

Avaliação de dados de medição — O papel da incerteza de medição na avaliação da conformidade

*Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia
(INMETRO)*



INMETRO

Primeira edição brasileira do JCGM 106 2012

(Tradução autorizada pelo BIPM da primeira edição internacional do documento ***Evaluation of measurement data — The role of measurement uncertainty in conformity assessment***)

Xxxxxo/2022

Primeira edição do documento original: 2012

Copyright 2022 by INMETRO

Avaliação de dados de medição — O papel da incerteza de medição na avaliação da conformidade

Grupo de trabalho para tradução do JCGM 106:2012

Criação: Ordem de Serviço nº 1/2020/Dimci - Inmetro - 22/05/2020

Coordenação: Antonio Carlos Baratto	Dimci/Dmtic/Inmetro
Jailton Carreteiro Damasceno	Dimci/Dimat/Inmetro
Paulo Paschoal Borges	Dimci/Dimqt/Inmetro
Paulo Roberto Guimarães Couto	Dimci/Dimec/Inmetro
Ricardo Luis d'Ávila Villela	Dimci/Diavi/Inmetro
Sílvio Francisco dos Santos	Dimci/Inmetro

© 2022 Instituto Nacional de Metrologia, Qualidade e Tecnologia (INMETRO)

Qualquer parte desta publicação pode ser reproduzida, desde que citada a fonte.

Supplement 6 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement”

Título original em inglês:

Evaluation of measurement data — The role of measurement uncertainty in conformity assessment

Inmetro

Marcos Heleno Guerson de Oliveira Júnior

Presidente do Inmetro

Iakyra Borraquens Couceiro

Diretor de Metrologia Científica e Tecnologia

Desenvolvimento e Edição

Antonio Carlos Baratto

Coordenador da Tradução e Formatação

Capa

Divisão de Comunicação Social (Dicom)

Disponível também em: <<https://www.gov.br/inmetro/pt-br/centrais-de-conteudo/publicacoes/documentos-tecnicos-em-metrologia>>

Catalogação elaborada pelo Serviço de Documentação e Informação do Inmetro

AXXX Avaliação de dados de medição — Suplemento 6 do “Guia para a expressão de incerteza de medição” — O papel da incerteza de medição na avaliação da conformidade. Duque de Caxias, RJ: INMETRO/CICMA/SEPIN, 2022.

xxx p.

Inclui índice

Traduzido de: Evaluation of measurement data — Supplement 6 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — The role of measurement uncertainty in conformity assessment — JCGM 106:2008.

ISBN: xxx-xx-xxxxx-xx-x

1. Metrologia científica. 2. Avaliação da conformidade. 3. Avaliação de Incerteza.

I. INMETRO II. Título

Apresentação

O Grupo de Trabalho 1 do Comitê Conjunto para Guias em Metrologia (*The Working Group 1 of the Joint Committee for Guides in Metrology – JCGM*), órgão assessor do Bureau Internacional de Pesos e Medidas (BIPM), publica uma série de documentos com a referência genérica: *Avaliação de dados de medição*. Essa série é composta pelo GUM (**Guide to the expression of uncertainty in measurement**) e por diversos suplementos que o complementam. Cinco desses suplementos foram já concluídos, aprovados e publicados, e quatro estão, até a presente data, em diferentes estágios de preparação. Os suplementos auxiliam a interpretação do GUM, aprimoram seu emprego nas áreas tradicionais e ampliam as possibilidades de aplicação em áreas por ele ainda não abrangidas, ou em que seu uso se encontra em estágio ainda incipiente.

Este Suplemento (JCGM 106:2012) é o terceiro a ser traduzido no Brasil. Ele apresenta uma abordagem mais ou menos extensa dos procedimentos já adotados, ou em vias de o serem, quando da determinação do grau em que os mais diversos tipos de requisitos especificados, relativos aos mais diversos tópicos (processos, produtos, sistemas, pessoas, corpos) são ou não são atendidos.

O Inmetro se constitui como o principal repositório do saber metrológico no Brasil. Sendo este um componente fundamental da sua ampla missão institucional, deve ele incluir, complementarmente, um ingente esforço de disseminação desse saber para o âmbito da sociedade. Com mais essa publicação, que ora colocamos à disposição da sociedade, carrego a certeza de que estamos cumprindo adequadamente também esse importante papel – o de divulgadores da já extensa cultura metrológica no Brasil.

Marcos Heleno Guerson de Oliveira Júnior

Presidente do Inmetro

agosto de 2022

JCGM 106:2012

**Avaliação de dados de medição — O papel da
incerteza de medição na avaliação da
conformidade**



***Évaluation des données de mesure —
Le rôle de l'incertitude de mesure dans
l'évaluation de la conformité***

Primeira edição (original) 2012

Primeira edição brasileira 2022

Avaliação de dados de medição — O papel da incerteza de medição na avaliação da conformidade

Evaluation of measurement data — The role of measurement uncertainty in conformity assessment

Évaluation des données de mesure — Le rôle de l'incertitude de mesure dans l'évaluation de la conformité

© JCGM 2012

Os direitos autorais sobre este documento orientador do JCGM são compartilhados pelas organizações membro do JCGM (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP e OIML).

Direitos autorais

Mesmo se versões eletrônicas estiverem gratuitamente disponíveis em endereços eletrônicos de uma ou mais organizações membro do JCGM, direitos autorais, econômicos e morais relacionados a todas as publicações do JCGM são internacionalmente protegidos. O JCGM não permite que, sem sua autorização escrita, terceiros reescrevam ou repaginem edições, vendam cópias ao público, divulguem ou usem *on-line* suas publicações. Outrossim, o JCGM também se contrapõe a distorções, acréscimos ou mutilações em suas publicações, incluindo seus títulos, lemas e logomarcas, ou aqueles de suas organizações membro.

Versões oficiais e traduções

As únicas versões oficiais dos documentos são aquelas publicadas pelo JCGM em suas línguas originais.

As publicações do JCGM podem ser traduzidas para outras línguas que não aquelas em que os documentos foram originalmente publicados pelo JCGM. Permissão do JCGM deve ser obtida antes de uma tradução ser feita. Todas as traduções devem respeitar os formatos originais e oficiais das fórmulas e unidades (sem qualquer conversão para outras fórmulas e unidades), e conter a seguinte declaração (a ser traduzida para a língua em questão):

Todos os produtos do JCGM são protegidos internacionalmente por direitos autorais. Esta tradução do documento original do JCGM foi realizada com a permissão do JCGM. O JCGM mantém direitos autorais integrais, protegidos internacionalmente, sobre a formatação e o conteúdo deste documento e sobre os títulos, lemas e logomarcas do JCGM. As organizações membro do JCGM também mantêm direitos integrais protegidos internacionalmente sobre seus títulos, lemas e logomarcas incluídos nas publicações do JCGM. A única versão oficial é o documento publicado pelo JCGM, nas línguas originais.

O JCGM não assume qualquer responsabilidade pela relevância, exatidão, completeza ou qualidade das informações e materiais disponibilizados em qualquer tradução. Uma cópia da tradução deve ser fornecida ao JCGM por ocasião da publicação.

Reprodução

As publicações do JCGM podem ser reproduzidas desde que seja obtida permissão escrita do JCGM. Uma amostra de qualquer documento reproduzido deverá ser providenciada ao JCGM por ocasião da reprodução, e deverá conter a seguinte declaração:

Este documento é reproduzido com a permissão do JCGM, o qual mantém direitos autorais integrais protegidos internacionalmente sobre a formatação e o conteúdo deste documento e sobre os títulos, lemas e logomarcas do JCGM. As organizações membro do JCGM também mantêm direitos integrais protegidos internacionalmente sobre seus títulos, lemas e logomarcas incluídos nas publicações do JCGM. As únicas versões oficiais são as versões originais dos documentos publicadas pelo JCGM.

