



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/03.13.19.21-TDI

## **ESTUDO DA RELAÇÃO ENTRE BURACOS NEGROS PRIMORDIAIS E AS ONDAS GRAVITACIONAIS DETECTADAS PELO LIGO**

Pietra Rafaela Fornasa

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pelo Dr. César Augusto Costa, aprovada em 02 de março de 2018.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3QN2DG2>

INPE  
São José dos Campos  
2018

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GBDIR)

Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

E-mail: pubtc@inpe.br

## **COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):**

### **Presidente:**

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

### **Membros:**

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (COCST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação-Geral de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CGCEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (COCTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia e Tecnologia Espacial (CGETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação-Geral de Observação da Terra (CGOBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CGCPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Duca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SESID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SESID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/03.13.19.21-TDI

## **ESTUDO DA RELAÇÃO ENTRE BURACOS NEGROS PRIMORDIAIS E AS ONDAS GRAVITACIONAIS DETECTADAS PELO LIGO**

Pietra Rafaela Fornasa

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Astrofísica, orientada pelo Dr. César Augusto Costa, aprovada em 02 de março de 2018.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34R/3QN2DG2>

INPE  
São José dos Campos  
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Fornasa, Pietra Rafaela.

F767e      Estudo da relação entre buracos negros primordiais e as ondas gravitacionais detectadas pelo LIGO / Pietra Rafaela Fornasa. – São José dos Campos : INPE, 2018.

xxiv + 70 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21c/2018/03.13.19.21-TDI)

Dissertação (Mestrado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2018.

Orientador : Dr. César Augusto Costa.

1. Buracos negros primordiais. 2. LIGO. 3. Matéria escura.  
4. Ondas gravitacionais. 5. Buraco negro. I.Título.

CDU 524.882

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Pletra Rafaela Fomasa**

Título: "ESTUDO DA RELAÇÃO ENTRE BURACOS NEGROS PRIMORDIAIS E AS ONDAS GRAVITACIONAIS DETECTADAS PELO LIGO"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de **Mestre** em  
**Astrofísica**

Dr. José Carlos Neves de Araújo

  
\_\_\_\_\_  
Presidente / INPE / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Vídeo - Conferência

Dr. César Augusto Costa

  
\_\_\_\_\_  
Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP

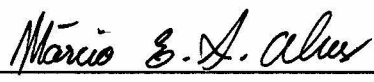
( ) Participação por Vídeo - Conferência

Dr. Carlos Alexandre Wuensche de Souza

  
\_\_\_\_\_  
Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

( ) Participação por Vídeo - Conferência

Dr. Márcio Eduardo da Silva Alves

  
\_\_\_\_\_  
Convidado(a) / UNESP / São José dos Campos - SP

( ) Participação por Vídeo - Conferência

Este trabalho foi aprovado por:

( ) maioria simples

unanimidade



*Alice remarked: "Would you tell me, please, which way I ought to go from here?"*

*The Cat: "That depends a good deal on where you want to get to"*

*Alice: "I don't much care where!"*

*Said the Cat: "Then it doesn't matter which way you go"*

LEWIS CARROL  
em "Alice in Wonderland", 1865





*A meus familiares e amigos*



## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Dr. César Augusto Costa, meu orientador, que se manteve sempre presente e disposto a auxiliar na construção deste trabalho. Todo o conhecimento adquirido ao longo destes (quase) dois anos foram fundamentais tanto na minha carreira profissional quanto pessoal. Em todos os momentos de dificuldades você foi compreensivo e eu sou muito grata por saber que posso contar sempre contigo.

Ao Dr. José Carlos Neves de Araújo - orientador não oficial mas de coração - por todos os *emails* com o título: vale a pena ler; veja; é importante! Você além de ser um grande professor (que aturou meus diversos ataques de risos durante as aulas) sempre se manteve presente em diversas situações, seja para discutir assuntos relacionados a relatividade geral, aguentar meus dramas ou conversar sobre a minha coleção de shows de rock. Eu te admiro muito!

A meus familiares por proporcionarem a realização de um sonho mesmo com todas as dificuldades que passamos juntos. Sem vocês nada disso teria sido possível. Sou mais do que grata por todo o apoio que tenho de vocês (exceto nas tatuagens). Mesmo com a distância vocês estão presentes o tempo inteiro.

Ao grupo de Ondas Gravitacionais do INPE, em especial ao Dr. Odylio Denys Aguiar, por me acolherem tão bem e por contribuírem de diversas formas para a elaboração deste projeto de mestrado.

Aos professores, particularmente ao Dr. João Braga, por todo o conhecimento passado através das disciplinas cursadas ao longo do mestrado. Todos vocês foram importantes para a minha formação.

Aos colegas de curso por todo o auxílio que obtive de vocês. Em especial, agradeço as minhas amigas Nina, Yaherlyn e Yasmin por todos os momentos que tivemos juntas durante esses dois anos.

A Tábata por ser a minha amiga de todas as horas. Você alegra os meus dias! Afinal, quem consegue me entender apenas com o olhar? Quantos desafios enfrentamos juntas, como por exemplo, apresentar em inglês e não conseguir parar de rir por um minuto sequer. Não há tempo ruim quando estamos juntas... o riso é inevitável! Você é minha parceira, amiga, irmã e companheira.

Ao INPE pela oportunidade de cursar o mestrado e por todo o apoio dado para a

realização do mesmo.

As minhas amigas de faculdade Ângela, Carolini, Fabiola, Fernanda, Liana, Nayra e Samantha que me apoiaram, mesmo que a distância, durante toda essa nova etapa da minha vida. Vocês são fundamentais!

A Diana por ser a minha doutora em Astrofísica predileta e companheira de todos os momentos. Não há palavras que descrevam o quanto você é importante para mim.

A Letícia que mesmo distante esteve presente todos os dias me incentivando e apoiando. Amiga que entende meus gostos peculiares, estilo musical ousado além de ser uma parceira de diversos shows e viagens. Eu só tenho a agradecer pelo meu destino ter cruzado com o seu.

À CAPES pelo suporte financeiro.

## RESUMO

A radiação gravitacional é prevista pela Teoria da Relatividade Geral de Einstein como uma solução ondulatória para as Equações de Campo. Somente em 2015 foi comprovada direta e observacionalmente a existência dessas perturbações no espaço-tempo, através da detecção de ondas gravitacionais pelos interferômetros dos observatórios LIGO (*Laser Interferometer Gravitational Waves Observatory*). Essas ondas gravitacionais foram geradas na coalescência de dois buracos negros de alta massa e o evento foi nomeado GW150914. A massa desses buracos negros intrigou a comunidade científica uma vez que, da evolução estelar, não se esperam massas muito acima de 15 massas solares. Levantou-se então a seguinte questão: Qual a origem desses buracos negros? Buscando responder essa questão foi desenvolvida uma análise estatística a partir da função de distribuição da massa dos buracos negros detectados pelo LIGO. Utilizando como *priors* uma distribuição log-normal (modelo Affleck-Dine) e uma lei de potência, foi desenvolvido um método para estudar qual é o modelo mais favorável para explicar a origem desses buracos negros sendo que a metodologia feita para esse estudo seguiu uma estatística Bayesiana. Após o cálculo da máxima verossimilhança o modelo Affleck-Dine se mostrou levemente favorável indicando que esses dois modelos (Affleck-Dine e lei de potência) são consistentes e poderiam explicar a origem desses eventos. É necessário um maior número de eventos para distinguir exatamente as duas curvas e definir qual modelo descreve melhor e, caso o modelo primordial prevaleça, analisar qual a contribuição desses buracos negros para a matéria escura do Universo.

Palavras-chave: Buracos Negros Primordiais. LIGO. Matéria Escura. Ondas Gravitacionais. Buraco Negro.



# STUDY OF THE RELATIONSHIP BETWEEN PRIMORDIAL BLACK HOLES AND THE GRAVITATIONAL WAVES DETECTED BY LIGO

## ABSTRACT

Gravitational radiation is predicted by Einstein's Theory of General Relativity as a wave solution for its Field Equation. But only in 2015 was verified directly and observationally the existence of these perturbations in spacetime, through the detection of gravitational waves by LIGO. The gravitational waves were generated in the coalescence of two high masses black holes and the event was named GW150914. Their estimated masses have intrigued the scientific community since they were not expected by stellar evolution which black holes have masses higher than 15 solar masses. A new question has raised from such detections: What is the origin of those black holes? Trying to answer this question, a statistical analysis was developed to from the mass distribution function of the black holes detected by the LIGO. Using as priors a log-normal distribution (Affleck-Dine model) and a power law, a method was developed to study which model is the most probable to explain the origin of such black holes being that the methodology made for that study followed a Bayesian statistic. After calculating the maximum likelihood, the Affleck-Dine model was slightly favorable indicating that these two models are consistent and could explain the origin of these events. A greater number of events is required to distinguish exactly the two curves and to define which model is the best to describes and, if the primordial model prevails, to analyze the contribution of those black holes to the dark matter of the Universe.

Keywords: Primordial Black Holes. LIGO. Dark Matter. Gravitational Waves. Black Hole.





## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Coalescência de binárias compactas. . . . .	1
2.1 Deformação do espaço-tempo. . . . .	6
2.2 Estados de polarização de uma GW. . . . .	10
2.3 Detector de Weber. . . . .	12
2.4 Detectores. . . . .	13
2.5 LISA. . . . .	14
2.6 Espectro de Ondas Gravitacionais . . . . .	15
2.7 Detectores do LIGO. . . . .	16
2.8 Observatórios do LIGO nos EUA. . . . .	17
3.1 Diagrama Hertzsprung-Russel (HR). . . . .	21
3.2 Representação da evolução estelar a partir da massa das estrelas na sequência principal. . . . .	22
3.3 Coordenadas de Eddington-Finkelstein. . . . .	26
3.4 Solução de Schwarzschild em Coordenadas de Eddington-Finkelstein. . . . .	27
3.5 Buraco Negro de Kerr. . . . .	29
3.6 Cordas cósmicas. . . . .	32
3.7 Loops de cordas cósmicas . . . . .	33
3.8 Distribuição de massa de buracos negros. . . . .	34
3.9 Fundo estocástico de ondas gravitacionais. . . . .	35
4.1 <i>Localização das fontes detectadas no céu</i> . . . . .	37
4.2 Gráfico de Massa dos Buracos Negros . . . . .	40
4.3 Potencial do campo escalar inflaton e do campo de bárions . . . . .	42
4.4 Densidade de PBH com relação a densidade de DM. . . . .	43
4.5 Contribuição de PBH na DM para diversos experimentos. . . . .	44
4.6 Taxa de fusão de BH em função do parâmetro $\gamma$ . . . . .	45
4.7 Espaço amostral para as massas. . . . .	50
4.8 <i>Pontos amostrados no espaço <math>m_1 - m_2</math></i> . . . . .	51
4.9 Sensibilidade Observacional estimada para as corridas O1 e O2 . . . . .	53
4.10 Distribuição de massa dos eventos O1 e O2. . . . .	54
4.11 Distribuição de Massa para os Eventos do O1 . . . . .	55
4.12 <i>Priors</i> para os Modelos . . . . .	56
4.13 Taxa de ocorrência. . . . .	57
4.14 <i>Posteriori</i> para os Modelos . . . . .	58

4.15 Distribuição do $\alpha$ . . . . .	59
4.16 Distribuição das probabilidades dos parâmetros. . . . .	61
4.17 Curvas dos Modelos . . . . .	62

## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Eventos Detectados nas Corridas O1 e O2 . . . . .	39



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GW	– Ondas Gravitacionais
BH	– Buracos Negros
PBH	– Buracos Negros Primordiais
DM	– Matéria Escura
LIGO	– <i>Laser Interferometer Gravitational-Waves Observatory</i>
MACHOs	– <i>Massive Compact Halo Objects</i>
WIMPs	– <i>Weakly Interacting Massive Particles</i>
LHC	– <i>Large Hadron Collider</i>
RG	– Relatividade Geral
HR	– Hertzprung-Russel
LVC	– LIGO-VIRGO <i>Collaboration</i>
AD	– Affleck-Dine



## LISTA DE SÍMBOLOS

$M_{\odot}$	–	massas solares
$\pi$	–	número pi
$G$	–	constante de Gravitação Universal
$c$	–	velocidade da luz
$\nabla$	–	operador Nabla
$\kappa_B$	–	constante de Boltzmann
$T$	–	temperatura
$\hbar$	–	constante de Planck reduzida





## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2 ONDAS GRAVITACIONAIS</b> . . . . .	<b>5</b>
2.1 Relatividade Geral e Equação de Onda Gravitacional . . . . .	5
2.2 LIGO . . . . .	12
2.2.1 Evento GW150914 . . . . .	16
<b>3 OS BURACOS NEGROS</b> . . . . .	<b>19</b>
3.1 Evolução Estelar . . . . .	19
3.2 Buraco Negro de Schwarzschild . . . . .	23
3.2.1 Coordenadas de Eddington-Finkelstein . . . . .	24
3.3 Buraco Negro de Kerr . . . . .	25
3.4 Buracos Negros Primordiais . . . . .	29
3.4.1 Alguns Mecanismos de Formação . . . . .	30
3.4.1.1 Flutuações de Grande Densidade . . . . .	31
3.4.1.2 Loops de Cordas Cóslicas . . . . .	32
3.4.1.3 Colisão de Bolhas . . . . .	33
3.4.2 PBH como Matéria Escura . . . . .	33
<b>4 MODELO E RESULTADOS</b> . . . . .	<b>37</b>
4.1 Os Eventos Detectados pelo LIGO . . . . .	37
4.2 Distribuição de Massa dos BHs . . . . .	40
4.3 Metodologia . . . . .	44
4.3.1 Estatística Bayesiana . . . . .	46
4.3.2 Método MCMC . . . . .	47
4.3.3 Modelagem . . . . .	49
4.4 Resultados Obtidos . . . . .	57
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>63</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> . . . . .	<b>65</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A radiação gravitacional foi prevista pela Teoria da Relatividade Geral de Einstein como uma solução ondulatória para as Equações de Campo. Somente em 2015 foi comprovada direta e observacionalmente a existência dessas perturbações no espaço-tempo através da detecção de Ondas Gravitacionais (GWs) pelo *Advanced LIGO* (aLIGO). As GWs são geradas a partir da aceleração de massas, mas apenas eventos astrofísicos conseguem produzir um sinal detectável. Os resultados obtidos após a análise de dados feita pelos observatórios do LIGO apontam que essas GWs foram geradas na coalescência (Figura 1.1) de dois Buracos Negros (BHs) de alta massa e o evento foi nomeado GW150914 (Onda Gravitacional observada em 14/09/2015) (ABBOTT et al., 2016b) sendo que, um deles possuía massa de  $36 M_{\odot}$  e o outro  $29 M_{\odot}$ . A massa desses BHs intrigou a comunidade científica uma vez que, da evolução estelar, não se espera que Buracos Negros tenham massas maiores que  $15 M_{\odot}$ . Levantou-se então a seguinte questão: Qual a origem desses Buracos Negros?

Figura 1.1 - Coalescência de binárias compactas.

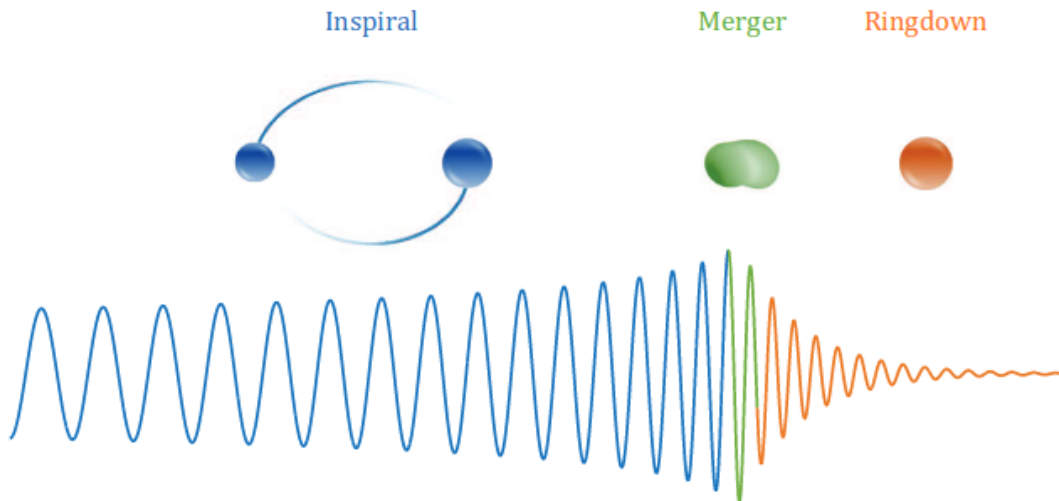


Imagem representando as três etapas no processo de fusão de objetos compactos. A fase de espiralação dos objetos, o *merger* quando os objetos se fundem e, então, o *ringdown*, amortecimento do objeto remanescente, que é a etapa final após a coalescência dos objetos.

Fonte: Cornell University - Department of Astronomy (2017).

Na literatura encontram-se diversos mecanismos para formação de BHs massivos

como por exemplo, colapso direto, defeitos topológicos e flutuações quânticas (CALMET, 2015) no Universo primordial. O mecanismo Affleck-Dine (AD) (AFFLECK; DINE, 1985) possibilita a formação de BH através de flutuações quânticas no início do Universo antes da nucleossíntese primordial (intervalo entre  $10^{-30}$  s até  $\sim 1$  s após o Big Bang). O mecanismo AD tenta explicar a bariogênese durante o período inflacionário do Universo, bem como a assimetria entre matéria e antimatéria no Universo atual. Tais BHs formados logo após o Big Bang são denominados Buracos Negros Primordiais (PBHs).

Através da curva de rotação de galáxias espirais observou-se que há mais matéria no halo do que é previsto teoricamente. Essa matéria excedente interage apenas gravitacionalmente e não é observada em nenhuma faixa do espectro eletromagnético, tem origem desconhecida e foi então chamada de Matéria Escura (DM). Um possível candidato a DM são os MACHOs (*Massive Compact Halo Objects* - Objetos Compactos Massivos no Halo das galáxias espirais). Em que esses objetos compactos podem ser BHs de origem não bariônica. Na década de 90, através de medidas de lentes gravitacionais nas Nuvens de Magalhães, buscou-se por esses objetos de baixa massa ( $\sim 1 M_{\odot}$ ) no halo da nossa Galáxia. Alguns eventos de microlentes foram observados, mas com pouca significância estatística para explicar a DM no halo galáctico (ALCOCK et al., 2000). A detecção de GW reacendeu a discussão sobre a possibilidade da DM, ou parte dela, ser constituída de PBHs. Desde então, vários trabalhos exploraram os PBHs como possíveis candidatos a DM (BIRD et al., 2016; CARR et al., 2016; GARCÍA-BELLIDO, 2017).

Modelos em Física de Partículas esperam uma supersimetria entre bósons e férmions e, conseqüentemente, essas partículas podem ser as constituintes da matéria escura. Os WIMPs (*Weakly Interacting Massive Particles*) seriam partículas que não interagiriam com a matéria por nenhuma outra força, exceto a gravitacional (GRIEST; MURDIN, 2002). Como o LHC (*Large Hadron Collider*) não opera em altas energias (da ordem de TeV), até o momento não foi observada nenhuma partícula supersimétrica que corroborasse a teoria de que a DM é formada por WIMPs (CHAPLINE; FRAMPTON, 2016).

O objetivo desse trabalho de mestrado foi relacionar os buracos negros primordiais com as detecções de ondas gravitacionais. Partindo da premissa que esses buracos negros primordiais tenham se formado no período inflacionário do Universo e pré nucleossíntese, seria possível estudar uma relação entre os PBHs e a matéria escura.

Buscando uma explicação para a origem desses BHs foi desenvolvido um método que

testou duas funções de distribuição de massa de BHs, uma distribuição log-normal e outra distribuição do tipo lei de potência, com o intuito de definir qual a origem deles, ou seja, primordial ou estelar. A abordagem seguiu uma estatística Bayesiana para definir qual o modelo mais favorável após o cálculo da máxima verossimilhança. A distribuição log-normal utilizada veio de um modelo de formação de buracos negros primordiais a partir do mecanismo Affleck-Dine. Já a lei de potência depende do valor do expoente  $\alpha$  para determinar se a distribuição segue um modelo primordial ou estelar.

A dissertação foi dividida da seguinte forma:

- Fundamentação teórica contemplando os tópicos principais a respeito da Teoria da Relatividade Geral, ondas gravitacionais e as detecções, buracos negros estelares e primordiais, o LIGO e alguns estudos relacionando buracos negros primordiais com a matéria escura do Universo.
- Os resultados obtidos através da análise estatística dos modelos Affleck-Dine e Lei de Potência para a função de distribuição de massa dos buracos negros detectados. Os modelos se mostraram concordantes e plausíveis o que significa que não é descartada a hipótese de que tais buracos negros sejam de origem primordial.
- Conclusões a respeito do trabalho e as perspectivas futuras de continuação do estudo sobre a origem dos buracos negros detectados pelo LIGO, como por exemplo, os mecanismos de formação dessas binárias para modelos estelares e primordiais.



## 2 ONDAS GRAVITACIONAIS

As ondas gravitacionais foram previstas pela Teoria da Relatividade Geral de Einstein como uma solução das Equações de Campo. São perturbações no espaço-tempo que se propagam com a velocidade da luz e são geradas em eventos astrofísicos altamente energéticos, como por exemplo a coalescência de binárias de objetos compactos como: buraco negro-buraco negro, estrela de nêutrons-estrela de nêutrons ou estrela de nêutrons-buraco negro. Este capítulo será dedicado a uma breve revisão sobre ondas gravitacionais desde a Relatividade Geral, o detector LIGO e a primeira detecção de GWs. Para isto, será utilizada uma abordagem matemática conforme os livros (D'INVERNO, 1992; WEINBERG, 1972).

### 2.1 Relatividade Geral e Equação de Onda Gravitacional

A Teoria da Gravitação Universal de Newton descreve, em boa aproximação, a maioria dos movimentos dos corpos celestes. A Relatividade Geral (RG) é uma teoria de Gravitação publicada em 1915 (10 anos após a Relatividade Restrita) pelo físico Albert Einstein e conseqüentemente, expandindo o campo de aplicações da teoria da gravitação Newtoniana. A RG explica a gravidade como um efeito geométrico causado pela presença da matéria que distorce o espaço-tempo local como mostra a figura 2.1.

Corpos que se movimentam com baixa velocidade e em campos gravitacionais fracos, podem ser descritos pelas leis da Mecânica Clássica. Uma diferença fundamental entre a Lei da Gravitação Universal e a RG é a velocidade de propagação da informação sobre uma variação no campo gravitacional. De acordo com a Mecânica Newtoniana, qualquer mudança no campo gravitacional é comunicada instantaneamente, ou seja, se propaga com velocidade infinita. Da teoria de Einstein sabe-se que nenhuma informação viaja com velocidade acima da velocidade da luz ( $c \approx 3 \times 10^8$  m/s).

A estrutura matemática fundamental da relatividade é descrita por uma variedade quadridimensional cujos pontos são chamados de eventos. Cada evento está relacionado por quatro coordenadas  $x^\mu$  ( $\mu = 0,1,2,3$ ); as três coordenadas  $x^i$  ( $i = 1,2,3$ ) são espaciais enquanto que a coordenada  $x^0$  está relacionada com o tempo  $t$  ( $x^0 = ct$ ). A escolha do sistema de coordenadas é arbitrária e segue uma lei de transformação do tipo  $\tilde{x}^\mu = f^\mu(x^\lambda)$ . A distância entre dois eventos vizinhos ( $ds$ ), um com coordenada  $x^\mu$  e outro  $x^\mu + dx^\mu$  pode ser expressa como função de um tensor simétrico do tipo  $g_{\mu\nu}(x^\lambda) = g_{\nu\mu}(x^\lambda)$ , ou seja:

Figura 2.1 - Deformação do espaço-tempo.

