o Caranguejo e $\dot{\phi} = 1.2 \times 10^{-12}$ rad/s para o Vela (TIAN, 2018), além dos valores representativos $\dot{B}_0 = 0.05G/s$ e $\phi = \pi/4$, encontramos respectivamente $g_{Caranguejo} \approx 3 \times 10^{-12}s^{-1}$ e $g_{vela} \approx 1.2 \times 10^{-12}s^{-1}$. Esses valores de g estão representados por linhas horizontais no gráfico da Fig. 3.2 e nos fornece previsões para a elipticidade de acordo com os valores considerados de MI: para Vela teríamos $\epsilon \sim 10^{-4}$, enquanto para o pulsar Caranguejo teríamos $\epsilon \sim 10^{-5}$. Encontramos na literatura algumas estimativas para a elipticidade, como por exemplo $\epsilon = 8.6 \times 10^{-5}$ para o pulsar do Caranguejo e $\epsilon = 6 \times 10^{-4}$ para o pulsar Vela, conforme obtido por Aasi et al. (2014). Note que as ordens de grandeza obtidas por Aasi et al. (2014) são as mesmas dos valores obtidos nos cálculos desenvolvidos nessa seção.

3.1 Combinação de diferentes torques e as consequências no índice de frenagem

A Eq. 3.19 combina as perdas de energia por RDM, OG e QVF,

$$\dot{\nu} = -\frac{512\pi^4 G \epsilon^2 I}{5c^5} \nu^5 - \frac{2\pi^2 B_0^2 R^6 \sin^2 \phi}{3Ic^3} \nu^3 - \frac{\alpha B_0^4 R^4 \sin^2 \phi}{75\pi c B_c^2 I} \nu. \quad (3.19)$$

Derivando a Eq. 3.19, obtemos uma expressão para $\ddot{\nu}$. Substituindo a Eq. 3.19 e $\ddot{\nu}$ na equação para o índice de frenagem (Eq. 3.7) e considerando campo magnético e ângulo de inclinação como dependentes do tempo, é possível mostrar que,

$$n = \frac{3 + X + 5Y}{X + Y + 1} - \frac{\dot{P}}{P} \left[\frac{(4X - 2)\dot{B}/B + (X + 1)2\dot{\phi} \cot \phi}{X + Y + 1} \right], \quad (3.20)$$

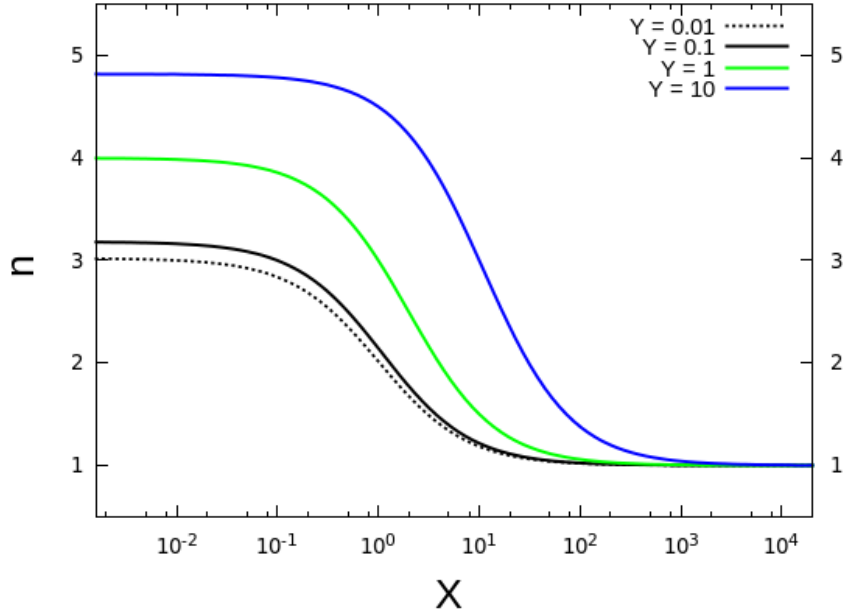
onde

$$X = \frac{\dot{E}_{QVF}}{\dot{E}_{RDM}} \quad \text{e} \quad Y = \frac{\dot{E}_{OG}}{\dot{E}_{RDM}}. \quad (3.21)$$

Na Fig. 3.3 mostramos n em função da razão entre a taxa de perda de energia por QVF e a taxa de perda de energia por RDM fixando diferentes valores para a razão entre a taxa de perda de energia por OGs e a taxa de perda de energia por RDM e tomando $\dot{B}_0 \ll 1$ e $\dot{\phi} \ll 1$.

Para qualquer valor de Y , quando a perda por QVF for muito grande comparada à

Figura 3.3 - $n \times X(QVF)$



Fonte: Produção do autor

perda por RDM, temos que o índice de frenagem é 1. Agora, quando a perda por QVF for muito pequena, a perda por OGs leva a $n \geq 3$. Podemos fazer também uma análise para a atuação dos mecanismo de RDM, OGs e VP. Para isso, considere a Eq. 3.22,

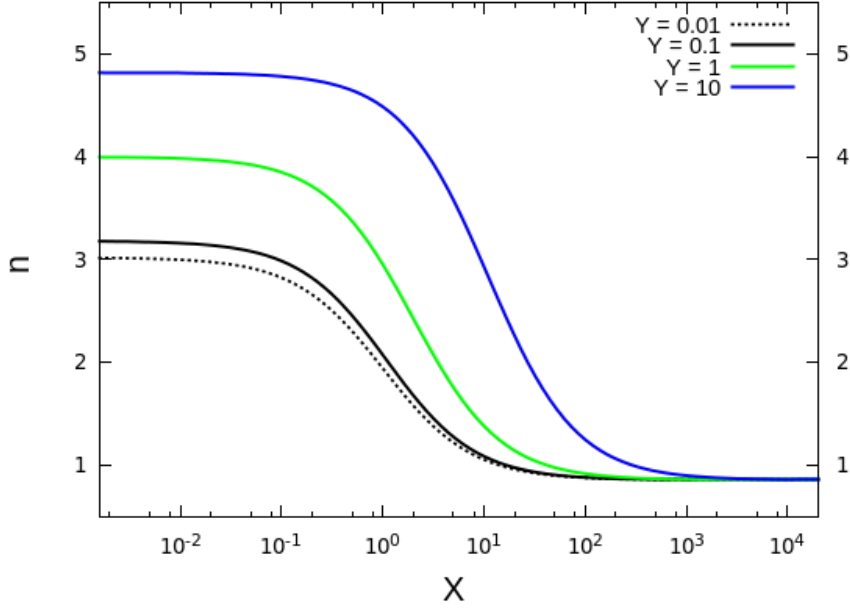
$$\dot{\Omega} = -K_{RDM} \Omega^3 - K_{OG} \Omega^5 + K_{VP} \Omega^{6/7}. \quad (3.22)$$

Os parâmetros K_{RDM} , K_{OGs} e K_{VP} são relacionados, respectivamente, às perdas por radiação de dipolo magnético, ondas gravitacionais e vento de partículas. Notemos que em comparação com a Eq. 3.1, o índice de frenagem para o modelo de VP assume o valor mínimo 6/7 (OU et al., 2016). Derivando a Eq. 3.22 e substituindo na Eq. 3.7 é fácil mostrar que

$$n = \frac{3 + 6/7X + 5Y}{X + Y + 1}, \quad (3.23)$$

onde

Figura 3.4 - $n \times X$ - Vento de Partículas



Fonte: Produção do autor

$$X = \frac{\dot{E}_{VP}}{\dot{E}_{RDM}} \quad \text{e} \quad Y = \frac{\dot{E}_{OG}}{\dot{E}_{RDM}}. \quad (3.24)$$

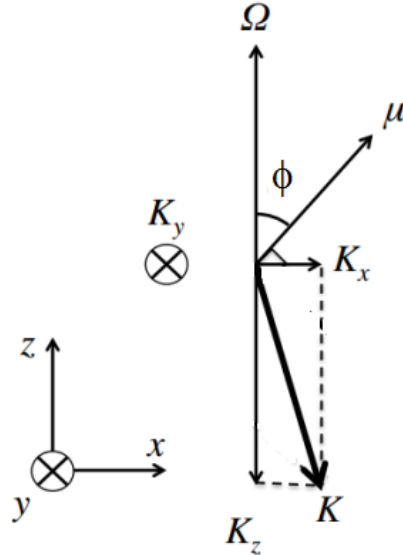
Na Fig. 3.4, plotamos n em função de X fixando diferentes valores para a razão entre a taxa de perda de energia por OGs e a taxa de perda de energia por RDM. Para qualquer valor de Y , quando a perda por VP for muito grande comparada à perda por RDM, ou seja, quando $X \gg 1$, temos que o índice de frenagem é 0,86. Agora, quando a perda por VP for muito pequena, a perda por OGs leva a $n \geq 3$. Comparando os gráficos das Figs. 3.3 e 3.4, observa-se que o vento de partículas faz o índice de frenagem atingir valor mínimo 0,86 enquanto o QVF prevê valor mínimo 1. Concluímos que ambos os mecanismos são compatíveis com o valor de n medido para o pulsar PSR J1734-3333, a saber $0,9 \pm 0,2$ o que seria uma possível evidência da atuação desses mecanismos.

3.2 Evolução do ângulo de inclinação magnética acoplada a diferentes mecanismos de perda de energia

Nesta seção, mostraremos que um torque atuando na EN pode ter efeito tanto na intensidade da velocidade angular Ω como na direção do vetor momento magnético

μ . Para isso, considere o sistema de coordenadas apresentado a seguir,

Figura 3.5 - Sistema de coordenadas



Fonte: Adaptado de Philippov et al. (2014)

Na Fig 3.5, o vetor velocidade angular Ω faz um ângulo ϕ com o vetor momento magnético μ . Vamos considerar o vetor \mathbf{K} como sendo um torque genérico atuando na EN. As equações para a variação temporal da velocidade angular são dadas por (PHILIPPOV et al., 2014)

$$I \frac{d\Omega}{dt} = \mathbf{K}. \quad (3.25)$$

Veja que as componentes K_x e K_y são perpendiculares a Ω e não alteram a magnitude da velocidade angular. Já a componente K_z se opõe a Ω e conseqüentemente, tem o efeito de diminuir sua intensidade.

Embora K_x não altere a magnitude de Ω , ela é responsável por rotacionar esse vetor no sentido horário do plano na página de modo que

$$\frac{d\Omega_x}{dt} = -\Omega \frac{d\phi}{dt}. \quad (3.26)$$

Multiplicando ambos os lados da Eq. 3.26 por I e usando a Eq. 3.25 chegamos em

Eq. 3.27

$$I\Omega \frac{d\phi}{dt} = -K_x. \quad (3.27)$$

Temos agora condições de definir as equações básicas do modelo de *spindown* com a evolução da velocidade angular acoplada à evolução do ângulo de inclinação magnética (TONG; KOU, 2017):

$$I \frac{d\Omega}{dt} = K_\Omega, \quad (3.28)$$

e

$$I\Omega \frac{d\phi}{dt} = K_\phi. \quad (3.29)$$

Em suma, a Eq. 3.28 está relacionada à componente z do torque que atua na EN, sendo ela a responsável pela evolução temporal da velocidade angular. A Eq. 3.29 refere-se ao torque que atua no sentido de variar o ângulo de inclinação magnética.

Utilizando uma detalhada parametrização, Philippov et al. (2014) obtêm uma equação que relaciona K_Ω e K_ϕ da seguinte forma:

$$K_\phi = [K_\Omega(0^\circ) - K_\Omega(90^\circ)] \sin \phi \cos \phi, \quad (3.30)$$

ou seja, o torque relacionado à variação do ângulo é proporcional à diferença entre o torque relacionado à variação da velocidade angular quando o pulsar está alinhado e o torque quando o pulsar tem seu eixo de rotação perpendicular ao eixo magnético.

3.2.1 VP + RDM acoplados à evolução do ângulo de inclinação magnética

Vimos na seção 2.4 que a perda combinada de energia pelos mecanismos de RDM e VP é dada pela Eq. 2.51. Igualando a Eq. 3.3 à Eq. 2.51, obtêm-se,

$$I \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{2\mu^2\Omega^3}{3c^3}\chi. \quad (3.31)$$

Aqui utilizaremos para χ o modelo de *vacuum gap* com radiação de curvatura, porém, considerando o formalismo de *pulsar death*, algo necessário ao se levar em conta a

evolução tardia dos pulsares (Veja Apêndice B). Assim, a Eq. 3.31 torna-se,

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{B^2 R^6 \Omega^3}{6Ic^3} \chi_{VG}^{CR}, \quad (3.32)$$

com

$$\chi_{VG}^{CR} = \sin^2 \phi + 4.96 \times 10^2 \zeta \left(1 - \frac{\Omega_{death}}{\Omega} \right) B_{12}^{-8/7} \Omega^{-15/7}, \quad (3.33)$$

onde utilizamos $\mu = 1/2BR^3$. Combinado as Eqs. 3.28, 3.29, 3.30 e 3.32 é fácil mostrar que,

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{B^2 R^6 \Omega^2}{6Ic^3} \sin \phi \cos \phi. \quad (3.34)$$

As Eqs. 3.32 e 3.34 formam um sistema de equações diferenciais acopladas cuja resolução nos fornecerá a evolução temporal da velocidade angular e do ângulo de inclinação com a presença dos freios por RDM e VP.

3.2.2 Adição do termo de perda por OGs

Vamos adicionar à Eq. 3.32 um termo referente à perda de energia por OGs. Para isso reescrevemos a Eq. 2.37 tomando uma leve deformação da EN como sendo de origem magnética e fazendo $\epsilon = \epsilon_B$ (veja Eq. 4.6). Feito isso, obtêm-se,

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{B^2 R^6 \Omega^3}{6Ic^3} \chi_{VG}^{CR} - \frac{32I\kappa^2 B^4 R^8}{5GM^4 c^5} \sin^4 \phi \Omega^5. \quad (3.35)$$

Utilizando as Eqs. 3.28, 3.29, 3.30 e 3.35, podemos chegar numa equação para $d\phi/dt$ dada por,

$$\frac{d\phi}{dt} = -\left(\frac{B^2 R^6 \Omega^2}{6Ic^3} + \frac{32I\kappa^2 B^4 R^8}{5GM^4 c^5} \Omega^4 \right) \sin \phi \cos \phi. \quad (3.36)$$

As Eqs. 3.35 e 3.36 compõe um sistema de equações diferenciais acopladas, e a resolução do sistema nos fornecerá a evolução da velocidade angular e do ângulo de inclinação no tempo, com a presença dos freios por RDM e VP e OGs.

3.2.3 Adição do termo de perda por QVF

Vamos supor agora que o QVF atua juntamente com as perdas por VP e por RDM. Queremos um novo sistema de equações diferenciais do qual seremos capazes de obter numericamente as soluções $\Omega(t)$ e $\phi(t)$.

Combinando as Eqs. 3.6 e 3.32, é possível mostrar que

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{B^2 R^6 \Omega^3}{6Ic^3} \chi_{VG}^{CR} - \frac{\alpha B^4 R^4}{75\pi Ic B_c^2} \sin^2 \phi \Omega. \quad (3.37)$$

Para obtermos a equação diferencial referente à derivada temporal do ângulo de inclinação magnética, basta combinarmos as Eqs. 3.28, 3.29, 3.30 e 3.37 para obter,

$$\frac{d\phi}{dt} = -\left(\frac{B^2 R^6 \Omega^2}{6Ic^3} + \frac{\alpha B^4 R^4}{75\pi Ic B_c^2} \right) \sin \phi \cos \phi. \quad (3.38)$$

As Eqs. 3.37 e 3.38 constituem o sistema de equações diferenciais acopladas que iremos resolver para obter $\Omega(t)$ e $\phi(t)$ com a presença dos freios por RDM, VP e QVF.