Responsabilidade

O JCGM e suas organizações membro publicaram este documento para aumentar o acesso a informação sobre metrologia. Envidarão esforços para atualizá-lo regularmente, mas não podem garantir sua correção a todo o momento e não poderão ser responsabilizados por qualquer prejuízo direto ou indireto que possa resultar de seu uso. Qualquer referência a produtos comerciais de qualquer tipo (incluindo, mas não restritivamente, qualquer *software*, dados ou *hardware*) ou indicações para endereços eletrônicos na internet, sobre os quais o JCGM e suas organizações membro não têm nenhum controle e pelos quais não assumem qualquer responsabilidade, não implicam aprovação, endosso ou recomendação pelo JCGM e suas organizações membro

Sumário	Página
Prefácio da primeira edição brasileira	4
Prefácio (da primeira edição original)	5
Introdução	6
1 Escopo	7
2 Referências normativas	8
3 Termos e definições	8
3.1 Termos relacionados a probabilidade	8
3.2 Termos relacionados a Metrologia	9
3.3 Termos relacionados a avaliação da conformidade	8
4 Convenções e notação	10
5 Limites de tolerância e intervalos de tolerância	14
5.1 Medições de avaliação da conformidade	14
5.2 Valores admissíveis e não admissíveis: intervalos de tolerância	14
5.3 Exemplos de limites de tolerância	14
6 Conhecimento do mensurando	14
6.1 Probabilidade e informação	14
6.2 Teorema de Bayes	14
6.3 Informação - Resumo	14
6.3.1 Melhor estimativa e incerteza-padrão	14
6.3.2 Intervalos de abrangência	14
7 Probabilidade de conformidade com requisitos especificados	20
7.1 Regra geral para cálculo de probabilidade de conformidade	20
7.2 Probabilidades de conformidade com FDPs normais	20
7.3 Intervalos de tolerância unilaterais com FDPs normais	20
7.3.1 Limite de tolerância inferior único	20
7.3.2 Limite de tolerância superior único	20
7.3.3 Abordagens gerais com limites de tolerância únicos	20
7.4 Intervalos de tolerância bilaterais com FDPs normais	20
7.5 Probabilidade de conformidade e intervalos de abrangência	20
7.6 Índice de capacidade de medição C_m	20
7.7 Índice de capacidade de medição e probabilidade de conformidade	20
8 Intervalos de aceitação	30
8.1 Limites de aceitação	00
8.2 Regra de decisão baseada em aceitação simples	00
8.3 Regras de decisão baseadas em faixas de segurança	00
8.3.1 Considerações gerais	00
8.3.2 Aceitação conservadora	00
8.3.3 Rejeição conservadora	00

9 Riscos do consumidor e do produtor	40
9.1 Generalidades	40
9.2 FDPs para processo de produção e sistema de medição	40
9.3 Resultados possíveis de uma medição de inspeção com uma regra de decisão binária	00
9.4 A FDP conjunta para Y e Y_m	00
9.5 Cálculo de riscos globais	00
9.5.1 Contexto histórico	00
9.5.2 Fórmulas gerais	00
9.5.3 Caso especial: Regra de decisão binária	00
9.5.4 Estabelecendo limites de aceitação	00
9.5.5 Abordagem gráfica geral	00
9.5.6 A importância da redução da incerteza de medição	00

Anexos

A (informativo)

Distribuições normais	50
A.1 Função densidade de probabilidade normal	00
A.2 Integrais de FDPs normais	00
A.3 Probabilidades de abrangência para FDPs normais	00
A.4 Densidades de probabilidade do processo e da medição normais	00
A.4 Densidades de probabilidade normais de processo e de medição	00
A.4.1 FDP <i>a priori</i> $g_o(\eta)$ para o mensurando Y	00
A.4.2 FDP $h(\eta_m \eta)$ para Y_m , dado um valor $Y = \eta$	99
A.4.3 FDP marginal $h_o(\eta_m)$ para Y_m	00
A.4.4 FDP <i>a posteriori</i> (pós medição) $g(\eta \eta_m)$ para Y	00
A.5 Cálculos de risco com FDPs normais e uma regra de decisão binária	00

B (informativo)

Conhecimento <i>a priori</i> do mensurando	99
B.1 Controle estatístico de processo	00
B.2 Um item escolhido aleatoriamente de uma amostra de itens medidos	00
B.3 Uma propriedade positiva próxima a um limite físico	00

C (informativo)

Glossário dos principais símbolos e abreviaturas	00
Bibliografia	00
Índice alfabético (e correspondentes expressões em inglês)	99
Notas dos tradutores (NTs)	00

Prefácio da primeira edição brasileira

O presente Suplemento é parte de uma série de documentos correlatos do JCGM, designados genericamente sob o título unificador **Avaliação de dados de medição**. Esta série é composta, até a presente data, pelos seguintes documentos:

JCGM 100:2008. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) (ver Capítulo 2) [Avaliação de dados de medição — Guia para a expressão de incerteza de medição (GUM)],

JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method (ver Capítulo 2), [Avaliação de dados de medição — Suplemento 1 do “Guia para a expressão de incerteza de medição” — Propagação de distribuições usando um método de Monte Carlo],

JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data — Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Extension to any number of output quantities,

JCGM GUM-6:2020. Guide to the expression of uncertainty in measurement — Part 6: Developing and using measurement models,

JCGM 104:2009. Evaluation of measurement data — An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents [Avaliação de dados de medição — Uma Introdução ao “Guia para a expressão de incerteza de medição” e documentos correlatos],

JCGM 105. Evaluation of measurement data — Concepts and basic principles,

JCGM 106:2012. Evaluation of measurement data — The role of measurement uncertainty in conformity assessment, [O papel da incerteza de medição na avaliação da conformidade] (este documento),

JCGM 107. Evaluation of measurement data — Applications of the least-squares method.

Dentre os documentos acima citados, seis podem ser obtidos no site do BIPM, sendo que quatro deles foram já traduzidos e publicados pelo Inmetro (JCGM 100:2008, JCGM 101:2011, JCGM 104:2009 e JCGM 106:2012). Os suplementos JCGM 105, JCGM 107 encontram-se em diferentes estágios de desenvolvimento.

Este **Suplemento 6** apresenta uma abrangente normalização de procedimentos a serem usados quando da verificação da conformidade de itens com requisitos especificados. Aborda de maneira bastante completa o uso de resultados de medição para decidir, pela aceitação ou pela rejeição, se um item de interesse atende a um requisito especificado.

Para uma melhor compreensão do texto ou do contexto em algumas passagens mais problemáticas julgamos conveniente remeter o leitor para o final do documento, onde se apresentam algumas notas explicativas (NT – Nota dos Tradutores). No entanto, com o fito de propiciar uma leitura mais suave e sem interrupções dispersivas, tentou-se evitar uma profusão de NTs. Optou-se assim, quando necessária uma explicação, e sempre que possível e mais conveniente, por acrescentar um texto curto (por vezes uma única palavra) complementar ou explicativo na cor vermelha, em vez de uma NT adicional.

Nos casos em que o documento informa que um texto (em geral uma definição) é retirado de uma referência, e tendo sido esta já traduzida por órgão oficial brasileiro, optou-se por adotar o correspondente texto da tradução brasileira *ipsis litteris*. Neste caso, o documento então referido é o documento brasileiro. Quando é mencionado que o texto em questão é uma adaptação de algum documento, procedeu-se com o trabalho normal de tradução.

Achamos por bem justapor, aos termos e expressões constantes do Índice Alfabético, os respectivos e correspondentes termos e expressões do índice alfabético original. Os termos em Português estão em fonte Times New Roman negrito. Os termos correspondentes em Inglês estão em fonte Arial Narrow. Isso foi feito com o objetivo de facilitar aos leitores, sempre que julguem necessário ou apropriado, proceder à verificação especulativa ou crítica da tradução aqui utilizada para importantes termos ou conceitos.

Os tradutores

XXXXXXo/2022

Prefácio

Em 1997, as sete organizações internacionais que haviam originalmente (1993) elaborado o “Guia para a expressão de incerteza de medição (GUM)” e o “Vocabulário internacional de metrologia - conceitos fundamentais e gerais e termos associados” (VIM) criaram um Comitê Conjunto para Guias em Metrologia (*Joint Committee for Guides in Metrology – JCGM*), presidido pelo Diretor do Bureau Internacional de Pesos e Medidas (*Bureau International des Poids et Mesures - BIPM*). O JCGM assumiu a responsabilidade por estes dois documentos do Grupo Consultivo Técnico 4 da ISO (*ISO Technical Advisory Group - TAG4*).

O JCGM é formado pelo BIPM conjuntamente com a Comissão Eletrotécnica Internacional (*International Electrotechnical Commission – IEC*), a Federação Internacional de Química Clínica e Medicina Laboratorial (*International Federation of Clinical Chemistry and Laboratory Medicine – IFCC*), a Organização Internacional de Normalização (*International Organization for Standardization – ISO*), a União Internacional de Química Pura e Aplicada (*International Union of Pure and Applied Chemistry – IUPAC*), a União Internacional de Física Pura e Aplicada (*International Union of Pure and Applied Physics – IUPAP*) e a Organização Internacional de Metrologia Legal (*International Organization of Legal Metrology – OIML*). Uma outra organização juntou-se a essas sete organizações internacionais, a saber, a Cooperação Internacional para Acreditação de Laboratórios (*International Laboratory Accreditation Cooperation – ILAC*).