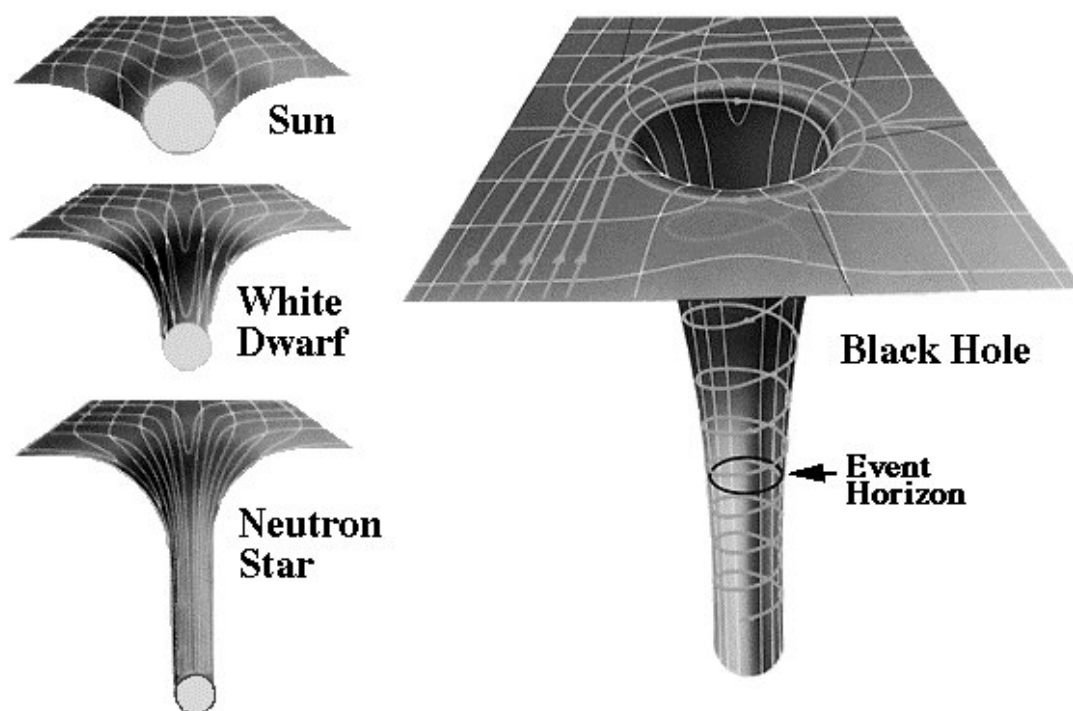


Imagem típica representando o espaço-tempo distorcido pela presença de um corpo central. A figura mostra uma distorção causada por diferentes corpos como, por exemplo, o Sol, uma estrela anã branca, uma estrela de nêutrons e um buraco negro.

Fonte: Oliver Juwig (2017).

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (2.1)$$

A equação 2.1 é uma generalização da medida de distância entre dois pontos num espaço Euclidiano e  $g_{\mu\nu}$  é chamado de tensor métrico do espaço-tempo. Na Relatividade Restrita, a métrica é dada por  $g_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ , que define o espaço-tempo de Minkowski (geometria plana).

A curvatura do espaço-tempo (isto é, o desvio da planura) é descrita pelo tensor de Riemann, ou seja,

$$R^\kappa{}_{\lambda\mu\nu} = \partial_\mu \Gamma^\kappa_{\lambda\nu} - \partial_\nu \Gamma^\kappa_{\lambda\mu} + \Gamma^\beta_{\lambda\nu} \Gamma^\kappa_{\beta\mu} - \Gamma^\beta_{\lambda\mu} \Gamma^\kappa_{\beta\nu}. \quad (2.2)$$

O símbolo de Christoffel é definido em termos da métrica como sendo:



$$\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} g^{\lambda\kappa} (\partial_{\nu} g_{\kappa\mu} + \partial_{\mu} g_{\kappa\nu} - \partial_{\kappa} g_{\mu\nu}). \quad (2.3)$$

Conforme a RG, qualquer distribuição de massa ou energia curva o espaço-tempo e o tensor de Riemann  $R^{\kappa}{}_{\lambda\mu\nu}$  (tensor que envolve derivadas parciais de primeira e segunda ordem de  $g_{\mu\nu}$ ) é a medida dessa curvatura. O tensor de Riemann possui 20 componentes independentes não nulas e, quando  $R^{\kappa}{}_{\lambda\mu\nu} = 0$ , obtemos um espaço-tempo plano que é descrito pela geometria euclidiana.

Considerando uma distribuição de matéria ou energia que pode ser descrita por um tensor momento-energia  $T^{\mu\nu}$  segue que, para um fluido perfeito (fluido com pressão isotrópica e sem viscosidade):

$$T^{\mu\nu} = (p + \rho) u^{\mu} u^{\nu} + p g^{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

onde  $p(x^{\lambda})$  é a pressão local,  $\rho(x^{\lambda})$  é a densidade de energia local e  $u^{\mu}(x^{\lambda})$  é a quadri-velocidade de um elemento infinitesimal do fluido descrito pelo evento  $x^{\lambda}$ .

As Equações de Campo de Einstein relacionam o tensor de curvatura e o tensor momento-energia da seguinte forma:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \kappa T_{\mu\nu}. \quad (2.5)$$

A expressão 2.5 mostra uma relação direta entre o campo gravitacional, que está conectado com a geometria do espaço-tempo, e a distribuição de matéria e radiação do Universo. Resolvendo as equações de campo é possível determinar o campo gravitacional e o movimento de matéria. O tensor de Ricci ( $R_{\mu\nu}$ ) é obtido a partir da contração do tensor de Riemann, ou seja:

$$R_{\mu\nu} = g^{\sigma\rho} R_{\sigma\mu\rho\nu}, \quad (2.6)$$

já o escalar de curvatura (ou escalar de Ricci) vem da contração do tensor de Ricci:

$$R = g^{\rho\sigma} R_{\rho\sigma}. \quad (2.7)$$

A quantidade  $G_{\mu\nu}$  é chamada de tensor de Einstein. A constante de acoplamento  $\kappa$  é comumente utilizada como unitária mas é descrita da seguinte forma:

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}. \quad (2.8)$$

O fato do tensor de Ricci ser nulo significa que não há distribuição de matéria (em um determinado ponto) no espaço-tempo porém, isso não implica que o tensor de Riemann seja nulo.

A radiação gravitacional aparece como uma solução ondulatória das Equações de Campo (maiores detalhes em (GARCÍA-BELLIDO, 2017)). A solução se dá a partir da aproximação de campo fraco, o que implica numa geometria quase plana. Considerando um observador longe da fonte, a métrica do espaço-tempo pode ser escrita na forma:

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (2.9)$$

em que o tensor  $h_{\mu\nu}$  representa a perturbação causada no espaço-tempo local e descreve a propagação de ondulações, ou seja, as ondas gravitacionais. As componentes não nulas deste tensor são consideradas muito pequenas,  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$ , de forma que apenas termos lineares de  $h_{\mu\nu}$  são considerados nos cálculos.

Einstein já sugeria em sua teoria que as perturbações gravitacionais deveriam se propagar em forma de onda com a velocidade da luz. Linearizando-se as equações obtém-se uma perturbação em torno de uma métrica plana ( $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$ ), então o tensor abaixo

$$\tilde{h}_{\mu\nu} \equiv h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h^\alpha_\alpha, \quad (2.10)$$

é governado por uma função de onda que admite solução plana. O termo  $h_{\mu\nu}$  é a perturbação métrica enquanto que o  $\tilde{h}_{\mu\nu}$  é equivalente ao campo gravitacional local. No vácuo, as equações lineares seguem a forma,

$$\left(-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2\right)\tilde{h}^{\mu\nu} = \partial_\lambda\partial^\lambda\tilde{h}^{\mu\nu} = 0. \quad (2.11)$$

Ou escrevendo em termos do D'Alembertiano ( $\square \equiv -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2$ ) e tomando  $c = 1$

temos que:

$$\square \tilde{h}_{\mu\nu} = 0. \quad (2.12)$$

Uma solução de onda plana para a equação 2.11 é:

$$\tilde{h}^{\mu\nu} = A^{\mu\nu} e^{ik_\alpha x^\alpha}, \quad (2.13)$$

em que  $A^{\mu\nu}$  é o tensor de polarização que fornece informações a respeito da amplitude e polarização da onda; já o  $k_\alpha$  é o vetor de onda que determina a direção de propagação e sua frequência. Aplicando o gauge de Lorentz ( $\tilde{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} = 0$ ) obtém-se a relação  $A^{\mu\nu} k_\mu = 0$ , o que significa que  $A^{\mu\nu}$  e  $k_\mu$  são ortogonais. Como consequência da equação 2.11 é possível encontrar o seguinte resultado:

$$k_\mu k^\mu = k_0^2 - (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = 0. \quad (2.14)$$

Isso significa que  $k_\mu$  é um vetor nulo (ou do tipo luz) e a velocidade de propagação da onda é 1, isto é, se propaga na velocidade da luz. A frequência de onda é dada por  $\omega = k^0$ .

Uma onda gravitacional que se propaga num espaço-tempo plano gera distorções que podem ser descritas pelo tensor de curvatura (Riemann). Numa teoria de perturbação linearizada, o tensor de Riemann pode ter a seguinte estrutura matemática:

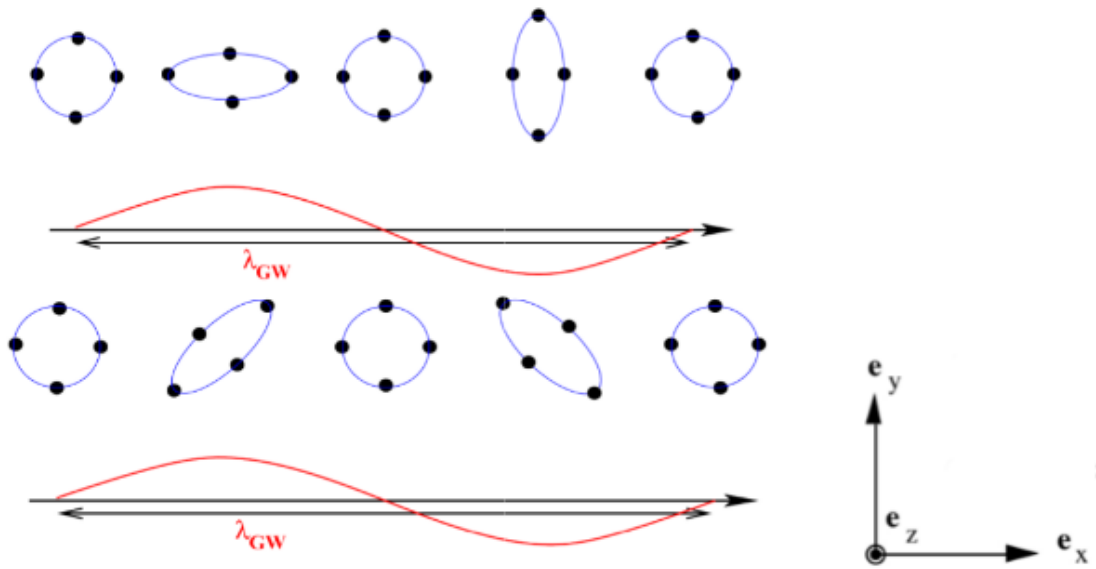
$$R_{\kappa\lambda\mu\nu} = \frac{1}{2} (\partial_{\nu\kappa} h_{\lambda\mu} + \partial_{\lambda\mu} h_{\kappa\nu} - \partial_{\kappa\mu} h_{\lambda\nu} - \partial_{\lambda\nu} h_{\kappa\mu}). \quad (2.15)$$

A Teoria da Relatividade Geral garante dois estados de polarização para as ondas gravitacionais, a polarização  $h_+$  (*plus*) e a polarização  $h_\times$  (*cross*). Essas perturbações de primeira ordem do campo gravitacional formam um campo tensorial transversal e sem traço. Como as fontes (em geral) estão muito distantes do observador, a aproximação de ondas planas é suficiente já que a intensidade decresce com um fator  $\propto \frac{1}{r^2}$  e, dessa forma, essa descrição é satisfatória para explicar as ondas emitidas a grandes distâncias. Assumindo um sistema de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , de tal forma que a direção de propagação da onda seja paralela ao eixo  $z$  (ver Figura 2.2), a transversalidade das ondas mostra que as componentes  $xx$ ,  $yy$ ,  $xy$ , e  $yx$  são diferentes

de zero e que, as componentes  $xy$  e  $yx$  são as mesmas; já a propriedade de traço nulo, no entanto, mostra que as componentes  $xx$  e  $yy$  possuem mesmo módulo e sinais opostos. A polarização  $+$  está relacionada com as componentes  $xx$  e  $yy$ , já a polarização  $\times$  está associada as componentes  $xy$  e  $yx$ . Assim,

$$h_{ab} = \begin{bmatrix} h_+ & h_\times \\ h_\times & -h_+ \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Figura 2.2 - Estados de polarização de uma GW.



Representação de uma onda gravitacional que se propaga transversalmente na direção  $z$ . Os “anéis de partículas” sofrem distorções no plano  $xy$  provocadas pela passagem da onda gravitacional. A polarização *cross* difere da polarização *plus* por uma rotação de  $45^\circ$ .

Fonte: Pereira (2015).

A radiação gravitacional possui uma natureza quadrupolar. O momento de quadrupolo pode ser definido da seguinte maneira (SATHYAPRAKASH; SCHUTZ, 2009):

$$Q_{ij} = \int \rho x_i x_j d^3x, \quad (2.17)$$

onde o termo  $\rho$  está relacionado com a densidade de massa. Fazendo uma aproximação de quadrupolo é possível inferir a amplitude da onda gravitacional a partir

da seguinte relação:

$$h_{ij} = \frac{2G}{r c^4} \frac{d^2 Q_{ij}}{dt^2}, \quad (2.18)$$

em que  $r$  é a distância da fonte, o fator  $G/c^4 \sim 10^{-43}$  implicando que a amplitude do sinal das ondas gravitacionais é muito pequena, ou seja, necessitaria de uma variação muito grande de  $Q$  para que fosse detectável. Sendo assim, apenas objetos muito compactos emitiriam um sinal com amplitude suficiente para ser detectado pelos interferômetros terrestres. Esse resultado pode ser interpretado como uma onda gravitacional linearizada muito distante da fonte, ou seja, numa geometria quase plana em um sistema de coordenadas chamado *gauge* de Lorentz.

Na maioria dos casos, a frequência da fonte está associada com a sua frequência natural de oscilação. Para um corpo auto-gravitante a frequência natural é definida como:

$$\omega_0 = \sqrt{\pi G \bar{\rho}}, \quad (2.19)$$

ou

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{G \bar{\rho}}{4\pi}}, \quad (2.20)$$

em que  $\bar{\rho}$  é a densidade média de massa-energia na fonte.

A densidade média e a frequência podem ser determinadas a partir do raio  $R$  e da massa  $M$  da fonte (SATHYAPRAKASH; SCHUTZ, 2009), assumindo  $\bar{\rho} = 3M/4\pi R^3$ . Para uma estrela de nêutrons de massa  $1.4 M_\odot$  e raio  $R = 10$  km, a frequência natural será  $f_0 = 1.9$  kHz. Já para um buraco negro de massa  $10 M_\odot$  e raio  $R = 30$  km, a frequência será  $f_0 = 1$  kHz. Em geral:

$$f_0 = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{3M}{R^3}} \simeq 1 \text{ kHz} \left( \frac{10 M_\odot}{M} \right). \quad (2.21)$$

Para sistemas binários em rotação é possível estimar a potência irradiada na forma de ondas gravitacionais pela seguinte relação:

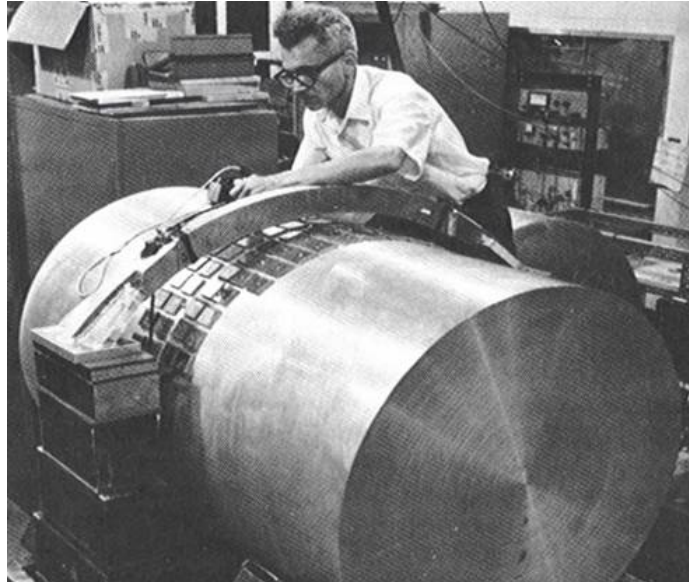
$$L = \frac{32}{5} \frac{G\omega_{orb}^6}{c^5} \left( \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right)^2 r^4, \quad (2.22)$$

onde  $L$  é a luminosidade,  $\omega_{orb}$  é a velocidade orbital do sistema,  $M_1$  e  $M_2$  são as respectivas massas dos objetos da binária e  $r$  é a distância de separação das componentes.

## 2.2 LIGO

A astrofísica de ondas gravitacionais utiliza diversos detectores para diferenciar os sinais provenientes de ondas gravitacionais dos ruídos ambientais e instrumentais e assim, fornecendo informações à respeito da polarização e sua origem. Diversos experimentos para detectar ondas gravitacionais surgiram a partir da década de 60. Weber propôs um experimento (ver Figura 2.3) a partir de massas ressonantes (WEBER, 1960) e logo em seguida surgiram propostas envolvendo detectores criogênicos. Os detectores interferométricos foram sugeridos pela primeira vez nos anos 60 e 70 (MOSS et al., 1971).

Figura 2.3 - Detector de Weber.

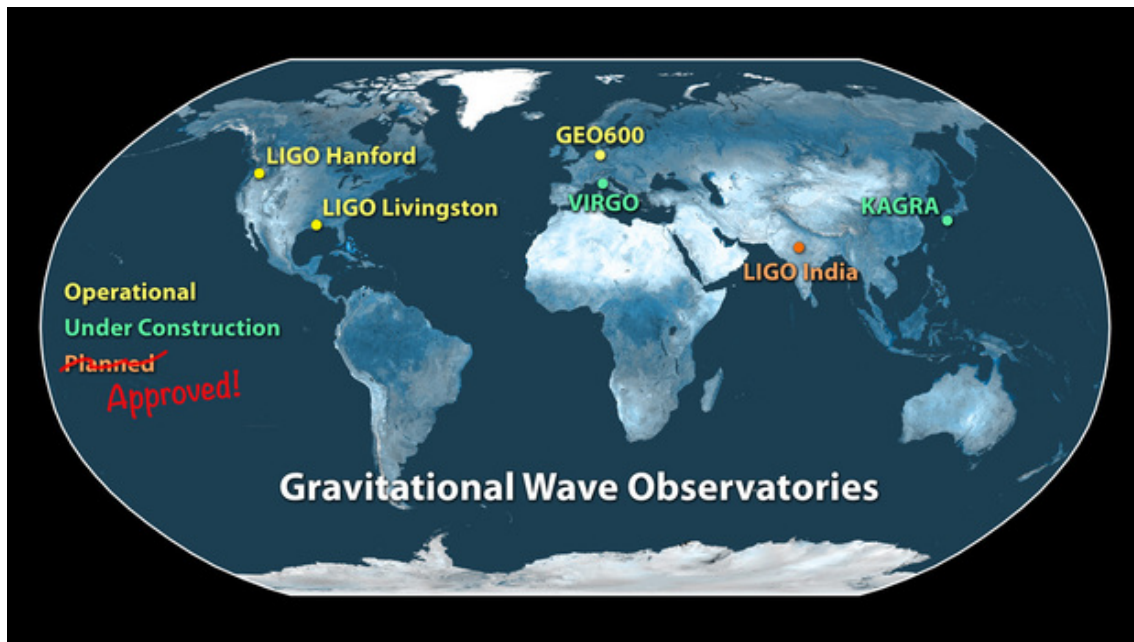


Detector de ondas gravitacionais construído por Weber no começo da década de 60. O detector é constituído de um transdutor que converte as vibrações mecânicas da barra em sinais elétricos após a passagem de uma onda gravitacional. Os sinais são amplificados e enviados para um sistema que grava as informações. A amplificação acontece quando a frequência característica da onda é próxima a frequência de ressonância da barra.

Fonte: Gravitation Experiment Group (2016).

No início dos anos 2000, vários detectores foram concluídos como o TAMA (Japão), GEO (Alemanha), o Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory - LIGO (Estados Unidos) e o Virgo (Itália). Alguns detectores estão em construção, como o KAGRA (Japão) e, uma sede do LIGO na Índia foi aprovada, o que implica que a sua construção deve se iniciar em breve (Figura 2.4).

Figura 2.4 - Detectores.



Detectores em diferentes localizações do mundo. Recentemente o governo indiano aprovou a colaboração com os Estados Unidos para a construção do observatório na Índia.

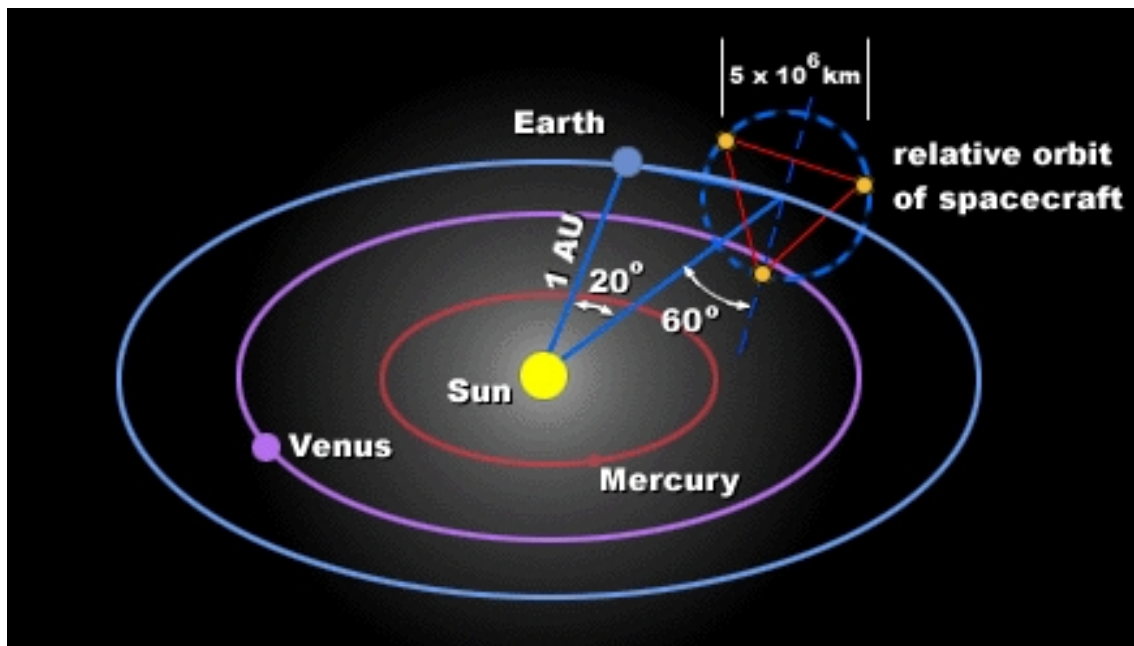
Fonte: LIGO - Caltech (2017b).

Além dos detectores terrestres há também o projeto LISA (*Laser Interferometer Space Antenna*) que envolve um observatório espacial para a detecção de ondas gravitacionais (Figura 2.5).

O espectro de ondas gravitacionais é muito amplo (ver Figura 2.6). Interferômetros terrestres como o LIGO não conseguiriam detectar todo esse espectro. Binárias de buracos negros supermassivos em núcleo ativo de galáxias e objetos capturados por buracos negros supermassivos são alguns exemplos de eventos que interferômetros terrestres ainda não possuem sensibilidade para observar.

O LIGO abriu uma nova janela de observação do Universo através da detecção de

Figura 2.5 - LISA.



O projeto constitui em três satélites posicionados de forma triangular com uma distância de aproximadamente  $10^6$  km entre os braços. O LISA será capaz de operar na faixa de frequências entre 0.1 mHz até 1 Hz podendo detectar coalescências de buracos negros supermassivos, além de vários outros eventos pelo Universo, como por exemplo, estrelas acretadas por buracos negros de centro galáctico.

Fonte: European Space Agency (2017).

ondas gravitacionais. Trata-se de um interferômetro a laser de Michelson-Morley modificado e altamente sensível que mede variações no comprimento de seus braços ortogonais devido a passagem de ondas gravitacionais (ver a figura 2.7).