3.2.4 Soluções para $\Omega(t)$ e $\phi(t)$

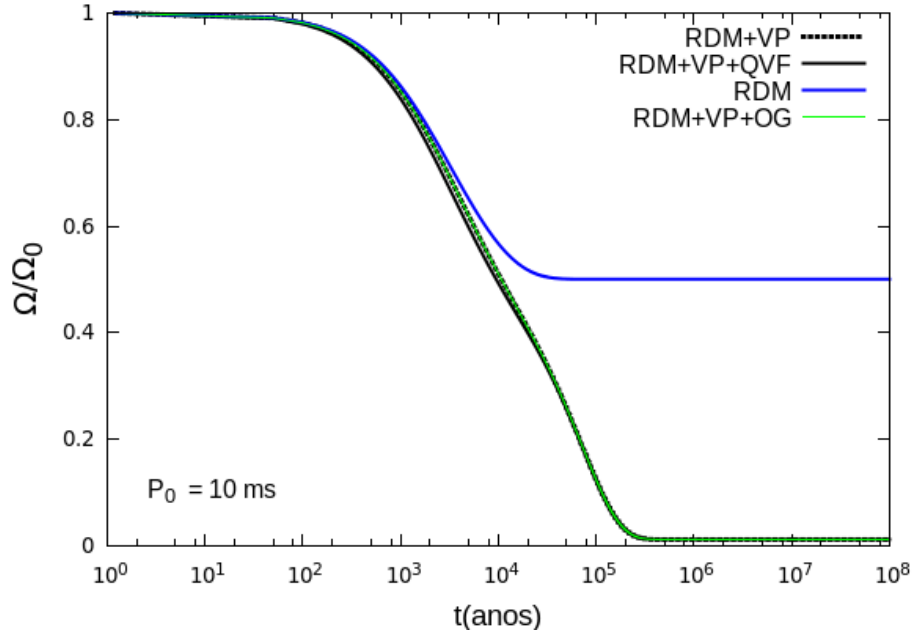
A essa altura, nosso problema resume-se a calcular $\Omega(t)$ e $\phi(t)$ em cada um dos sistemas de equações diferenciais que obtivemos.

O primeiro sistema é composto pelas Eqs. 3.32 e 3.34 e trata do problema da evolução temporal do ângulo de inclinação magnética acoplada à combinação dos mecanismos de perda de energia por RDM e VP. O segundo sistema é constituído pelas Eqs. 3.35 e 3.36 e sua resolução traz a evolução temporal do ângulo de inclinação magnética acoplada à combinação dos mecanismos de perda de energia por RDM, VP e OGs. As Eqs. 3.37 e 3.38 compõe o terceiro sistema de equações diferenciais acopladas cuja resolução nos fornecerá a evolução temporal do ângulo da inclinação magnética acoplada à combinação dos mecanismos de perda de energia por RDM, VP e QVF.

As soluções desejadas foram obtidas resolvendo-se numericamente os sistemas de equações diferenciais construídos e o resultado é apresentado nas Figs. 3.6 e Fig. 3.7, respectivamente para $\Omega(t)$ e $\phi(t)$.

Na Fig. 3.6 colocamos no eixo y , apenas a título de simplificação, a razão Ω/Ω_0 e

Figura 3.6 - Evolução temporal da velocidade angular



Fonte: Produção do autor

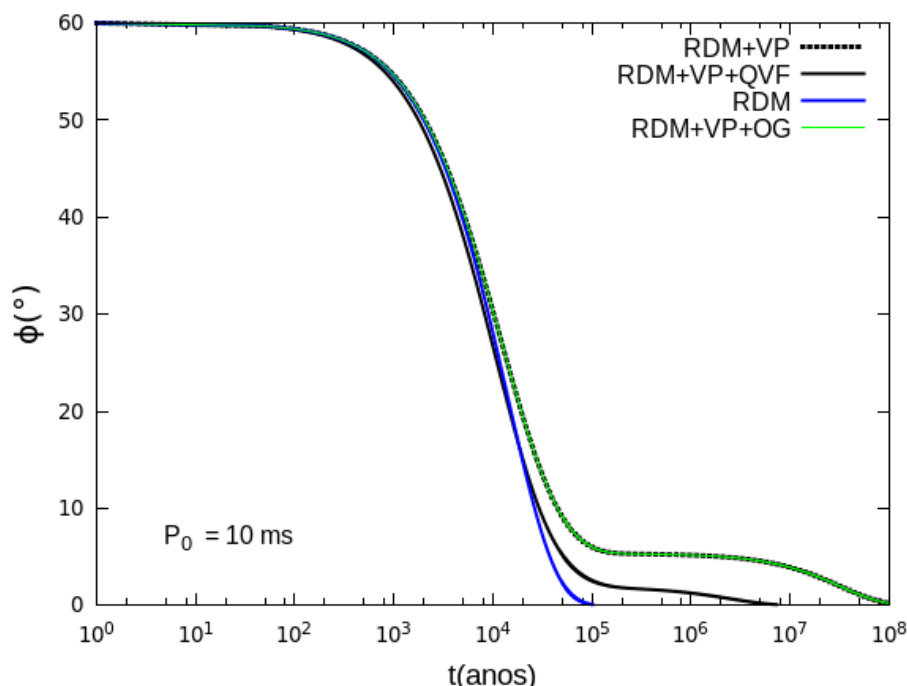
tomamos em nossos cálculos um período inicial P_0 de 10 ms.

No que diz respeito à evolução da velocidade angular, o mecanismo de RDM combinado ao VP praticamente não sofre modificações ao adicionarmos os termos das perdas por OGs e QVF como pode ser visto na Fig. 3.6, tendo em vista a sobreposição da curva tracejada às curvas em preto e em verde. Além disso, cada uma das combinações de torques, acopladas à evolução temporal do ângulo de inclinação magnética, levariam a rotação a cessar a partir de $\approx 2 \times 10^5$ anos.

Traçamos também em azul, uma curva referente ao mecanismo de RDM atuando concomitantemente à evolução de ϕ na velocidade angular do pulsar: veja que próximo de 10^5 anos, Ω/Ω_0 assume valor constante, e assim segue para todos os valores de $t > 10^5$ anos. Isso significa que se tivéssemos exclusivamente a perda por RDM acoplada à variação de ϕ em ação, a partir de 10^5 anos não seria possível medir qualquer $\dot{\Omega}$ e a rotação permaneceria constante.

Partimos agora para a análise sobre como o ângulo de inclinação magnética evolui no tempo considerando as diferentes formas de perda de energia que aqui estamos

Figura 3.7 - Evolução temporal do ângulo de inclinação magnética



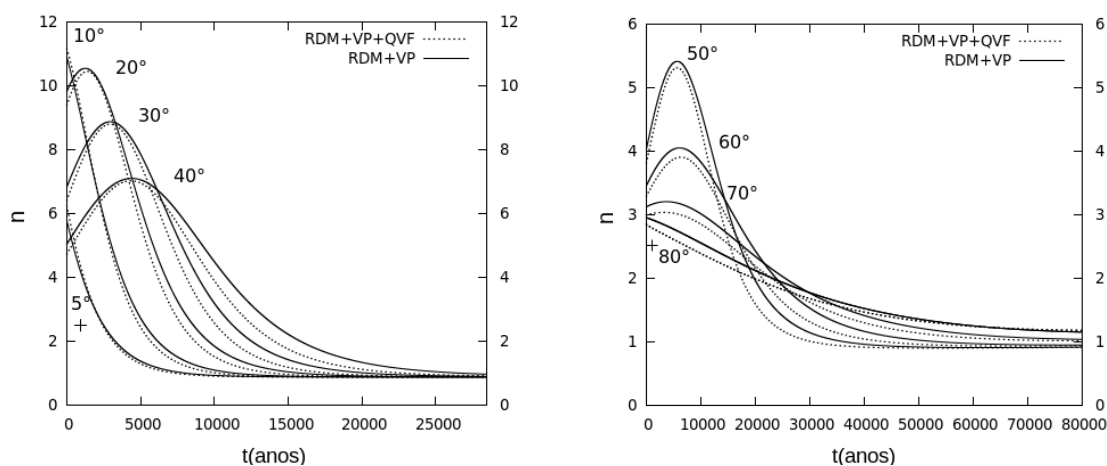
Fonte: Produção do autor

tratando (Fig. 3.7). Em um primeiro momento, vemos que independentemente dos torques considerados, nesse modelo temos a tendência ao alinhamento entre os eixos de rotação e magnético e a atuação dos diferentes torques é responsável por atrasar esse alinhamento, uma vez que a presença exclusiva do RDM leva ao alinhamento em apenas 10^5 anos.

Analisando primeiramente a curva em azul (Fig. 3.7), se na Fig. 3.6 tínhamos que a rotação do pulsar deixaria de diminuir quando condicionada à perda por radiação magneto-dipolar a partir de 10^5 anos, na Fig. 3.7 vemos que a atuação única desse torque, levaria ao alinhamento entre o eixo de rotação e eixo magnético, e a EN, embora mantivesse rotação constante, não seria mais detectada como pulsar, ou seja, ela não emitiria mais pulsos de radiação eletromagnética.

Os mecanismos de QVF e OG não influenciaram significativamente a evolução de Ω na Fig. 3.6 com relação à combinação RDM e VP. Entretanto, acerca da evolução do ângulo ϕ , vemos que o QVF tem um efeito mais apreciável quando comparado à perda de energia por OGs, porque enquanto a curva em preto atinge $\phi = 0$ próximo

Figura 3.8 - $n \times t$ para diferentes ângulos iniciais



Fonte: Produção do autor

de 10^7 anos, a curva em verde atinge $\phi = 0$ próximo de 10^8 anos, ou seja, a presença do QVF leva ao alinhamento mais depressa do que quando comparada ao efeito da presença da perda por OGs. Na verdade, a perda por OGs nem mesmo se distingue no modelo dada a sobreposição das curvas tracejada e em verde.

3.2.5 Evolução de $n(t)$

Uma vez que obtivemos uma solução para $\Omega(t)$ na seção 3.2.4 para diferentes tipos de mecanismos de perda de energia, podemos também simular a evolução temporal do *braking index* através da Eq. 3.39

$$n(t) = \frac{\Omega(t)\ddot{\Omega}(t)}{[\dot{\Omega}(t)]^2}. \quad (3.39)$$

O resultado é mostrado na Fig. 3.8. As curvas são traçadas levando em conta diferentes ângulos iniciais em dois conjuntos distintos apenas para melhor visualização dos resultados. Consideramos novamente as perdas de energia por RDM, VP e QVF³, lembrando que n depende também da evolução de ϕ pois o modelo foi construído com base em equações diferenciais acopladas para as variáveis Ω e ϕ .

³A perda por OGs foi omitida porque não possui qualquer efeito na evolução temporal de n quando adicionada à combinação VP mais RDM.

Analisemos primeiro a Fig. 3.8 (à esquerda) para os ângulos iniciais $5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ e 40° . O índice de frenagem tem uma sensível dependência do ângulo inicial para pequenos valores de t , porém para $t > 25000$ anos, n converge para 0,9 independente do ângulo inicial considerado e dos mecanismos de perda de energia levados em conta. Contudo, note que a atuação do QVF, representada pela curva tracejada, faz com que n assumam valores um pouco menores conforme o ângulo inicial vai aumentando, porque enquanto para 5° as curvas tracejada e contínua são bem próximas, para 40° elas já se apresentam mais afastadas.

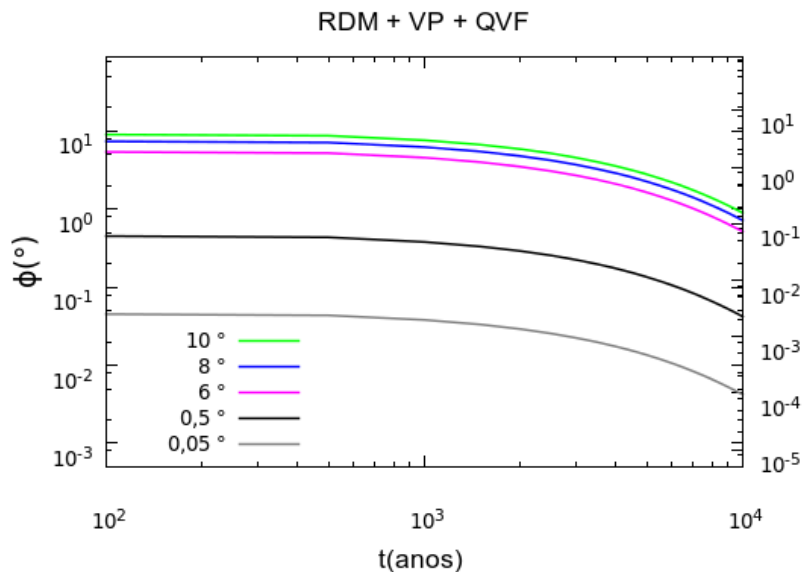
Exceto para o ângulo inicial de 5° , vemos que quanto maior o ângulo de inclinação magnética inicial, menores os valores do índice de frenagem. Para 5° e 10° , n assume um comportamento decrescente desde zero até valores de t próximos de 10^4 anos, e partir disso, o índice de frenagem tem um valor constante próximo de 0,9.

Vimos na seção 3.2.4 que a presença do QVF acelera o processo de alinhamento do pulsar (Fig. 3.7). Caso o pulsar nasça com um ângulo de inclinação pequeno, a evolução do índice de frenagem não sofre apreciavelmente a influência do QVF, já que as curvas tracejadas e contínuas para pequenos ângulos são próximas. Isso nos leva a seguinte questão: se o QVF não atua apreciavelmente no índice de frenagem para pequenos ângulos iniciais, sua eficiência no processo de alinhamento em si se mantém quando tomamos ângulos muito pequenos? Para responder essa pergunta, traçamos um gráfico de $\phi(t) \times t$ com e sem a presença do QVF tomando alguns pequenos ângulos iniciais. O resultado é mostrado na Fig. 3.9

O que queremos é verificar se a atuação do QVF faz com que o ângulo de inclinação magnética decresça mais rapidamente para ângulos iniciais bem pequenos, isto é, para uma situação em que o pulsar nasce com seus eixos de rotação e de inclinação magnética quase alinhados. Vemos na Fig. 3.9 que a evolução do ângulo é bastante lenta e começa a ter uma variação perceptível somente acima de 10^3 anos. Como podemos observar, mesmo para ângulos iniciais muito pequenos o QVF ainda é capaz de levar $\phi(t)$ a valores ainda menores se compararmos à evolução de $\phi(t)$ submetida a influência exclusiva da combinação RDM +VP.

Ainda assim, essa diferença entre a presença ou não do QVF não se manifesta com demasiada discrepância no comportamento de $\phi(t)$ para ângulos iniciais bem pequenos e provavelmente não se manifestaria também em qualquer $\dot{\phi}$ que venha ser inferido observacionalmente. De qualquer maneira, é interessante concluir que o QVF teria esse papel de adiantar o decrescimento de $\phi(t)$ em uma situação em que o alinhamento do pulsar ocorresse.