O JCGM possui dois Grupos de Trabalho. O Grupo de Trabalho 1, "Expressão de incerteza em medição", tem a incumbência de promover o uso do GUM e preparar Suplementos e outros documentos para a sua ampla aplicação. O Grupo de Trabalho 2, "Grupo de Trabalho para o Vocabulário internacional de termos fundamentais e gerais em metrologia (VIM)", tem a incumbência de revisar e promover o uso do VIM. Para mais informações sobre as atividades do JCGM, ver www.bipm.org.

Documentos como este são planejados para agregar valor ao GUM, fornecendo orientações sobre aspectos da avaliação e do uso de incerteza de medição que não são tratados de forma explícita no GUM. Essas orientações serão sempre, e tanto quanto possível, consistentes com a base probabilística geral do GUM.

O presente documento foi elaborado pelo Grupo de Trabalho 1 do JCGM, tendo recebido a contribuição de cuidadosas revisões por parte das organizações membro do JCGM e de Institutos Nacionais de Metrologia.

Introdução

Avaliação da conformidade (ver 3.3.1) comprehende, de um modo geral, qualquer atividade que vise determinar, direta ou indiretamente, se um produto, processo, sistema, pessoa ou organismo atende a padrões relevantes e preenche *requisitos especificados* (ver 3.3.3). A ISO/IEC 17000:2004 faz uma abordagem geral de termos e definições relacionados à avaliação da conformidade, incluindo a acreditação de organismos de avaliação da conformidade e o uso de avaliação da conformidade na facilitação do comércio.

Em um tipo particular de avaliação da conformidade, por vezes chamado de *inspeção* (ver 3.3.2), a determinação de que um produto cumpre um requisito específico depende de um processo de medição como fonte principal de informação. A norma ISO 10576-1:2003 [22] estabelece diretrizes para verificação de conformidade com limites especificados no caso em que uma *grandeza* (ver 3.2.1) é medida e um *intervalo de abrangência* (ver 3.2.7) resultante (denominado “intervalo de incerteza” na ISO 10576-1:2003) é comparado com um *intervalo de tolerância* (ver 3.3.5). O presente documento expande essa abordagem para incluir a consideração explícita de riscos, e desenvolve procedimentos gerais para decidir pela existência ou não de conformidade com base em *resultados de medição* (ver 3.2.5), reconhecendo o papel central de *distribuições de probabilidade* (ver 3.1.1) como expressões de incerteza e informação incompleta.

A avaliação de incerteza de medição é um problema técnico cuja solução é tratada pelo JCGM 100:2008, o *Guia para a expressão de incerteza de medição* (GUM), e pelos seus Suplementos JCGM 101:2008, JCGM 102:2011 e JCGM 103 [3]. O presente documento assume que uma grandeza de interesse, o *mensurando* (ver 3.2.4), foi medida, com o resultado da medição expresso de uma maneira compatível com os princípios descritos no GUM. Em particular, presume-se que foram aplicadas correções adequadas referentes a todos os efeitos sistemáticos significativos reconhecidos.

Na avaliação da conformidade, um resultado de medição é usado para decidir se um item de interesse está de acordo com um requisito especificado. O item pode ser, por exemplo, um bloco-padrão ou voltímetro digital a ser calibrado em conformidade com ISO/IEC 17025:2005 [23]¹ ou verificado de acordo com ISO 3650 [24], ou uma amostra de água residual industrial. O requisito assume, tipicamente, a forma de um ou dois *limites de tolerância* (ver 3.3.4) que definem um intervalo de valores admissíveis, chamado *intervalo de tolerância* (ver 3.3.5), para uma propriedade mensurável do item. São exemplos de tais propriedades: a concentração, em massa, de mercúrio em uma amostra de água residual, o comprimento de um bloco-padrão e o erro de indicação de um voltímetro. Se o valor verdadeiro da propriedade estiver dentro do intervalo de tolerância, diz-se que está conforme; caso contrário, não conforme.

NOTA O termo “intervalo de tolerância”, como usado na avaliação da conformidade, tem um significado diferente do mesmo termo como usado em Estatística.

Em geral, decidir se um item está em conformidade depende da medição de várias propriedades, podendo haver um ou mais intervalos de tolerância associados a cada propriedade. Pode haver, também, várias possíveis decisões com respeito a cada propriedade, considerando o resultado de uma medição. Tendo sido medida uma grandeza específica, por exemplo, pode-se decidir (a) aceitar o item, (b) rejeitar o item, (c) realizar outra medição, e assim por diante. Este documento trata de itens que possuem uma única propriedade escalar com um requisito expresso por um ou dois limites de tolerância, e uma saída binária em que há apenas dois estados possíveis do item, conforme ou não conforme, e duas decisões correspondentes possíveis, aceitar ou rejeitar. Os conceitos apresentados podem ser estendidos para problemas de decisão mais gerais.

Na avaliação de dados de medição, o conhecimento dos possíveis valores de um mensurando é, em geral, codificado e transmitido por uma *função densidade de probabilidade* (ver 3.1.3), ou uma aproximação numérica de tal função. Tal conhecimento é frequentemente resumido pela apresentação de uma melhor estimativa (tomada como o *valor medido da grandeza* (ver 3.2.6)) e de uma incerteza de

¹ A ISO/IEC 17025 foi revisada em 2017.

medição associada, ou um intervalo de abrangência que contém o valor do mensurando com uma *probabilidade de abrangência* (ver 3.2.8) declarada. Uma avaliação da conformidade com requisitos especificados é, assim, uma questão de probabilidade, baseada nas informações disponíveis após a realização da medição.

Numa medição típica, o mensurando de interesse não é ele próprio observável. O comprimento de um bloco-padrão de aço, por exemplo, não pode ser observado diretamente, mas pode-se observar a indicação de um micrometro com suas pontas de medição em contato com as extremidades do bloco. Tal indicação provê informações sobre o comprimento do bloco através de um modelo de medição que inclui os efeitos de grandezas de influência, como a expansão térmica e a calibração do micrometro. Na avaliação da conformidade, uma decisão de aceitar/rejeitar é baseada em dados observáveis (valores medidos de grandezas, por exemplo) que levam a uma inferência com relação aos possíveis valores de um mensurando não observável [37].

Devido à existência de incerteza em medição, há sempre o risco de decidir incorretamente, com base no valor medido de uma propriedade do item, se um item está ou não em conformidade com um requisito especificado. Tais decisões incorretas são de dois tipos: aceitar um item como conforme quando, na realidade, ele pode estar não conforme, e rejeitar um item como não conforme quando, na realidade, ele pode estar conforme.

Pela definição de um *intervalo de aceitação* (ver 3.3.9) de valores medidos permissíveis de um mensurando, os riscos de decisões incorretas de aceitação/rejeição associadas à incerteza de medição podem ser equilibrados de forma a minimizar os custos associados a tais decisões incorretas. Este documento aborda o problema técnico de calcular a *probabilidade de conformidade* (ver 3.3.7) e as probabilidades dos dois tipos de decisões incorretas, tendo sido dados uma função densidade de probabilidade (FDP) para o mensurando, os limites de tolerância, e os limites do intervalo de aceitação.

Um particular intervalo de aceitação e sua relação com um intervalo de tolerância correspondente são mostrados na Figura 1.

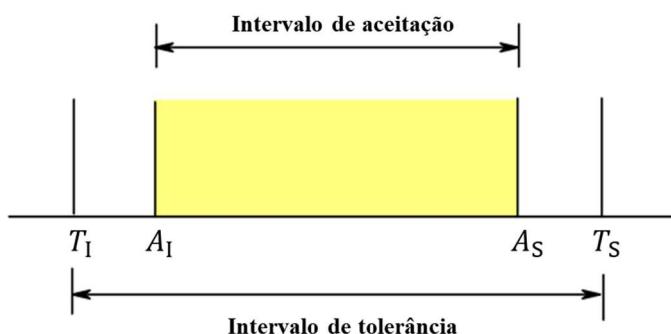


Figura 1 - Avaliação binária da conformidade em que as decisões são baseadas em valores medidos da grandeza. O valor verdadeiro de uma propriedade mensurável de um item (o mensurando) é especificado para se situar em um intervalo de tolerância definido por um limite inferior (T_I) e um limite superior (T_S). O item é aceito como conforme se o valor medido da propriedade estiver dentro de um intervalo definido (ver 3.3.8) pelos limites de aceitação ($A_1; A_S$), e rejeitado como não conforme em caso contrário.