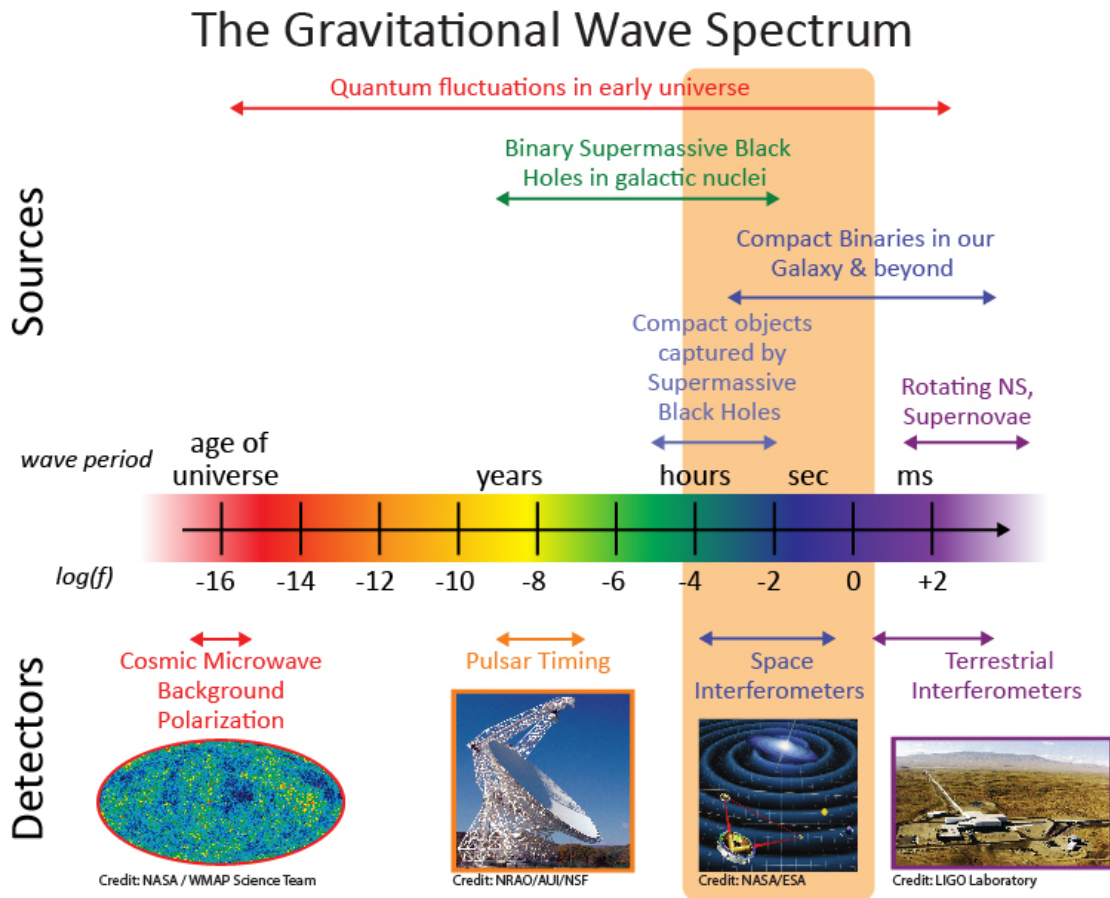
Cada braço dos detectores LIGO possui dois espelhos separados por uma distância de  $L_x = L_y = L = 4$ km. A passagem de uma onda gravitacional altera o comprimento dos braços e a diferença pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\Delta L(t) = \delta L_x - \delta L_y = h(t)L. \quad (2.23)$$

Onde  $h(t)$  é a amplitude de deformação projetada sobre o detector sendo esta adimensional. Essa variação de comprimento nos braços provoca uma alteração no padrão de interferência do laser que é detectado pelo fotodetector.



Figura 2.6 - Espectro de Ondas Gravitacionais



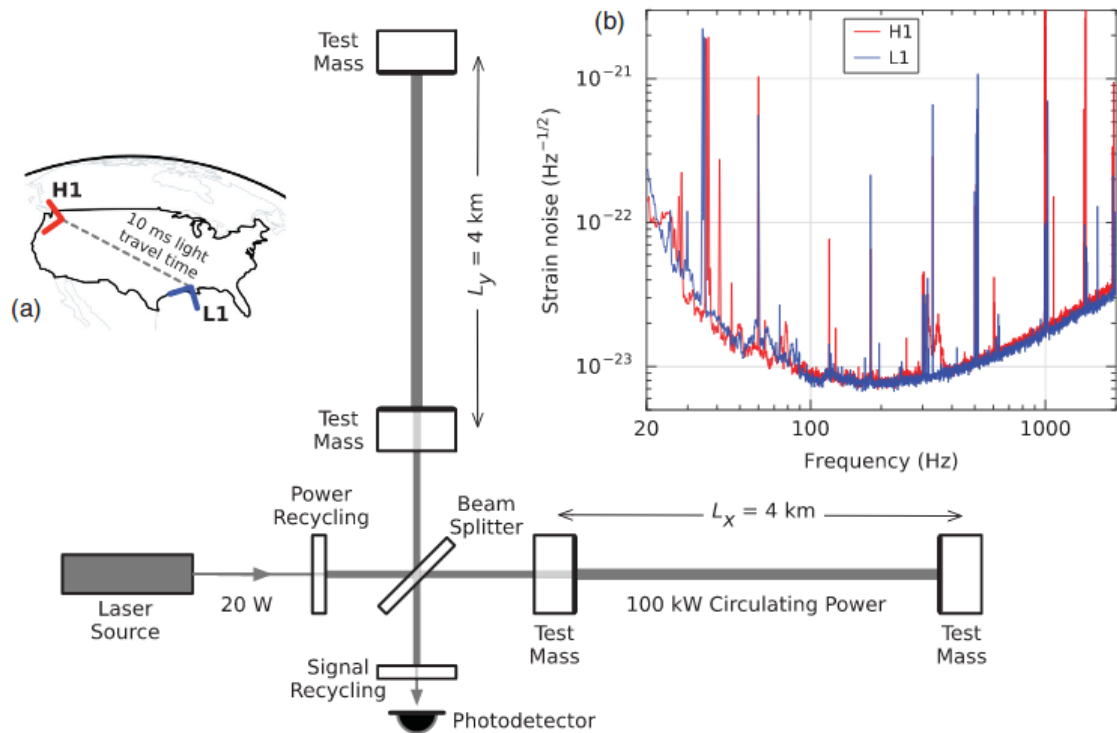
A figura apresenta algumas técnicas de detecções dentro de todo o espectro de ondas gravitacionais. Vale ressaltar que a faixa do espectro em que o LISA é sensível abrange fenômenos astrofísicos interessantes como a captura de objetos por buracos negros supermassivos.

Fonte: NASA (2017).

Para determinar com precisão se os sinais detectados são provenientes de ondas gravitacionais ou causados por algum artifício ambiental ou instrumental, o LIGO está equipado com diversos sensores como sismômetros, acelerômetros, microfones, magnetômetros, receptores de rádio, monitores de corrente alternada e detector de raios cósmicos.

Há duas sedes do LIGO nos Estados Unidos, uma em Hanford (Washington) (Figura 2.8a) e outra em Livingston (Louisiana) (Figura 2.8b). As duas operam simultaneamente para a detecção de ondas gravitacionais.

Figura 2.7 - Detectores do LIGO.



Representação do funcionamento de um detector do LIGO. Uma onda gravitacional que se propaga ortogonalmente ao plano do detector produz o efeito de alongar um dos braços e encurtar o outro durante um meio ciclo de onda. No outro meio ciclo de onda isso se inverte. O fotodetector registra essas variações de comprimento. (a) Mostra a localização e orientação dos detectores de Hanford (H1) e de Livingston (L1). (b) Curva mostrando a densidade espectral de amplitude expressa em função da amplitude de deformação causada pela onda gravitacional.

Fonte: LIGO (2017).

### 2.2.1 Evento GW150914

Em 14 de setembro de 2015, os observatórios do LIGO em Hanford e Livingston detectaram o primeiro sinal de ondas gravitacionais geradas na coalescência de uma binária de buracos negros sendo o evento então denominado GW150914 (ABBOTT et al., 2016b).

As características do evento GW150914 apontam para uma coalescência de dois buracos negros, ou seja, a espiralação, *merger* (fusão) e *ringdown* (acomodação do BH remanescente). Com mais de 0.2 s o sinal cresce em frequência e amplitude por

Figura 2.8 - Observatórios do LIGO nos EUA.



(a) LIGO Hanford



(b) LIGO Livingston

Fonte: LIGO - Caltech (2016)

cerca de 8 ciclos percorrendo a banda de 35 a 150 Hz onde a amplitude atinge o máximo. A explicação mais plausível é a espiralação de dois corpos de massas,  $m_1$  e  $m_2$ , emitindo ondas gravitacionais. Em frequências menores, a massa do *chirp*<sup>1</sup> será:

$$\mathfrak{M} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = \frac{c^3}{G} \left[ \frac{5}{96} \pi^{-8/3} f^{-11/3} \dot{f} \right]^{3/5}. \quad (2.24)$$

Onde  $f$  e  $\dot{f}$  são a frequência e a sua derivada temporal respectivamente,  $G$  é a constante de gravitação Universal e  $c$  é a velocidade da luz. Estimando  $f$  e  $\dot{f}$  a partir dos dados observados obtém-se a massa do *chirp*  $\mathfrak{M} \simeq 30 M_\odot$ , o que implica que a massa total  $M = m_1 + m_2 \gtrsim 70 M_\odot$ . Isso limita a soma dos raios de Schwarzschild da binária para  $2GM/c^2 \gtrsim 210$  km. Para alcançar uma frequência orbital de 150 Hz os objetos devem estar muito próximos além de serem objetos compactos. Os únicos objetos conhecidos que sejam compactos o suficiente e capazes de atingir tais frequências são buracos negros. A decomposição da forma de onda mostra que o produto final da coalescência é compatível com um buraco negro de Kerr.

Através de cálculos apurados com relatividade numérica, os resultados do evento GW150914 descreveram uma coalescência de dois buracos negros com massas de aproximadamente  $36 M_\odot$  e  $29 M_\odot$ , respectivamente. O produto final dessa fusão foi um buraco negro em rotação, descrito pela métrica de Kerr (KERR, 1963), com cerca

<sup>1</sup>A massa do *chirp* determina como o sistema evolui e o sinal de onda gravitacional emitido varia em amplitude e frequência, e é derivada da relação entre a massa total do sistema e a sua massa reduzida.

de  $\sim 62 M_{\odot}$  de massa. O evento ocorreu a uma distância estimada de  $\sim 1.3$  bilhões de anos-luz da Terra. Durante o processo de fusão foram emitidas cerca de  $3 M_{\odot} c^2$  em energia na forma de ondas gravitacionais.

De fato, essa primeira detecção de ondas gravitacionais feita pelo LIGO intrigou a comunidade científica. Um dos aspectos que mais chamou a atenção foi a massa dos buracos negros. Não se espera pela evolução estelar que BHs estelares tenham massas acima de  $15 M_{\odot}$  e então, surgiu o questionamento a respeito de sua origem. O próximo capítulo desse trabalho discutirá sobre mecanismos de formação dos BHs e a possível relação entre a detecção do LIGO e buracos negros primordiais.

### 3 OS BURACOS NEGROS

Os Buracos Negros são regiões do espaço-tempo com campos gravitacionais tão intensos (na sua proximidade devido a deformação causada no espaço-tempo) que nem mesmo a luz consegue escapar de seu interior. Esses objetos compactos possuem gravidade intensa devido a matéria comprimida em uma pequena região. Os BHs, não necessariamente, são produtos finais de evolução estelar, podendo ser formados por outros mecanismos.

Os Buracos Negros Primordiais seriam buracos negros que se formaram no início do Universo. Há vários mecanismos que possibilitam a formação de PBHs como por exemplo o colapso a partir de flutuações de grandes densidades, loops de cordas cósmicas e colisão de bolhas. A quantidade de PBH atual seria limitada principalmente por sua evaporação via radiação Hawking (HAWKING, 1974). Como sua formação poderia ocorrer antes mesmo da nucleossíntese primordial, os PBHs são fortes candidatos à matéria escura do Universo.

Nessa seção serão discutidos brevemente os mecanismos de formação desses buracos negros e sua evolução, bem como a sua possível relação com a matéria escura.

#### 3.1 Evolução Estelar

Existem três fases importantes na evolução estelar:

- Pré Sequência Principal: essa fase consiste na formação estelar a partir da nuvem de gás molecular. Ocorre a contração gravitacional e o subsequente aquecimento da estrela até a sequência principal, definida como o ponto na qual inicia a queima de Hidrogênio em Hélio.
- Sequência Principal: essa é a fase na qual a estrela passa a maior parte de seu tempo de vida. A estrela evolui até queimar todo o Hidrogênio do seu interior.
- Pós Sequência Principal: essa fase se inicia após a exaustão do Hidrogênio terminando em grandes eventos. Conforme a massa da estrela a sua remanescente poderá ser uma anã branca, estrela de nêutrons ou buraco negro.

A evolução estelar se dá através da “competição” entre duas forças, a de pressão de radiação e a de gravidade. A força gravitacional tenta colapsar a estrela, ao contrário

da força de pressão de radiação, que é responsável por tentar expandi-la. Quando essas forças se equilibram a estrela estará estável.

Observações sugerem que a formação estelar ocorra em nuvens moleculares gigantes com diâmetro  $\sim 30$  pc e massa  $M \sim 10^6 M_\odot$ . Não se sabe ao certo o que causa o colapso inicial da nuvem mas acredita-se que ondas de choque provocadas por explosões de supernovas provocariam um gradiente de densidade em determinadas regiões. A partir de então, a gravidade seria responsável pelo colapso. Uma questão importante é a condição para que ocorra essa instabilidade da nuvem. Considerando uma nuvem de gás molecular com tamanho típico  $R$ , massa  $M$  e densidade  $\rho$ , podemos escrever que:

$$M \simeq \rho R^3. \quad (3.1)$$

O potencial gravitacional da nuvem pode ser escrito como  $GM/R$ . Assim, a energia total será:

$$E_{tot} \simeq \kappa_B T - \frac{GMm}{R}. \quad (3.2)$$

O primeiro termo da equação acima está relacionado com a energia cinética das moléculas do gás e o segundo com a energia potencial gravitacional. Sabendo que a condição para que a nuvem colapse é que:

$$E_{tot} < 0, \quad (3.3)$$

ou seja,

$$GMm > R\kappa_B T. \quad (3.4)$$

Assim, podemos escrever que:

$$R > R_J \equiv \left( \frac{\pi \kappa_B T}{Gm\rho} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.5)$$

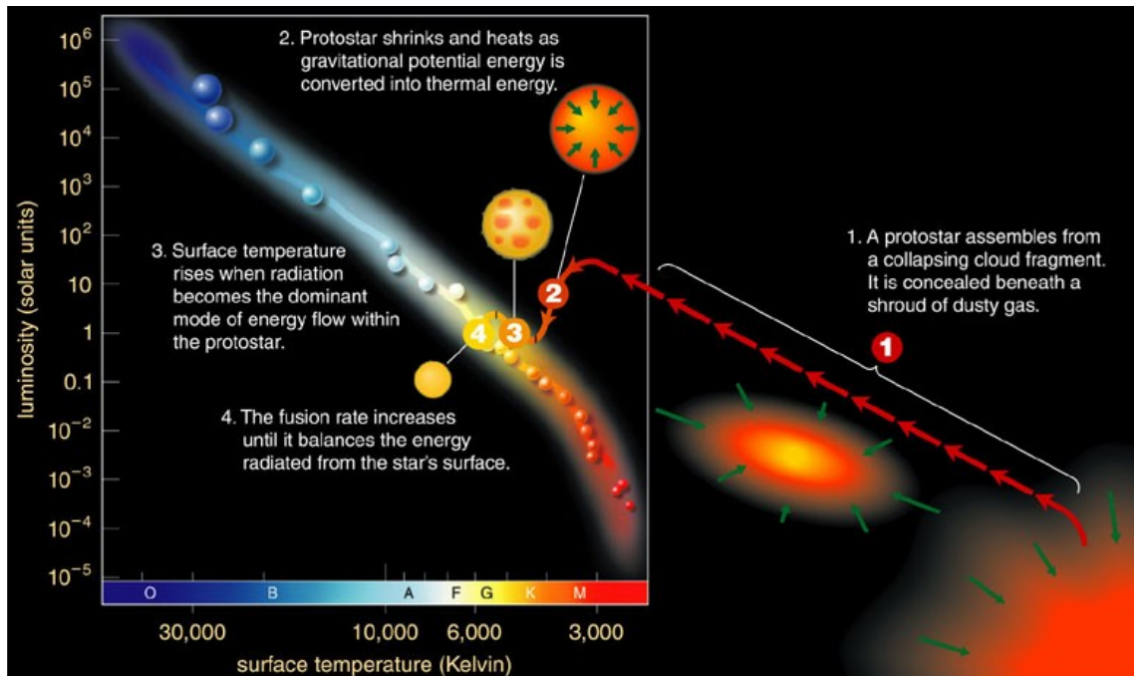
e,

$$M > M_J = \frac{4}{3}\pi\rho R_J^3 \simeq 5 \times 10^{-10} \left(\frac{T^3}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} M_{\odot}. \quad (3.6)$$

Em que,  $R_J$  e  $M_J$  são os raios e massas de Jeans respectivamente. As equações acima representam as condições necessárias para que fragmentos da nuvem molecular colapsem e formem uma protoestrela.

Quando se inicia a queima de Hidrogênio em Hélio no interior estelar, a estrela se encontra na fase denominada Sequência Principal do diagrama Hertzsprung-Russel (HR). Nessa fase a estrela se encontra estável e em equilíbrio termodinâmico. O diagrama HR mostra características das estrelas como, por exemplo, o tipo espectral, luminosidade e temperatura. Na figura 3.1 está ilustrada de maneira sucinta as três etapas da evolução estelar, ou seja, a pré sequência principal, a entrada na sequência principal e pós sequência principal.

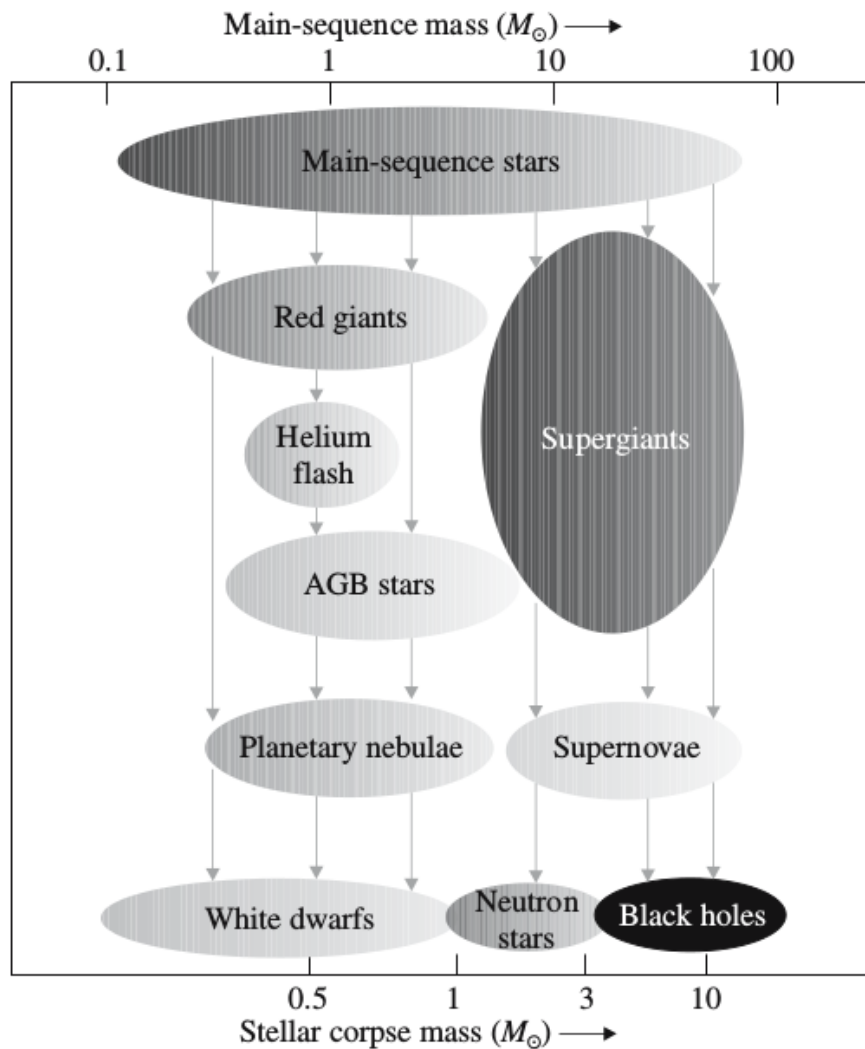
Figura 3.1 - Diagrama Hertzsprung-Russel (HR).



Fonte: University of Oregon (2016).

O estágio final de uma estrela depende basicamente de sua massa (maiores detalhes em (CAMENZIND, 2007)). Estrelas com massas de até  $10 M_{\odot}$  evoluem para uma nebulosa planetária e a sua remanescente será uma anã branca. Já estrelas com massa de sequência principal entre  $10 - 100 M_{\odot}$  tem seu fim em uma explosão mais catastrófica: uma supernova cuja remanescente será uma estrela de nêutrons ou um buraco negro. Na figura 3.2 está representada de maneira sucinta a evolução final de uma estrela.

Figura 3.2 - Representação da evolução estelar a partir da massa das estrelas na sequência principal.



Fonte: Camenzind (2007)



Esses objetos compactos (anãs brancas, estrelas de nêutrons e buracos negros) diferem em vários aspectos das estrelas normais:

- Não estão realizando nenhum processo de fusão nuclear;
- As anãs brancas são sustentadas pela pressão de degenerescência dos elétrons, as estrelas de nêutrons são sustentadas pela pressão de degenerescência dos nêutrons, já os buracos negros, são os objetos mais compactos e representam uma estrela completamente colapsada;
- São objetos compactos com tamanho significativamente menor que as estrelas normais e tendo, portanto, maior campo gravitacional ao seu redor;
- Muitas vezes esses objetos possuem um campo magnético muito intenso sendo mais forte do que o campo de estrelas normais.

Durante todas as fases da evolução estelar as estrelas perdem a maior parte de suas massas. Sendo assim, não se espera que os buracos negros remanescentes de estrelas massivas tenham massa superior a  $15 M_{\odot}$ . Um trabalho recente (O'LEARY et al., 2016) mostra que a distribuição de massa de buracos negros estelares segue uma lei de potência do tipo Salpeter (SALPETER, 1955):

$$\frac{dn}{dM} \propto M^{-\alpha}, \quad (3.7)$$

com  $\alpha = 2.35$  estimado observacionalmente.

Como o LIGO está detectando buracos negros com massa  $\sim 30 M_{\odot}$  há indícios de que não sejam BHs estelares, ou seja, poderiam ser de origem primordial com  $\alpha \sim 2.5$  (ABBOTT et al., 2016a). Esse fato foi o que motivou o desenvolvimento deste trabalho já que não há nenhuma explicação definitiva a respeito da origem desses BHs.

### 3.2 Buraco Negro de Schwarzschild

A solução de Schwarzschild aparece como resultado da resolução das equações de campo de Einstein no vácuo para um sistema de coordenadas com simetria esférica. Tal solução descreve um buraco negro sem rotação e sem carga, sendo a descrição mais simples de um BH, chamado de Buraco Negro de Schwarzschild. O elemento de linha de Schwarzschild é (D'INVERNO, 1992):

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (3.8)$$

em que  $m$  é chamada de massa geométrica e está relacionada da seguinte maneira:

$$m = \frac{GM}{c^2}. \quad (3.9)$$

A solução de Schwarzschild é assintoticamente plana, ou seja, quando  $r \rightarrow \infty$  obtemos um espaço-tempo de Minkowski (plano).

Um problema que aparece associado com as coordenadas é que, em geral, o sistema coordenado escolhido não cobre toda a variedade (*manifold*), ou seja, apenas uma parte dela. Esses pontos são chamados de singularidade podendo ser removível ou não. A singularidade é dita removível quando, ao fazer uma mudança de sistema de coordenadas, ela deixa de existir. Na solução de Schwarzschild aparecem duas singularidades, uma em  $r = 2m$  e outra em  $r = 0$ . O valor  $r = 2m$  é chamado de raio de Schwarzschild sendo essa hipersuperfície com *redshift* infinito e uma singularidade removível como pode ser observado pelo escalar invariante:

$$R_{\kappa\lambda\mu\nu}R^{\kappa\lambda\mu\nu} = 48m^2r^{-6}, \quad (3.10)$$

que é finito em  $r = 2m$ . Por se tratar de um escalar, seu valor permanece o mesmo em todos os sistemas de coordenadas. A singularidade em  $r = 0$  é irremovível sendo assim denominada de singularidade real ou intrínseca.