Figura 3.9 - $\phi \times t$ para diferentes ângulos iniciais



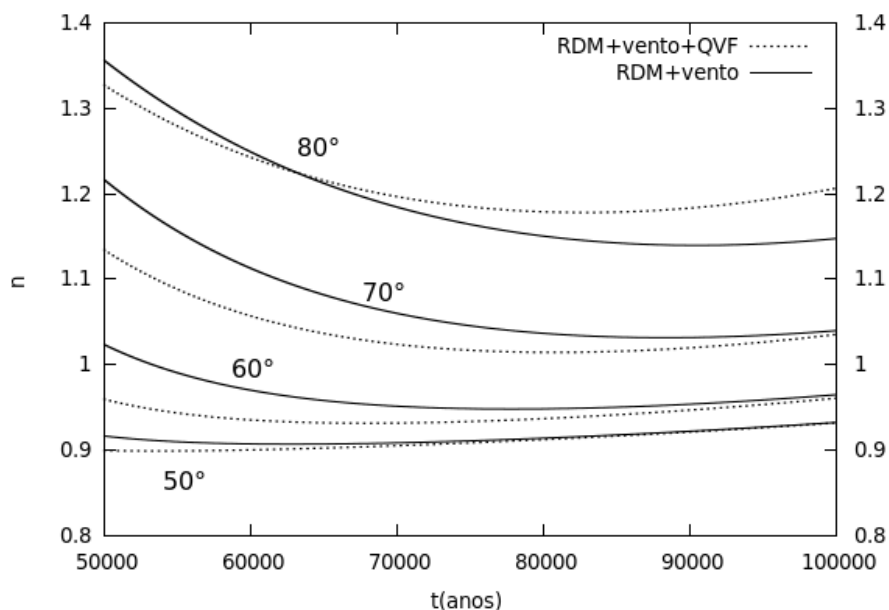
Fonte: Produção do autor

Trataremos agora a evolução de n para ângulos iniciais relativamente grandes como apresentado na Fig. 3.8 (à direita) para os ângulos iniciais 50° , 60° , 70° e 80° . Perceba que a diferença entre a inclusão e a não inclusão do QVF já se torna mais pronunciada no comportamento de n , e até próximo de 1200 anos n é menor quando QVF está presente para qualquer um dos ângulos iniciais.

Na Fig. 3.8 colocamos uma cruz nos dois gráficos referente à localização do pulsar do Caranguejo nos gráficos, tendo ele $n = 2.51$ e aproximadamente 960 anos de idade (ALEKSIĆ et al., 2015), e observa-se que o modelo não contempla esse pulsar dados os ângulos iniciais usados para os cálculos. Entretanto, podemos mencionar que detalhes como decaimento de campo magnético e do interior da EN, interação com o plasma magnetosférico, etc., não são levados em conta na nossa modelagem e é razoável supor que tais detalhes sejam relevantes para um estudo mais abrangente.

Ao contrário do que acontece no gráfico da Fig. 3.8 à esquerda onde o índice de frenagem converge para 0,9 independentemente do ângulo inicial ϕ_0 considerado, no gráfico da Fig. 3.8 à direita é possível notar que n já exhibe uma relação de dependência com ϕ_0 para grandes valores de t . Para melhor visualizar a natureza dessa dependência, ampliamos a região correspondente ao intervalo de 5×10^4 a 10^5 anos como mostrado na Fig. 3.10.

Figura 3.10 - $n \times t$ - ampliação da região correspondente à evolução tardia



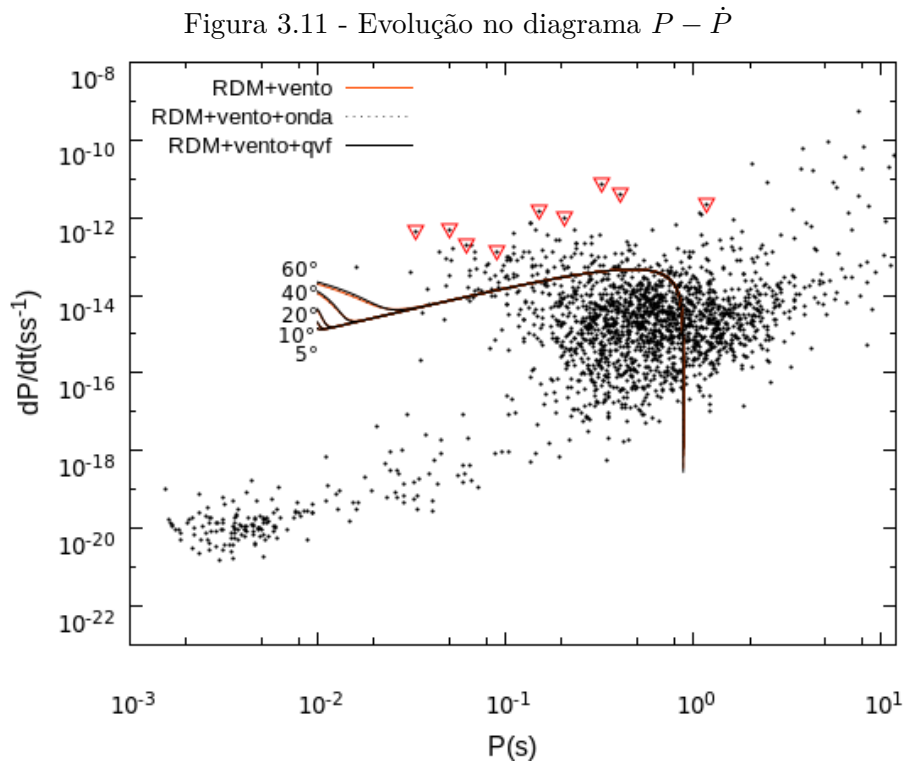
Fonte: Produção do autor

Observe que quanto maior for ϕ_0 , maior o índice de frenagem. Para os ângulos iniciais menores que 70° , a atuação do QVF é responsável por menores valores de n e, conforme avançamos para t maiores, próximo de 10^5 anos tais valores já se tornam iguais aos valores relacionados a RDM mais VP. O comportamento de n para $\phi_0 = 80^\circ$ se diferencia dos demais no intervalo de tempo considerado, pois as curvas relacionadas a esse ângulo inicial se cruzam próximo de 65 mil anos, sendo que a partir desse t , com RDM sempre presente, o VP leva a valores menores de n quando comparados aos valores assumidos por n quando o QVF está presente.

Perceba que essas variações de n exibidas na Fig. 3.10 são muito pequenas. Porém, podemos argumentar que os intervalos de n medidos são também pequenos. Se olharmos para todos os valores de índices de frenagem medidos na Tab. 3.1, vemos que o menor valor é $0,9 \pm 0,2$ para o pulsar PSR J1737-3333, e o maior valor é $3,15 \pm 0,03$ para o pulsar PSR J1640-4631. Ainda, olhando para os dois menores valores temos $0,9 \pm 0,2$ e $1,4 \pm 0,2$, esse último para o pulsar PSR J0835-4510 (Vela). Perceba que esses são valores muito próximos um do outro tomando os erros apresentados.

3.2.6 Evolução no diagrama $P - \dot{P}$

Como foi possível obter numericamente a solução $\Omega(t)$ para os modelos de RDM mais VP, RDM mais VP com a adição do QVF e RDM mais VP mais a inclusão da perda por OGs, geramos as derivadas $\dot{\Omega}(t)$ para podermos analisar os caminhos evolutivos no diagrama $P - \dot{P}$ para diferentes ângulos iniciais, lembrando que $\Omega = 2\pi/P$ e que esse modelo foi desenvolvido com os mecanismos de perda de energia acoplados à evolução temporal do ângulo de inclinação magnética. Mostramos o resultado na Fig. 3.11.



Fonte: Produção do autor

Algo que podemos notar de imediato é que os modelos considerados levam a um mesmo caminho evolutivo sem diferenças substanciais entre si. Quanto aos diferentes ângulos iniciais considerados, veja que eles apenas influenciariam o início da trajetória, sendo que a partir de certo momento, as curvas assumem uma trajetória em comum que levaria os pulsares a evoluírem dentro do conjunto dos pulsares de rádio sem passar para a classe dos SGRs/AXps (magnetares). Para um ângulo inicial de 60° , por exemplo, o pulsar evoluiria para a direita num movimento

descendente - quando a RDM é o mecanismo de perda de energia dominante - e posteriormente começa a subir - quando VP é o mecanismo de perda de energia dominante. E por fim, o pulsar seguiria para a região de *pulsar death* (LORIMER; KRAMER, 2004), onde pararia de emitir radiação.

Os caminhos evolutivos obtidos nesse modelo não contemplam os jovens pulsares que possuem seus *braking indices* bem medidos, representados por triângulos vermelhos na Fig. 3.11. Veja que para valores pequenos de t nos gráficos da Fig. 3.8 referentes às curvas $n \times t$, os índices assumem valores entre 3 e $\approx 11,5$ para ângulos iniciais entre 10° e 70° , e valores de n maiores que 3,15 ainda não foram observados (veja Tab. 3.1). Uma possível justificativa para o fato do modelo da combinação de diferentes torques acoplados à variação do ângulo de inclinação magnética não explicar os valores de n que conhecemos e não prever um possível caminho evolutivo para os nove jovens pulsares é que esses pulsares podem, possivelmente, estar passando por um processo de desalinhamento acompanhado de mecanismos de perda de energia desconhecidos ou mais complexos do que aqueles apresentados aqui. Vale ressaltar que não incluímos uma possível evolução dinâmica do campo magnético e de fenômenos atrelados à estrutura interna da EN, os quais são detalhes que podem vir a ter alguma relevância no estudo *spindown* de pulsares. Ainda assim, é possível dizer que o modelo pode vir a fornecer explicação exequível para eventuais observações futuras cujos resultados representem $\dot{\phi}$ menores que zero⁴ ou valores relativamente grandes de n .

No próximo capítulo voltaremos nossa atenção para a detectabilidade de OGs provenientes de pulsares produzidas tanto pela deformidade não axi-simétrica como pelo movimento de precessão caracterizado pelo *wobble angle*.

⁴Coelho et al. (2016) inferem valores negativos e positivos para $\dot{\phi}$ para diferentes pulsares. Usando um formalismo semelhante ao adotado em nossos cálculos, Ekşi et al. (2016) obtém $\dot{\phi} = -(0,23 \pm 0,05)^\circ\text{século}^{-1}$ para o pulsar PSR 1640-4631, mas de modo geral, para demais pulsares os modelos levam a valores positivos de $\dot{\phi}$ (TIAN, 2018)

4 DETECTABILIDADE DE OGS PROVENIENTES DE PULSARES

Vimos que a perda de energia que se dá integralmente pela emissão de OGS leva a um índice de frenagem igual a 5. Esse é o chamado *spindown limit* e sabemos que a OG gerada nesse limite tem amplitude dada por (AASI et al., 2014),

$$h^2 = \frac{5 G I |\dot{\nu}_{rot}|}{2 c^3 r^2 \nu_{rot}}. \quad (4.1)$$

Vamos modificar a Eq. 4.1 para que ela leve em conta $n < 5$. Seja $\dot{\nu}_{rot}$ a parte de $\dot{\nu}_{rot}$ relacionada ao freio por emissão de OG tal que,

$$\dot{\nu}_{rot} = \eta \dot{\nu}_{rot}. \quad (4.2)$$

A amplitude modificada passa a ser

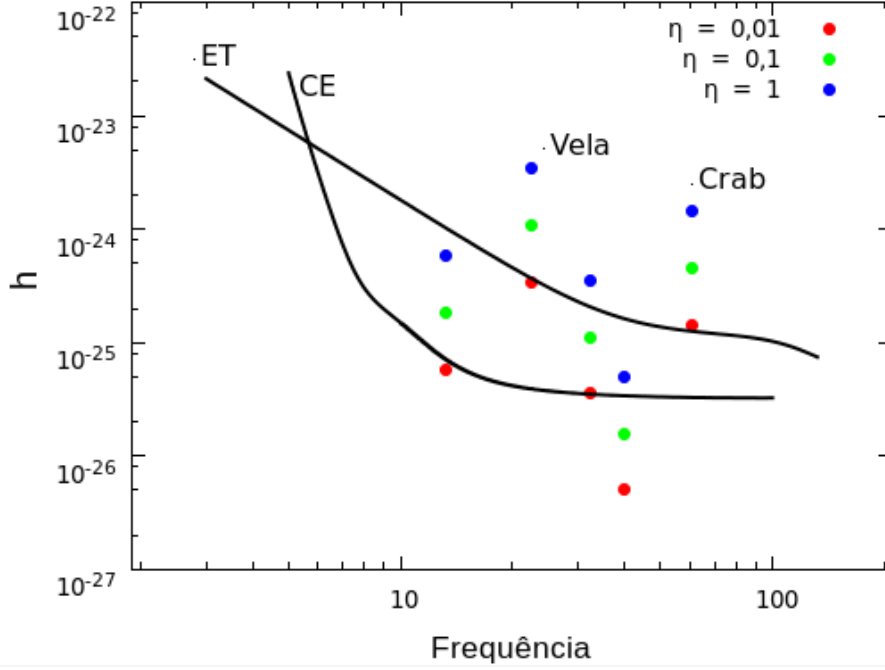
$$\bar{h}^2 = \frac{5 G I |\dot{\nu}_{rot}|}{2 c^3 r^2 \nu_{rot}} \eta. \quad (4.3)$$

Podemos utilizar a Eq. 4.3 para calcular a amplitude modificada para alguns pulsares da Tab. 3.1 tomando diferentes valores de η . Para isso, fixamos o valor do MI como $I = 10^{38} \text{ kg m}^2$ e retiramos distâncias estimadas (r) do catálogo ATNF (CSIRO, 2018). O resultado é mostrado na Fig. 4.1, onde plotamos também as curvas de sensibilidade dos detectores ET e CE (veja o Apêndice C) calculadas respectivamente para os tempos de integração de 250 s e 600 s.

Veja que, de acordo com a Fig. 4.1, o pulsares Vela e do Caranguejo teriam chances de detecção pelo ET se possuírem $\eta = 0,01$. Já para o pulsar PSR J1833-1034 há chances de detecção pelo CE também $\eta = 0,01$. Embora esses valores de η possam ser considerados altos, é possível considerar esses resultados como otimistas, pois, as curvas de sensibilidades são construídas normalmente considerando-se o *spindown limit*, sendo mais plausível levar em conta a presença de outros mecanismos de perda de energia, uma vez que captamos sinais de ondas eletromagnéticas dos pulsares e, portanto, eles perdem energia por radiação eletromagnética.

Por outro lado, a amplitude da OG se relacionada à elipticidade do pulsar de acordo com a equação 4.4,

Figura 4.1 - Estimativas para a amplitude modificada para diferentes valores de η



Estimativas da amplitude de OGs modificada para diferentes valores de η . Da direita para a esquerda temos os pulsares PSR J1513-5908, PSR J0835-4510 (Vela), PSR J1833-1034, PSR J0540-6919, PSR J0534+2200 (Caranguejo). Em azul, verde e vermelho, temos, respectivamente as eficiências de 1%, 10% e 100% de produção de ondas gravitacionais. Para traçar as curvas de sensibilidade dos detectores utilizamos a razão sinal-ruído $S/N = 5$ e os tempos de integração 250 s e 600 s para ET e CE respectivamente.