A escolha dos limites de tolerância e dos limites de aceitação são decisões empresariais ou políticas que dependem da avaliação das consequências associadas a desvios da qualidade almejada para o produto. Um tratamento geral da natureza de tais decisões está além do escopo deste documento; ver, por exemplo, referências [14, 15, 34, 35, 36, 44].

Avaliação de dados de medição — O papel da incerteza de medição na avaliação da conformidade

1 Escopo

Este documento fornece orientação e procedimentos para avaliar a conformidade de um item (entidade, objeto ou sistema) com requisitos especificados. O item pode ser, por exemplo, um bloco-padrão, uma balança de supermercado ou uma amostra de sangue. Os procedimentos podem ser aplicados quando estejam presentes as seguintes condições:

- o item é caracterizado por uma única *grandeza escalar* (ver 3.2.1) (uma propriedade mensurável) definida com um nível de detalhe suficiente para ser razoavelmente representada por um valor verdadeiro essencialmente único;

NOTA O GUM fornece uma justificativa para não usar o termo “verdadeiro”, mas ele será usado neste documento quando houver possibilidade de ambiguidade ou confusão

- um intervalo de valores admissíveis da propriedade é especificado por um ou dois limites de tolerância;
- a propriedade pode ser medida e o *resultado de medição* (ver 3.2.5) expresso de uma forma consistente com os princípios do GUM, de modo que o conhecimento do valor da propriedade possa ser razoavelmente descrito por (a) uma *função densidade de probabilidade* (ver 3.1.3) (FDP), (b) uma *função distribuição* (ver 3.1.2), (c) aproximações numéricas para tais funções, ou (d) uma melhor estimativa, juntamente com um intervalo de abrangência e uma probabilidade de abrangência associada.

Os procedimentos desenvolvidos neste documento podem ser usados para especificação de um intervalo de valores medidos admissíveis para a propriedade de interesse, chamado intervalo de aceitação. Os limites de aceitação podem ser escolhidos de forma a equilibrar os riscos associados à aceitação de itens não conformes (risco do consumidor) ou à rejeição de itens conformes (risco do produtor).

Dois tipos de problemas de avaliação da conformidade são abordados. O primeiro é o estabelecimento de limites de aceitação que assegurarão que uma probabilidade de conformidade desejada para um único item medido seja alcançada. O segundo é o estabelecimento de limites de aceitação para assegurar um nível aceitável de confiança, em média, quando um conjunto de itens (nominalmente idênticos) é medido. Orientações para a solução desses problemas são fornecidas.

Este documento contém exemplos que ilustram a orientação fornecida. Os conceitos apresentados podem ser estendidos para problemas de avaliação da conformidade mais gerais baseados em medições de um conjunto de mensurandos escalares. Documentos como as referências [19, 13] cobrem aspectos de áreas específicas de avaliação da conformidade.

O público-alvo deste documento inclui gerentes da qualidade, membros de organizações desenvolvedoras de padrões, autoridades de acreditação e as equipes de laboratórios de ensaio e medição, organismos de inspeção, organismos de certificação, agências reguladoras, acadêmicos e pesquisadores.

2 Referências normativas

Os documentos referenciados a seguir são indispensáveis para a aplicação deste documento. Estão indicadas as traduções apenas dos documentos já traduzidos e publicados oficialmente, os quais podem ser baixados no site do Inmetro.

JCGM 100:2008. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM). [Avaliação de dados de medição — Guia para a expressão de incerteza de medição (GUM)],

JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method. [Avaliação de dados de medição — Suplemento 1 do “Guia para a expressão de incerteza de medição” — Propagação de distribuições usando um método de Monte Carlo].

JCGM 102:2011. Evaluation of measurement data — Supplement 2 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Extension to any number of output quantities.

JCGM 200:2012. International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM3). [Vocabulário Internacional de Metrologia – Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM3)].

ISO/IEC 17000:2004. Conformity assessment — Vocabulary and general principles.

ISO 3534-1:2006. Statistics – Vocabulary and symbols – Part 1: Probability and general statistical terms.

ISO 3534-2:2006. Statistics – Vocabulary and symbols – Part 2: Applied statistics.

3 Termos e definições

Para os fins deste documento, aplicam-se as definições do JCGM 100:2010, do JCGM 101:2008 e do JCGM 200:2012, salvo indicação contrária. Algumas das definições mais relevantes desses documentos são apresentadas de forma sucinta abaixo. Informações complementares, incluindo notas e exemplos, podem ser encontradas nas referências normativas.

Definições adicionais com especial importância na avaliação da conformidade são também fornecidas, incluindo definições tomadas ou adaptadas de outras fontes.

Para definições que citam outros documentos, uma NOTA que ocorre antes da citação faz parte da entrada citada; outras NOTAS são próprias do presente documento.

Neste documento, os termos “indicação” e “erro máximo admissível (de indicação)” são considerados grandezas, e não valores, em contraste com o disposto em JCGM 200:2012.

NOTA Citações no formato [JCGM 101:2008 3.4] referem-se aos subitens indicados da referência citada.

3.1 Termos relacionados a probabilidade

3.1.1

distribuição de probabilidade

distribuição

medida de probabilidade induzida por uma variável aleatória

NOTA Existem muitas representações matemáticas equivalentes de uma distribuição, incluindo função distribuição (ver 3.1.2), função densidade de probabilidade, caso exista (ver 3.1.3), e função característica.

[Adaptado de ISO 3534-1:2006 2.11]

3.1.2

função distribuição

função que determina, para cada valor ξ , a probabilidade de que a variável aleatória X seja menor que ou igual a ξ :

$$G_X(\xi) = \Pr(X \leq \xi)$$

[JCGM 101:2008 3.2]

3.1.3

função densidade de probabilidade

FDP

derivada, quando existe, da função distribuição

$$g_X(\xi) = dG_X(\xi)/d\xi$$

NOTA $g_X(\xi)d\xi$ é o “elemento de probabilidade”

$$g_X(\xi)d\xi = \Pr(\xi < X < \xi + d\xi).$$

[Adaptado de JCGM101:2008 3.3]

3.1.4 distribuição normal

distribuição de probabilidade de uma variável aleatória contínua X , cuja função densidade de probabilidade é

$$g_X(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi - \mu}{\sigma}\right)^2\right],$$

para $-\infty < \xi < +\infty$

NOTA 1 μ é a *esperança* (ver 3.1.5) e σ é o *desvio-padrão* (ver 3.1.7) de X .

NOTA 2 A distribuição normal é conhecida também como uma distribuição gaussiana.

[JCGM 101:2008 3.4]

3.1.5 esperança $E(X)$

para uma variável aleatória contínua X caracterizada por uma FDP $g_X(\xi)$,

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi g_X(\xi) d\xi$$

NOTA 1 A esperança é conhecida também como média.

NOTA 2 Nem todas as variáveis aleatórias possuem uma esperança.

NOTA 3 A esperança da variável aleatória $Z = F(X)$, para uma dada função $F(X)$, é

$$E(Z) = E(F(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) g_X(\xi) d\xi$$

[JCGM 101:2008 3.6]

NT₁: A NOTA 1 é própria do presente documento e não do documento aqui referido.

3.1.6 variância $V(X)$

propriedade de uma variável aleatória, a qual, para uma variável aleatória contínua X caracterizada por uma FDP $g_X(\xi)$, é dada por

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [\xi - E(X)]^2 g_X(\xi) d\xi$$

NOTA Nem todas as variáveis aleatórias possuem uma variância.

[JCGM 101:2008 3.7]

3.1.7 desvio-padrão

raiz quadrada positiva $[V(X)]^{1/2}$ da variância

[JCGM 101:2008 3.8]

3.2 Termos relacionados a Metrologia

3.2.1 grandeza

Propriedade dum fenômeno dum corpo ou duma substância, que pode ser expressa quantitativamente sob a forma dum número e duma referência.

[JCGM 200:2012 1.1]

3.2.2 valor de uma grandeza

valor de uma grandeza

valor

Conjunto, formado por um número e por uma referência, que constitui a expressão quantitativa duma **grandeza**

[JCGM 200:2012 1.19]

3.2.3 valor verdadeiro de uma grandeza

valor verdadeiro duma grandeza

valor verdadeiro

valor duma grandeza compatível com a definição da grandeza

[JCGM 200:2012 2.11]

3.2.4 mensurando

grandeza que se pretende medir

[JCGM 200:2012 2.3]

NOTA Neste documento, o mensurando é uma propriedade mensurável de um item de interesse.