A superfície  $r = 2m$  é chamada de Horizonte de Eventos do buraco negro onde qualquer partícula (até mesmo o fóton) que ultrapasse essa região será arrastado para dentro do BH. O raio de Schwarzschild pode ser escrito como:

$$R_S = 2m = \frac{2GM}{c^2} = 3 \text{ km} \left( \frac{M}{M_\odot} \right). \quad (3.11)$$

### 3.2.1 Coordenadas de Eddington-Finkelstein

As coordenadas de Eddington-Finkelstein aparecem após uma mudança de coordenada temporal de tal forma que as geodésicas se tornam linhas retas (D'INVERNO, 1992). Como a solução de Schwarzschild possui uma singularidade removível em

$r = 2m$  e fazendo a seguinte transformação, obtém-se:

$$t \rightarrow \bar{t} = t + 2m \ln(r - 2m), \quad (3.12)$$

para  $r > 2m$ , devido ao novo sistema de coordenadas  $(\bar{t}, r, \theta, \phi)$ , temos:

$$\bar{t} = -r + \text{constante}, \quad (3.13)$$

o que é uma linha reta que forma um ângulo de  $-45^\circ$  com o eixo  $r$ . Diferenciando a equação 3.12:

$$d\bar{t} = dt + \frac{2m}{r - 2m} dr, \quad (3.14)$$

e substituindo na Equação 3.8, obtemos o elemento de linha de Eddington-Finkelstein:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) d\bar{t}^2 - \frac{4m}{r} d\bar{t}dr - \left(1 + \frac{2m}{r}\right) dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (3.15)$$

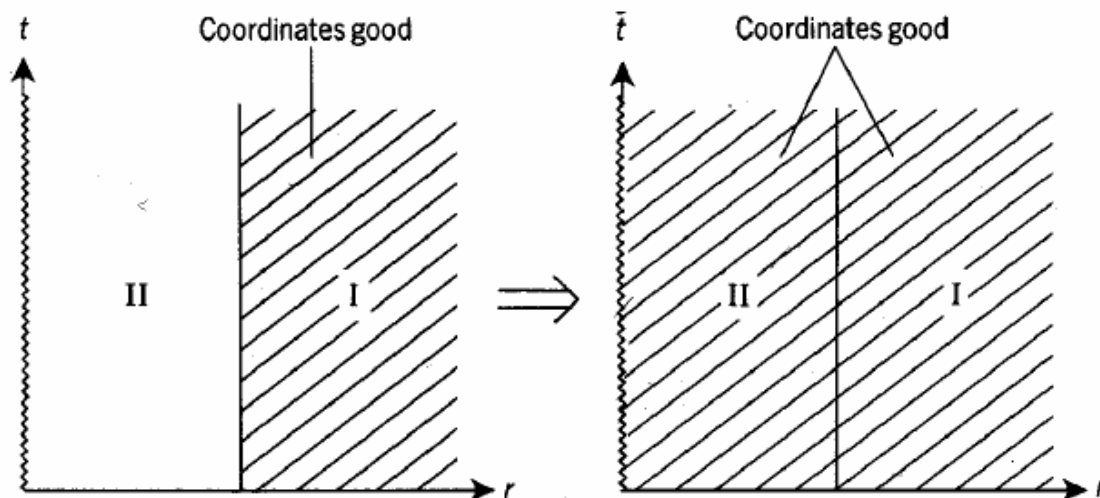
É possível notar que não há mais uma singularidade em  $r = 2m$ , na verdade é regular em todo o intervalo  $0 < r < 2m$  (região II). A transformação 3.12 estende o intervalo de  $2m < r < \infty$  (região I) para  $0 < r < \infty$  sendo, portanto, chamada de uma extensão analítica da solução de Schwarzschild (ver Figura 3.3).

A transformação de coordenadas de Eddington-Finkelstein remove a singularidade em  $r = 2m$ . A Figura 3.4 mostra o comportamento dos cones de luz para partículas que se movem na fronteira do horizonte de eventos. Ao atravessar o limiar de  $r = 2m$  (região II), através das curvas geodésicas, pode-se observar que os cones de luz apontam para o ponto de singularidade em  $r = 0$ , ou seja, nem mesmo a luz consegue escapar após ultrapassar o horizonte de eventos.

### 3.3 Buraco Negro de Kerr

A solução de Schwarzschild se mostra apropriada para fora de uma distribuição esférica de massa sem rotação. Em 1963, o matemático neozelandês Roy Kerr propôs

Figura 3.3 - Coordenadas de Eddington-Finkelstein.



A Figura mostra a extensão analítica da solução de Schwarzschild. É possível notar que a transformação de coordenadas de Eddington-Finkelstein se torna regular em todo o intervalo de  $0 < r < \infty$  removendo então a singularidade no ponto  $r = 2m$ .

Fonte: D'Inverno (1992)

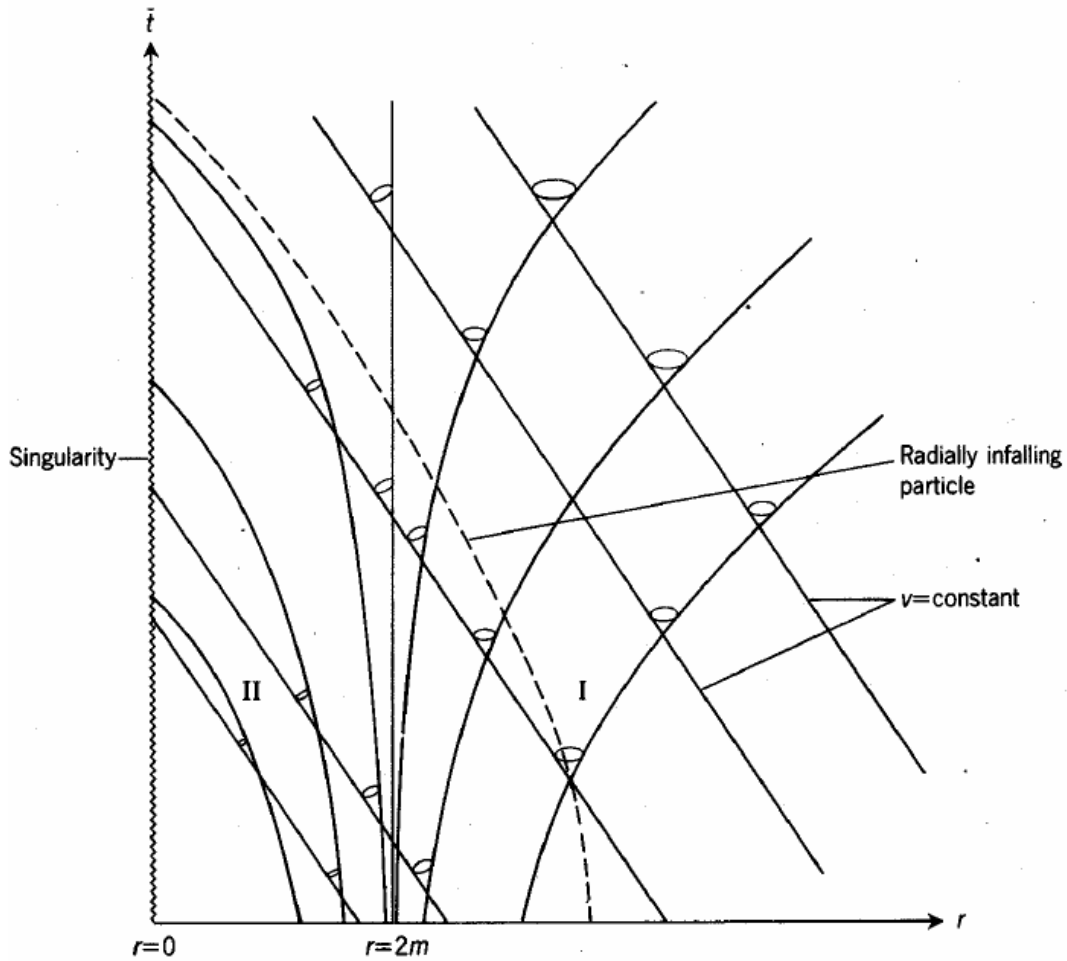
uma solução para buracos negros em rotação denominada de métrica de Kerr (KERR, 1963). Tal solução descreve buracos negros em rotação e deformados devido ao momento angular sendo chamados de Buracos Negros de Kerr.

A solução de Schwarzschild descreve a forma mais simples de um buraco negro sendo caracterizada por apenas um parâmetro: a massa  $M$ . Outras soluções de campo da Relatividade Geral apresentam mais parâmetros para descrever os buracos negros, de forma mais geral, um buraco negro pode ser descrito por:

- Massa;
- Carga;
- Momento Angular.

Buracos negros em rotação são de particular interesse na astrofísica. Há uma gama de estudos relacionados com binárias de raios-X, núcleo ativo de galáxias, quasares e *gamma ray bursts*. As detecções de ondas gravitacionais mostraram que os buracos negros resultantes da coalescência das binárias eram compatíveis com buracos negros de Kerr.

Figura 3.4 - Solução de Schwarzschild em Coordenadas de Eddington-Finkelstein.



A Figura mostra o comportamento dos cones de luz (diagrama bidimensional) para partículas que se movem nas regiões I e II na fronteira de  $r = 2m$ .

Fonte: D'Inverno (1992)

O elemento de linha, em coordenadas de Boyer-Lindquist  $(t, r, \theta, \phi)$ , é:

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & - \left( 1 - \frac{2Mr}{\rho^2} \right) dt^2 - \frac{4Mr a \sin^2 \theta}{\rho^2} d\phi dt + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 \\
 & + \left( r^2 + a^2 + \frac{2Mr a^2 \sin^2 \theta}{\rho^2} \right) \sin^2 \theta d\phi^2,
 \end{aligned}
 \tag{3.16}$$

onde:

$$a \equiv J/M ; \rho^2 \equiv r^2 + a^2 \cos^2 \theta ; \Delta \equiv r^2 - 2Mr - a^2.$$

Assim, o fator de escala  $a$  está relacionado com o parâmetro  $J$  que pode ser interpretado como o momento angular e  $M$  como a massa do buraco negro.

A solução de Kerr possui algumas propriedades:

- Solução de Vácuo: a métrica de Kerr é uma solução de vácuo das Equações de Campo válidas na ausência de matéria;
- Redução a Métrica de Schwarzschild: no limite em que  $a = J/M = 0$ , a métrica de Kerr se reduz a métrica de Schwarzschild, ou seja, quando o buraco negro não possui rotação;
- Assintoticamente Plana: a métrica de Kerr se torna assintoticamente plana quando  $r \gg M$  e  $r \gg a$ ;
- Simetrias: como a métrica é independente de  $t$  e  $\phi$ , isso significa que há vetores de Killing associados a essas coordenadas, ou seja,

$$\xi_t = (1, 0, 0, 0) \rightarrow \text{métrica estacionária}$$

$$\xi_\phi = (0, 0, 0, 1) \rightarrow \text{métrica axialmente simétrica}$$

- Singularidade e Horizonte de Eventos: Calculando o invariante de Kretschmann ( $R_{\kappa\lambda\mu\nu}R^{\kappa\lambda\mu\nu}$ ) encontra-se apenas uma singularidade intrínseca em  $\rho = 0$ . A singularidade, diferentemente da solução de Schwarzschild, é um anel de raio  $a$ . A superfície de *redshift* infinito é descrita por  $r = r_{S^+} = m \pm \sqrt{m^2 - a^2 \cos^2 \theta}$ .

No caso em que  $a^2 < m^2$  encontram-se dois horizontes de eventos que podem ser representados por  $r = m \pm \sqrt{m^2 - a^2}$ .

A solução de Kerr é regular em três regiões:

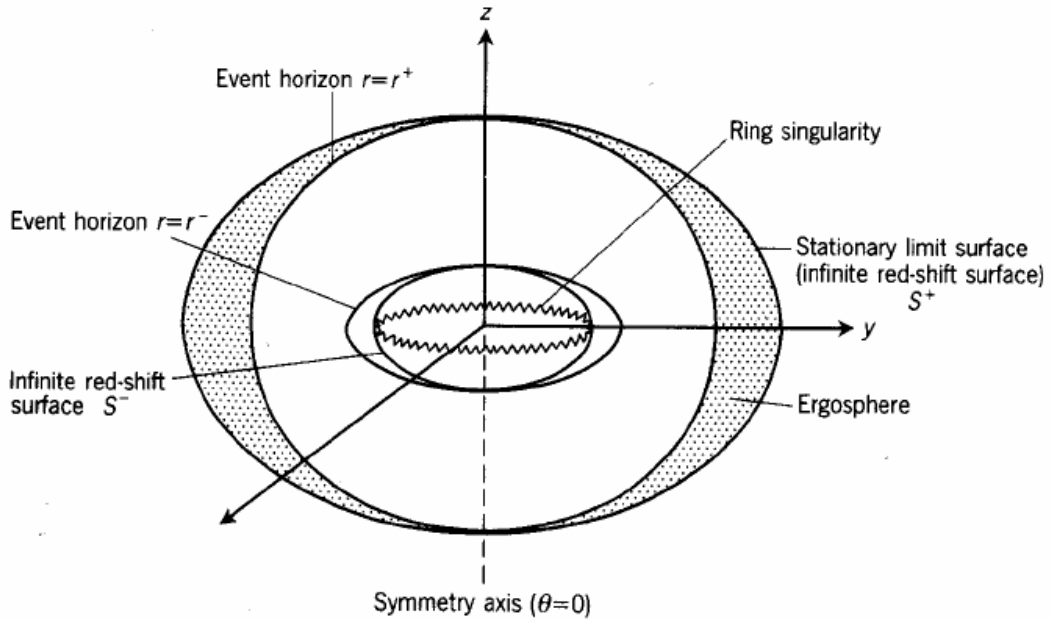
$$\text{I. } r_+ < r < \infty,$$

$$\text{II. } r_- < r < r_+,$$

$$\text{III. } 0 < r < r_-.$$

O horizonte de eventos  $r_+$  está inteiramente dentro de  $S_+$  dando origem a uma região chamada de ergosfera conforme mostra a Figura 3.5 (D'INVERNO, 1992).

Figura 3.5 - Buraco Negro de Kerr.



Representação de um Buraco Negro em rotação descrito pela métrica de Kerr. A figura mostra o anel de singularidade e as regiões do horizonte de eventos bem como a ergosfera.

Fonte: D'Inverno (1992)

### 3.4 Buracos Negros Primordiais

Os PBHs são buracos negros que teriam sido formados no Universo primordial (GREEN, 2016) através de mecanismos como flutuações de grandes densidades, loops de cordas cósmicas (cosmic string loops) e colisão de bolhas. É possível aproximar a massa dos PBHs ( $M_{PBH}$ ) como sendo igual a massa do horizonte  $M_H$  do Universo observável naquela época, isto é:

$$M_{PBH} \sim M_H \sim \frac{c^3 t}{G} \sim 10^{15} \left( \frac{t}{10^{-23} \text{ s}} \right) \text{ g.} \quad (3.17)$$

O intervalo de massas para os PBH é amplo aqueles formados no tempo de Planck ( $\sim 10^{-43}$  s) poderiam ter massas da ordem de  $10^{-5}$  g (massa de Planck), enquanto que, os formados até 1 s após o Big Bang conseguiriam ser supermassivos, ou seja, terem massas  $\sim 10^5 M_\odot$  comparável com os BHs de núcleos de galáxias. Já a formação de BHs na época presente, através da evolução estelar, não resultaria em massas

abaixo de  $1 M_{\odot}$ .

No começo dos anos 70, Stephen Hawking estudou as propriedades quânticas dos buracos negros (HAWKING, 1974). O advento da radiação Hawking possibilitou a conexão entre três grandes áreas da Física, a Relatividade Geral, Mecânica Quântica e a Termodinâmica. Hawking mostrou que os buracos negros irradiam termicamente, através de flutuações quânticas no limiar do horizonte de eventos, com uma temperatura dada pela seguinte relação:

$$T = \frac{\hbar c^3}{8\pi G M k} \approx 10^{-7} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1} \text{ K} \quad (3.18)$$

e o seu tempo de evaporação via radiação Hawking,

$$\tau(M) \approx \frac{\hbar c^4}{G^2 M^3} \approx 10^{64} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^3 \text{ anos} \quad (3.19)$$

Apenas buracos negros com massas inferiores a  $\sim 10^{15}$  g já teriam evaporado até o presente. Conforme a equação 3.17 o efeito Hawking se torna importante para buracos negros formados antes de  $10^{-23}$  s.

As restrições da abundância de buracos negros primordiais são usualmente escritas em termos da fração da densidade de energia na forma de PBH, ou seja,  $\beta(M_{PBH}) = \rho_{PBH}/\rho_{tot}$ . A densidade de PBH evolui como  $\rho_{PBH} \propto a^{-3}$ , onde  $a$  é um fator de escala, enquanto que a densidade de radiação varia com  $\rho_{rad} \propto a^{-4}$ . Durante o domínio da radiação, a fração da densidade de energia total que está na forma de PBH cresce proporcionalmente ao fator de escala  $a$  (maiores discussões em (CALMET, 2015)).

No período da inflação, ou seja, período em que o Universo se expandia exponencialmente, podem ter gerado flutuações primordiais que formaram grandes estruturas como galáxias (ver mais detalhes em (LYTH; LIDDLE, )). Há diversas evidências de que a maior parte de matéria do Universo se encontra na forma de Matéria Escura Fria (CDM).

### 3.4.1 Alguns Mecanismos de Formação

Para que ocorra a formação de PBHs é necessária uma região com grande densidade. Nesta seção serão discutidas brevemente mecanismos que possibilitam essa formação (ver mais em (CALMET, 2015)).



### 3.4.1.1 Flutuações de Grande Densidade

Durante o período do domínio da radiação, se uma flutuação de densidade for grande o suficiente, a gravidade supera as forças de pressão e o colapso se inicia para formar um PBH. Para que esse colapso ocorra é necessário que se atinja o raio de Schwarzschild:

$$R_S = \frac{2GM}{c^2} \quad (3.20)$$

e a densidade ultrapasse o limite da densidade de Schwarzschild,

$$\rho_S = 10^{18} \left( \frac{M}{M_\odot} \right)^{-2} \text{ g cm}^{-3} \quad (3.21)$$

Carr e Hawking propuseram que as regiões com flutuações de grande densidade eram esfericamente simétricas em um universo fechado de Friedmann (CARR; HAWKING, 1974). Lembrando que  $w$  é o parâmetro da equação de estado,  $p = w\rho$ , e  $w = 1/3$ , no domínio radiativo, isso implica que a densidade,  $\delta \equiv \delta\rho/\rho$ , na fronteira do horizonte deve exceder um valor crítico  $\delta_c$ .

Os PBHs formados teriam a massa da ordem da massa do horizonte,  $M_H$ . No momento em que se formam:

$$M_{PBH} = w^{3/2} M_H \quad (3.22)$$

Considerando que as flutuações sejam invariantes em escala, ou seja, os PBHs se formariam em todas as escalas (maiores discussões em (CARR, 1975)), então teriam uma distribuição de massa da seguinte forma:

$$\frac{dn}{dM_{PBH}} \propto M_{PBH}^{-5/2} \quad (3.23)$$

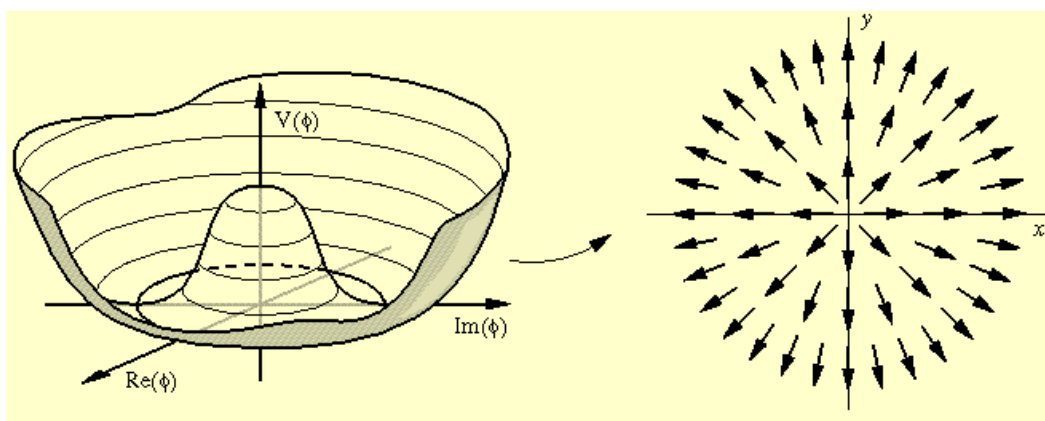
Em um universo dominado pela matéria ( $w = 0$ ), os critérios para a formação de PBHs seriam diferentes. Como a pressão é nula, nesse caso é possível que os PBHs se formem dentro do horizonte mas para que isso ocorra é necessário que as perturbações sejam simetricamente esféricas. Para maiores detalhes ver (KHLOPOV;

POLNAREV, 1980) e (POLNAREV; KHLOPOV, 1982).

### 3.4.1.2 Loops de Cordas Cóslicas

As cordas cósmicas são defeitos topológicos unidimensionais (lineares) que podem se formar no início do Universo (SHELLARD; VILENKIN, 1994) quando uma simetria axial ou cilíndrica é quebrada (ver Figura 3.6). Foram sugeridas pela primeira vez no final dos anos 70 pelo físico teórico Tom W. B. Kibble (KIBBLE, 1976) como um possível resultado de algumas teorias de campos, como por exemplo, campo de Higgs.

Figura 3.6 - Cordas cósmicas.

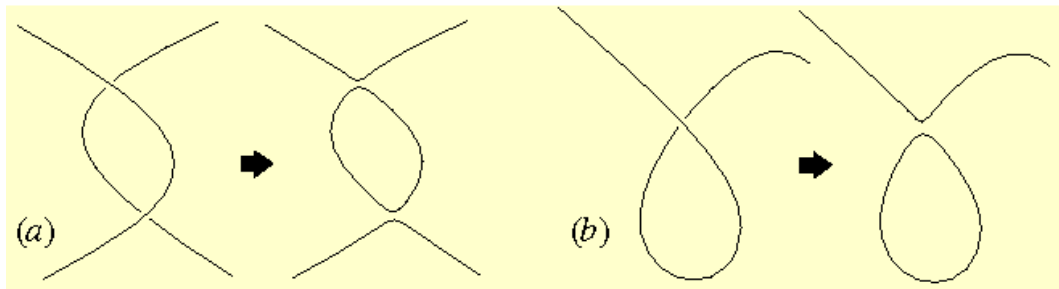


As cordas cósmicas estão associadas a modelos em que os mínimos não estão conectados. Os estados de mínima energia formam um círculo e a corda corresponde a um enrolamento em torno disso.

Fonte: University of Cambridge (2015).

As cordas cósmicas podem se auto-interceptar e formarem loops de cordas cósmicas (Figura 3.7). Há uma pequena possibilidade de que um desses loops oscilantes possa estar em uma configuração onde todas as suas dimensões são menores que seus raios de Schwarzschild e assim, colapsem para formar PBHs com massa aproximadamente igual à massa do horizonte (CALDWELL; CASPER, 1996). O número de PBHs formados depende da massa por unidade de comprimento das cordas,  $\mu$ , que está diretamente relacionada com a escala de quebra de simetria. Os loops de cordas cósmicas podem colapsar para formar um PBH em qualquer ponto durante o período de domínio radiativo. Consequentemente esses PBHs possuem uma função de massa descrita pela equação 3.23.

Figura 3.7 - Loops de cordas cósmicas



Fonte: LIGO Scientific Collaboration (2016).

### 3.4.1.3 Colisão de Bolhas

A formação de buracos negros poderia ocorrer através do colapso de regiões não homogêneas no período logo após a inflação. As colisões entre as bolhas formadas em transições de fase poderiam criar um buraco negro primordial com massa da ordem da massa do horizonte observável naquela época (maiores informações em (KHLOPOV et al., 1999)).