Fonte: Produção do autor

$$h = \frac{16\pi^2 GI \epsilon}{c^4 r} \nu_{rot}^2. \quad (4.4)$$

Igualando as Eqs. 4.3 e 4.4 obtemos a elipticidade como,

$$\epsilon = \sqrt{\frac{5c^5 \dot{P} P^3}{512\pi^4 GI} \eta}. \quad (4.5)$$

Se supusermos uma elipticidade que seja provocada pelo próprio campo magnético da EN, representada pela elipticidade ϵ_B , temos que (REGIMBAU; PACHECO, 2006)

$$\epsilon_B = \kappa \frac{B_0^2 R^4}{GM^2} \sin^2 \phi, \quad (4.6)$$

onde M é a massa da estrela e κ é o parâmetro de distorção. O parâmetro de distorção depende da configuração do campo magnético e da EOS empregada e para uma estrela composta por fluido incompressível com um campo magnético dipolar, temos $\kappa \approx 10$ (REGIMBAU; PACHECO, 2006). Faremos agora um cálculo interessante que nos fornecerá algum detalhe sobre a influência de ϵ_B na amplitude da OG. Denotemos o campo magnético resultante do modelo do RDM por \bar{B}_0 :

$$\bar{B}_0^2 \sin^2 \phi = \frac{3Ic^3}{4\pi^2 R^6} P\dot{P}. \quad (4.7)$$

Veja que na Eq. 4.7 aparece uma divisão por 4 e não por 2 como apresentado na seção 2.1. Isso é porque aqui estamos considerando um campo magnético superficial médio e não o campo magnético no polo da estrela conforme considerado na seção 2.1. Assim, a Eq. 3.11 pode ser reescrita como

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{5}{384} \frac{c^2 B_0^2 R^6 \sin^2 \phi}{G\pi^2 I^2 \epsilon^2 \nu_{rot}^2}}. \quad (4.8)$$

Combinando as Eqs. 4.5, 4.7 e 4.8, é simples mostrar que

$$\eta = 1 - \frac{B_0^2}{\bar{B}_0^2}. \quad (4.9)$$

Substituindo a Eq. 4.9 na Eq. 4.6 obtemos para ϵ_B

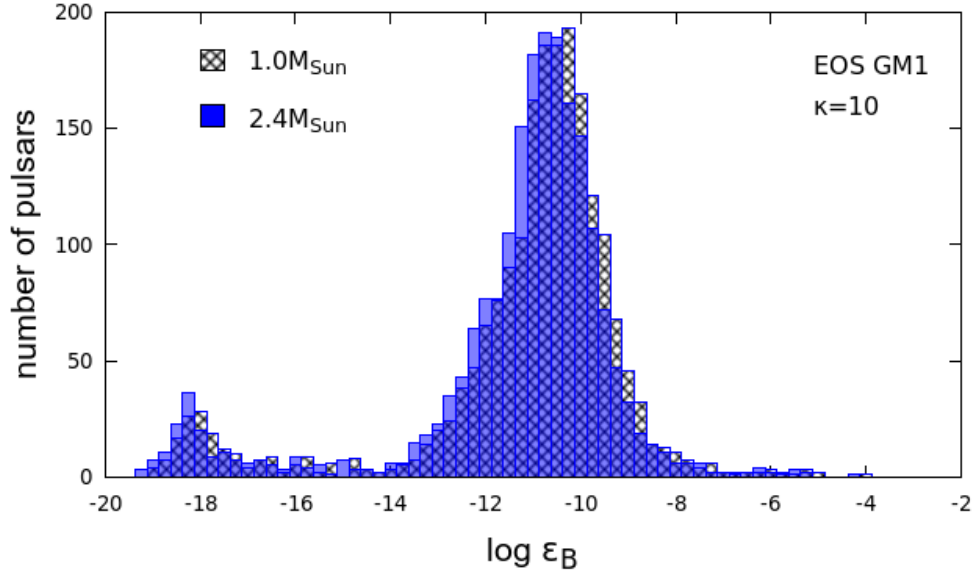
$$\epsilon_B = \frac{3Ic^3 P\dot{P}(1 - \eta)}{4\pi^2 R^2 GM^2} \kappa. \quad (4.10)$$

Na prática $\eta \ll 1$, o que leva a

$$\epsilon_B = \frac{3Ic^3 P\dot{P}}{4\pi^2 R^2 GM^2} \kappa. \quad (4.11)$$

Na Fig. 4.2 mostramos um histograma da elipticidade magnética para 2011 pulsares

Figura 4.2 - Pulsares distribuídos em $\log \epsilon_B$ considerando diferentes valores de massa



Em hachurado tomamos o valor mínimo de $1,0M_{\odot}$ enquanto em azul tomamos valor máximo $2,4M_{\odot}$ para as massas dos pulsares, valores retirados do modelo canônico EOS GM1 (GLENDEENING, 2000). Foram utilizados dados do catálogo ATNF (CSIRO, 2018).

Fonte: Produção do autor

onde usamos valores de massa máxima $2,4M_{\odot}$ corresponde a $R = 12$ km e $I = 3,1 \times 10^{38}$ kg m² e a massa mínima de $1M_{\odot}$ corresponde a $R = 14$ km e $I = 1,16 \times 10^{38}$ kg m², além de um parâmetro de distorção $\kappa = 10$. Vemos claramente uma concentração de pulsares com $\epsilon_B \sim 10^{-10}$. Também é fácil mostrar pela Eq. 4.10 que a eficiência pode ser escrita como,

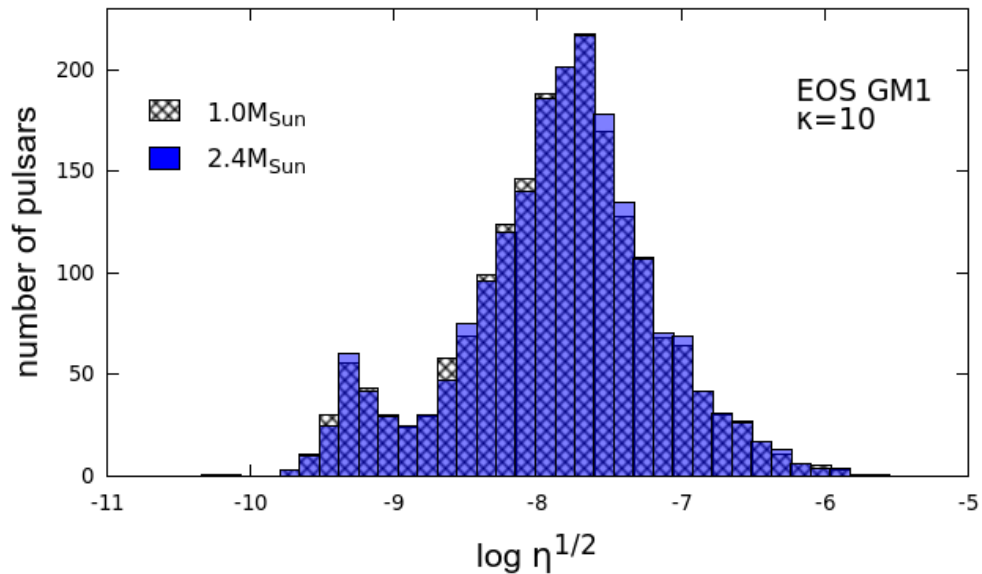
$$\eta \approx \frac{288}{5} \frac{I^3 c}{GM^4 R^4} \frac{\dot{P}}{P} \kappa^2, \quad (4.12)$$

onde fizemos novamente $\eta \ll 1$. Temos nas Eqs. 4.1 e 4.3 a amplitude da onda gravitacional respectivamente para o *spindown limit* h e para a situação em que queríamos expressar a amplitude da onda para índices de frenagem menor que 5, o que representamos por \bar{h} . Combinando as Eqs. 4.1 e 4.3, obtemos

$$\eta^{1/2} = \frac{\bar{h}}{h}. \quad (4.13)$$

Utilizamos a Eq. 4.12 para construir o histograma da Fig. 4.3, porém com valores de $\eta^{1/2}$ pelo fato do mesmo estar associado diretamente a quantidades de grande importância conforme a Eq. 4.13.

Figura 4.3 - Previsão para $\log \eta^{1/2}$ considerando diferentes valores de massa



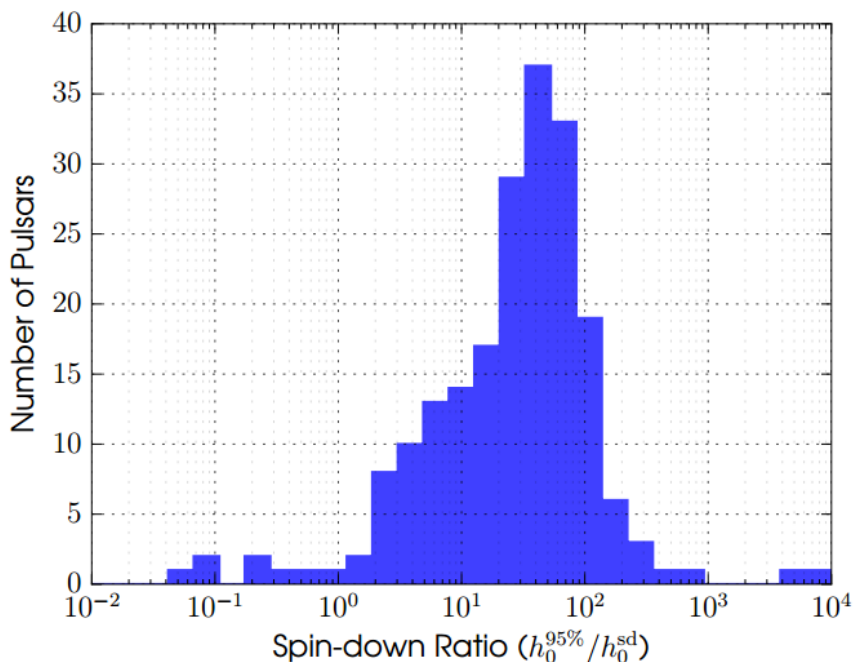
Temos aqui dois histogramas para o logaritmo da raiz de η , lembrando que $\eta^{1/2}$ é à razão \bar{h}/h onde \bar{h} é a amplitude modificada para adequar $n < 5$ e h é a amplitude da OG no *spindown limit*. Em hachurado tomamos o valor mínimo de $1,0M_{\odot}$ enquanto em azul tomamos valor máximo $2,4M_{\odot}$ para as massas dos pulsares, valores retirados do modelo canônico EOS GM1 (GLENDENNING, 2000). Foram utilizados dados do catálogo ATNF (CSIRO, 2018).

Fonte: Produção do autor

Observe como os valores muito pequenos obtidos para ϵ_B e η influenciam na detectabilidade das OGs geradas pelos pulsares. Para a maioria dos pulsares, $\bar{h}/h \sim 10^{-8}$ (Fig. 4.3), ou seja, a amplitude das OGs é em torno de oito ordens de grandeza menor do que a amplitude assumindo o *spindown limit*. Ainda que consideremos um caso bastante otimista, temos $\epsilon_B \sim 10^{-4}$ o qual está relacionado à eficiência correspondente $\eta \sim 10^{-11}$, isto é, a amplitude da OG seria entre cinco e seis ordens de grandeza menor que a amplitude no *spindown limit*.

A título de comparação, trazemos na Fig. 4.4 um resultado para buscas por OGs de 200 pulsares da primeira observação do detector de OGs adLIGO (ABBOTT et

Figura 4.4 - Distribuição de pulsares para razão entre a amplitude das OGs e a amplitude no *spindown limit*



Fonte: Abbott et al. (2017a)

al., 2017a). Nota-se que há uma distribuição similar à Fig. 4.3, porém os valores do eixo-x estão deslocados várias ordens de magnitude e as elipticidades obtidas são muito maiores do que as apresentadas aqui. Os autores não discorrem sobre a origem dessa deformação, enquanto na Figura 4.3 estamos tratando de uma elipticidade de origem explicitamente magnética. Contudo, ondas gravitacionais contínuas vindas dessas fontes ainda não foram detectadas e os os valores obtidos por (ABBOTT et al., 2017a), devem ser assumidos como limites superiores.

As previsões para a amplitude da OG foram feitas com os valores máximo (azul) e mínimo (hachurado) de massa. Veja que tal intervalo de massa não produz uma diferença significativa em $\log \eta^{1/2}$ e em $\log \epsilon^{1/2}$ e a maior parte dos pulsares permanece com a amplitude das OGs em torno de $\log \eta^{1/2} \approx 10^{-8}$, isto é, a amplitude permanece oito ordens de grandeza menor do que a amplitude no *spindown limit*, enquanto para $\log \epsilon^{1/2}$, o intervalo não desloca apreciavelmente o número de pulsares de seus valores de $\log \epsilon^{1/2}$ como pode ser visto na Fig. 4.2 e a maior parte deles permanece com $\log \epsilon_B^{1/2}$ entre $10^{-11} - 10^{-10}$.

4.1 OGs relacionadas à precessão do pulsar

Demonstramos na seção 2.2 a equação para perda de energia por um elipsóide não-axissimétrico ($I_1 \neq I_2$) rotacionando em torno de um eixo \vec{e}_3 . O objeto também irradiará quando for axissimétrico ($I_1 = I_2$) mas não rotacionar em torno de \vec{e}_3 e, como caso geral, ele irradiará quando for não-axissimétrico e rotacionar em torno de um eixo qualquer (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983).