3.2.5 resultado de medição

conjunto de **valores** atribuídos a um **mensurando**, juntamente com toda outra informação pertinente disponível

[JCGM 200:2012 2.9]

NOTA Um resultado de medição pode ser expresso de várias formas, fornecendo, por exemplo, (a) o valor medido de uma grandeza com uma incerteza de medição associada; (b) um intervalo de abrangência para o mensurando com uma probabilidade de abrangência associada; (c) uma FDP; ou (d) uma aproximação numérica para uma FDP.

3.2.6**valor medido de uma grandeza**

valor medido duma grandeza

valor medido

valor duma grandeza que representa um **resultado de medição**

[JCGM 200:2012 2.10]

NOTA Um valor medido de uma grandeza é também conhecido como estimativa, ou melhor estimativa, de uma grandeza.

3.2.7**intervalo de abrangência**

intervalo, baseado na informação disponível, que contém o conjunto de **valores verdadeiros** de um **mensurando**, com uma probabilidade determinada

[JCGM 200:2012 2.36]

3.2.8**probabilidade de abrangência**

probabilidade de que o conjunto de **valores verdadeiros** dum **mensurando** esteja contido num **intervalo de abrangência** especificado

[JCGM 200:2012 2.37]

3.2.9**indicação**

valor fornecido por um instrumento de medição ou por um sistema de medição

NOTA 1 Em geral, uma indicação é dada pela posição de um ponteiro, numa saída analógica, ou por um número, exibido ou impresso, quando de uma saída digital.

NOTA 2 Uma indicação é conhecida também como leitura.

[Adaptado do JCGM 200:2012 4.1]

3.3 Termos relacionados a avaliação da conformidade**3.3.1****avaliação da conformidade**

atividade para determinar se requisitos especificados, relacionados a um produto, processo, sistema, pessoa ou organismo, são atendidos

[Adaptado de ISO/IEC 17000:2004 2.1]

3.3.2**inspeção**

avaliação da conformidade por observação e julgamento, acompanhada, conforme apropriado, por medições, testes ou aferições

[Adaptado de ISO 3534-2:2006 4.1.2]

NOTA Uma medição executada como parte de avaliação da conformidade é, por vezes, denominada medição de inspeção.

3.3.3 requisito especificado

necessidade ou expectativa que é expressa

NOTA Requisitos especificados podem estar expressos em documentos normativos, tais como regulamentos, normas e especificações técnicas.

[ABNT NBR ISO/IEC 17000:2005 3.1]

NOTA 1 O termo "expectativa", no contexto de um requisito especificado, não está relacionado à esperança de uma variável aleatória; ver definição 3.1.5.

NOTA 2 Neste documento, um típico requisito especificado assume a forma de um intervalo declarado de valores admissíveis de uma propriedade mensurável de um item.

EXEMPLO 1 É requerido que uma amostra de água residual industrial (o item) tenha uma concentração em massa, de mercúrio dissolvido (a propriedade), não superior a 10 ng/L.

EXEMPLO 2 É requerido que uma balança de supermercado (o item) tenha uma indicação R (a propriedade) no intervalo $[999,5 \text{ g} \leq R \leq 1000,5 \text{ g}]$ ao medir uma massa padrão de 1 kg.

3.3.4

limite de tolerância

limite de especificação

limite especificado, superior ou inferior, de valores admissíveis de uma propriedade

[Adaptado de ISO 3534-2:2006 3.1.3]

3.3.5

intervalo de tolerância

intervalo de valores admissíveis de uma propriedade

[Adaptado de ISO 10576-1:2003 3.5]

NOTA 1 Salvo indicação contrária declarada em uma especificação, os limites de tolerância pertencem ao intervalo de tolerância.

NOTA 2 O termo "intervalo de tolerância" usado na avaliação da conformidade tem um significado diferente do mesmo termo usado em Estatística.

NOTA 3 Um intervalo de tolerância é denominado "zona de especificação" em ASME B89.7.3.1: 2001 [2].

3.3.6

tolerância

tolerância especificada

diferença entre os limites de tolerância superior e inferior

3.3.7

probabilidade de conformidade

probabilidade de que um item atenda a um requisito especificado

3.3.8**limite de aceitação**

limite, superior ou inferior, especificado para valores medidos da grandeza admissíveis

[Adaptado de ISO 3534-2:2006 3.1.6]

3.3.9**intervalo de aceitação**

intervalo de valores medidos da grandeza admissíveis

NOTA 1 Salvo indicação contrária declarada em uma especificação, os limites de aceitação pertencem ao intervalo de aceitação.

NOTA 2 Um intervalo de aceitação é denominado "zona de aceitação" em ASME B89.7.3.1 [2].

3.3.10**intervalo de rejeição**

intervalo de valores medidos da grandeza inadmissíveis

NOTA Um intervalo de rejeição é denominado "zona de rejeição" em ASME B89.7.3.1 [2].

3.3.11**faixa de segurança**

intervalo entre um limite de tolerância e um limite de aceitação correspondente

NOTA A faixa de segurança inclui os limites.

3.3.12**regra de decisão**

regra documentada que descreve como a incerteza de medição será considerada, em relação à aceitação ou rejeição de um item, dado um requisito especificado e o resultado de uma medição

[Adaptado de ASME B89.7.3.1-2001 [2]]

3.3.13**risco específico do consumidor**

probabilidade de que um determinado item aceito seja não conforme

3.3.14**risco específico do produtor**

probabilidade de que um determinado item rejeitado seja conforme

3.3.15**risco global do consumidor**

risco do consumidor

probabilidade de que um item não conforme será aceito com base em um resultado de medição futuro

3.3.16

risco global do produtor

risco do produtor

probabilidade de que um item conforme será rejeitado com base em um resultado de medição futuro

3.3.17

índice de capacidade de medição

tolerância dividida por um múltiplo da incerteza-padrão de medição associada ao valor medido de uma propriedade de um item

NOTA Neste documento, o múltiplo adotado é o 4; ver item 7.6.3.

3.3.18

erro máximo admissível (de indicação)

EMA

para um instrumento de medição, diferença máxima, permitida por especificações ou regulamentos, entre a indicação do instrumento e o valor da grandeza que está sendo medida

NOTA 1 Quando mais de uma diferença máxima é especificada, o termo "erros máximos admissíveis" é usado; por exemplo, uma diferença negativa máxima especificada e uma diferença positiva máxima especificada.

NOTA 2 O erro de indicação pode ser escrito como $E = R - R_0$, onde R é a indicação e R_0 denota a indicação de um instrumento de medição ideal que mede o mesmo mensurando Y . No teste e verificação de um instrumento de medição, o erro de indicação é normalmente avaliado pela medição de um padrão de referência calibrado.

4 Convenções e notação

Considerando os propósitos deste documento, são adotadas as seguintes convenções, notação e terminologia.

4.1 No GUM, a incerteza-padrão associada a uma estimativa y de um mensurando Y é escrita como $u_c(y)$. O subscrito “c”, denotando incerteza-padrão “combinada”, é visto como redundante e não é usado neste documento. (Ver JCGM 101:2008 4.10).

4.2 Uma expressão escrita $A = : B$ significa que B é definido por A .

4.3 Quando não houver margem para equívocos, o símbolo u , em vez de $u(y)$, será usado para simplificar a notação. A incerteza expandida U é geralmente considerada como $U = ku$, com o uso de um fator de abrangência $k = 2$; o valor de k é explicitamente informado quando há possibilidade para ambiguidade.

4.4 Uma propriedade de interesse (o mensurando) é considerada uma variável aleatória Y com valores possíveis η . Quando Y é medida, a avaliação dos dados de medição produz um valor medido da grandeza η_m , considerado como uma realização de uma variável aleatória observável Y_m . Em geral, o valor medido η_m diferirá de Y por um erro desconhecido E , digamos, o qual depende de efeitos aleatórios e sistemáticos.

4.5 Um intervalo de tolerância especifica valores admissíveis para o mensurando Y . Uma decisão de avaliação da conformidade toma por base o valor medido η_m e sua relação com um intervalo de aceitação definido.

4.6 O conhecimento das grandezas Y e Y_m é codificado e transmitido por FDPs condicionais, cujas formas dependem da informação disponível. As FDPs condicionais são escritas com uma barra vertical, com informação à direita da barra considerada como fornecida. A FDP para um mensurando Y antes da medição é $g_{Y|I}(\eta|I)$, onde o símbolo I indica informação *a priori*.