### 3.4.2 PBH como Matéria Escura

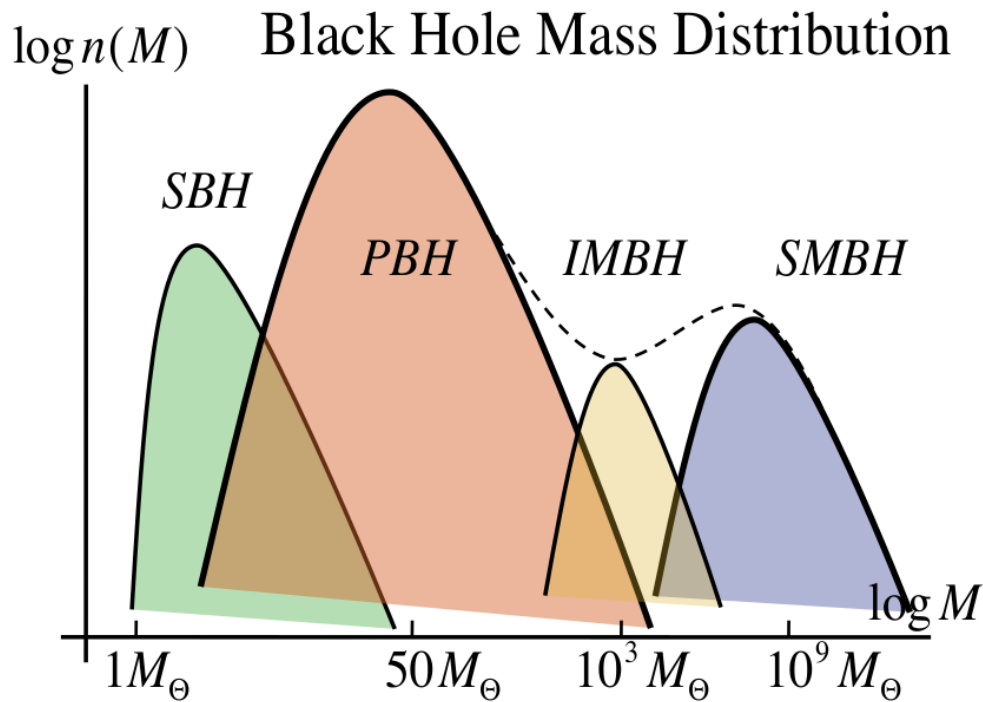
Assumindo que a Teoria da Relatividade Geral esteja correta, há algumas evidências que a maior parte da matéria no universo se encontra na forma não-bariônica, ou seja, Matéria Escura Fria (Cold Dark Matter - CDM). Curvas de rotação de galáxias espirais mostram que há mais matéria distribuída no halo do que o previsto teoricamente, o que culmina com a hipótese de que os MACHOs, como buracos negros, possam ser os constituintes da matéria escura (ALCOCK et al., 1998).

Alternativamente, em Física de Partículas se espera uma supersimetria entre bósons e férmions. Partículas que não interagiriam por nenhuma outra força exceto a gravitacional, como os WIMPs, também são candidatos como possíveis constituintes da matéria escura (BERTONE et al., 2005). Como o LHC não opera na faixa de energia em que essa simetria é quebrada ( $\sim 1$  TeV) até o momento não foi observada nenhuma partícula supersimétrica.

As detecções do LIGO reacenderam a ideia de que os PBH possam ser os constituintes da DM. Desde então, muitos trabalhos trataram dessa possibilidade como, por exemplo, (BIRD et al., 2016; KASHLINSKY, 2016; GARCÍA-BELLIDO, 2017; CARR et al.,

2016; SASAKI et al., 2016). A distribuição de massa dos PBH se encontra exatamente na faixa em que o LIGO está detectando, o que corrobora com a hipótese de que sejam primordiais (Figura 3.8).

Figura 3.8 - Distribuição de massa de buracos negros.



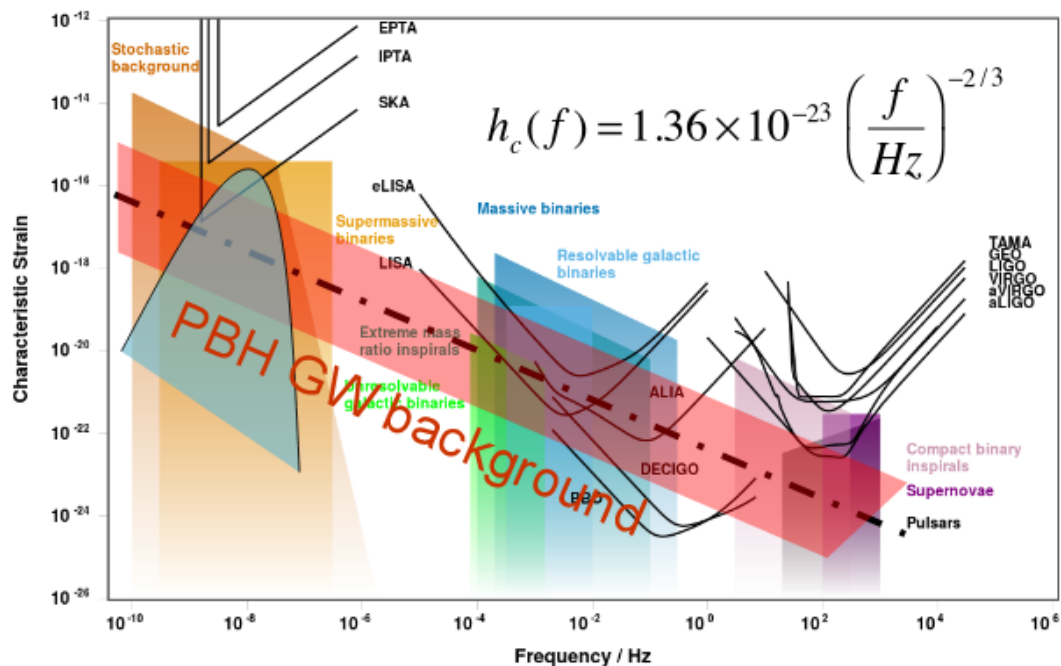
A distribuição de massa dos buracos negros pode ser classificada em Buracos Negros Estelares (SBH), formados a partir do colapso de estrelas massivas, Buracos Negros Primordiais (PBH), formados no início do Universo, e os Buracos Negros Intermediários (IMBH) e Supermassivos (SMBH), que se encontram principalmente no núcleo de galáxias.

Fonte: [García-Bellido \(2017\)](#)

Com futuros interferômetros, terrestres e espaciais, de maiores sensibilidades para detecção de ondas gravitacionais será possível caracterizar a distribuição e propriedades dos BHs, fornecendo informações a respeito de sua origem e os estágios iniciais do Universo (ver Figura 3.9).

Já existem evidências a favor do PBH como DM como, por exemplo, a correlação entre os fundos no infravermelho próximo e raios-X difusos que sugere uma população de PBH ([KASHLINSKY, 2016](#)). Além disso, os PBHs poderiam ser os responsáveis por fontes luminosas de raios-X e pelos IMBH e SMBH em núcleos galácticos e aglomerados globulares ([GARCÍA-BELLIDO, 2017](#)).

Figura 3.9 - Fundo estocástico de ondas gravitacionais.



O fundo estocástico de ondas gravitacionais resultante da fusão de buracos negros abrange frequências abaixo de nHz até acima de kHz. A gama é coberta por interferômetros terrestres e espaciais, e *Pulsar Time Array*. Há também o fundo estocástico de ondas gravitacionais criadas a partir do colapso que formaria os PBH durante a era da radiação.

Fonte: [García-Bellido \(2017\)](#)

Tais evidências têm estimulado trabalhos que contribuem para o avanço em responder estas questões levantadas pelas detecções do LIGO: Será que a origem dos buracos negros dos sistemas detectados é primordial e pré-nucleossíntese? Se sim, podem tais buracos negros serem constituintes da matéria escura, em uma fração considerável ou mesmo total? Conhecer e criar caminhos para esclarecer estas questões foram as motivações para a execução desta Pesquisa de Mestrado.



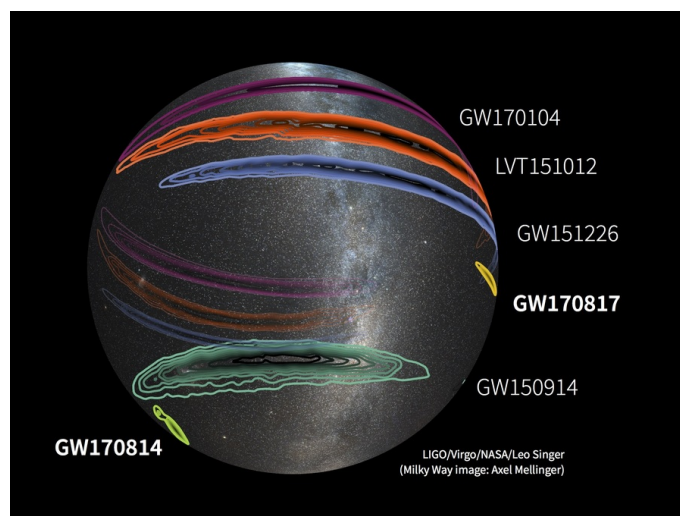
## 4 MODELO E RESULTADOS

O objetivo desse trabalho de mestrado foi estudar possíveis relações entre buracos negros primordiais e os buracos negros detectados pelo LIGO. A partir da função de distribuição da massa dos buracos negros foi calculada a razão de verossimilhança entre os diferentes modelos de formação de BHs utilizando como *prioris* uma distribuição log-normal e uma distribuição do tipo lei de potência. Neste capítulo serão apresentadas as etapas de elaboração do projeto bem como os resultados obtidos a partir de uma abordagem Bayesiana.

### 4.1 Os Eventos Detectados pelo LIGO

As detecções de ondas gravitacionais proporcionaram uma nova forma de fazer astronomia e um entendimento maior a respeito dos buracos negros. Foi possível, por exemplo, inferir a massa, spin e localização no céu desses objetos através da observação de coalescências de buracos negros pelo LIGO e VIRGO, a LIGO-VIRGO Collaboration (LVC). Até o momento a LVC anunciou a detecção de seis coalescências de buracos negros (uma com baixa significância estatística, LVT151012, mas com 85% de confiança de que é um evento real) e uma coalescência de estrelas de nêutrons (GW170817). Com a utilização da rede de detectores LIGO e VIRGO foi possível determinar, por exemplo, a provável localização destes objetos no céu, conforme é mostrado na Figura 4.1.

Figura 4.1 - *Localização das fontes detectadas no céu*



Representação do céu com os eventos detectados pelo LIGO.

Fonte: LIGO - Caltech (2017c).

Nosso trabalho foi desenvolvido com base nas informações destas detecções de ondas gravitacionais produzidas a partir da coalescência de binárias de buracos negros. Os eventos utilizados como entrada nos nossos modelos de distribuição de buracos negros são mostrados na Tabela 4.1. O evento LVT151012 não obteve significância estatística suficiente para ser considerado um evento de onda gravitacional mas para fins de cálculo consideramos também esta detecção como dado de entrada em nosso modelo.

Como pode ser observado na Tabela 4.1, as detecções corresponderam, de forma geral, a buracos negros de alta massa (Figura 4.2), o que de fato necessita de um novo mecanismo para explicar suas origens. É necessária uma investigação mais profunda a respeito de formação de buracos negros via evolução estelar, por exemplo, problema de três corpos (RODRIGUEZ et al., 2016) e envelope comum (IVANOVA et al., 2013). Em paralelo, há vários estudos mostrando possibilidades de que tais BHs tenham origem primordial (RAIDAL et al., 2017).



Tabela 4.1 - Eventos Detectados nas Corridas O1 e O2

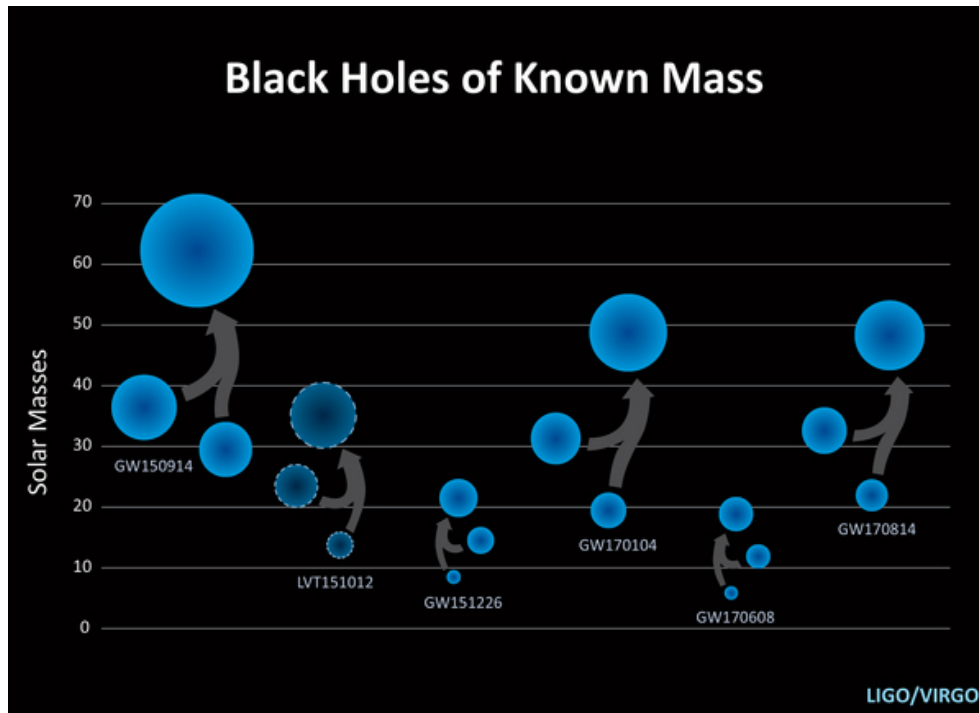
height	GW170608	GW170814	GW170104	GW151226	LVT151012	GW150914
$\mathfrak{M}$	$7.9^{+0.2}_{-0.2} M_{\odot}$	$24.1^{+1.4}_{-1.1} M_{\odot}$	$21.1^{+2.4}_{-2.7} M_{\odot}$	$8.9^{+0.3}_{-0.3} M_{\odot}$	$15.1^{+1.4}_{-1.1} M_{\odot}$	$\sim 30 M_{\odot}$
$m_1$	$12^{+7}_{-2} M_{\odot}$	$30.5^{+5.7}_{-3.0} M_{\odot}$	$31.2^{+8.4}_{-6.0} M_{\odot}$	$14.2^{+8.3}_{-3.7} M_{\odot}$	$23^{+18}_{-6} M_{\odot}$	$36^{+5}_{-4} M_{\odot}$
$m_2$	$7^{+2}_{-2} M_{\odot}$	$25.3^{+2.8}_{-4.2} M_{\odot}$	$19.4^{+5.3}_{-3.9} M_{\odot}$	$7.5^{+2.3}_{-2.3} M_{\odot}$	$13^{+4}_{-5} M_{\odot}$	$29^{+4}_{-4} M_{\odot}$
$M$	$19^{+5}_{-1} M_{\odot}$	$55.9^{+3.4}_{-2.7} M_{\odot}$	$50.7^{+5.9}_{-5.0} M_{\odot}$	$21.8^{+5.9}_{-1.7} M_{\odot}$	$37^{+13}_{-4} M_{\odot}$	$\sim 70 M_{\odot}$
$M_F$	$18^{+4.8}_{-0.9} M_{\odot}$	$53.2^{+3.2}_{-2.5} M_{\odot}$	$48.7^{+5.7}_{-4.6} M_{\odot}$	$20.8^{+6.1}_{-1.7} M_{\odot}$	$35^{+14}_{-4} M_{\odot}$	$62^{+4}_{-4} M_{\odot}$
$E_{rad}$	$0.85^{+0.07}_{-0.17} M_{\odot} c^2$	$2.7^{+0.4}_{-0.3} M_{\odot} c^2$	$2.0^{+0.6}_{-0.7} M_{\odot} c^2$	$1.0^{+0.1}_{-0.2} M_{\odot} c^2$	$1.5^{+0.3}_{-0.4} M_{\odot} c^2$	$3.0^{+0.5}_{-0.5} M_{\odot} c^2$
$D_l$	$340^{+140}_{-140} \text{Mpc}$	$540^{+130}_{-210} \text{Mpc}$	$880^{+450}_{-390} \text{Mpc}$	$440^{+180}_{-190} \text{Mpc}$	$1000^{+500}_{-500} \text{Mpc}$	$410^{+160}_{-180} \text{Mpc}$
$z$	$0.07^{+0.03}_{-0.03}$	$0.11^{+0.03}_{-0.04}$	$0.18^{+0.08}_{-0.07}$	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$	$0.20^{+0.09}_{-0.09}$	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$

Os valores desta tabela foram calculados com um intervalo de confiança de 90% para os parâmetros massa do *chirp* ( $\mathfrak{M}$ ), massa da primária e secundária ( $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente), a massa total do buraco negro resultante ( $M$ ), a massa final do buraco negro após a emissão de ondas gravitacionais ( $M_F$ ), a energia na forma de ondas gravitacionais  $E_{rad}$ , a distância de luminosidade ( $D_l$ ) e o *redshift* ( $z$ ).

Fonte: LIGO Scientific Collaboration (2017).

A Figura 4.2 mostra as massas dos buracos negros individuais de cada objeto coalescente e a massa do objeto remanescente. Observa-se que as massas são em geral maiores que  $10 M_{\odot}$ .

Figura 4.2 - Gráfico de Massa dos Buracos Negros



A figura apresenta a massa das binárias de BHs detectadas pelo LIGO e suas correspondentes remanescentes após a coalescência.

Fonte: LIGO - Caltech (2017a).

Essa faixa de massa representada pelas detecções do LIGO nos motivou a testar a hipótese, através da função de distribuição de massa dos BHs, de que os BHs pudessem ser de origem primordial. Para tanto, testamos um modelo primordial e pré-nucleossíntese (Affleck-Dine) e a distribuição *power-law* que depende diretamente do expoente  $\alpha$  para distinguir se corresponde a um modelo primordial ou não.

#### 4.2 Distribuição de Massa dos BHs

Foram testados diferentes distribuições para o número de buracos negros em função da massa ( $dn/dM$ ), usando as detecções do LIGO como eventos.

A distribuição de massa a partir de uma função do tipo lei de potência possui apenas um parâmetro livre ( $\alpha$ ) que pode distinguir diferentes modelos de formação para os buracos negros. Possui a seguinte forma:

$$\frac{dn}{dM} \propto M^{-\alpha}. \quad (4.1)$$

Em que:

- $\alpha = 2.35$  corresponde a distribuição de Salpeter esperada pelo modelo de evolução estelar convencional (SALPETER, 1955);
- $\alpha = 2.5$  corresponde ao valor esperado para buracos negros primordiais (CALMET, 2015).

O modelo de formação de buracos negros primordiais a partir do mecanismo Affleck-Dine levemente modificado (BLINNIKOV et al., 2016) foi a base deste trabalho. O potencial de interação (Figura 4.3) entre o campo escalar inflaton,  $\Phi$ , e o campo escalar de bárions,  $\chi$ , é:

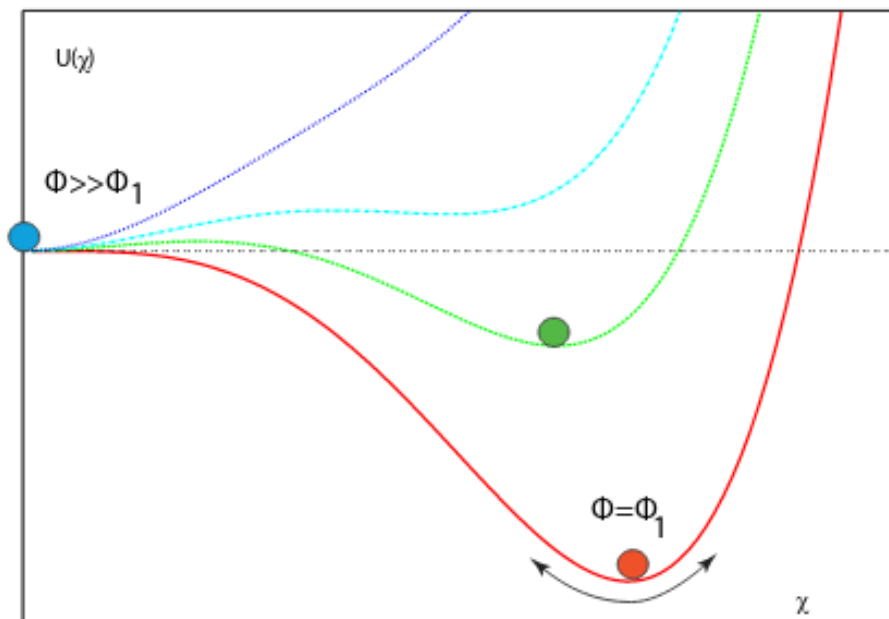
$$U(\chi, \Phi) = U_{\Phi}(\Phi) + U_{\chi}(\chi) + \lambda_1(\Phi - \Phi_1)^2 |\chi|^2 \quad (4.2)$$

Na equação acima o termo  $U_{\Phi}(\Phi)$  é o potencial do campo escalar inflaton,  $U_{\chi}(\chi)$  é o potencial do campo escalar com número bariônico não-nulo. Conforme Affleck and Dine (1985), esse potencial possui direções planas ao longo das quais  $\chi$  poderia acumular uma grande densidade de números bariônicos ao se afastar da origem. O termo  $\lambda_1(\Phi - \Phi_1)^2 |\chi|^2$ , introduzido na referência (DOLGOV; SILK, 1993), fecha as direções planas na ausência do campo  $\Phi$  a partir de algum potencial constante  $\Phi_1$ .

A maior parte do  $\chi$  permaneceria pequena e nessas regiões do Universo a assimetria de bárions teria o seu valor normal,  $\beta = 6 \times 10^{-10}$ . Porém, haveriam algumas bolhas pequenas com densidade bariônica muito grande. Escolhendo parâmetros adequados do modelo, essas bolhas teriam tamanhos astrofisicamente interessantes mesmo ocupando uma fração pequena de todo o volume do Universo. A distribuição de massa dessas bolhas é determinada pela inflação sendo uma log-normal do tipo:

$$\frac{dn}{dM} = \mu^2 \exp[-\gamma \ln^2(M/M_0)] \quad (4.3)$$

Figura 4.3 - Potencial do campo escalar inflaton e do campo de bárions



O comportamento do potencial para diferentes valores do potencial  $\Phi$ . A curva azul corresponde a potenciais  $\Phi \gg \Phi_1$  que diminui gradualmente para  $\Phi = \Phi_1$  (curva vermelha). O potencial retorna a forma quase inicial quando  $\Phi \rightarrow 0$ . A evolução do potencial  $\chi$  é semelhante ao movimento de uma partícula pontual na Mecânica Clássica. Devido as flutuações quânticas iniciais, o potencial  $\chi$  sai da extremidade instável ( $\chi = 0$ ) e oscila em torno do ponto de potencial mínimo com uma amplitude decrescente. O decréscimo da amplitude de oscilação é devida à expansão cosmológica. Quando  $\Phi < \Phi_1$ , o potencial retorna a sua forma original com o mínimo em  $\chi = 0$  mas antes disso poderia dar origem a uma grande assimetria de bárions (DOLGOV et al., 2009).

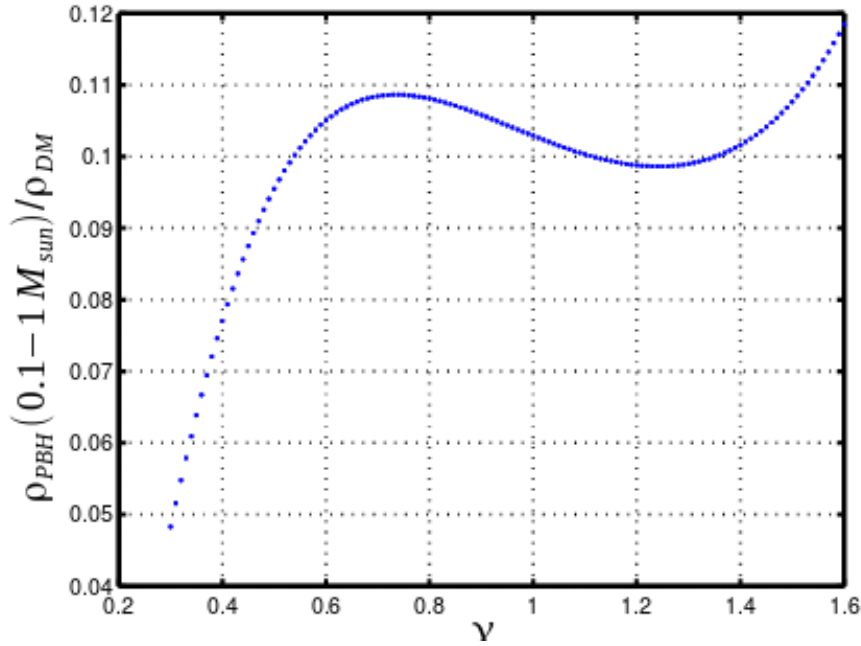
Fonte: Blinnikov et al. (2016)

em que os parâmetros  $\mu$ ,  $\gamma$  e  $M_0$  são desconhecidos que dependem do modelo. Variando o parâmetro livre  $\gamma$  encontra-se uma fração entre a densidade de PBH e a densidade de matéria escura conforme a Figura 4.4.