Para o caso em que o objeto não rotaciona em torno de um eixo principal e é axissimétrico, vamos fixar a mesma direção para o momento angular \vec{J} e para o eixo \vec{e}_z no sistema de coordenadas inercial. As componentes do tensor de inércia no sistema de coordenada inercial são dadas pela Eq. 2.12 e a transformação das coordenadas do sistema de referência que rotaciona junto com o objeto para o sistema inercial é dada em termos dos ângulos de Euler (GOLDSTEIN, 2002):

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \sin \psi & \cos \psi \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta \sin \psi & \sin \alpha \sin \psi \\ -\sin \psi \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \cos \psi & -\sin \psi \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta \cos \psi & \sin \alpha \cos \psi \\ \sin \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

A velocidade angular e o eixo de simetria \vec{e}_3 rotacionam em torno de \vec{e}_z com velocidade angular constante $\dot{\beta}$ dada por

$$\dot{\beta} = J/I_1, \quad (4.14)$$

mantendo um ângulo constante α em relação a \vec{e}_z em um movimento de precessão livre, ao passo que o vetor velocidade angular precessiona em torno de \vec{e}_3 com velocidade angular

$$\dot{\psi} = (I_1 - I_3)\dot{\beta} \cos \alpha / I_3. \quad (4.15)$$

O chamado ângulo de oscilação α - em inglês *wobble angle* - é o ângulo entre \vec{e}_3 e \vec{e}_z que se mantém constante durante o movimento como precessão livre e o tal ângulo está relacionado a uma perda de energia (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$\frac{dE_{OG}}{dt} = -\frac{2G}{5c^5}(I_1 - I_3)\Omega^6\alpha^2. \quad (4.16)$$

Agora evocamos o parâmetro ε , o qual pode ser interpretado como o parâmetro ligado à deformidade da EN, ou mais especificamente, ε reflete o quão oblata a EN pode ser devido à sua rotação. Esse parâmetro é dado por (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983)

$$I_3 - I_1 \approx \varepsilon I_3. \quad (4.17)$$

Dessa forma, ficamos com

$$\frac{dE_{OG}}{dt} = \frac{2G}{5c^5}\varepsilon^2 I_3^2 \Omega^6 \alpha^2. \quad (4.18)$$

A amplitude da OG gerada no movimento de precessão é dada por (ZIMMERMANN, 1978)

$$h = \left(\frac{16\pi G \dot{E}_{OG}}{c^3 \Omega^2 4\pi r^2} \right)^{1/2}. \quad (4.19)$$

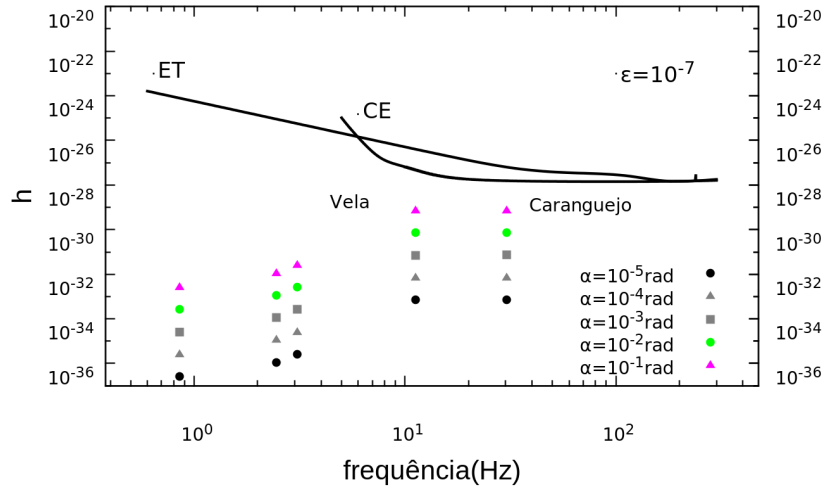
Substituindo a Eq. 4.18 na Eq. 4.19 chegamos Eq. 4.20

$$h \approx \frac{16\pi^2 \times 10^{-26}}{r_{kpc} P^2} \frac{I_{zz}}{10^{45}} \varepsilon \alpha. \quad (4.20)$$

Utilizando a Eq. 4.20, vamos fazer algumas previsões para a detectabilidade de alguns pulsares supondo que o movimento de precessão esteja presente e há produção de OG com uma amplitude dada pela Eq. 4.20. Utilizamos os valores $\varepsilon = 10^{-7}$, $\varepsilon = 10^{-5}$ e $\varepsilon = 10^{-3}$ e a distância r estimada para um grupo de pulsares em kpc. Para cada valor de ε fazemos o cálculo de h para um pequeno conjunto de valores de α . O resultado é mostrado nas Fig. 4.5, e 4.6, nas quais plotamos também as curvas de sensibilidade dos detectores ET e CE (veja Apêndice C) tomando um tempo de integração de 1 ano e razão sinal-ruído $S/N = 5$.

Analisemos o resultado mostrado na Fig. 4.5. Para $\varepsilon = 10^{-7}$, as ENs são tão pouco oblatas que mesmo com um *wobble angle* relativamente grande ($\alpha = 0,1\text{rad}$), o

Figura 4.5 - Previsão de detectabilidade de OGs geradas por movimento de precessão para alguns pulsares



No gráfico as colunas de pontos são referentes a diferentes pulsares. Da esquerda para a direita temos: PSR J1734-3333, PSR J1119-6127, PSR J1846-0258, PSR J0835-4510 (Vela), PSR J0534+2200 (Caranguejo). Para traçar as curvas de sensibilidade dos detectores utilizamos a razão sinal-ruído $S/N = 5$ e o tempo de integração de 1 ano respectivamente.

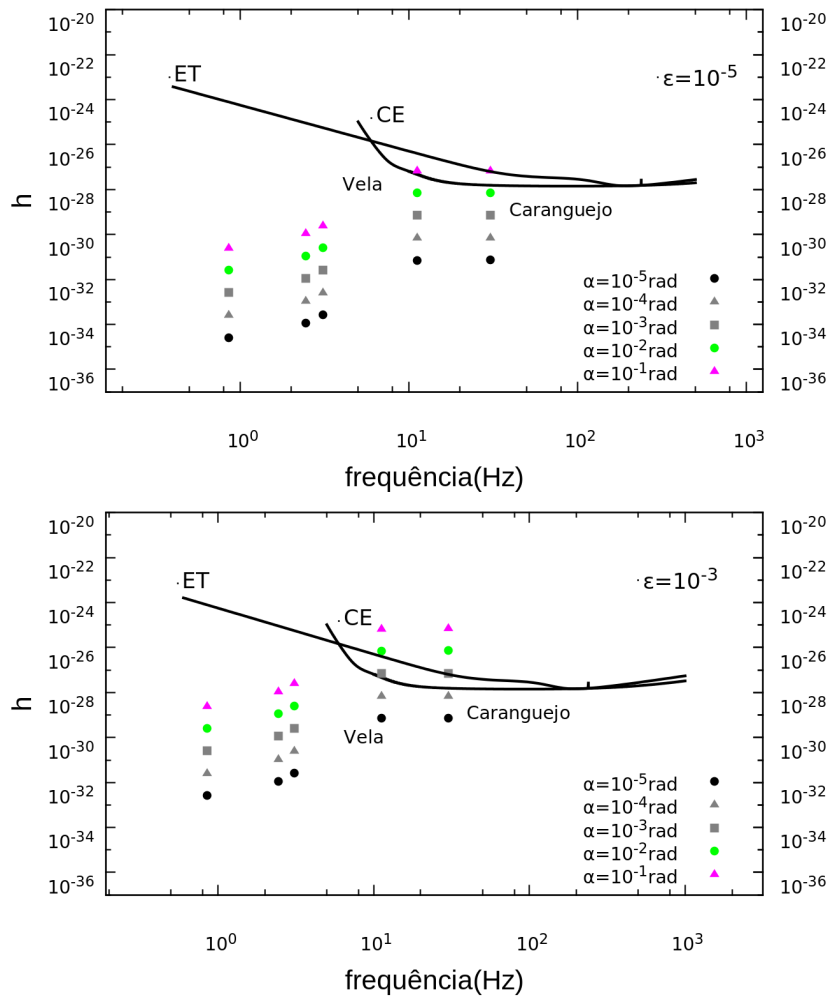
Fonte: Produção do autor

pulsar do Caranguejo e o pulsar Vela não seriam detectados pelo ET e CE devido ao movimento de precessão.

Veja que o produto $\epsilon \times \alpha$ que aparece na Eq. 4.20 mantém a ordem de grandeza, e conseqüentemente sua expressividade no valor de h , para os casos $\epsilon = 10^{-5}$ e $\alpha = 10^{-1}$ na Fig. 4.6 (superior) e $\epsilon = 10^{-3}$ e $\alpha = 10^{-3}$ na Fig. 4.6 (inferior) para os pulsares Caranguejo e Vela. Como consideramos $\epsilon = 10^{-5}$ um valor mais realístico para ENs, na melhor das hipóteses poderíamos esperar detecção de OGs provenientes de um movimento de precessão desses pulsares se $\alpha = 0,1$ rad tomando um tempo de integração de 1 ano.

Sendo assim, esse resultado nos mostra que é pertinente explorarmos a possibilidade de detecção de um sinal contínuo de OGs gerado pelo movimento de precessão, para que, futuramente, quando pulsares começarem a ser detectados pela terceira geração de detectores de OGs possamos interpretar corretamente a natureza da produção da OG bem como as características da própria fonte.

Figura 4.6 - Previsão de detectabilidade de OGs geradas por movimento de precessão para alguns pulsares



No gráfico as colunas de pontos são referentes a diferentes pulsares. Da esquerda para a direita temos: PSR J1734-3333, PSR J1119-6127, PSR J1846-0258, PSR J0835-4510 (Vela), PSR J0534+2200(Caranguejo). Acima foi considerado $\epsilon = 10^{-5}$ e abaixo temos $\epsilon = 10^{-3}$. Novamente utilizamos um tempo de integração de 1 ano e a razão sinal-ruído $S/N = 5$ para traçarmos as curvas de sensibilidade dos detectores de OGs *Einstein Telescope* e *Cosmic Explorer*.

Fonte: Produção do autor

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Baseados no formalismo desenvolvido por Araujo et al. (2016b), Araujo et al. (2016a) e Coelho et al. (2016), nesse trabalho estivemos interessados em estudar a função $g(B_0, \dot{B}_0, \phi, \dot{\phi})$ - uma função útil ligada a parâmetros importantes no estudo dos pulsares - e verificar qual o comportamento de g em termos de η que é a eficiência de geração de OGs e em termos de ϵ que é a elipticidade da EN. Vimos no Cap. 3 (Fig. 3.1) que g não depende sensivelmente de η para pequenos valores da eficiência. Por outro lado, quando maior for η mais rápido o crescimento de g . Em suma, quanto maior for a perda de energia por OGs, maior seria a evolução do campo magnético e do ângulo de inclinação magnética. O comportamento da curva de $g(B_0, \dot{B}_0, \phi, \dot{\phi})$ para o pulsar PSR J1640-4631 revela que é possível que a perda de energia por OGs esteja presente de fato, pois na Fig. 3.1, vemos que η assume o valor mínimo de 0,075.

O comportamento de g em termos de ϵ para os pulsares PSR J1734-3333, Vela e Caranguejo revela que a combinação campo magnético, ângulo de inclinação magnética e suas derivadas temporais independe da elipticidade quando $\epsilon \ll 0$. Porém quando a deformação do pulsar se torna expressiva, de modo que ϵ começa a assumir valores maiores, g responde ao aumento da deformidade com abrupto um crescimento.

Concluimos, ainda no Cap. 3, que para os valores obtidos $g_{Caranguejo} \approx 3 \times 10^{-12} s^{-1}$ e $g_{Vela} \approx 1.2 \times 10^{-12} s^{-1}$ estimamos respectivamente $\epsilon \sim 10^{-5}$ para o Caranguejo e $\epsilon \sim 10^{-4}$ para Vela, isso assumindo os valores máximo $I = 3,1 \times 10^{38} \text{ kg m}^2$ e mínimo $I = 1,16 \times 10^{38} \text{ kg m}^2$ de momento de inércia. As elipticidades que obtivemos concordam, em ordem de grandeza, com os valores obtidos por Aasi et al. (2014), que são $\epsilon = 8.6 \times 10^{-5}$ para o pulsar do Caranguejo e $\epsilon = 6 \times 10^{-4}$ para o pulsar Vela.

Na seção 3.1, fizemos uma análise dos efeitos da competição entre mecanismos de perda de energia no *braking index*. Vimos que independentemente da quantidade de energia perdida por OGs em comparação à perda por RDM, a dominância da perda por QVF leva a um índice de frenagem igual a 1, enquanto a da perda por VP leva a um índice de frenagem igual 0,86. Concluimos que ambos os mecanismos são compatíveis com o valor de n medido para o pulsar PSR J1734-3333, a saber, $0,9 \pm 0,2$ que seria uma possível evidência da atuação desses mecanismos.

Tendo por base os trabalhos de Tong e Kou (2017), Kou e Tong (2015) e Philippov

et al. (2014), na seção 3.2 foi possível construir sistemas de equações diferenciais acopladas cujas resoluções nos forneceram a evolução da velocidade de rotação Ω e do ângulo de inclinação magnética ϕ no tempo em RPPs. Enquanto Tong e Kou (2017) apresentaram os resultados para a evolução de Ω e ϕ no que tange os mecanismos de RDM mais VP acoplados à variação do ângulo de inclinação magnética, em nosso estudo incluímos separadamente os mecanismos de perda de energia por emissão de OGs e por QVF ao cálculo realizado pelos autores com o intuito de verificar como esses mecanismos adicionais alteravam $\Omega(t)$ e $\phi(t)$.

Como resultado obtivemos que a adição dos mecanismos de perda OGs e por QVF não altera a curva da velocidade de rotação $\Omega(t)$ e, nesse modelo, o pulsar pararia de desacelerar próximo de $\approx 2 \times 10^5$ anos. Em contrapartida, a evolução de $\phi(t)$ nos mostrou que a presença do QVF resulta em um alinhamento entre o eixo de rotação e o eixo magnético num intervalo de tempo menor do que o tempo necessário para ϕ assumir valor zero quando submetido unicamente aos mecanismos de RDM mais VP. Dada a maneira como o modelo foi construído, é possível supor que o campo magnético oriundo do meio magnetizado em torno da EN interage fortemente com a componente K_x alterando a direção do vetor momento de dipolo magnético e por essa razão, o QVF levaria a um alinhamento mais rápido do pulsar. Já a perda de energia por OGs não se manifestou na evolução de $\Omega(t)$ e $\phi(t)$, o que evidencia que a quantidade de energia produzida na forma de OG deve ser bem pequena comparada às outras formas de perda.

Na seção 3.2.5, modelamos a evolução temporal do índice de frenagem tendo em mãos as quantidades Ω , $\dot{\Omega}$ e $\ddot{\Omega}$ provenientes dos resultados da seção 3.2.4. Concluimos que o índice de frenagem tende ao valor 0,9 para $t > 25000$ anos considerando ângulos de inclinação magnética iniciais entre 10° e 40° e, ainda, dentre esses valores de ϕ_0 o índice de frenagem será tão maior quanto menor for o ângulo inicial para pulsares jovens. Temos também que a presença ou não do QVF (Fig 3.8) não influenciaria significativamente a evolução de $n(t)$.

Agora, considerando ângulos de inclinação magnética iniciais entre 50° e 80° (veja Fig. 3.8 à direita), vimos que $n(t)$ já não converge para 0,9 e sim, evolui para valores diferentes entre 0,93 e 1,2 para $t \approx 10^5$ anos (Fig. 3.10). Para ϕ_0 entre 50° e 80° , o índice de frenagem será novamente tão maior quanto menor for o ângulo inicial para pulsares jovens. Contudo, essa relação se inverte com o passar do tempo, e para $t \approx 10^5$ anos, quanto maior o ângulo inicial, maior o valor que o índice de frenagem assume. Concluimos que, embora as variações de n exibidas na Fig. 3.10

sejam muito pequenas, estudos que levem a resultados que se expressem em pequenos intervalos de n são pertinentes porque os intervalos entre os índices de frenagem que conhecemos n medidos são também pequenos. Se olharmos para todos os valores de índices de frenagem medidos na Tab. 3.1 vemos que o menor valor é $0,9 \pm 0,2$ para o pulsar PSR J1737-3333, e o maior valor é $3,15 \pm 0,03$ para o pulsar PSR J1640-4631. Ainda, olhando para os dois menores valores temos $0,9 \pm 0,2$ e $1,4 \pm 0,2$, esse último para o pulsar PSR J0835-4510 (Vela).

Nos preocupamos na seção 3.2.6 em obter os caminhos evolutivos no diagrama $P - \dot{P}$ no contexto dos diferentes torques acoplados à evolução do ângulo $\phi(t)$ e como resultado, vimos que os modelos de diferentes mecanismos de perda de energia que consideramos não se diferenciaram apreciavelmente entre si no que refere à curva traçada na Fig. 3.11. Os diferentes ângulos iniciais que simulamos exercem uma pequena diferença no início da trajetória, mas as curvas acabam por evoluir para dentro do *cluster* dos pulsares de rádio e por fim para a região de *graveyard*.