4.7 Após uma medição de uma propriedade de interesse, com a produção de um valor medido observado η_m , a FDP *a posteriori* para Y é $g_{Y|\eta_m,I}(\eta|\eta_m, I)$.

4.8 As FDPs análogas para os possíveis valores η_m da grandeza de saída Y_m do sistema de medição são (a), $g_{Y_m|I}(\eta_m|I)$, codificando a credibilidade em possíveis valores medidos baseados apenas nas informações *a priori* I , e (b), $g_{Y_m|\eta,I}(\eta_m|\eta, I)$, a FDP análoga quando, além das informações *a priori* I , assume-se que o mensurando possua um determinado valor verdadeiro $Y = \eta$.

4.9 Neste documento, por uma questão de concisão, é geralmente omitida a exibição explícita da informação estabelecida *a priori* I . Além disso, as FDPs para Y e Y_m são expressas em termos dos símbolos g e h , respectivamente, usando a seguinte notação, na qual os subscritos estão em geral suprimidos:

- Para conhecimento do mensurando Y na pré-medição,

$$g_{Y|I}(\eta|I) =: g_0(\eta);$$

- Para conhecimento do mensurando Y na pós-medição,

$$g_{Y|\eta_m,I}(\eta|\eta_m, I) =: g(\eta|\eta_m);$$

- Conhecimento de possíveis valores medidos, dada apenas a informação *a priori* I ,

$$g_{Y_m|I}(\eta_m|I) =: h_0(\eta_m);$$

- Conhecimento de Y_m assumindo, além da informação I , um valor $Y = \eta$ para o mensurando,

$$g_{Y_m|\eta,I}(\eta_m|\eta, I) =: h(\eta_m|\eta).$$

Essas FDPs não são independentes, mas estão relacionadas pelo Teorema de Bayes (ver Item 6.2).

4.10 De acordo com a Resolução 10 da 22^a CGPM (2003) “... o símbolo para o indicador decimal deve ser o ponto na linha ou a vírgula na linha ...”. O JCGM decidiu adotar, em seus documentos em inglês, o ponto na linha. **Na presente versão brasileira adotou-se a vírgula na linha.**

5 Limites de tolerância e intervalos de tolerância

5.1 Medições em avaliação da conformidade

5.1.1 Considere uma situação em que uma propriedade de um item de interesse, como o erro de indicação de um voltímetro, seja medida para decidir se o item está ou não em conformidade com um requisito especificado. Este teste de conformidade compreende uma sequência de três operações:

- medir a propriedade de interesse;
- comparar o resultado de medição com o requisito especificado;
- decidir sobre uma ação subsequente.

5.1.2 Na prática, uma vez obtido o resultado de medição, as operações de comparação/decisão são geralmente implementadas usando uma *regra de decisão* previamente estabelecida e declarada (ver 3.3.12) que depende do resultado de medição, do requisito especificado e das consequências de uma decisão incorreta.

5.1.3 Orientações sobre a formulação de uma regra de decisão estão disponíveis na literatura. A ISO 14253-1 [21] e a ASME B89.7.3.1 [2] fornecem diretrizes para documentar uma regra de decisão escolhida e para descrever o papel da incerteza de medição no estabelecimento de limites de aceitação. Esses documentos abordam regras de decisão que envolvem duas ou mais decisões possíveis, e incluem a regra de decisão binária, que é objeto deste documento, como um caso especial.

5.1.4 Uma medição realizada como parte de uma avaliação da conformidade é planejada com o propósito de obter informação suficiente que permita que uma decisão seja tomada com um nível de risco aceitável. Uma estratégia de medição apropriada deve comparar o custo de redução da incerteza de medição com o benefício de um conhecimento mais seguro do valor verdadeiro do mensurando.

5.1.5 Uma medição de inspeção, juntamente com uma regra de decisão associada, está, portanto, intimamente relacionada a questões de custos e riscos. Assim, o projeto de uma avaliação da conformidade satisfatória não é geralmente um exercício puramente técnico. Se o objetivo é minimizar custos, então, dado um modelo econômico adequado, o problema pode ser reduzido a um cálculo direto.

5.2 Valores admissíveis e não admissíveis: intervalos de tolerância

5.2.1 Neste documento, os requisitos especificados para um mensurando de interesse consistem em valores-limite, denominados limites de tolerância, que separam intervalos de valores admissíveis do mensurando de intervalos de valores não admissíveis [22]. Os intervalos de valores admissíveis, denominados intervalos de tolerância, são de dois tipos:

- um intervalo de tolerância unilateral com apenas um limite de tolerância, superior ou inferior;
- um intervalo de tolerância bilateral com ambos os limites de tolerância, superior e inferior.

Em qualquer dos casos acima, um item estará em conformidade com o requisito especificado se o valor verdadeiro do mensurando estiver dentro do intervalo de tolerância. Caso contrário,

estará em não conformidade. Os intervalos de tolerância acima referidos estão ilustrados na Figura 2.

5.2.2 Intervalos de tolerância aparentemente unilaterais possuem frequentemente, por questões físicas ou teóricas, limites adicionais implicados que não são explicitamente declarados [22]. Esses intervalos de tolerância são efetivamente bilaterais, tendo um limite especificado e um limite implícito; ver os exemplos 4 e 5 abaixo.

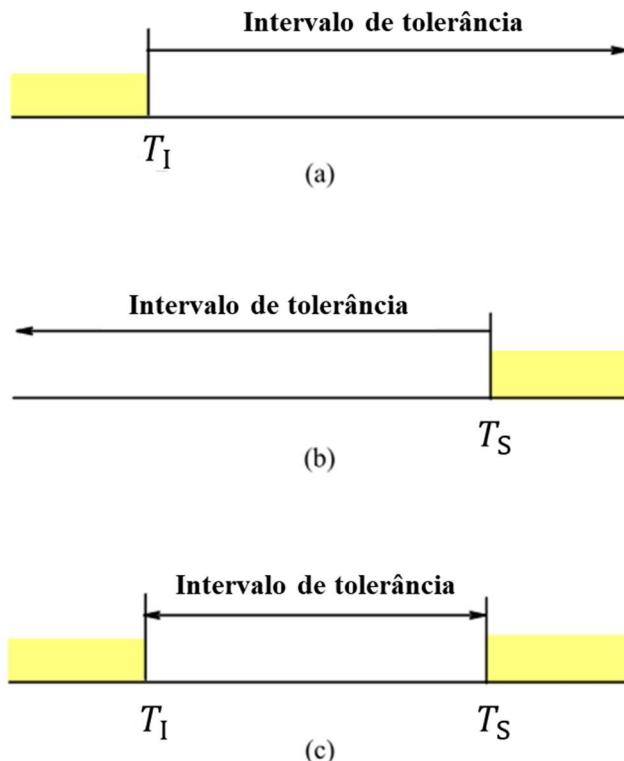


Figura 2 – Intervalos de tolerância. (a) Intervalo unilateral contendo apenas o limite de tolerância inferior T_I ; (b) intervalo unilateral contendo apenas o limite de tolerância superior T_S ; (c) intervalo bilateral, com limites de tolerância inferior e superior. A diferença $T_S - T_I$ é denominada tolerância.

NOTA 1 Em alguns casos, como de segurança alimentar ou de proteção ambiental, a especificação de limites de tolerância nas medições de avaliação da conformidade pode envolver incertezas relacionadas à dificuldade de avaliar as consequências de decisões incorretas [29]. Um problema conexo em análise de confiabilidade, denominado incerteza de completude, está associado a contribuições de risco não analisadas [31].

NOTA 2 Assuntos tais como incerteza de completude não têm qualquer relação com a incerteza de medição associada a uma estimativa de um mensurando resultante de uma medição de inspeção. Neste documento, os limites de tolerância são considerados constantes fixas.

5.3 Exemplos de limites de tolerância

EXEMPLO 1 Limite de tolerância superior único

A tensão de ruptura V_r para um determinado tipo de diodo Zener é especificada para não ser maior que $-5,4$ V. Para um diodo em conformidade, V_r encontra-se no intervalo aberto $V_r \leq -5,4$ V.

EXEMPLO 2 Limite de tolerância inferior único

É necessário que um recipiente de metal para refrigerantes tenha uma resistência à ruptura B não inferior a 490 kPa. Os valores conformes de B encontram-se no intervalo aberto $B \geq 490$ kPa.