A Figura 4.5 mostra as restrições na fração da contribuição de PBH na DM para vários experimentos em diversas bandas do espectro eletromagnético. É possível observar pela figura que existe um intervalo de massas que ainda não foi descartado ( $\sim 10 M_\odot$ ) que coincidentemente corresponde as massas detectadas pelo LIGO. Essa foi a principal motivação para se utilizar o mecanismo Affleck-Dine modificado como prior para este trabalho.

Dependendo da história de sua formação, essas bolhas com altos números bariô-

Figura 4.4 - Densidade de PBH com relação a densidade de DM.



Fração da densidade de buracos negros primordiais com relação a densidade de matéria escura ( $\rho(0.1-1)/\rho_{DM}$ ) no intervalo de massas entre  $(0.1-1) M_{\odot}$  como função do parâmetro  $\gamma$ .

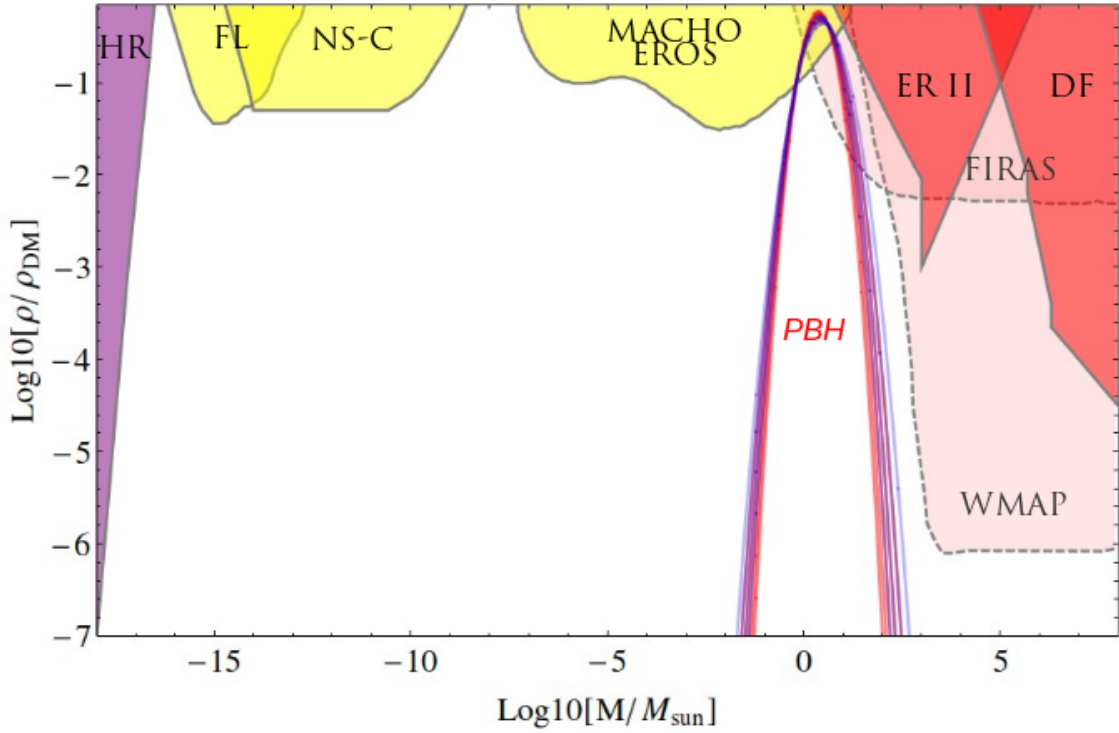
Fonte: Blinnikov et al. (2016).

nicos sugeridas pelo mecanismo poderiam formar buracos negros, objetos estelares compactos ou até mesmo nuvens densas de gás primordial (BLINNIKOV et al., 2016).

Fixando os parâmetros  $\mu$ ,  $\gamma$  e  $M_0$  na equação 4.3, é possível entender a origem e a fusão de binárias de buracos negros. Supondo que a fração de binárias de buracos negros primordiais seja  $10^{-3}$ , a taxa de fusão atual pode ser estimada como a densidade espacial dividida pelo tempo de Hubble,  $10^{10}$  anos, como mostra a Figura 4.6. A figura mostra os intervalos de valores para  $\gamma$  que estão em concordância com a taxa de eventos de binárias de buracos negros detectados pelo LIGO dentro do espaço-tempo observado.

Com base nos modelos de distribuição desses buracos negros primordiais em função da massa, foram testados os dados obtidos pelo LIGO e averiguado qual deles possui máxima verossimilhança. Dessa forma foi calculada a *posteriori* para os valores de  $\gamma$  e  $\alpha$  de forma a identificar o modelo mais consistente.

Figura 4.5 - Contribuição de PBH na DM para diversos experimentos.



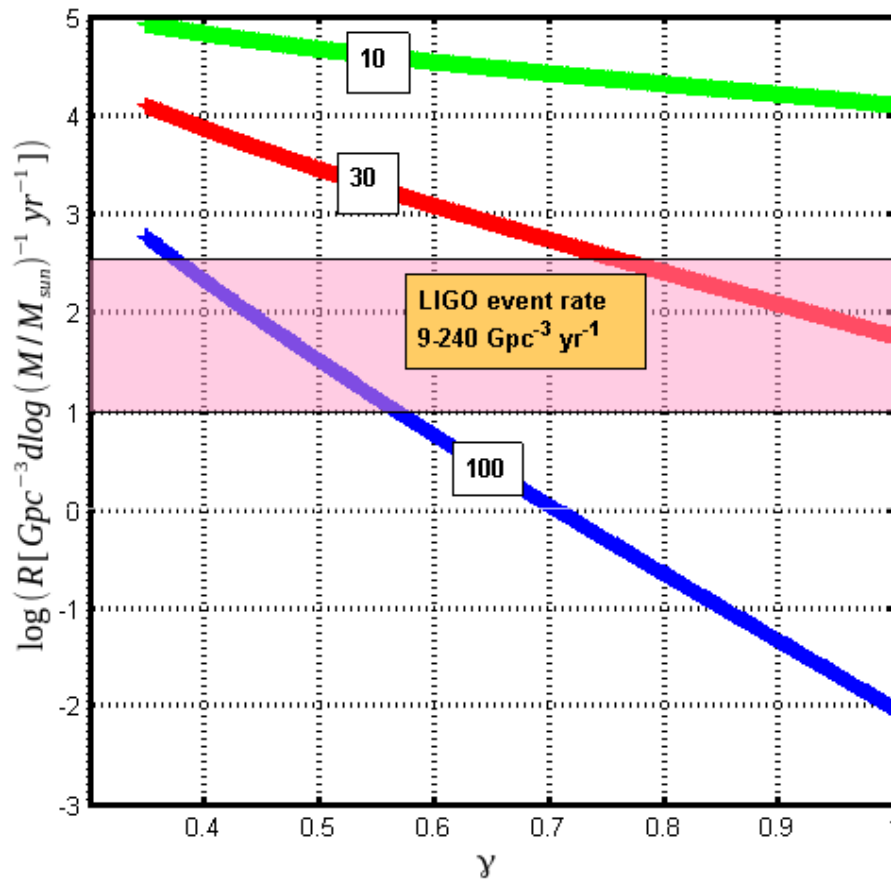
Restrições na fração de PBH em matéria escura,  $f = \rho_{\text{PBH}}/\rho_{\text{DM}}$ , onde a distribuição de massas dos PBHs é tomada como sendo  $\rho_{\text{PBH}}(M) = M^2 dN/dM$ . As restrições existentes (como raios gama provenientes da evaporação via radiação Hawking (HR), *femtolensing* de  $\gamma$ -ray bursts (F), restrições na captura de estrelas de nêutrons (NS-C), MACHO, EROS, OGLE efeito de micro-lentes (MACHO, EROS) do conjunto de estrelas em Eridanus II (ER II), fricção dinâmica de objetos no halo (DF) e efeito de acreção (WMAP, FIRAS)) são retiradas da referência (CARR et al., 2016). A distribuição de PBH (pelo modelo Affleck-Dine modificado) é mostrada para os seguintes parâmetros  $\mu = 10^{-43} \text{ Mpc}^{-1}$ ,  $M_0 = \gamma + 0.1 \times \gamma^2 + 0.2 \times \gamma^3$  com  $\gamma = 0.75 - 1.1$  (linhas vermelhas) e  $\gamma = 0.6 - 0.9$  (linhas azuis).

Fonte: Blinnikov et al. (2016).

### 4.3 Metodologia

Em Estatística é fundamental obter informações a respeito de uma variável qualquer  $\theta$  sendo que o real valor deste parâmetro é desconhecido. Utilizar métodos que forneçam o valor para  $\theta$  é o objetivo de qualquer análise estatística. Qualquer modelo estatístico apresenta diferentes graus de incerteza na medida de  $\theta$  de forma que, do ponto de vista da inferência Bayesiana, esses diferentes graus são representados a partir de modelos probabilísticos para  $\theta$ . Dessa forma, é natural que pesquisadores obtenham valores distintos para a incerteza de  $\theta$  especificando modelos diferentes.

Figura 4.6 - Taxa de fusão de BH em função do parâmetro  $\gamma$ .



Taxa de fusão de buracos negros  $R(1/Gpc^3/yr)$  por intervalo logarítmico de massa. A janela de observações do LIGO está representada no retângulo.

Fonte: Blinnikov et al. (2016).

Por serem consideradas quantidades aleatórias, não há distinção entre quantidades observáveis e os parâmetros de modelos estatísticos. Como na estatística Bayesiana os parâmetros são tratados como variáveis aleatórias, é fácil obter intervalos de confiança através de métodos iterativos como, por exemplo, o Método de Monte Carlo.

Para inferir qual modelo descreve melhor a distribuição de massa dos buracos negros detectados pelo LIGO, foram considerados como *priori* duas distribuições a partir de modelos distintos. Utilizamos métodos iterativos (MCMC) para simular a coalescência de binárias de buracos negros dentro de um volume de espaço-tempo observável conforme a sensibilidade do detector do LIGO. Foram calculadas as probabilidades

dos parâmetros de cada modelo, ou seja,  $p(\gamma)$  e o  $p(\alpha)$ . A partir da *posteriori* calculamos a razão de verossimilhança entre os modelos para distinguir qual modelo explicava melhor a distribuição do número de buracos negros em função da massa e, dessa forma, identificar a origem deles (primordial ou estelar).

### 4.3.1 Estatística Bayesiana

Considerando uma variável desconhecida e de interesse  $\theta$ , o que se sabe a respeito dela está contido na probabilidade  $p(\theta)$  e, essa informação pode aumentar conforme a observação de uma quantidade aleatória  $X$  relacionada com o parâmetro  $\theta$ . O que define essa relação entre tais parâmetros é a distribuição amostral  $p(x|\theta)$ . Após observar  $X = x$  a quantidade de informação a respeito de  $\theta$  deve aumentar e isso pode ser inferido através do teorema de Bayes (EHLERS, 2011):

$$p(\theta|x) = \frac{p(x, \theta)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{p(x)} = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{\int p(\theta, x)d\theta}. \quad (4.4)$$

A quantidade  $1/p(x)$  independe do parâmetro  $\theta$ , sendo considerada então uma constante normalizadora de  $p(\theta|x)$ .

Fixando um valor  $x$ , temos a função que fornece a verossimilhança de cada um dos possíveis valores de  $\theta$ ,  $l(\theta; x) = p(x|\theta)$ , em que  $p(\theta)$  é denominada distribuição *a priori* de  $\theta$ . Combinando a *priori* e a verossimilhança, obtém-se a distribuição *posteriori* de  $\theta$ ,  $p(\theta|x)$ . Então,

$$p(\theta|x) \propto l(\theta; x)p(\theta), \quad (4.5)$$

ou seja,

$$\text{distribuição } a \text{ posteriori} \propto \text{verossimilhança} \times \text{distribuição } a \text{ priori}$$

Na inferência Bayesiana é possível incorporar conhecimentos prévios (*a priori*) antes da obtenção dos dados sobre o parâmetro estudado, enriquecendo o processo de inferência do parâmetro (TIMPANI; NASCIMENTO, 2015).

Uma diferença fundamental entre a estatística clássica e a Bayesiana é que na primeira considera-se que há apenas um valor como resultado para o parâmetro estudado. Já na inferência Bayesiana, pode-se obter diversos valores possíveis para o parâmetro, ou seja, uma distribuição de probabilidades como resultado para o



parâmetro em questão. Porém, ambas estatísticas (clássica e Bayesiana), usufruem da verossimilhança para a obtenção dos dados. Na estatística Bayesiana a verossimilhança assume um papel fundamental como sendo a função que expressa toda a informação proveniente dos dados. Em contrapartida, a Máxima Verossimilhança (*Maximum Likelihood*) é de suma importância para determinados estudos em estatística clássica.

Com isso, podemos testar a razão de verossimilhança entre diferentes modelos através da razão entre os máximos das funções de verossimilhança estimada para os parâmetros em seus argumentos de máxima verossimilhança a posteriori, de tal forma que

$$\Lambda(x) = \frac{\sup\{\mathcal{L}(\theta | x) : \theta \in \Theta_0\}}{\sup\{\mathcal{L}(\theta | x) : \theta \in \Theta\}} \quad (4.6)$$

A distribuição da *posteriori* pode ser escrita em termos da esperança (valor esperado) de funções do parâmetro  $\theta$ , ou seja,

$$E[g(\theta)|x] = \int g(\theta)p(\theta|x)d\theta, \quad (4.7)$$

ou, quando  $\theta$  for multidimensional, por exemplo,  $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ :

$$p(\theta_1|x) = \int p(\theta|x)d\theta_2. \quad (4.8)$$

No entanto, o problema geral da estatística Bayesiana é calcular o valor esperado a partir da *posteriori* de  $\theta$ . Nem sempre é possível obter um valor exato para tais integrais (somente se possuírem uma solução analítica) portanto, pode-se obter uma solução aproximada a partir de métodos numéricos iterativos, as Cadeias de Markov.

### 4.3.2 Método MCMC

O método de Monte Carlo simples consiste em escrever a integral que se deseja calcular como um valor esperado. Para fazer uso do método, considere a integral de uma função  $g(\theta)$  no intervalo (a,b) (EHLERS, 2011):

$$I = \int_a^b g(\theta)d\theta. \quad (4.9)$$

Reescrevendo:

$$I = \int_a^b (b-a)g(\theta) \frac{1}{(b-a)} d\theta = (b-a)E[g(\theta)], \quad (4.10)$$

onde  $\theta$  é uma variável aleatória.

O método Cadeia de Markov é um caso particular de processo estocástico,  $\{X_0, X_1, \dots\}$ , onde a distribuição de probabilidade do próximo estado ( $X_t$ ) depende apenas do atual ( $X_{t-1}$ ) e não na sequência de eventos que precederam,  $\{X_0, X_1, \dots, X_{t-1}\}$  (TIMPANI; NASCIMENTO, 2015). Matematicamente,

$$P(X_t \in A | X_0, \dots, X_{t-1}) = P(X_t \in A | X_{t-1}), \quad (4.11)$$

para todo subconjunto A.

Um ponto importante nesse método via Cadeia de Markov é como os valores iniciais influenciam no processo. A ideia principal é que, conforme aumenta o número de iterações, a cadeia vai gradativamente substituindo os valores iniciais e eventualmente convergindo para uma distribuição de equilíbrio.

O método de Monte Carlo via Cadeia de Markov (*Markov Chain Monte Carlo - MCMC*) é um método que gera uma sequência de números aleatórios (cadeia de Markov) atribuindo valores aos parâmetros que estão sendo investigados (TIMPANI; NASCIMENTO, 2015). Uma grande vantagem do método é que, após gerar uma amostra de números aleatórios, é possível calcular características das distribuições e, assim, calcular a distribuição *posteriori* dos parâmetros estudados.

Os processos iterativos funcionam da seguinte maneira:

- a) Gerar valores de variável aleatória  $x$ ;
- b) A cada iteração milhares de valores são gerados para o parâmetro;
- c) Criar uma distribuição para esse parâmetro até alcançar uma distribuição próxima da original, ou seja, convergir.

Em suma, a distribuição *a priori* é utilizada inicialmente e a função de verossimilhança é concordante com o que foi apresentado pelos dados, a distribuição *a posteriori* é obtida sendo então possível realizar a inferência sobre os parâmetros estudados.

### 4.3.3 Modelagem

Para estudar a possível relação entre buracos negros primordiais e as ondas gravitacionais detectadas pelo LIGO, foram testados os dois modelos de distribuição para o número de BHs em função da massa: lei de potência e Affleck-Dine.

Utilizamos a lei de potência conforme o que os modelos padrões sugerem para as distribuições de massa, tendo então a seguinte forma:

$$\frac{dn}{dM} \propto M^{-\alpha}. \quad (4.12)$$

Já para o mecanismo Affleck-Dine consideramos uma distribuição log-normal conforme:

$$\frac{dn}{dM} \propto \exp[-\gamma \ln^2(M/M_0)], \quad (4.13)$$

em que o parâmetro  $M_0$  é descrito da seguinte maneira:

$$M_0 = \gamma + 0.1 \times \gamma^2 + 0.2 \times \gamma^3. \quad (4.14)$$

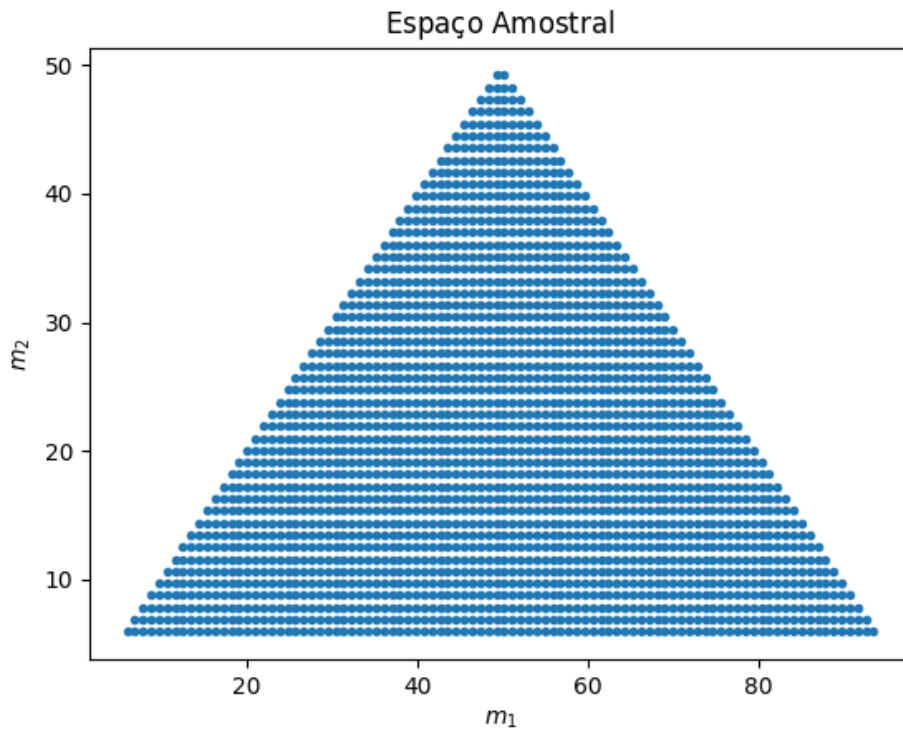
Foram simuladas coalescências de binárias de buracos negros a partir de um algoritmo MCMC seguindo uma distribuição log-normal para as massas ( $m_1$ ,  $m_2$ ) dentro de um volume de espaço-tempo compatível com as duas corridas do LIGO, O1 e O2. O intervalo de tempo para a primeira (O1) e segunda (O2) corrida correspondeu a 49.8 e 99 dias respectivamente. Utilizamos o pacote PyStan, da Universidade de Stanford, disponível em <https://pystan.readthedocs.io/en/latest/>, para realizar as simulações.

Foram impostas algumas condições no modelo tais como:

- $m_1, m_2 > 5 M_\odot$ ;
- $m_1 + m_2 < 100 M_\odot$ ;
- O volume de espaço-tempo observado dependendo das massas, intervalo de tempo e  $\text{SNR} > 8$ .

A partir dessas condições foi possível construir um espaço amostral com os dados simulados para as massas da primária e secundária das binárias de BHs (ver Figura 4.7). Com os dados do LIGO foi possível construir uma distribuição dos pontos para cada um dos seis eventos em um espaço amostral  $m_1 - m_2$  como mostra a Figura 4.8.

Figura 4.7 - Espaço amostral para as massas.



A figura mostra o espaço amostral para as massas das binárias de buracos negros levando em conta que  $m_1, m_2 > 5 M_\odot$  e que  $m_1 + m_2 < 100 M_\odot$ .

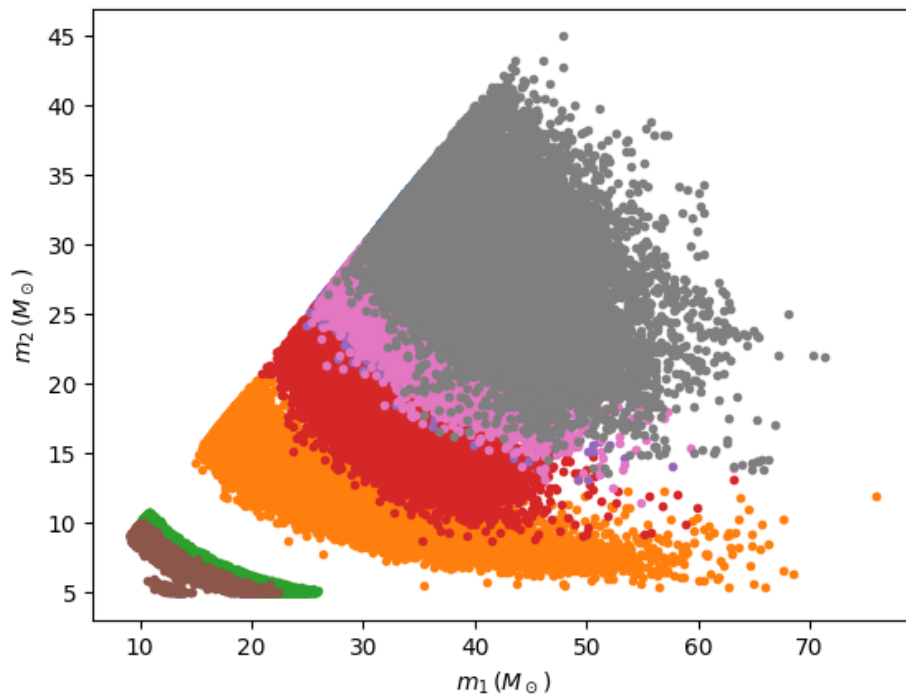
Fonte: Produzida pelo autor.

Foi imposto que a massa do *chirp*,

$$\mathfrak{M} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}, \quad (4.15)$$

seguisse uma distribuição log-normal, com  $m_1 > m_2$  e  $m_1 + m_2 < 100$ .

Figura 4.8 - Pontos amostrados no espaço  $m_1 - m_2$



A figura apresenta a distribuição da massas  $m_1$  e  $m_2$  dos seis eventos detectados.  
 Fonte: Produzida pelo autor.

A média do volume de espaço-tempo observado pode ser expressa como sendo:

$$\langle VT \rangle = T \int dz d\theta \frac{dV_c}{dz} \frac{1}{1+z} s(\theta) f(z, \theta), \quad (4.16)$$

onde:

- $V_c$  é o volume comóvel;
- $\theta$  descreve os parâmetros da população;
- $s(\theta)$  é a função de distribuição;
- $0 \leq f(z, \theta) \leq 1$  é a função que determina a probabilidade de detecção de uma fonte com parâmetro  $\theta$  em um *redshift*  $z$ .