O modelo aqui desenvolvido para os caminhos evolutivos não se aplica aos nove jovens pulsares com índices de frenagem bem determinados que conhecemos e podemos citar detalhes certamente importantes que não foram aqui considerados como a evolução do campo magnético, interação entre EN e sua magnetosfera, torques relacionados a fenômenos internos à EN e até mesmo a presença de mecanismos de perda de energia desconhecidos, Porém acreditamos que os resultados obtidos deixam possibilidades de explicações para observações e medidas que venham a ser feitas como um valor de índice de frenagem pouco maior do que os valores que conhecemos e um $\dot{\phi} < 0$ referente a um pulsar em processo de alinhamento.

Ressaltamos também que o fato da perda por OGs não ter apresentado efeito expressivo em nossas curvas das Figs. 3.6, 3.7, 3.8, 3.10 e 3.11 não quer dizer que esse mecanismo seja menos importante ou nunca esteja presente na desaceleração dos pulsares, mas apenas que a perda de energia por OGs nos RPPs é pequena se comparada aos outros mecanismos quando as OGs estiverem sendo emitidas por uma EN isolada que produz grande quantidade de energia eletromagnética.

Partindo para o estudo da detectabilidade das OGs provenientes de pulsares isolados no Capítulo 4, modificamos a amplitude de OG no *spindown limit* através do parâmetro η para levar em conta uma produção de OGs por pulsares que não seja integral, isto é, o pulsar não perde toda sua energia apenas em emissão de OGs. Com isso, plotamos alguns valores de h para quatro pulsares e verificamos suas detectabilidades em termos das curvas de sensibilidade dos detectores de

OGs *Einstein Telescope* e *Cosmic Explorer* e concluímos que os pulsares Vela e Caranguejo têm potencial de serem detectados para $\eta = 0,01$, o que se mostra um resultado interessante a se verificar quando os detectores *ET* e *CE* estiverem em operação.

Fizemos um estudo sobre a elipticidade magnética ϵ_B e para a eficiência de geração de OGs η no Capítulo 4, utilizando o catálogo de pulsares ATNF e obtivemos que a maioria dos pulsares se concentra em $\epsilon_B \sim 10^{-10}$ e $\bar{h}/h \sim 10^{-8}$ considerando um intervalo de massa para a EN entre $1,0M_\odot$ e $2,4M_\odot$. Concluímos que a elipticidade explicitamente magnética é bastante pequena comparada aos resultados para ϵ obtidos no Capítulo 3, o que pode ser indicativo de que as deformações de outra natureza devem ser mais interessantes em termos de produzir valores maiores de ϵ .

Vimos na seção 4.1 que existe uma amplitude de OG (Eq. 4.20) produzida por uma EN relacionada a um movimento de precessão caracterizado pelo chamado *wobble angle* α . Ao calcularmos h para alguns pulsares, concluímos que, para ENs pouco oblatas ($\varepsilon = 10^{-7}$), o pulsar do Caranguejo e o pulsar Vela não seriam detectados pelo ET e CE com 1 ano de integração e considerando o movimento de precessão mesmo para um *wobble angle* relativamente grande ($\alpha = 0,1$ rad). Já para um valor mais plausível para ε (10^{-5}), na melhor das hipóteses poderíamos esperar detecção de OGs provenientes de um movimento de precessão desses pulsares se $\alpha = 0,1$ rad tomando um tempo de integração de 1 ano, o que se mostra um resultado interessante a ser explorado por trazer à luz das discussões algo que não se tem dado tanta importância - a chamada *wobble radiation*. Consideramos relevante os estudos sobre tal tema para que possamos interpretar corretamente a natureza do mecanismo da produção de OGs quando os sinais contínuos começarem a ser detectados pelos detectores de terceira geração.

Tendo em vista tudo o que foi feito em nossa pesquisa e concluído até aqui, podemos colocar alguns pontos que podem contribuir para mesma no sentido de aprofundá-la e ampliá-la. Alegamos que a evolução do campo magnético não foi incluída em nossos cálculos, e, de fato, uma equação diferencial do tipo

$$\frac{dB}{dt} \propto \Omega B, \quad (5.1)$$

seria de extremo interesse para compor os sistemas de equações diferenciais que construímos na seção 3.2, pois nos forneceria uma simulação da evolução de $\Omega(t)$ para diferentes torques acoplados à variação de $\phi(t)$ em adição à variação de $B(t)$. Ainda

não sabemos se é possível modelar a Eq. 5.1, mas visando verificar tal possibilidade, estudos sobre a evolução do campo magnético já estão sendo realizados. A princípio, é sabido que a evolução do campo magnético na EN é governado pela Eq. 5.2 (BRANSGROVE et al., 2018)

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nabla \times (\iota \nabla \times \mathbf{B}), \quad (5.2)$$

onde \mathbf{v} é a velocidade do fluido eletrônico no interior da EN e $\iota = c^2/4\pi\sigma$ é a difusividade do fluido com o segundo termo da Eq. 5.2 representando a difusão ôhmica. Aqui, σ é a condutividade elétrica da crosta da EN (BRANSGROVE et al., 2018). A principal ideia será trabalhada no contexto da pesquisa de doutorado, e consiste na tentativa de se relacionar a velocidade dos elétrons \mathbf{v} com a velocidade de rotação da EN.

Outro ponto importante a se investigar é a dinâmica da magnetosfera de pulsar sobretudo devido a importância que essa dinâmica pode ter na produção de radiação em diferentes faixas do espectro eletromagnético. Sabemos que a maior parte da informação que temos dos pulsares vem de seu *spindown*, e há estudos que conseguem aliar detalhes de simulação de magnetosfera à perda de energia do pulsar (SPITKOVSKY, 2006), (BELYAEV, 2015).

Um código útil, acessível e amplamente usado para o estudo de magnetosfera de pulsar é o *PICsar2D*. Utilizando tal código Belyaev (2015), por exemplo, traz uma combinação das perdas de energia pelo fluxo de Poyting e pelo fluxo de partículas relativísticas a qual dá origem uma interessante análise da consequência da combinação na magnetosfera do pulsar. A ideia principal para a nossa pesquisa, tendo por base o que tem sido feito em termos de simulação utilizando-se o código *PICsar2D* no contexto de *spindown luminosity*, seria tentar acrescentar termos adicionais relacionados a diferentes mecanismos de perda de energia ao código e investigar qual o efeito dessa adição não só no índice de frenagem, mas também na própria estrutura da magnetosfera do pulsar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASI, J.; ABADIE, J.; ABBOTT, B. P.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T.;
ABERNATHY, M. R.; ACCADIA, T.; ACERNESE, F.; ADAMS, C.; ADAMS, T.
Gravitational waves from known pulsars: results from the initial detector era.
Astrophysical Journal, v. 785, p. 119, abr. 2014. 30, 45, 55

ABBOTT, B.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T.; ABERNATHY, M.; ACERNESE, F.;
ACKLEY, K.; ADAMS, C.; ADAMS, T.; ADDESSO, P.; ADHKARI, R. First
search for gravitational waves from known pulsars with advanced ligo.
Astrophysical Journal, v. 839, p. 12, abr. 2017. 50

_____. GW170817: observation of gravitational waves from a binary neutron star
inspiral. **Physical Review Letters**, v. 119, p. 161101, out. 2017. Disponível em:
<<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.119.161101>>. 8

ABBOTT, B. P.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T. D.; ABERNATHY, M. R.;
ACKLEY, K.; ADAMS, C.; ADDESSO, P.; ADHIKARI, R. X.; ADYA, V. B.;
AFFELDT, C. Exploring the sensitivity of next generation gravitational wave
detectors. **Classical and Quantum Gravity**, v. 34, n. 4, p. 044001, fev. 2017.
Disponível em:
<<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6382/aa51f4/data>>. 77

ABBOTT, B. P.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T. D.; ABRAHAM, S.; ACERNESE,
F.; ACKLEY, K.; ADAMS, C.; ADHIKARI, R. X. Binary black hole population
properties inferred from the first and second observing runs of advanced LIGO and
advanced Virgo. **arXiv e-prints**, nov. 2018. 8

ALEKSIĆ, J.; ANSOLDI, S.; ANTONELLI, L. A.; ANTORANZ, P.; BABIC, A.;
BANGALE, P.; BARRIO, J. A.; GONZÁLEZ, J. B.; BEDNAREK, W.;
BERNARDINI, E.; BIASUZZI, B.; BILAND, A.; BLANCH, O.; BONNEFOY, S.;
BONNOLI, G.; BORRACCI, F.; BRETZ, T.; CARMONA, E.; CAROSI, A.;
COLIN, P.; COLOMBO, E.; CONTRERAS, J. L.; CORTINA, J.; COVINO, S.;
VELA, P. D.; DAZZI, F.; ANGELIS, A. D.; CANEVA, G. D.; LOTTO, B. D.;
WILHELMI, E. de O.; MENDEZ, C. D.; DOERT, M.; PRESTER, D. D.;
DORNER, D.; DORO, M.; EINECKE, S.; EISENACHER, D.; ELSAESSER, D.;
FONSECA, M. V.; FONT, L.; FRANTZEN, K.; FRUCK, C.; GALINDO, D.;
LÓPEZ, R. J. G.; GARCZARCZYK, M.; TERRATS, D. G.; GAUG, M.;
GODINOVIĆ, N.; MUÑOZ, A. G.; GOZZINI, S. R.; HADASCH, D.;

HANABATA, Y.; HAYASHIDA, M.; HERRERA, J.; HILDEBRAND, D.; HOSE, J.; HRUPEC, D.; IDEC, W.; KADENIUS, V.; KELLERMANN, H.; KODANI, K.; KONNO, Y.; KRAUSE, J.; KUBO, H.; KUSHIDA, J.; BARBERA, A. L.; LELAS, D.; LEWANDOWSKA, N.; LINDFORS, E.; LOMBARDI, S.; LÓPEZ, M.; LÓPEZ-COTO, R.; LÓPEZ-ORAMAS, A.; LORENZ, E.; LOZANO, I.; MAKARIEV, M.; MALLOT, K.; MANEVA, G.; MANKUZHIYIL, N.; MANNHEIM, K.; MARASCHI, L.; MARCOTE, B.; MARIOTTI, M.; MARTÍNEZ, M.; MAZIN, D.; MENZEL, U.; MIRANDA, J. M.; MIRZOYAN, R.; MORALEJO, A.; MUNAR-ADROVER, P.; NAKAJIMA, D.; NIEDZWIECKI, A.; NILSSON, K.; NISHIJIMA, K.; NODA, K.; NOWAK, N.; ORITO, R.; OVERKEMPING, A.; PAIANO, S.; PALATIELLO, M.; PANEQUE, D.; PAOLETTI, R.; PAREDES, J. M.; PAREDES-FORTUNY, X.; PERSIC, M.; MORONI, P. G. P.; PRANDINI, E.; PREZIUSO, S.; PULJAK, I.; REINTHAL, R.; RHODE, W.; RIBÓ, M.; RICO, J.; GARCIA, J. R.; RÜGAMER, S.; SAGGION, A.; SAITO, T.; SAITO, K.; SATALECKA, K.; SCALZOTTO, V.; SCAPIN, V.; SCHULTZ, C.; SCHWEIZER, T.; SHORE, S. N.; SILLANPÄÄ, A.; SITAREK, J.; SNIDARIC, I.; SOBCZYNSKA, D.; SPANIER, F.; STAMATESCU, V.; STAMERRA, A.; STEINBRING, T.; STORZ, J.; STRZYS, M.; TAKALO, L.; TAKAMI, H.; TAVECCHIO, F.; TEMNIKOV, P.; TERZIĆ, T.; TESCARO, D.; TESHIMA, M.; THAELE, J.; TIBOLLA, O.; TORRES, D. F.; TOYAMA, T.; TREVES, A.; UELLENBECK, M.; VOGLER, P.; WAGNER, R. M.; ZANIN, R.; HORNS, D.; MARTÍN, J.; MEYER, M. Measurement of the crab nebula spectrum over three decades in energy with the MAGIC telescopes. **Journal of High Energy Astrophysics**, v. 5, p. 30–38, mar. 2015. 41

ALIU, E.; ANDERHUB, H.; ANTONELLI, L. A.; ANTORANZ, P.; BACKES, M.; BAIXERAS, C.; BARRIO, J. A.; BARTKO, H.; BASTIERI, D.; BECKER, J. K.; BEDNAREK, W.; BERGER, K.; BERNARDINI, E.; BIGONGIARI, C.; BILAND, A.; BOCK, R. K.; BONNOLI, G.; BORDAS, P.; BOSCH-RAMON, V.; BRETZ, T.; BRITVITCH, I.; CAMARA, M.; CARMONA, E.; CHILINGARIAN, A.; COMMICHAU, S.; CONTRERAS, J. L.; CORTINA, J.; COSTADO, M. T.; COVINO, S.; CURTEF, V.; DAZZI, F.; ANGELIS, A. D.; POZO, E. De Cea del; REYES, R. de los; LOTTO, B. D.; MARIA, M. D.; SABATA, F. D.; MENDEZ, C. D.; DOMINGUEZ, A.; DORNER, D.; DORO, M.; ELSÄSSER, D.; ERRANDO, M.; FAGIOLINI, M.; FERENC, D.; FERNANDEZ, E.; FIRPO, R.; FONSECA, M. V.; FONT, L.; GALANTE, N.; LOPEZ, R. J. G.; GARCZARCZYK, M.; GAUG, M.; GOEBEL, F.; HADASCH, D.; HAYASHIDA, M.; HERRERO, A.; HÖHNE, D.; HOSE, J.; HSU, C. C.; HUBER, S.; JOGLER,

T.; KRANICH, D.; BARBERA, A. L.; LAILLE, A.; LEONARDO, E.; LINDFORS, E.; LOMBARDI, S.; LONGO, F.; LOPEZ, M.; LORENZ, E.; MAJUMDAR, P.; MANEVA, G.; MANKUZHIYIL, N.; MANNHEIM, K.; MARASCHI, L.; MARIOTTI, M.; MARTINEZ, M.; MAZIN, D.; MEUCCI, M.; MEYER, M.; MIRANDA, J. M.; MIRZOYAN, R.; MOLES, M.; MORALEJO, A.; NIETO, D.; NILSSON, K.; NINKOVIC, J.; OTTE, N.; OYA, I.; PAOLETTI, R.; PAREDES, J. M.; PASANEN, M.; PASCOLI, D.; PAUSS, F.; PEGNA, R. G.; PEREZ-TORRES, M. A.; PERSIC, M.; PERUZZO, L.; PICCIOLI, A.; PRADA, F.; PRANDINI, E.; PUCHADES, N.; RAYMERS, A.; RHODE, W.; RIBÓ, M.; RICO, J.; RISSI, M.; ROBERT, A.; RÜGAMER, S.; SAGGION, A.; SAITO, T. Y.; SALVATI, M.; SANCHEZ-CONDE, M.; SARTORI, P.; SATALECKA, K.; SCALZOTTO, V.; SCAPIN, V.; SCHWEIZER, T.; SHAYDUK, M.; SHINOZAKI, K.; SHORE, S. N.; SIDRO, N.; SIERPOWSKA-BARTOSIK, A.; SILLANPÄÄ, A.; SOBCZYNSKA, D.; SPANIER, F.; STAMERRA, A.; STARK, L. S.; TAKALO, L.; TAVECCHIO, F.; TEMNIKOV, P.; TESCARO, D.; TESHIMA, M.; TLUCZYKONT, M.; TORRES, D. F.; TURINI, N.; VANKOV, H.; VENTURINI, A.; VITALE, V.; WAGNER, R. M.; WITTEK, W.; ZABALZA, V.; ZANDANEL, F.; ZANIN, R.; ZAPATERO, J.; JAGER, O. C. de; WILHELMI, E. de O.; COLLABORATION, M. Observation of pulsed γ -rays above 25 GeV from the Crab Pulsar with MAGIC. **Science**, v. 322, p. 1221, nov. 2008. 4