EXEMPLO 3 Limites de tolerância inferior e superior explícitos

Um padrão de massa de 1 kg, classe OIML E₁ [25], é especificado para ter um erro máximo admissível (EMA) de 500 µg. Isso significa que a massa m do padrão é especificada como não inferior a 0,999 999 5 kg e não superior a 1,000 000 5 kg. Um padrão de massa de 1 kg em conformidade é aquele para o qual o erro mássico $E = m - m_0$, com $m_0 = 1$ kg, encontra-se no intervalo $-500 \text{ } \mu\text{g} \leq E \leq 500 \text{ } \mu\text{g}$.

EXEMPLO 4 Limites de tolerância inferior implícito e superior explícito

Um regulamento ambiental requer que a concentração em massa X de mercúrio em uma corrente de águas residuais industriais seja não maior que 10 ng/L, que é um limite de tolerância superior explícito. Uma vez que a concentração em massa não pode ser menor que zero, existe um limite de tolerância inferior implícito igual a 0 ng/L. Uma amostra de água residual estará em conformidade com o regulamento se a concentração mássica de mercúrio na amostra estiver no intervalo $0 \text{ ng/L} \leq X \leq 10 \text{ ng/L}$.

EXEMPLO 5 Limites de tolerância superior implícito e inferior explícito

O benzoato de sódio em pó, usado como conservante em alimentos, deve ter uma pureza P , expressa como uma fração mássica percentual em base seca, não inferior a 99,0 %, que é um limite de tolerância inferior explícito. A pureza não pode ser superior a 100 %, que é um limite de tolerância superior implícito. Uma amostra de benzoato de sódio em conformidade é aquela em que a pureza da amostra encontra-se no intervalo $99,0 \% \leq P \leq 100 \%$.

6 Conhecimento do mensurando

6.1 Probabilidade e informação

6.1.1 Em medições realizadas como parte de uma avaliação da conformidade, o conhecimento de uma propriedade de interesse (o mensurando) é modelado por uma função densidade de probabilidade (FDP) condicional, cuja forma depende da informação disponível. Tal informação possui sempre duas componentes: aquela que está disponível antes da realização da medição (denominada informação *a priori*) e a informação adicional fornecida pela medição [38].

6.1.2 A FDP para a propriedade de interesse (o mensurando) codifica e informa o grau de confiança em seus valores possíveis, dado um estado particular de conhecimento. Quanto aos requisitos de uma avaliação da conformidade, um mensurando precariamente conhecido geralmente possui uma FDP razoavelmente larga, indicando um amplo intervalo de valores possíveis compatíveis com a escassa informação. A realização de uma medição fornece informação nova que serve para adelgaçar a FDP, estreitando o intervalo de valores possíveis do mensurando.

6.1.3 O efeito de uma medição se concretiza, portanto, com a atualização do nível de conhecimento pré-medição (ou *a priori*), levando a um estado de conhecimento pós-medição (ou *a posteriori*) que incorpora os dados de medição. A regra para esta transformação é denominada Teorema de Bayes, e a estrutura matemática subjacente é conhecida por teoria bayesiana de probabilidade. Neste documento os resultados desta estrutura são usados sem prova ou desenvolvimento detalhado. Uma ampla literatura está disponível; ver, por exemplo, referências [4, 5, 16, 26, 27, 39].

6.2 Teorema de Bayes

6.2.1 Em avaliação da conformidade, uma propriedade mensurável Y de um item de interesse é considerada uma variável aleatória com valores possíveis identificados por η . Previamente a uma medição de Y , um grau razoável de confiança em seus valores possíveis é caracterizado por uma FDP *a priori* (pré-medição) $g_0(\eta)$, cuja forma é independente do sistema de medição (ver Item 4.9).

6.2.2 A FDP *a priori* $g_0(\eta)$ é frequentemente atribuída com base em conhecimento proporcionado por medições prévias de itens similares. Métodos para atribuir uma FDP *a priori* a uma propriedade de interesse são discutidos no Anexo B.

6.2.3 Em uma típica medição de inspeção, a grandeza Y é medida usando um procedimento planejado para fornecer informação suficiente para a avaliação da conformidade a um requisito especificado.

NOTA 1 O mesmo símbolo é usado para uma grandeza e para a variável aleatória que a representa (ver [GUM 4.1.1 nota 1]).

NOTA 2 Orientação para atribuição de FDPs em algumas situações comuns é dada em JCGM 101:2008 e no Anexo B.

6.2.4 A saída de um sistema de medição é uma grandeza, tomada como uma variável aleatória Y_m , com valores possíveis identificados por η_m . A medição de Y produz uma realização particular, o *valor medido da grandeza* η_m (ver itens 3.2.6 e 4.4). A FDP *a posteriori* resultante para Y (pós-medição), dada esta nova informação, é escrita como

$$g(\eta|Y_m = \eta_m) =: g(\eta|\eta_m).$$

6.2.5 As FDPs *a priori* e *a posteriori* estão relacionadas pelo Teorema de Bayes

$$g(\eta|\eta_m) = C g_0(\eta) h(\eta_m|\eta), \quad (1)$$

onde, dado um valor medido η_m , C é uma constante escolhida tal que $\int_{-\infty}^{\infty} g(\eta|\eta_m) d\eta = 1$. O termo $h(\eta_m|\eta)$ na expressão (1) é a FDP para os valores possíveis de Y_m , dado algum valor particular $Y = \eta$ do mensurando.

6.2.6 Expressa como uma função de η para um valor medido η_m , a FDP $h(\eta_m|\eta)$ é denominada verossimilhança de η dado η_m , e é escrita como

$$h(\eta_m|\eta) =: \mathcal{L}(\eta; \eta_m).$$

Uma medição pode ser considerada em termos de estímulo e resposta ou em termos de entrada e saída. Nesta visão, a função verossimilhança $\mathcal{L}(\eta; \eta_m)$ caracteriza a distribuição de estímulos ou entradas plausíveis (valores de η) que devem ter causado a resposta ou saída observada (valor medido η_m).

6.2.7 A forma da função verossimilhança dependerá do problema de medição específico e do sistema de medição, conforme descrito no modelo matemático, assim como de outras informações relevantes, tais como dados históricos, calibrações de instrumentos e resultados de medição de artefatos ou materiais de referência padrão calibrados, e da experiência com

sistemas similares. Em muitos casos de interesse prático, a função verossimilhança pode ser caracterizada por uma distribuição normal (gaussiana).

6.2.8 O Teorema de Bayes mostra como o estado de conhecimento *a posteriori* (pós-medição) é derivado de uma combinação de informações *a priori* (pré-medição), codificadas na distribuição *a priori*, e informação fornecida pela medição, representada pela função verossimilhança.

6.2.9 Em muitos casos, o sistema de medição é empregado de modo a suplementar, com informações derivadas de medições acuradas, um relativamente escasso conhecimento *a priori* do mensurando. Em casos desse tipo, a FDP baseada no estado de conhecimento *a posteriori* (pós-medição) é definida essencialmente pela função verossimilhança (que codifica a informação de medição), isto é,

$$g(\eta|\eta_m) = C h(\eta_m|\eta)$$

para uma boa aproximação, onde C é uma constante.

6.3 Informações - resumo

6.3.1 Melhor estimativa e incerteza-padrão

Um resultado de medição é frequentemente sintetizado pelo fornecimento de uma estimativa de um mensurando e de um parâmetro que caracteriza a dispersão de valores prováveis em torno desta estimativa. Neste documento, a estimativa y de uma propriedade Y é assumida como sendo a *esperança* (ver 3.1.5) $E(Y|\eta_m)$. O parâmetro associado à dispersão $u(y) = u$, denominado incerteza-padrão, é considerado como sendo o *desvio-padrão* (ver 3.1.7) de Y , a raiz quadrada positiva da *variância* (ver 3.1.6) $V(Y|\eta_m)$.

$E(Y|\eta_m)$ e $V(Y|\eta_m)$ são dados por

$$E(Y|\eta_m) = y = \int_{-\infty}^{\infty} \eta g(\eta|\eta_m) d\eta, \quad V(Y|\eta_m) = u^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y)^2 g(\eta|\eta_m) d\eta.$$

6.3.1.1 A incerteza-padrão u caracteriza a dispersão de Y em torno da estimativa y . Quando a FDP para Y tem um pico singular (é unimodal) e é simétrica, a estimativa y é também o valor mais provável de Y , i. e., a moda da distribuição.

6.3.1.2 Para uma medição analisada de acordo com o JCGM 100:2010 (GUM), a avaliação dos dados de medição fornece uma estimativa do mensurando (valor da grandeza medida) η_m , e uma incerteza-padrão associada u_m . A informação *a priori* é neste caso assumida ser tão escassa que a FDP *a posteriori* $g(\eta|\eta_m)$ pode ser sintetizada pela estimativa $y = \eta_m$ e pela incerteza-padrão associada $u = u_m$ (ver Subitem 7.6.1).