A sensibilidade observacional, apresentada na Figura 4.9, está relacionada à probabilidade de detecção das massas  $m_1$  e  $m_2$  dentro do volume de espaço-tempo, ou seja,

$$P_{det}(m_1, m_2) \propto \langle VT \rangle |_{m_1, m_2}. \quad (4.17)$$

Nosso modelo trata a incerteza de 10% na distância de luminosidade sugerida pelo LIGO, o que acarreta em cerca de 30% no volume espaço-tempo (vide documento interno público do LIGO, disponível em <https://dcc.ligo.org/LIGO-P1500217/public>). Modelamos esta incerteza considerando que  $\langle VT \rangle$  segue uma distribuição log-normal, tal que

$$p(\log \langle VT \rangle) \propto N \left( \log(\mu), \frac{\sigma}{\mu} \right). \quad (4.18)$$

onde  $\mu$  é a estimativa Monte Carlo da sensibilidade observacional produzida pela campanha de injeções de sinais modelados nos detectores descrita em (ABBOTT et al., 2016c). A fração  $\frac{\sigma}{\mu}$  é equivalente à SNR, ao qual impusemos o limite 8.

Em outras palavras, a Figura 4.9 representa a probabilidade conjunta de se detectar uma coalescência de dois buracos negros com massas  $m_1$  e  $m_2$ , dada a sensibilidade dos detectores e o tempo de observação.

Os eventos da corrida observacional O1 (GW150914, GW151226 e LVT151012) e da corrida O2 (GW170608, GW170814 e GW170104) do LIGO foram selecionados depois de combinados os parâmetros observados como  $m_1$  e  $m_2$ ,  $\mathfrak{M}$ , e a distância estimada (calibrada a partir da TRG).

Para determinar a *posteriori* foi considerado para a lei de potência a seguinte *priori*:

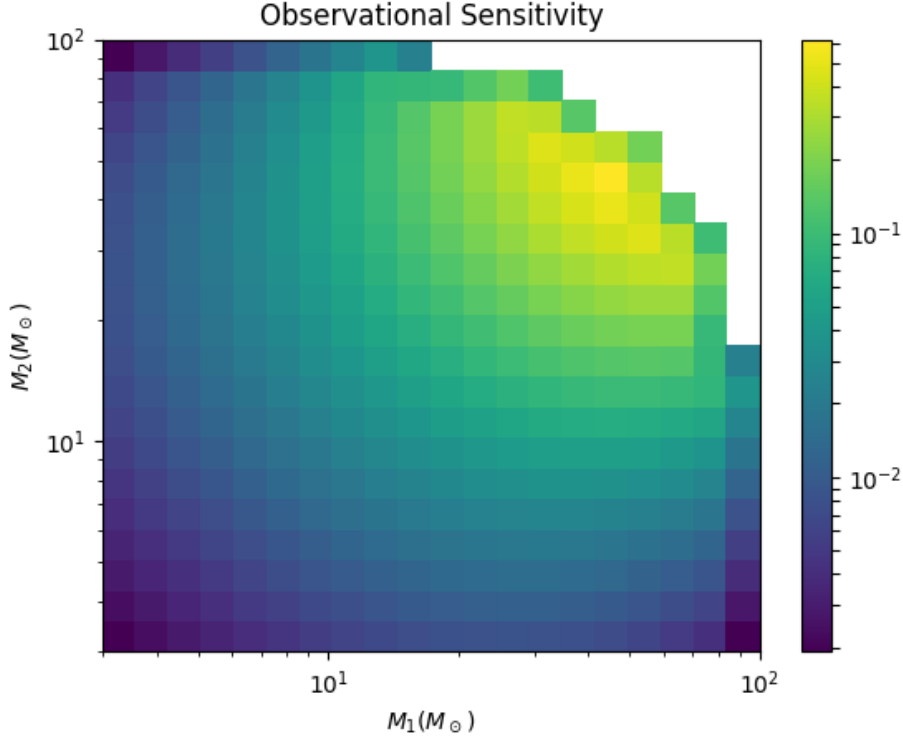
$$p(m_1) \propto m_1^{-\alpha}, \quad (4.19)$$

e para o modelo Afleck-Dine:

$$p(m_1) \propto \exp[-\gamma \ln^2(m_1/M_0)]. \quad (4.20)$$

E, seguindo uma distribuição uniforme:

Figura 4.9 - Sensibilidade Observacional estimada para as corridas O1 e O2



Sensibilidade observacional dos parâmetros de massa dentro de um volume de espaço-tempo observado.

Fonte: Produzida pelo autor.

$$p(m_2|m_1) = \frac{1}{m_1 - M_{min}}, \quad (4.21)$$

onde,  $M_{min} = 5 M_{\odot}$  e  $M_{max} = 100 M_{\odot}$ . Sendo assim,

$$p(m_1, m_2|\theta) = \frac{p(m_1)}{m_1 - M_{min}}, \quad (4.22)$$

em que o parâmetro  $\theta$  pode ser  $\alpha$  ou  $\gamma$ .

Mudando o espaço dos parâmetros para um espaço logarítmico, temos que:

$$\frac{dN}{d \log m_1 d \log m_2} = \frac{dN}{dm_1 dm_2} m_1 m_2. \quad (4.23)$$

Então,

$$\frac{dN_\theta}{d \log m_1 d \log m_2} \sim p(m_1, m_2 | \theta) \quad (4.24)$$

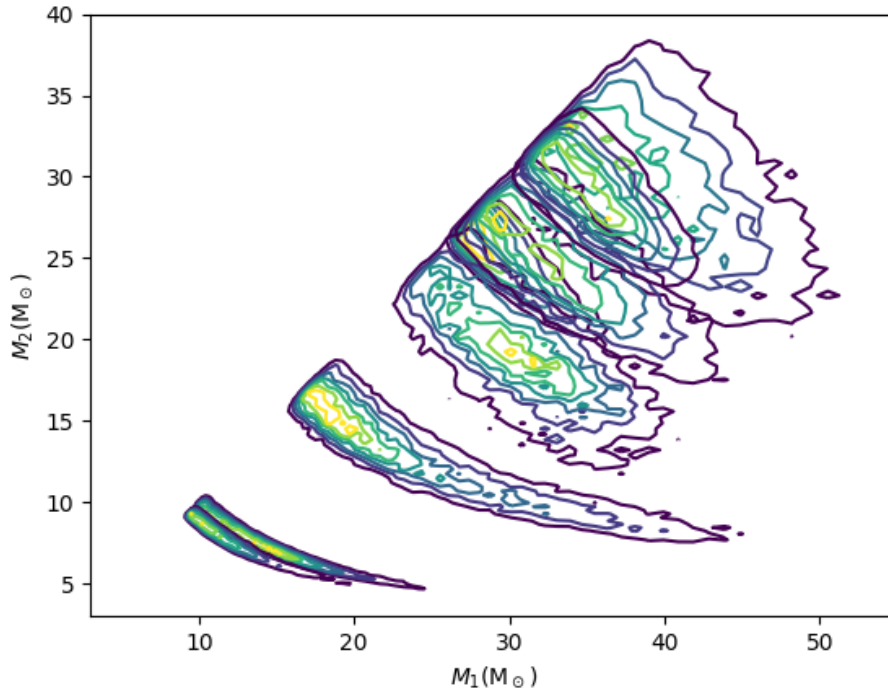
Finalmente obtemos que:

$$p(\text{data} | \theta) \propto \frac{1}{\beta(\theta)} \langle p(m_1, m_2 | \theta) \rangle, \quad (4.25)$$

em que  $\beta(\theta)$  é a integral sobre o espaço de massas limitado no espaço amostral apresentado na Figura 4.7.

O conjunto de dados que apresentam os eventos compatíveis aos eventos detectados nas corridas O1 e O2 é mostrado na Figura 4.10. Os dados selecionados têm mesma distribuição para  $m_1, m_2, \mathfrak{M}$  e distância como os eventos das corridas O1 e O2, sendo assim estatisticamente compatíveis.

Figura 4.10 - Distribuição de massa dos eventos O1 e O2.



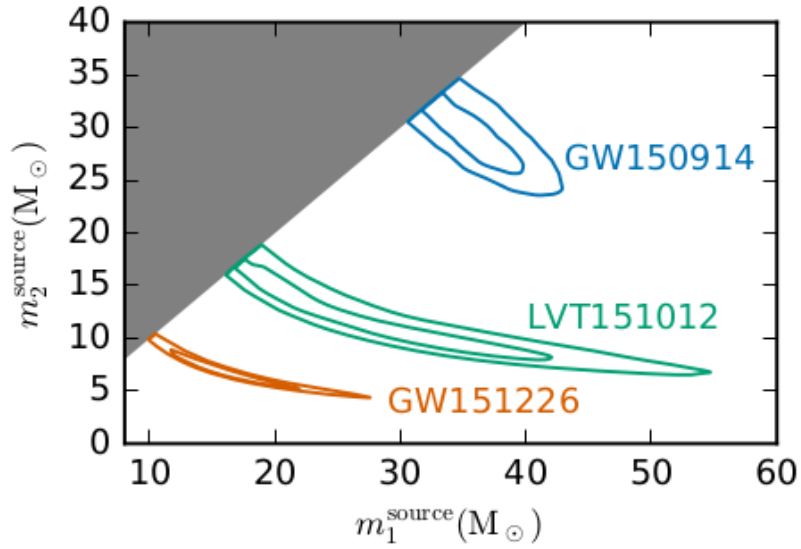
Conjunto de dados simulados que apresentam compatibilidade com os eventos detectados pelo LIGO nas corridas O1 e O2.

Fonte: Produzida pelo autor.

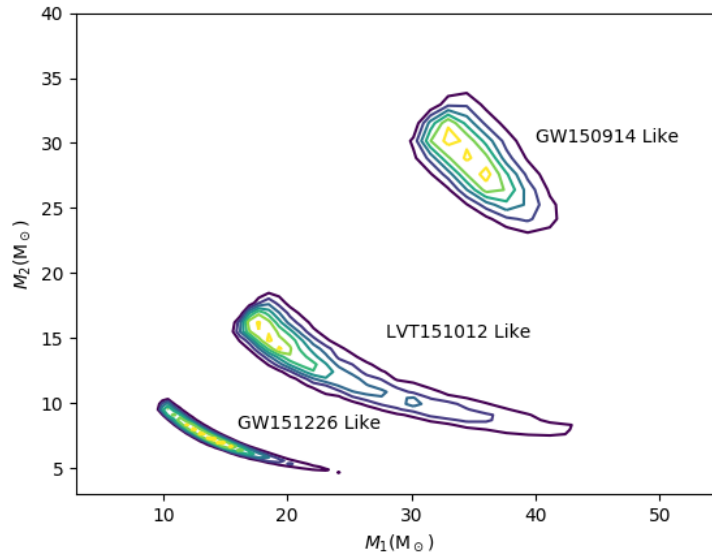


Na Figura 4.11 encontra-se o comparativo entre os dados obtidos pelo simulador e pela detecção de ondas gravitacionais correspondente aos três eventos do O1.

Figura 4.11 - Distribuição de Massa para os Eventos do O1



(a) Eventos do O1 detectados pelo LIGO



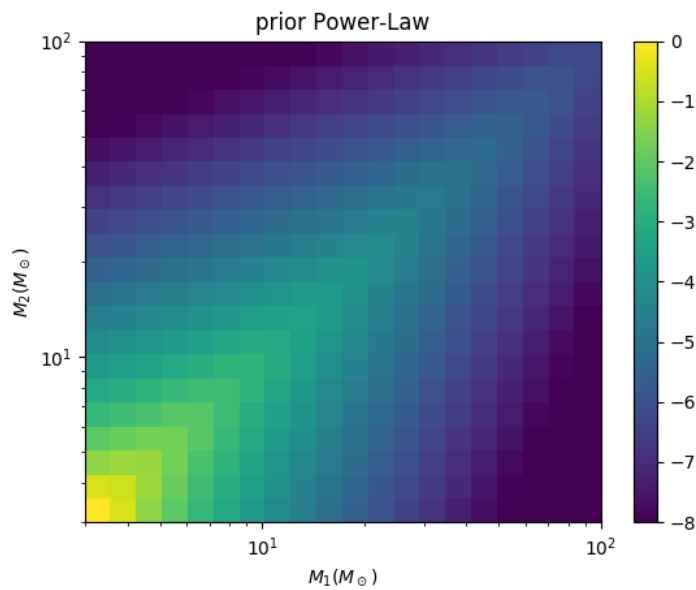
(b) Eventos do O1 simulados obtidos a partir dos parâmetros inferidos pelo LIGO

Fonte: (a) Abbott et al. (2016a) e (b) Produzida pelo autor.

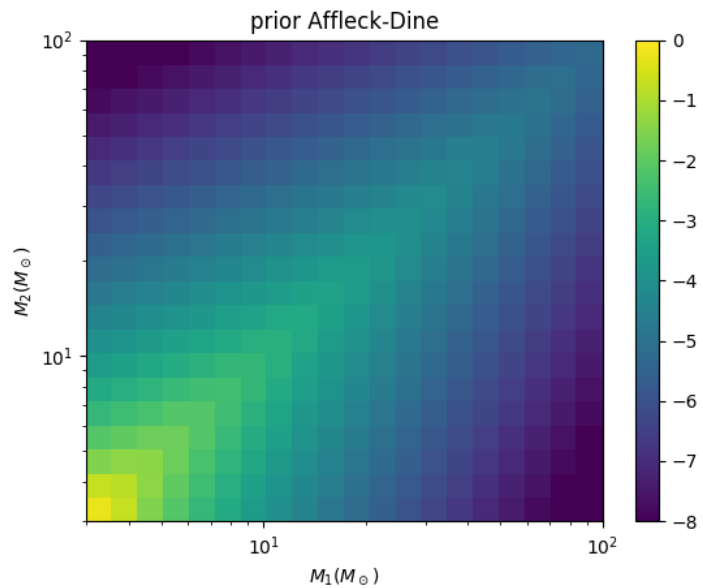
As *prioris* para os dois modelos são mostradas nas Figuras 4.12(a) e 4.12(b). Pode-se

notar que ambos os modelos apresentam um comportamento muito parecido tendo uma maior concentração na faixa que o LIGO está observando. Para valores de maior massa a densidade diminui.

Figura 4.12 - *Priors* para os Modelos



(a) *Prior* para o modelo Lei de Potência



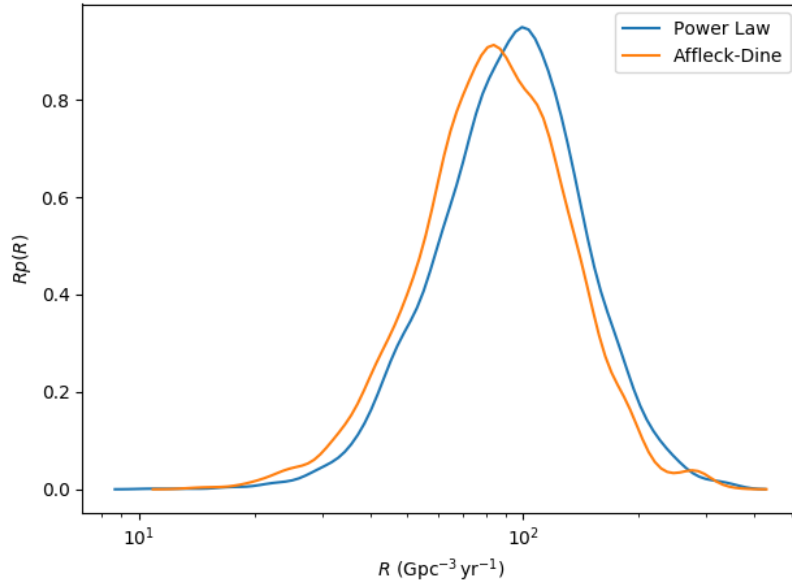
(b) *Prior* para o modelo Affleck-Dine

Fonte: Produzida pelo autor.

#### 4.4 Resultados Obtidos

Considerando-se as massas observadas no volume de espaço-tempo observado é possível obter a taxa de ocorrência de coalescência de binárias de buracos negros. A Figura 4.13 mostra essa taxa de ocorrência dada em  $\text{Gpc}^{-3}\text{yr}^{-1}$  para os dois modelos utilizados nesse trabalho.

Figura 4.13 - Taxa de ocorrência.



A figura mostra a taxa de ocorrência de coalescência de BHs para cada modelo: lei de potência e Affleck-Dine.

Fonte: Produzida pelo autor.

A taxa de ocorrência pode ser expressa como (FARR et al., 2011),

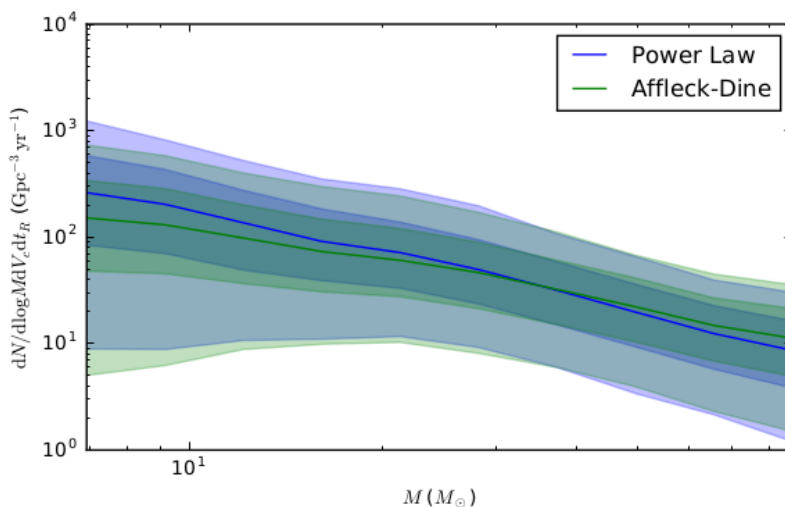
$$R = \frac{dN}{dV_C dt} = \int d\log m_1 \int d\log m_2 \frac{dN}{d\log m_1 d\log m_2 dV_C dt}. \quad (4.26)$$

Integrando-se em massa e em volume de espaço-tempo observado, com 90% de confiança, obtemos a taxa de ocorrência de coalescência de binárias de buracos negros para ambos os modelos sendo,  $283^{+271}_{-161} \text{Gpc}^{-3}\text{yr}^{-1}$  para o modelo lei de potência e  $243^{+223}_{-137} \text{Gpc}^{-3}\text{yr}^{-1}$  para o modelo log-normal (AD). Como a dispersão no valor da taxa de ocorrência encontrada para o modelo Affleck-Dine é menor, este se torna

mais preciso na determinação de  $R$ . Ambos os resultados são consistente com os valores obtidos pelo LIGO (ABBOTT et al., 2016d).

O cálculo da *posteriori* para o número de buracos negros em função da massa (conforme a taxa de ocorrência mostrada na Figura 4.13) para os dois modelos pode ser observada na Figura 4.14. Ambos os modelos, Affleck-Dine e lei de potência, apresentaram um comportamento parecido no intervalo de massa considerado.

Figura 4.14 - *Posteriori* para os Modelos



O resultado da *posteriori* para ambos os modelos, Affleck-Dine e lei de potência, mostrou que as duas curvas são similares no intervalo de massa considerado com 95% de confiança. Isso significa que os modelos são consistentes e podem explicar a distribuição de massa dos eventos detectados pelo LIGO.

Fonte: Produzida pelo autor.

Para o encontrar os valores mais prováveis dos parâmetros  $\alpha$  e  $\gamma$  foi utilizado o teorema de Bayes. Pode se considerar um conjunto de modelos  $M_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) relacionando cada com um parâmetro  $\theta_i$  de tal forma que (ABBOTT et al., 2016d),

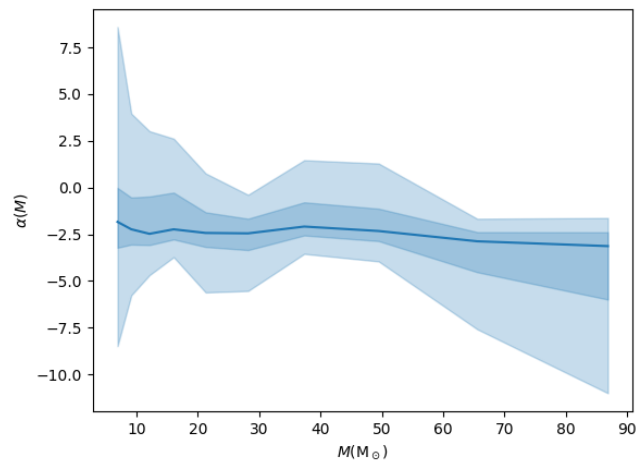
$$p(\theta_i, M_i | data) = \frac{p(data | \theta_i, M_i) p(\theta_i | M_i) p(M_i)}{p(data)}, \quad (4.27)$$

forneendo então a *posteriori* dos parâmetros  $\theta_i$  que, para o nosso trabalho, implica no valor dos parâmetros dos modelos lei de potência e Affleck-Dine. Para se obter a

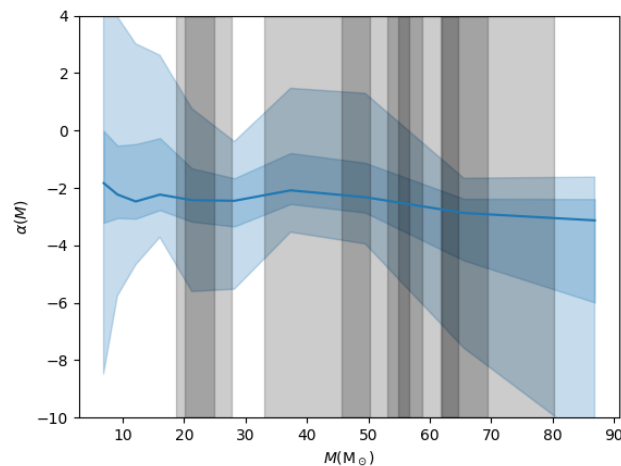
*posteriori* é necessário utilizar a *priori*,  $p(M_i)$ , conforme as equações 4.19 e 4.20 que representam a probabilidade de que o modelo  $M_i$  seja o correto sem levar em conta os dados previamente.

Após o cálculo da *posteriori*, ou seja, quando calculamos o valor mais provável  $p(\alpha)$  encontramos que o parâmetro  $\alpha$ , em nossa análise estatística, corresponde a 2.23 (ver Figura 4.15) o que difere do valor canônico da distribuição de Salpeter (2.35).

Figura 4.15 - Distribuição do  $\alpha$



(a) A figura mostra a distribuição do parâmetro  $\alpha$ . A linha azul representa o valor médio do  $\alpha$  que corresponde a 2.23.



(b) A figura mostra a distribuição do  $\alpha$  com as detecções do LIGO ponderadas pelas massas de cada evento.

Fonte: Produzida pelo autor.

Esse fato nos mostra que é necessário algum modelo novo que descreva os buracos negros detectados pelo LIGO. Sendo assim, modelos alternativos como, por exemplo um modelo com uma distribuição log-normal como o Affleck-Dine, podem ser uma possibilidade de mecanismo de formação desses BHs. Algum modelo que apresente uma lei de potência que varie a sua inclinação conforme o *redshift* da fonte também é uma hipótese a ser testada.

A partir da distribuição do  $\alpha(m)$  das amostras obtivemos a distribuição das probabilidades do parâmetro  $\alpha$ , ou seja, o  $p(\alpha)$  conforme mostra a Figura 4.16(a). Da mesma forma, encontramos para o parâmetro  $\gamma$  do modelo Affleck-Dine cujo valor mais provável correspondente a 0.5, como mostra a Figura 4.16(b). Com essas distribuições de probabilidades dos parâmetros podemos calcular o valor máximo e dessa forma obter a razão de verossimilhança dos modelos.

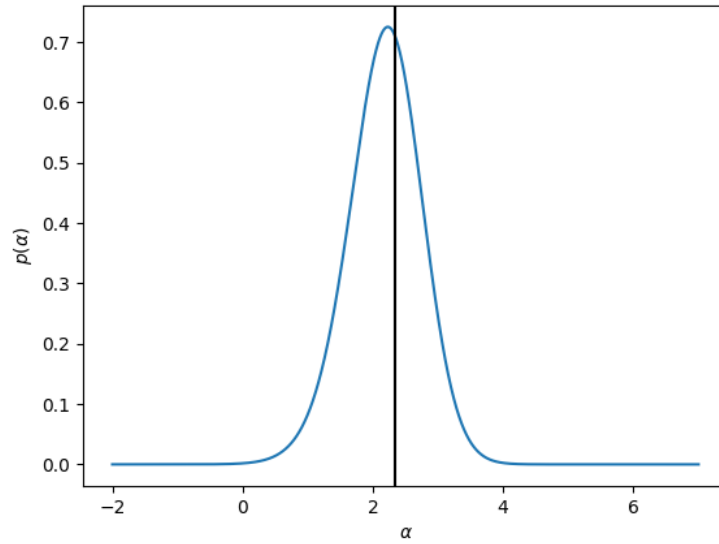
Quando calculamos a logaritmo natural da razão de verossimilhança entre os modelos obtivemos o valor correspondente a 1.084, o que sugere um leve favorecimento ao modelo Affleck-Dine. Por se tratar de uma baixa estatística, já que temos apenas seis eventos detectados, não se distingue muito os dois modelos sendo então estatisticamente compatíveis. É necessário um maior número de detecções para definir qual modelo descreve melhor os eventos observados e dessa forma definir se são de origem primordial ou estelar.