ARAUJO, J. C. N. de; COELHO, J. G.; COSTA, C. A. Gravitational wave emission by the high braking index pulsar PSR J1640-4631. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 7, p. 023, jul. 2016. 27, 55

_____. Gravitational waves from pulsars with measured braking index. **European Physical Journal C**, v. 76, p. 481, set. 2016. 8, 25, 26, 55

ARNETT, W. D.; BOWERS, R. L. A microscopic interpretation of neutron star structure. **Astrophysical Journal Supplement**, v. 33, p. 415, abr. 1977. 6

BAADE, W.; ZWICKY, F. On super-novae. **Proceedings of the National Academy of Science**, v. 20, p. 254–259, maio 1934. 6

BELYAEV, M. A. Dissipation, energy transfer, and spin-down luminosity in 2.5D PIC simulations of the pulsar magnetosphere. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 449, p. 2759–2767, maio 2015. 59

BLANDFORD, R. **Pulsars as physics laboratories**. [S.l.: s.n.], 1993. 6, 25

BOEHM-VITENSE, E. **Introduction to stellar astrophysics. Vol. 3 - stellar structure and evolution.** [S.l.: s.n.], 1992. 4

BRANSGROVE, A.; LEVIN, Y.; BELOBORODOV, A. Magnetic field evolution of neutron stars - I. basic formalism, numerical techniques and first results. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 473, p. 2771–2790, jan. 2018. 59

CAMENZIND, M. **Compact objects in astrophysics : white dwarfs, neutron stars, and black holes.** [S.l.: s.n.], 2007. 5

CERUTTI, B.; BELOBORODOV, A. M. Electrodynamics of pulsar magnetospheres. **Space Science Reviews**, v. 207, p. 111–136, jul. 2017. 2

CHADWICK, J. The existence of a neutron. **Proceedings of the Royal Society of London Series A**, v. 136, p. 692–708, jun. 1932. 6

CHEN, W.-C.; LI, X.-D. Low braking index of PSR J1734-3333: an interaction between fall-back disc and magnetic field? **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 455, p. L87–L90, jan. 2016. 23

COELHO, J. G.; PEREIRA, J. P.; ARAUJO, J. C. N. de. The influence of quantum vacuum friction on pulsars. **Astrophysical Journal**, v. 823, p. 97, jun. 2016. 18, 19, 44, 55

CSIRO. **ATNF Pulsar Catalogue.** 2018. Acesso em 23 de agosto de 2018. Disponível em: <<http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>>. 18, 45, 48, 49

DIACHENKO, M. M.; NOVAK, O. P.; KHOLODOV, R. I. Pair production in a magnetic and radiation field in a pulsar magnetosphere. **Modern Physics Letters A**, v. 30, p. 1550111, jul. 2015. 73

DUPAYS, A.; RIZZO, C.; BAKALOV, D.; BIGNAMI, G. F. Quantum vacuum friction in highly magnetized neutron stars. **EPL (Europhysics Letters)**, v. 82, p. 69002, jun. 2008. 20

EKŞİ, K. Y.; ANDAÇ, I. C.; ÇIKINTOĞLU, S.; GÜGERCİNOĞLU, E.; MOTLAGH, A. V.; KIZILTAN, B. The inclination angle and evolution of the braking index of pulsars with plasma-filled magnetosphere: application to the high braking index of PSR J1640-4631. **The Astrophysical Journal**, v. 823, p. 34, maio 2016. 44

ESPINOZA, C. M.; LYNE, A. G.; STAPPERS, B. W. New long-term braking index measurements for glitching pulsars using a glitch-template method. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 466, p. 147–162, abr. 2017. 25

FLANAGAN, É. É.; HUGHES, S. A. The basics of gravitational wave theory. **New Journal of Physics**, v. 7, p. 204, set. 2005. 72

GHOSH, P. **Rotation and accretion powered pulsars**. World Scientific, 2007. (Series in Astronomy and Astrophysics). ISBN 9789810247447. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=fmtqDQAAQBAJ>>. 3

GLENDENNING, N. K. (Ed.). **Compact stars : nuclear physics, particle physics, and general relativity**. [S.l.: s.n.], 2000. 28, 48, 49

GOLD, T. Rotating neutron stars as the origin of the pulsating radio sources. **Nature**, v. 218, p. 731–732, maio 1968. 8, 23

GOLDREICH, P.; JULIAN, W. H. Pulsar electrodynamics. **Astrophysical Journal**, v. 157, p. 869, ago. 1969. 2, 3

GOLDSTEIN, H. **Classical mechanics**. Pearson Education, 2002. ISBN 9788177582833. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Spy6xHWFJIEC>>. 51

GOLDWIRE JR., H. C.; MICHEL, F. C. Analysis of the slowing-down rate of NP 0532. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 156, p. L111, jun. 1969. 23

HAENSEL, P.; POTEKHIN, A.; YAKOVLEV, D. **Neutron stars 1: equation of state and structure**. Springer New York, 2006. ISBN 9780387335438. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=iIrj9nfHnesC>>. 1

HARDING, A. K. The neutron star zoo. **Frontiers of Physics**, v. 8, p. 679–692, dez. 2013. 1

HEUVEL, V. D. Pulsar magnetospheres and pulsar death. **Science**, v. 312, p. 539–540, abr. 2006. Disponível em: <<http://www.sciencemag.org/>>. 73, 74

HEWISH, A.; BELL, S. J.; PILKINGTON, J. D. H.; SCOTT, P. F.; COLLINS, R. A. Observation of a rapidly pulsating radio source. **Nature**, v. 217, p. 709–713, fev. 1968. 7

- HOBSON, G. P. E. M. P.; LASENBY, A. N. General relativity: an introduction for physicists. **General Relativity and Gravitation**, v. 40, p. 1807–1808, ago. 2008. 70, 72
- KOU, F. F.; TONG, H. Rotational evolution of the Crab pulsar in the wind braking model. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 450, p. 1990–1998, jun. 2015. 21, 55, 74, 76
- LANDAU, L. **Collected papers of L. D. Landau**. Gordon and Breach, 1965. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=WfRQAAAAMAAJ>>. 6
- LI, J.; SPITKOVSKY, A.; TCHEKHOVSKOY, A. Resistive solutions for pulsar magnetospheres. **The Astrophysical Journal**, v. 746, n. 1, p. 60, 2012. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0004-637X/746/i=1/a=60>>. 76
- LI, L.; TONG, H.; YAN, W. M.; YUAN, J. P.; XU, R. X.; WANG, N. Pulsar wind model for the spin-down behavior of intermittent pulsars. **Astrophysical Journal**, v. 788, p. 16, jun. 2014. 21, 23
- LORIMER, D. R.; KRAMER, M. **Handbook of pulsar astronomy**. [S.l.: s.n.], 2004. 2, 3, 12, 44, 74
- MAGGIORE, M.; PRESS, O. U. **Gravitational waves: volume 1: theory and experiments**. OUP Oxford, 2008. (Gravitational Waves). ISBN 9780198570745. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=AqVpQgAACAAJ>>. 13, 14, 18, 77
- MOORE, C. J.; COLE, R. H.; BERRY, C. P. L. Gravitational-wave sensitivity curves. **Classical and Quantum Gravity**, v. 32, n. 1, p. 015014, jan. 2015. Disponível em: <<http://rhcole.com/apps/GWplotter/>>. 8, 9
- NAKANISHI, N. De Donder condition and the gravitational energy-momentum pseudotensor in general relativity. **Progress of Theoretical Physics**, v. 75, p. 1351–1358, jun. 1986. 72
- OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On massive neutron cores. **Physical Review**, v. 55, p. 374–381, fev. 1939. 6
- OU, Z. W.; TONG, H.; KOU, F. F.; DING, G. Q. Fluctuating neutron star magnetosphere: braking indices of eight pulsars, frequency second derivatives of 222 pulsars and 15 magnetars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 457, p. 3922–3933, abr. 2016. 31

PACINI, F. Energy emission from a neutron star. **Nature**, v. 216, p. 567–568, nov. 1967. 6

PHILIPPOV, A.; TCHEKHOVSKOY, A.; LI, J. G. Time evolution of pulsar obliquity angle from 3D simulations of magnetospheres. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 441, p. 1879–1887, jul. 2014. 33, 34, 56

PRIALNIK, D. **An introduction to the theory of stellar structure and evolution**. [S.l.: s.n.], 2000. 5

REGIMBAU, T.; PACHECO, J. A. de F. Gravitational wave background from magnetars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 447, p. 1–7, fev. 2006. 46, 47

RICHARDS, D. W.; COMELLA, J. M. The period of pulsar NP 0532. **Nature**, v. 222, p. 551–552, maio 1969. 8, 23

RILES, K. Recent searches for continuous gravitational waves. **Modern Physics Letters A**, v. 32, p. 1730035–685, dez. 2017. 8

RUDERMAN, M. A.; SUTHERLAND, P. G. Theory of pulsars - polar caps, sparks, and coherent microwave radiation. **The Astrophysical Journal**, v. 196, p. 51–72, fev. 1975. 22, 75, 76

RYAN, S.; NORTON, A. **Stellar evolution and nucleosynthesis**. Cambridge University Press, 2010. ISBN 9780521196093. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=V8rBIudlniAC>>. 4, 5

SATHYAPRAKASH, B. S.; SCHUTZ, B. F. Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves. **Living Reviews in Relativity**, v. 12, p. 2, mar. 2009. 77

SCHUTZ, B. F. **A first course in general relativity**. [S.l.: s.n.], 1985. 392 p. 69, 70

SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A. **Black holes, white dwarfs, and neutron stars: the physics of compact objects**. [S.l.: s.n.], 1983. 11, 12, 15, 16, 17, 18, 51, 52

SPITKOVSKY, A. Time-dependent force-free pulsar magnetospheres: axisymmetric and oblique rotators. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 648, p. L51–L54, set. 2006. 59

- TIAN, J. Possible relation between pulsar rotation and evolution of magnetic inclination. **New Astronomy**, v. 61, p. 100–103, maio 2018. 28, 30, 44
- TIMOKHIN, A. N.; HARDING, A. K. On the polar cap cascade pair multiplicity of young pulsars. **Astrophysical Journal**, v. 810, n. 2, p. 144, 2015. 73
- TONG, H.; KOU, F. F. Possible evolution of the pulsar braking index from larger than three to about one. **The Astrophysical Journal**, v. 837, p. 117, mar. 2017. 21, 34, 55, 56
- VIGANÒ, D. **Magnetic fields in neutron stars**. Tese (Doutorado em Física Aplicada) — University of Alicante, Alicante, 2013. 2
- XU, R. X.; QIAO, G. J. Pulsar braking index: a test of emission models? **The Astrophysical Journal Letters**, v. 561, p. L85–L88, nov. 2001. 21
- ZIMMERMANN, M. Revised estimate of gravitational radiation from Crab and VELA pulsars. **Nature**, v. 271, p. 524, fev. 1978. 52

APÊNDICE A - DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO DE ONDA GRAVITACIONAL

Podemos derivar a equação de onda gravitacional introduzindo uma perturbação na métrica $\eta_{\mu\nu}$ conforme será mostrado. Para iniciarmos nosso cálculo, comecemos explicitando o tensor de Riemann em um referencial local inercial, no ponto P, para o qual os símbolos de Christoffel são nulos porém suas derivadas não o são, ou seja, (SCHUTZ, 1985)

$$R_{\beta\mu\nu}^{\alpha} = \partial_{\mu}\Gamma_{\beta\nu}^{\alpha} - \partial_{\nu}\Gamma_{\beta\mu}^{\alpha}, \quad (\text{A.1})$$

onde ∂_{μ} denota $\partial/\partial x^{\mu}$. $\Gamma_{\beta\nu}^{\alpha}$ é dado em termos da conexão métrica g_{ab} conforme se segue:

$$\Gamma_{\beta\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2}g^{\alpha\gamma}(\partial_{\beta}g_{\nu\gamma} + \partial_{\nu}g_{\gamma\beta} - \partial_{\gamma}g_{\beta\nu}). \quad (\text{A.2})$$

Substituindo as derivadas da Eq. A.2 na Eq. A.1, temos:

$$R_{\beta\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2}g^{\alpha\gamma}(\partial_{\mu}\partial_{\beta}g_{\nu\gamma} + \partial_{\mu}\partial_{\nu}g_{\gamma\beta} - \partial_{\mu}\partial_{\gamma}g_{\beta\nu} - \partial_{\nu}\partial_{\beta}g_{\mu\gamma} - \partial_{\nu}\partial_{\mu}g_{\gamma\beta} + \partial_{\nu}\partial_{\gamma}g_{\beta\mu}), \quad (\text{A.3})$$

$$R_{\beta\mu\nu}^{\alpha} = \frac{1}{2}g^{\alpha\gamma}(\partial_{\mu}\partial_{\beta}g_{\nu\gamma} + \partial_{\mu}\partial_{\gamma}g_{\beta\nu} - \partial_{\nu}\partial_{\beta}g_{\mu\gamma} + \partial_{\nu}\partial_{\gamma}g_{\beta\mu}). \quad (\text{A.4})$$

Trocando $\alpha \rightarrow \sigma$ e multiplicando tudo por $g_{\alpha\sigma}$, a Eq. A.4 se torna:

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\partial_{\beta}g_{\nu\alpha} - \partial_{\mu}\partial_{\alpha}g_{\beta\nu} - \partial_{\nu}\partial_{\beta}g_{\mu\alpha} + \partial_{\nu}\partial_{\alpha}g_{\beta\mu}), \quad (\text{A.5})$$

onde utilizamos

$$g_{\alpha\sigma}g^{\sigma\gamma} = \delta_{\alpha}^{\gamma}. \quad (\text{A.6})$$

Para campos fracos, o espaço-tempo é aproximadamente plano, pelo que fazemos a

métrica como (HOBSON; LASENBY, 2008)

$$g_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab} \quad ; \quad |h_{ab}| \ll 1. \quad (\text{A.7})$$

Ao aplicar a Eq. A.7 na Eq. A.6, sabendo que $\partial_c \eta_{ab} = 0$, é possível chegar em

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \partial_\beta h_{\nu\alpha} - \partial_\mu \partial_\alpha h_{\beta\nu} - \partial_\nu \partial_\beta h_{\mu\alpha} + \partial_\nu \partial_\alpha h_{\beta\mu}). \quad (\text{A.8})$$

O tensor de Ricci por sua vez será dado por(SCHUTZ, 1985)

$$R_{\beta\nu} = \eta^{\alpha\mu} R_{\alpha\beta\mu\nu}. \quad (\text{A.9})$$

Substituindo a Eq. A.8 na Eq. A.9, temos

$$R_{\beta\nu} = (\eta^{\alpha\mu} \partial_\mu \partial_\beta h_{\nu\alpha} - \eta^{\alpha\mu} \partial_\mu \partial_\alpha h_{\beta\nu} - \eta^{\alpha\mu} \partial_\nu \partial_\beta h_{\mu\alpha} + \eta^{\alpha\mu} \partial_\nu \partial_\alpha h_{\beta\mu}), \quad (\text{A.10})$$

ou

$$R_{\beta\nu} = (-\partial^\alpha \partial_\alpha h_{\nu\beta} - \partial_\nu \partial_\beta h_\alpha^\alpha + \partial_\nu \partial^\mu h_{\beta\mu} + \partial_\beta \partial_\mu h_\nu^\mu). \quad (\text{A.11})$$