Os dois modelos, Affleck-Dine e lei de potência, apresentaram um comportamento semelhante justamente na faixa de massas em que o LIGO está observando os eventos conforme a nossa análise estatística. Na Figura 4.17 foram plotadas, em um gráfico  $\log \times \log$ , as curvas de ambos os modelos utilizando os parâmetros  $\gamma = 0.5$  para o modelo Affleck-Dine,  $\alpha = 2.35$  e  $\alpha = 2.5$  para a lei de potência. Este gráfico representa a densidade numérica de buracos negros por volume com um dado valor de massa.

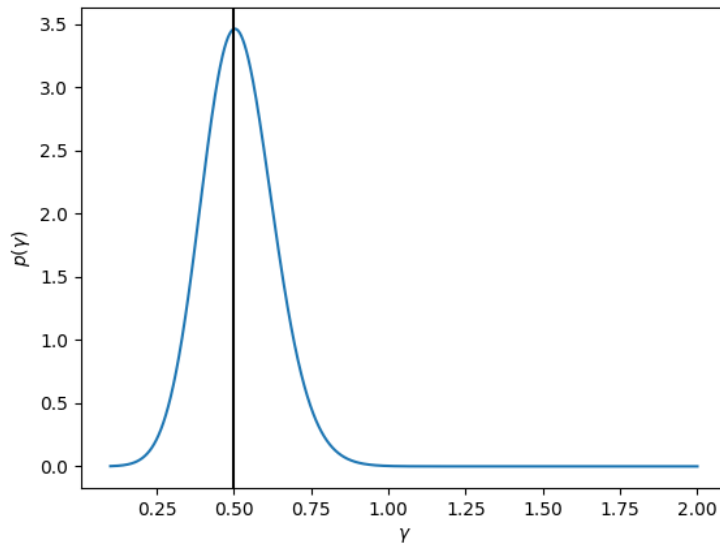
As curvas divergem justamente nos intervalos de massas menores e maiores do que a faixa em que o LIGO está observando. Como as curvas se interceptam na região de massa em que o LIGO está detectando (todos os eventos observados até o momento estão neste intervalo) os dois modelos se mostram consistentes e podem descrever a distribuição de massa dos buracos negros em questão.

Nossos resultados mostram que algum modelo alternativo para a distribuição de massa de buracos negros, que apresentem alguma distribuição de massa do tipo log-normal, é favorável para descrever os eventos de ondas gravitacionais observados.

Figura 4.16 - Distribuição das probabilidades dos parâmetros.



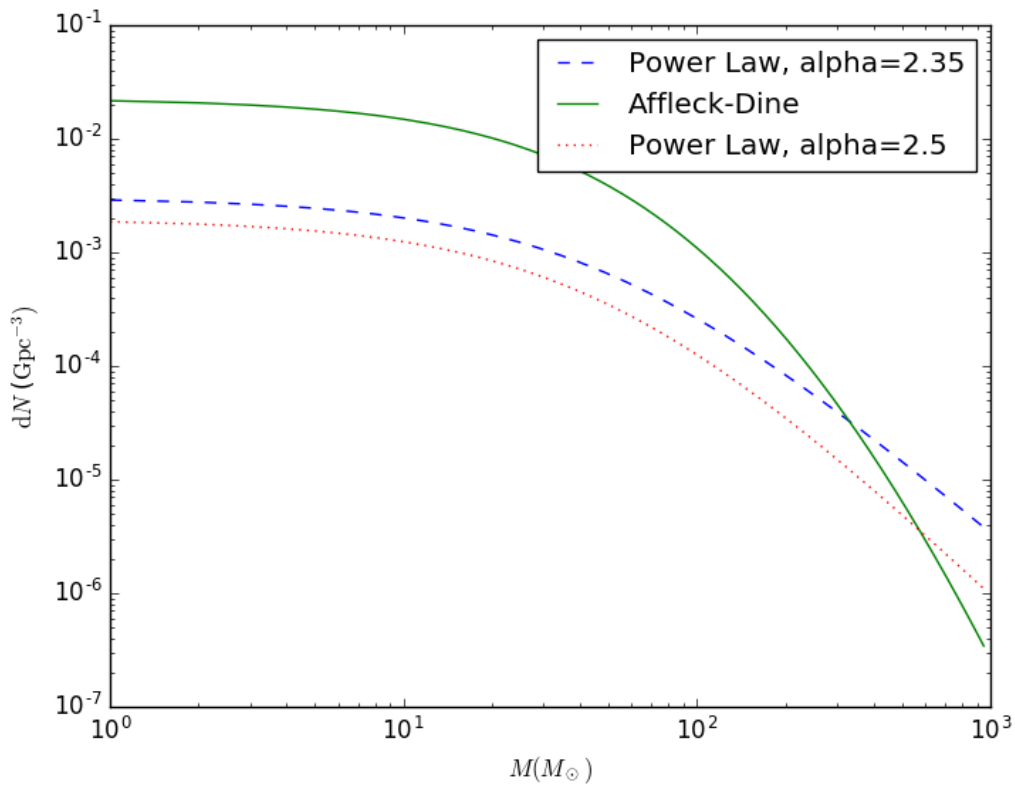
(a) A figura mostra a distribuição das probabilidades do parâmetro  $\alpha$ . A média do valor encontrado para o parâmetro foi 2.23 o que sugere um modelo alternativo para explicar a origem dos BHs detectados.



(b) A figura apresenta a distribuição das probabilidades para o parâmetro  $\gamma$ . O valor médio encontrado para o parâmetro foi 0.5.

Fonte: Produzida pelo autor.

Figura 4.17 - Curvas dos Modelos



O gráfico apresenta as curvas para a distribuição do número de buracos negros em função da massa para os modelos Affleck-Dine e lei de potência. Para a lei de potência foram utilizados dois valores para o parâmetro  $\alpha$  onde, a curva em vermelho representa  $\alpha = 2.5$  e a curva em azul representa  $\alpha = 2.35$ . A curva em verde representa o modelo Affleck-Dine no qual usamos o valor para o parâmetro  $\gamma = 0.5$ .

Fonte: Produzida pelo autor.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta dissertação foram testados dois modelos de função de distribuição de massa de buracos negros com o intuito de averiguar qual modelo pode descrever a origem dos buracos negros detectados pelo LIGO. A motivação deste trabalho foi justamente o intervalo de massa dos buracos negros que o LIGO está observando ( $\sim 30 M_{\odot}$ ). Da evolução estelar convencional, nenhuma das etapas evolutivas das estrelas mostram mecanismos que possibilitam a formação de BHs com essa massa já que, durante as etapas pós sequência principal, as estrelas perdem a maior parte de suas massas e a remanescente da supernova corresponde a um BH com cerca de até  $15 M_{\odot}$ . Esse fato reacendeu a ideia de que tais buracos negros poderiam ser de origem primordial o que nos motivou a estudar sobre o assunto.

Buscando responder qual a origem dos buracos negros detectados utilizamos uma estatística Bayesiana com os modelos Affleck-Dine e lei de potência sendo as *prioris* deste estudo. O modelo Affleck-Dine se mostrou favorável quando calculamos a razão de verossimilhança mas com uma estatística baixa já que são apenas seis eventos de ondas gravitacionais envolvendo coalescência de binárias de BHs, portanto, não sendo possível determinar se este modelo é o mais consistente para explicar a origem dos BHs em questão. Com a nossa análise foi possível determinar que estes modelos são consistentes e condizentes com os dados observados pelo LIGO.

As taxas encontradas são também consistentes com as encontradas pela LVC usando os dados das corridas O1 e O2, corroborando com a consistência do método.

Mesmo não sendo possível determinar estatisticamente qual o modelo que descreve a origem de tais buracos negros, é fato que a declinação da lei de potência encontrada em nosso modelo ( $\alpha = 2.23$ ) difere do valor canônico esperado pela distribuição de Salpeter ( $\alpha = 2.35$ ) e do valor esperado para buracos negros primordiais ( $\alpha = 2.50$ ). Dessa forma se torna necessário considerar alguns pontos relevantes para se obter uma melhor conclusão:

- Um maior número de eventos detectados para que as duas curvas diferissem significativamente;
- O *bias* observacional uma vez que o LIGO só detecta buracos negros com massas maiores que  $5 M_{\odot}$ . Buracos negros coalescentes, cujas massas totais são menores que  $5 M_{\odot}$ , geram ondas mais fracas e coalescem em frequências maiores que 2 Hz, que é uma região de baixa sensibilidade para o LIGO e

VIRGO;

- Um detector que tivesse sensibilidade suficiente para observar buracos negros com massas subsolares. Com isso, poderíamos povoar as distribuições com eventos de baixa massa e, desta forma, obter uma estimativa melhor da distribuição em um intervalo maior. Essa seria uma forte evidência de buracos negros primordiais já que da evolução estelar não se formariam tais BHs. Uma detecção dessas corroboraria com a hipótese de que existam buracos negros formados no início do Universo.

Neste trabalho não foi possível determinar qual o modelo que descreve as binárias de buracos negros detectadas porém, nosso trabalho mostrou que é necessário algum modelo alternativo já que o modelo canônico de Salpeter difere do valor observado através dos dados do LIGO. As duas curvas estudadas são compatíveis com os dados observados, não descartando a hipótese de se utilizar algum modelo que possua uma distribuição log-normal (tipo Affleck-Dine) para explicar os eventos, uma vez que nossa análise de razão de verossimilhança a favorece ( $\log \Lambda > 1$ ).

Uma perspectiva futura é estudar diferentes modelos de formação de binárias de buracos negros tanto estelares quanto primordiais, bem como processos estelares que possibilitem a geração de buracos negros com massas mais altas, como por exemplo, estrelas de baixíssima metalicidade a altos redshifts (População III). Através desses modelos testar as distribuições de massa, spin e taxa de ocorrência, dos atuais e futuros eventos de ondas gravitacionais, para determinar qual o modelo mais favorável.

Como os nossos resultados não descartaram a possibilidade de que os buracos negros sejam de origem primordial é possível estudar uma relação entre eles e a matéria escura do Universo. Analisar o espectro de buracos negros, estimar a densidade de matéria na forma de buracos negros primordiais ( $\Omega_{PBH}$ ) e calcular a razão com relação a fração de matéria escura estimada no Universo ( $\Omega_{DM}$ ) são pontos importantes para determinar qual a porcentagem que esses buracos negros podem contribuir para a DM.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBOTT, B.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T.; ABERNATHY, M.; ACERNESE, F.; ACKLEY, K.; ADAMS, C.; ADAMS, T.; ADDESSO, P.; ADHIKARI, R. et al. Binary black hole mergers in the first advanced ligo observing run. **Physical Review X**, v. 6, n. 4, p. 041015, 2016. 23, 55

ABBOTT, B. P.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T.; ABERNATHY, M.; ACERNESE, F.; ACKLEY, K.; ADAMS, C.; ADAMS, T.; ADDESSO, P.; ADHIKARI, R. et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. **Physical review letters**, v. 116, n. 6, p. 061102, 2016. 1, 16

ABBOTT, B. P.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T. D.; ABERNATHY, M. R.; ACERNESE, F.; ACKLEY, K.; ADAMS, C.; ADAMS, T.; et al. Prospects for observing and localizing gravitational-wave transients with advanced ligo and advanced virgo. **Living Reviews in Relativity**, v. 19, n. 1, p. 1, Feb. 2016. ISSN 1433-8351. Available from: <<https://doi.org/10.1007/lrr-2016-1>>. 52

ABBOTT, B. P.; ABBOTT, R.; ABBOTT, T. D.; ABERNATHY, M. R.; ACERNESE, F.; ACKLEY, K.; ADAMS, C.; ADAMS, T.; COLLABORATION, L. S.; COLLABORATION), V. The rate of binary black hole mergers inferred from advanced ligo observations surrounding gw150914. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 833, n. 1, p. L1, 2016. Available from: <<http://stacks.iop.org/2041-8205/833/i=1/a=L1>>. 58

AFFLECK, I.; DINE, M. A new mechanism for baryogenesis. **Nuclear Physics B**, v. 249, n. 2, p. 361–380, 1985. 2, 41

ALCOCK, C.; ALLSMAN, R.; ALVES, D.; ANSARI, R.; AUBOURG, E.; AXELROD, T.; BAREYRE, P.; BEAULIEU, J.-P.; BECKER, A.; BENNETT, D. et al. Eros and macho combined limits on planetary-mass dark matter in the galactic halo. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 499, n. 1, p. L9, 1998. 33

ALCOCK, C.; ALLSMAN, R.; ALVES, D. R.; AXELROD, T.; BECKER, A. C.; BENNETT, D.; COOK, K. H.; DALAL, N.; DRAKE, A. J.; FREEMAN, K. et al. The macho project: microlensing results from 5.7 years of large magellanic cloud observations. **The Astrophysical Journal**, v. 542, n. 1, p. 281, 2000. 2

BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. **Physics Reports**, v. 405, n. 5, p. 279–390, 2005. 33

BIRD, S.; CHOLIS, I.; MUÑOZ, J. B.; ALI-HAÏMOUD, Y.; KAMIONKOWSKI, M.; KOVETZ, E. D.; RACCANELLI, A.; RIESS, A. G. Did ligo detect dark matter? **Physical review letters**, v. 116, n. 20, p. 201301, 2016. 2, 33, 34

BLINNIKOV, S.; DOLGOV, A.; PORAYKO, N.; POSTNOV, K. Solving puzzles of gw150914 by primordial black holes. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 2016, n. 11, p. 036, 2016. 41, 42, 43, 44, 45

CALDWELL, R.; CASPER, P. Formation of black holes from collapsed cosmic string loops. **Physical Review D**, v. 53, n. 6, p. 3002, 1996. 32

CALMET, X. **Quantum aspects of black holes**. [S.l.: s.n.], 2015. Cap.5. 2, 30, 41

CAMENZIND, M. **Compact objects in astrophysics**. [S.l.: s.n.], 2007. Cap.1. 22

CARR, B.; KÜHNEL, F.; SANDSTAD, M. Primordial black holes as dark matter. **Physical Review D**, v. 94, n. 8, p. 083504, 2016. 2, 33, 34, 44

CARR, B. J. **The primordial black hole mass spectrum**. [S.l.: s.n.], 1975. 31

CARR, B. J.; HAWKING, S. W. Black holes in the early universe. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 168, n. 2, p. 399–415, 1974. 31

CHAPLINE, G. F.; FRAMPTON, P. H. A new direction for dark matter research: intermediate-mass compact halo objects. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 2016, n. 11, p. 042, 2016. 2

CORNELL UNIVERSITY - DEPARTMENT OF ASTRONOMY. **Binary Black Hole (BBH)**. 2017. Available from: <<http://astro.cornell.edu/>>. Access in: 20 novembro 2017. 1

D'INVERNO, R. **Introduction Einstein's relativity**. [S.l.: s.n.], 1992. 5, 23, 24, 26, 27, 28, 29

DOLGOV, A.; KAWASAKI, M.; KEVLISHVILI, N. Inhomogeneous baryogenesis, cosmic antimatter, and dark matter. **Nuclear physics B**, v. 807, n. 1, p. 229–250, 2009. 42

DOLGOV, A.; SILK, J. Baryon isocurvature fluctuations at small scales and baryonic dark matter. **Physical Review D**, v. 47, n. 10, p. 4244, 1993. 41

EHLERS, R. S. Inferência bayesiana. **Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, ICMC-USP**, p. 64, 2011. 46, 47

EUROPEAN SPACE AGENCY. **LISA**. 2017. Available from:  
<[http://sci.esa.int/science-e-media/img/d8/hires\\_31704.jpg](http://sci.esa.int/science-e-media/img/d8/hires_31704.jpg)>. Access in: 13 janeiro 2018. 14

FARR, W. M.; SRAVAN, N.; CANTRELL, A.; KREIDBERG, L.; BAILYN, C. D.; MANDEL, I.; KALOGERA, V. The mass distribution of stellar-mass black holes. **The Astrophysical Journal**, v. 741, n. 2, p. 103, 2011. 57

GARCÍA-BELLIDO, J. Massive primordial black holes as dark matter and their detection with gravitational waves. **Journal of Physics**, v. 840, 2017. 2, 8, 33, 34, 35

GRAVITATION EXPERIMENT GROUP. **Resonant Gravitational Wave Detectors**. 2016. Available from:  
<<http://www.physics.umd.edu/GRE/Weber.jpg>>. Access in: 13 janeiro 2018. 12

GREEN, A. M. Microlensing and dynamical constraints on primordial black hole dark matter with an extended mass function. **Physical Review D**, v. 94, n. 6, p. 063530, 2016. 29

GRIEST, K.; MURDIN, P. Wimps and machos. **Encyclopedia of astronomy and astrophysics**, 2002. 2

HAWKING, S. W. Black hole explosions. **Nature**, v. 248, n. 5443, p. 30–31, 1974. 19, 30

IVANOVA, N.; JUSTHAM, S.; CHEN, X.; MARCO, O. D.; FRYER, C.; GABUROV, E.; GE, H.; GLEBBEEK, E.; HAN, Z.; LI, X.-D. et al. Common envelope evolution: where we stand and how we can move forward. **The Astronomy and Astrophysics Review**, v. 21, n. 1, p. 59, 2013. 38

KASHLINSKY, A. Ligo gravitational wave detection, primordial black holes, and the near-ir cosmic infrared background anisotropies. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 823, n. 2, p. L25, 2016. 33, 34

KERR, R. P. Gravitational field of a spinning mass as an example of algebraically special metrics. **Physical review letters**, v. 11, n. 5, p. 237, 1963. 17, 26

KHLOPOV, M. Y.; KONOPLICH, R.; RUBIN, S.; SAKHAROV, A. S. First order phase transitions as a source of black holes in the early universe. **arXiv preprint hep-ph/9912422**, 1999. 33

KHLOPOV, M. Y.; POLNAREV, A. Primordial black holes as a cosmological test of grand unification. **Physics Letters B**, v. 97, n. 3-4, p. 383–387, 1980. 32

KIBBLE, T. W. Topology of cosmic domains and strings. **Journal of Physics A: Mathematical and General**, v. 9, n. 8, p. 1387, 1976. 32

LIGO. **GW150914**. 2017. Available from: <<https://www.ligo.org/science/Publication-GW150914/images/fig-2.png>>. Access in: 13 abril 2017. 16

LIGO - CALTECH. **Ligo Observatories**. 2016. Available from: <<https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20150731c>>. Access in: 15 abril 2017. 17

\_\_\_\_\_. **Black Holes of Known Mass**. 2017. Available from: <<https://www.ligo.caltech.edu/image/ligo20171115a>>. Access in: 13 janeiro 2018. 40

\_\_\_\_\_. **Gravitational Wave Observatories**. 2017. Available from: <[https://www.ligo.caltech.edu/system/news\\_items/images/21/page/ligo20160217\\_Tn.jpg?1456255507](https://www.ligo.caltech.edu/system/news_items/images/21/page/ligo20160217_Tn.jpg?1456255507)>. Access in: 13 janeiro 2018. 13

\_\_\_\_\_. **Skymap**. 2017. Available from: <[https://www.ligo.caltech.edu/system/avm\\_image\\_sqls/binaries/92/large/SkyMap\\_\\_CREDIT\\_\\_LIGO\\_Virgo\\_NASA\\_Leo\\_Singer\\_\\_Axel\\_Mellinger.jpg?1508029988](https://www.ligo.caltech.edu/system/avm_image_sqls/binaries/92/large/SkyMap__CREDIT__LIGO_Virgo_NASA_Leo_Singer__Axel_Mellinger.jpg?1508029988)>. Access in: 13 janeiro 2018. 37

LIGO SCIENTIFIC COLLABORATION. **Do Cosmic Strings Exist?** 2016. Available from: <<https://www.ligo.org/science/Publication-S5S6CosmicStrings/flyer.pdf>>. Access in: 18 maio 2017. 33

\_\_\_\_\_. **Detections**. 2017. Available from: <<https://www.ligo.org/detections/index.php#genresources>>. Access in: 13 dezembro 2017. 39

LYTH, D. H.; LIDDLE, A. R. **The primordial density perturbation: cosmology, inflation and the origin of structure**. [S.l.: s.n.]. 30

MOSS, G.; MILLER, L.; FORWARD, R. Photon-noise-limited laser transducer for gravitational antenna. **Applied Optics**, v. 10, n. 11, p. 2495–2498, 1971. 12

NASA. **LISA**. 2017. Available from: <<https://lisa.nasa.gov/>>. Access in: 13 janeiro 2018. 15

OLIVER JUWIG. **Gravitation und Exotische Materie**. 2017. Available from: <<https://der-kristall.de/2017/10/gravitation-und-exotische-materie/>>. Access in: 20 novembro 2017. 6

O’LEARY, R. M.; MEIRON, Y.; KOCSIS, B. Dynamical formation signatures of black hole binaries in the first detected mergers by ligo. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 824, n. 1, p. L12, 2016. 23

PEREIRA, F. A. **Coalescência de buracos negros desde os estelares aos supermassivos: horizontes de detectabilidade e taxas de eventos**. 07 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2015/02.02.13.48-TDI). Tese (Mestrado em Astrofísica) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2015. Available from: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3HSE8J2>>. Access in: 2017. 10

POLNAREV, A.; KHLOPOV, I. M. Dustlike stages in the early universe, and constraints on the primordial black hole spectrum. **Astronomicheskii Zhurnal**, v. 59, p. 639–646, 1982. 32

RAIDAL, M.; VASKONEN, V.; VEERMÄE, H. Gravitational waves from primordial black hole mergers. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 2017, n. 09, p. 037, 2017. 38

RODRIGUEZ, C. L.; HASTER, C.-J.; CHATTERJEE, S.; KALOGERA, V.; RASIO, F. A. Dynamical formation of the gw150914 binary black hole. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 824, n. 1, p. L8, 2016. 38

SALPETER, E. E. The luminosity function and stellar evolution. **The Astrophysical Journal**, v. 121, p. 161, 1955. 23, 41

SASAKI, M.; SUYAMA, T.; TANAKA, T.; YOKOYAMA, S. Primordial black hole scenario for the gravitational-wave event gw150914. **Physical Review Letters**, American Physical Society, v. 117, p. 061101, Aug. 2016. Available from: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.061101>>. 33, 34

SATHYAPRAKASH, B. S.; SCHUTZ, B. F. Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves. **Living Reviews in Relativity**, v. 12, n. 1, p. 2, 2009. 10, 11

SHELLARD, E.; VILENKIN, A. **Cosmic strings and other topological defects**. 1994. 32

TIMPANI, V. D.; NASCIMENTO, T. E. C. do. **Uma Breve Introdução à Estatística Bayesiana Aplicada ao Melhoramento Genético Animal**. 2015. 46, 48

UNIVERSITY OF CAMBRIDGE. **Cosmic String**. 2015. Available from: <[http://www.damtp.cam.ac.uk/research/gr/public/cs\\_top](http://www.damtp.cam.ac.uk/research/gr/public/cs_top)>. Access in: 18 maio 2017. 32

UNIVERSITY OF OREGON. **Hertzprung-Russel Diagram**. 2016. Available from: <<http://hendrix2.uoregon.edu/~imamura/122/lecture-7/heuristic.html>>. Access in: 15 abril 2017. 21

WEBER, J. Detection and generation of gravitational waves. **Physical Review**, v. 117, n. 1, p. 306, 1960. 12

WEINBERG, S. **Gravitation and cosmology**: principles and applications of the general theory of relativity. [S.l.: s.n.], 1972. Cap.4. 5



## **PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE**

### **Teses e Dissertações (TDI)**

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

### **Manuais Técnicos (MAN)**

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

### **Notas Técnico-Científicas (NTC)**

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

### **Relatórios de Pesquisa (RPQ)**

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

### **Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)**

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

### **Publicações Didáticas (PUD)**

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

### **Publicações Seriadas**

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

### **Programas de Computador (PDC)**

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

### **Pré-publicações (PRE)**

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.