Definindo o operador d' Alembertiano \square^2

$$\square^2 = \partial^\alpha \partial_\alpha. \quad (\text{A.12})$$

Além disso, temos

$$h_\alpha^\alpha = h. \quad (\text{A.13})$$

Utilizando as Eqs. A.12 e A.13, a Eq. A.11 pode ser reescrita de uma maneira mais compacta

$$R_{\beta\nu} = \frac{1}{2}(-\square^2 h_{\beta\nu} + \partial_\beta \partial_\mu h_\nu^\mu + \partial_\nu \partial^\mu h_{\beta\mu} - \partial_\beta \partial_\nu h). \quad (\text{A.14})$$

Trocando $\beta \rightarrow \mu$ e $\mu \rightarrow \alpha$, a Eq. A.14 se torna

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(-\square^2 h_{\mu\nu} + \partial_\mu \partial_\alpha h_\nu^\alpha + \partial_\nu \partial^\alpha h_{\beta\alpha} - \partial_\mu \partial_\nu h). \quad (\text{A.15})$$

Introduzindo o escalar de Ricci

$$R = \eta^{\mu\nu} R_{\mu\nu}, \quad (\text{A.16})$$

na Eq. A.15, obtém-se

$$R = \frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}(-\square^2 h_{\mu\nu} + \partial_\mu \partial_\alpha h_\nu^\alpha + \partial_\nu \partial^\alpha h_{\mu\alpha} - \partial_\mu \partial_\nu h), \quad (\text{A.17})$$

$$R = \frac{1}{2}(-2\square^2 h + 2\partial_\mu \partial_\alpha h^{\mu\alpha}). \quad (\text{A.18})$$

ou

$$R = -\square^2 h + \partial_\mu \partial_\alpha h^{\mu\alpha}. \quad (\text{A.19})$$

A equação de Einstein é dada por

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (\text{A.20})$$

onde $T_{\mu\nu}$ é o tensor momento-energia, $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein que relaciona $R_{\mu\nu}$ e R em

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R. \quad (\text{A.21})$$

Combinando as Eqs. A.15, A.19, A.20 e A.21 chegamos em

$$16\pi G T_{\mu\nu} = -\square^2 h_{\mu\nu} + \partial_\mu \partial_\alpha h_\nu^\alpha + \partial_\nu \partial^\alpha h_\mu^\alpha - \partial_\mu \partial_\nu h - \eta_{\mu\nu} \partial_{\rho\lambda} h^{\rho\lambda} + \eta_{\mu\nu} \square^2 h, \quad (\text{A.22})$$

onde chamamos $c = 1$. Vamos agora introduzir o gauge de transformação que tem o efeito de produzir uma mudança no sistema de coordenadas tal que (HOBSON; LASENBY, 2008)

$$h_{\mu\nu} \rightarrow h_{\mu\nu} - \partial_\mu \xi_\nu - \partial_\nu \xi_\mu. \quad (\text{A.23})$$

Uma escolha bastante comum para a simplificação da Eq. A.22 é o dito gauge De Donder que pode ser expresso por (NAKANISHI, 1986)

$$g^{\mu\nu} \Gamma_{\mu\nu}^\lambda = 0. \quad (\text{A.24})$$

É possível mostrar que, utilizando a Eq. A.7 que Eq. A.24 leva a

$$\partial^\mu h_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \partial_\nu h. \quad (\text{A.25})$$

Aplicando a Eq. A.25 na Eq. A.22 é possível mostrar que

$$-16\pi G T_{\mu\nu} = \square^2 (h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h). \quad (\text{A.26})$$

Introduzimos a chamada perturbação do traço reverso, definida como (FLANAGAN; HUGHES, 2005)

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h. \quad (\text{A.27})$$

Substituindo a Eq. A.27 em A.26 encontramos, por fim

$$\square^2 \bar{h}_{\mu\nu} = -16\pi G T_{\mu\nu}. \quad (\text{A.28})$$

Trata-se de uma equação de onda para cada uma das componentes de $T_{\mu\nu}$.

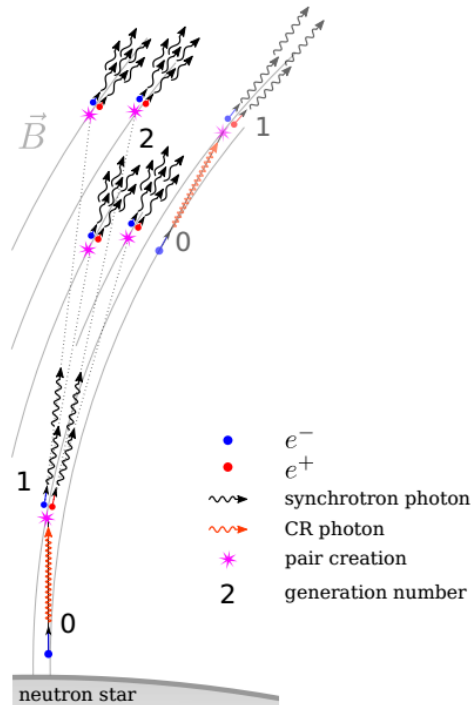
APÊNDICE B - EVOLUÇÃO TARDIA E *PULSAR DEATH*

O termo *pulsar death* refere-se a um momento em que a emissão de pulsos de rádio em pulsares de rádio cessa e isso ocorre em torno de 10^7 anos. Acredita-se que o campo magnético torna-se tão fraco que já não é mais possível acelerar elétrons de modo que atinjam velocidades suficientes para produzir fótons de raios- γ energéticos o bastante para iniciar o processo de criação de pares (HEUVEL, 2006), conforme representado na Eq. B.1 (DIACHENKO et al., 2015) e na Fig. B.1

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+. \quad (\text{B.1})$$

A criação de pares é usualmente considerada a principal fonte de preenchimento do plasma magnetosférico e a presença desse plasma composto por elétrons e pósitrons é assumida como elemento importante nos modelos de geração da emissão de radiação no pulsar (DIACHENKO et al., 2015).

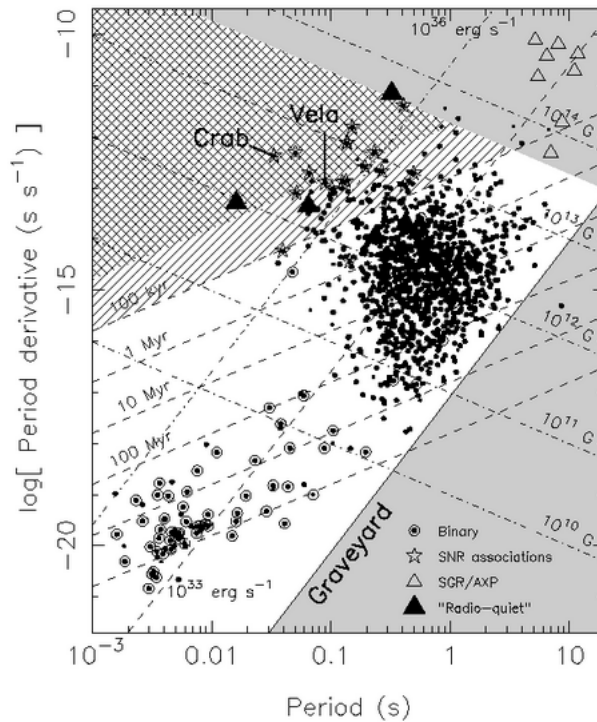
Figura B.1 - Efeito cascata



Fonte: Timokhin e Harding (2015)

Na Fig. B.1 mostramos algum detalhe sobre o modelo de cascata para a produção de radiação em pulsares. A criação de pares (Eq. B.1) se dá após a partícula carregada ser arrancada da superfície da EN e acelerada numa trajetória curva. A configuração dessa trajetória faz com que haja produção de radiação de curvatura, o que dá origem aos fótons de raios- γ responsáveis pela criação de elétrons e pósitrons. Em um campo magnético cuja intensidade não é suficiente para iniciar todo processo, a emissão é interrompida e o pulsar entra em uma região do diagrama $P - \dot{P}$ conhecida por *graveyard*¹ mostrada no canto inferior direito da Fig. B.2.

Figura B.2 - Diagrama $P - \dot{P}$ com *graveyard*



Fonte: Lorimer e Kramer (2004)

A consideração sobre *pulsar death* que aparece na subseção 3.2.1 é baseada no formalismo a seguir. Vamos supor que a região de linhas de campo aberto (veja Fig. 1.1) rotaciona com uma velocidade angular Ω_{lca} diferente da velocidade de rotação Ω da EN tal que (KOU; TONG, 2015)

¹Estima-se que em nossa galáxia existem em torno de um bilhão de pulsares na região de *graveyard* (HEUVEL, 2006)

$$\Omega_{lca} = \Omega - \Omega_{death}. \quad (\text{B.2})$$

Supomos ainda que a densidade de carga elétrica na região de linhas de campo aberto ρ_e é uma fração da densidade de *Goldreich-Julian* (Eq. 1.4) de modo que

$$\rho_e \approx \zeta \frac{\Omega_{lca} B}{2\pi c}. \quad (\text{B.3})$$

Combinando as Eqs. B.3, 2.46, 2.47 e 2.49, é possível mostrar que

$$\dot{E} = \frac{2\mu^2 \Omega^4}{3c^3} \sin^2 \phi + \frac{2\mu^2 \Omega^4}{3c^3} 3\zeta \frac{\Omega_{lca}}{\Omega} \frac{\Delta v}{\Delta V} \cos^2 \phi. \quad (\text{B.4})$$

Substituindo a Eq. B.2 na Eq. B.4, temos

$$\dot{E} = \frac{2\mu^2 \Omega^4}{3c^3} \left(\sin^2 \phi + 3\zeta \left(1 - \frac{\Omega_{death}}{\Omega} \right) \frac{\Delta v}{\Delta V} \cos^2 \phi \right), \quad (\text{B.5})$$

onde,

$$\chi = \sin^2 \phi + 3\zeta \left(1 - \frac{\Omega_{death}}{\Omega} \right) \frac{\Delta v}{\Delta V} \cos^2 \phi. \quad (\text{B.6})$$

A quantidade χ depende do modelo de aceleração adotada e na subseção 3.2.1, utilizamos o modelo de *vacuum gap* com radiação de curvatura. A expressão adequada para χ , nesse caso, é demonstrada conforme se segue. Lembrando que estamos tratando uma região específica para a aceleração de partículas - a região de linhas de campos aberto do pulsar - vamos considerar duas quantidades pertinentes ao cálculo: o raio de curvatura r da região dado por (RUDERMAN; SUTHERLAND, 1975)

$$r = 2.3 \times 10^8 R_6^{1/2} \Omega_{lca}^{-1/2} \text{ cm}, \quad (\text{B.7})$$

onde $R_6 = R/10^6$ é o raio da EN e a espessura l da região que é dada por (RUDERMAN; SUTHERLAND, 1975)

$$l = 1.1 \times 10^4 r_6^{2/7} B_{12}^{-4/7} \Omega_{lca}^{-3/7} \text{ cm}, \quad (\text{B.8})$$

além disso, o potencial de aceleração da região de linhas de campo aberto pode ser expresso por (RUDERMAN; SUTHERLAND, 1975)

$$\Delta v = \frac{B \Omega_{lca}}{c} l^2. \quad (\text{B.9})$$

Utilizando as Eqs. 2.47, B.7, B.8, B.9, pode-se demonstrar que

$$\frac{\Delta v}{\Delta V} = 12 \times 10^{8/7} B_{12}^{-8/7} R_6^{-19/7} \frac{\Omega_{lca}^{-1/7}}{\Omega^2}. \quad (\text{B.10})$$

Utilizando a Eq. B.2 em B.10 e depois substituindo em Eq. B.6, chegamos na Eq. B.11

$$\chi_{VG}^{CR} = \sin^2 \phi + 4,87 \times 10^2 \zeta \left(1 - \frac{\Omega_{death}}{\Omega}\right)^{6/7} B_{12}^{-8/7} R_6^{-19/7} \Omega^{-15/7} \cos^2 \phi. \quad (\text{B.11})$$

Observe que a Eq. B.11 possui algumas diferenças quando comparada à Eq. 3.33 que utilizamos em nossos cálculos. O expoente de $(1 - \Omega/\Omega_{death})$ em Eq. 3.33 é 1, enquanto em Eq. B.11, o expoente é 6/7. O formalismo desenvolvido foi baseado no trabalho de Kou e Tong (2015), e os autores argumentam que nos modelos de aceleração de partículas para vento de pulsar, o expoente é sempre em torno de 1, e por isso, levam em conta tal expoente. Além disso, um simples *plot* da função $(1 - \Omega/\Omega_{death})$ com ambos os expoentes mostra que o comportamento das curvas é idêntico exceto para valores muito pequenos de Ω .

Na Eq. B.11 o raio da EN é representado como $R_6^{-19/7}$, e na Eq. 3.33 ele não aparece porque já estamos considerando $R = 10^6 \text{ cm}$. Ocultamos o termo $\cos^2 \phi$ na Eq. 3.33 baseados no argumento de Li et al. (2012), que, realizando simulações de magneto-hidrodinâmica para magnetosfera de pulsar, defendem que a dependência em $\cos^2 \phi$ no modelo de vento não aparece por uma derivação rigorosa, mas apenas uma suposição baseada nos limites *aligned force-free* e rotor ortogonal no vácuo.

APÊNDICE C - CURVAS DE SENSIBILIDADE

No capítulo 4, traçamos as curvas de sensibilidade para o ET e para o CE com intuito de discutirmos as possibilidades de detecção de OGs para alguns pulsares. Para fontes de OGs periódicas temos a emissão de um sinal contínuo, quase monocromático e sua observação vem de um tempo de integração que pode ser da ordem de anos (MAGGIORE; PRESS, 2008). No caso do ET utilizamos para construção da curva de sensibilidade a Eq. C.1 (MAGGIORE; PRESS, 2008)

$$h_0 = S/N \left(\frac{S(f)}{T} \right)^{1/2}, \quad (\text{C.1})$$

onde usamos a razão sinal-ruído $S/N = 5$ e T é tempo de integração. A função $S(f)$ reflete a contribuição de diversos ruídos presentes no detector de OGs e, no caso do ET, ele é dado por (SATHYAPRAKASH; SCHUTZ, 2009)

$$\frac{S(f)}{S_0} = x^\alpha + a_0 x^\beta \frac{b_0(1 + \sum_{i=1}^6 b_i x^i)}{1 + \sum_{j=1}^4 c_j x^j}, \quad (\text{C.2})$$

onde $x = f/f_0$, $f_0 = 200$ Hz, $S_0 = 1,5 \times 10^{-52} \text{Hz}^{-1}$, $\alpha = -4,1$, $\beta = -0,69$, $a_0 = 186$, $b_0 = 233$, $b_1 = 31$, $b_2 = -65$, $b_3 = 52$, $b_4 = -42$, $b_5 = 10$, $b_6 = 12$, $c_1 = 14$, $c_2 = -37$, $c_3 = 19$, $c_4 = 27$. Já para o CE utilizamos dados para $S(f)$ (ABBOTT et al., 2017c) e também a razão sinal-ruído $S/N = 5$.

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriadados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o International Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriadados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.