6.3.2 Intervalos de abrangência

6.3.2.1 Após uma medição, a probabilidade de que Y seja não maior do que um dado valor a é

$$\Pr(Y \leq a|\eta_m) = G(a) = \int_{-\infty}^a g(\eta|\eta_m) d\eta,$$

onde $G(z) = \int_{-\infty}^z g(\eta|\eta_m) d\eta$ é a função distribuição de Y , considerados os dados η_m .

6.3.2.2 Segue-se que a probabilidade p para que Y esteja no intervalo $[a, b]$, com $a < b$, é

$$p = \Pr(a \leq Y \leq b|\eta_m) = \int_a^b g(\eta|\eta_m) d\eta = G(b) - G(a). \quad (2)$$

6.3.2.3 Tal intervalo $[a, b]$ é denominado intervalo de abrangência para Y , e p é a probabilidade de abrangência associada. Orientação sobre a construção de um intervalo de abrangência com uma probabilidade de abrangência requerida, incluindo o caso de uma aproximação discreta para a função distribuição obtida pelo método de Monte Carlo, é fornecida em JCGM 101:2008.

6.3.2.4 Quando a FDP para Y é simétrica e unimodal, um intervalo de abrangência importante e amplamente utilizado é centrado na melhor estimativa y , com uma largura igual a um múltiplo da incerteza-padrão u . O GUM define um parâmetro adicional de incerteza denominado incerteza expandida, U , obtido multiplicando-se a incerteza-padrão u por um fator de abrangência k :

$$U = ku \quad (3)$$

6.3.2.5 O fator de abrangência é escolhido de maneira a alcançar uma probabilidade de abrangência requerida associada ao intervalo de abrangência $[y - U, y + U]$. A relação entre k e a probabilidade de abrangência associada depende da FDP para Y .

NOTA 1 Um intervalo de abrangência da forma $[y - U, y + U]$ é algumas vezes denominado intervalo de incerteza, conforme ISO 10576 1:2003 3.7 [22].

NOTA 2 Se a FDP para Y for assimétrica, pode ser mais apropriado determinar o intervalo de abrangência mais curto para uma dada probabilidade de abrangência. Ver JCGM 101:2008 5.3.4 para orientação sobre o processo de cálculo.

7 Probabilidade de conformidade com requisitos especificados

7.1 Regra geral para cálculo de probabilidade de conformidade

7.1.1 Um item está em conformidade com um requisito especificado se o valor verdadeiro de sua propriedade associada Y encontra-se no intervalo de tolerância. O conhecimento de Y é transmitido por uma FDP $g(\eta|\eta_m)$, de modo que uma declaração de conformidade é sempre uma inferência, com alguma probabilidade de ser verdadeira. Denotando por C o conjunto de valores permissíveis (em conformidade) de Y , a probabilidade de conformidade, designada por p_c , é dada por

$$p_c = \Pr(Y \in C|\eta_m) = \int_C g(\eta|\eta_m) d\eta. \quad (4)$$

7.1.2 A expressão (4) fornece a regra geral para calcular a probabilidade de que um item está conforme a um requisito especificado, com base na medição de uma propriedade relevante do item. Dado um intervalo de tolerância bilateral para o mensurando Y , por exemplo, com limite inferior T_I e limite superior T_S , $C = [T_I, T_S]$, a probabilidade de conformidade é

$$p_c = \int_{T_I}^{T_S} g(\eta|\eta_m) d\eta.$$

7.1.3 Desde que o item pode estar conforme, ou não conforme à especificação, a probabilidade de que ele esteja não conforme é

$$\bar{p}_c = 1 - p_c.$$

7.2 Probabilidades de conformidade com FDPs normais

7.2.1 A probabilidade de conformidade depende de um estado de conhecimento de um mensurando Y codificado e transmitido pela FDP $g(\eta|\eta_m)$. Em muitos casos, é razoável caracterizar o conhecimento de Y por uma *distribuição normal* (ver 3.1.4), e essa probabilidade pode ser calculada. Se a distribuição *a priori* é normal e o sistema de medição (i. e., a função verossimilhança) é caracterizado por uma distribuição normal, então a distribuição $g(\eta|\eta_m)$ é também uma distribuição normal.

7.2.2 De modo mais geral, se a função verossimilhança for caracterizada por uma distribuição normal e se a informação *a priori* for escassa, então a FDP *a posteriori* (pós-medição) será aproximadamente normal. Neste caso, $g(\eta|\eta_m)$ pode ser adequadamente aproximada por uma distribuição normal com esperança (média) e desvio-padrão fornecidos pela melhor estimativa y e pela incerteza-padrão u calculadas conforme o Subitem 6.3.1.

NOTA 1 Uma distribuição normal é completamente especificada pela sua esperança (média) e pelo desvio-padrão.

NOTA 2 Algumas propriedades de FDPs normais são analisadas no Anexo A.

7.2.3 Devido a sua familiaridade e amplo uso, as FDPs normais serão usadas para ilustrar o cálculo de probabilidades de conformidade em muitos exemplos neste documento. Tais cálculos podem ser estendidos para casos em que um número pequeno de indicações dá origem a uma distribuição- t escalada e deslocada (ver JCGM 101:2008 6.4.9).

7.2.4 Supondo-se que a FDP $g(\eta|\eta_m)$ para o mensurando Y seja (ou seja bem aproximada por) uma distribuição normal especificada pela melhor estimativa (esperança) y e pela incerteza-padrão (desvio-padrão) u , então $g(\eta|\eta_m)$ será dada por

$$g(\eta|\eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{u}\right)^2\right] =: \varphi(\eta; y, u^2). \quad (5)$$

7.2.5 Em geral, a estimativa y depende de η_m , i.e., $y = y(\eta_m)$. Quando o conhecimento de Y antes da medição é escasso, então normalmente $y \approx \eta_m$; ver Item A.4.4 para um exemplo em que este não é o caso.

7.2.6 A partir das etapas que conduzem à expressão (2), a probabilidade de que Y se encontre no intervalo $[a, b]$, dada a FDP (5), é

$$\Pr(a \leq Y \leq b|\eta_m) = \Phi\left(\frac{b-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{u}\right), \quad (6)$$

onde $y = y(\eta_m)$ e

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt$$

é a função distribuição normal padrão (ver Anexo A).

7.3 Intervalos de tolerância unilaterais com FDPs normais

7.3.1 Limite de tolerância inferior único

A Figura 3 apresenta um intervalo de tolerância unilateral com um limite de tolerância inferior único T_I . Valores de conformidade de uma propriedade de interesse Y encontram-se no intervalo $\eta \geq T_I$. O conhecimento de Y obtido após uma medição de inspeção é transmitido por uma FDP normal sobreposta ao intervalo de tolerância. A melhor estimativa y encontra-se no intervalo de tolerância; a região sombreada à esquerda de T_I fornece a probabilidade de que o item não esteja conforme com a especificação. A partir da expressão (6), com $\eta = T_I$, $b \rightarrow \infty$, e observando que $\Phi(\infty) = 1$, a probabilidade de conformidade é

$$p_c = 1 - \Phi\left(\frac{T_I - y}{u}\right). \quad (7)$$

Uma vez que $\Phi(t) + \Phi(-t) = 1$, a probabilidade (7) pode ser escrita

$$p_c = \Phi\left(\frac{y - T_I}{u}\right) \quad (8)$$

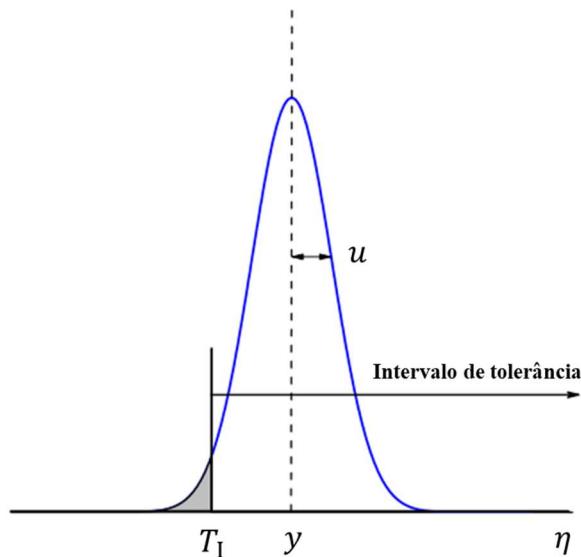


Figura 3 – Intervalo de tolerância com um limite de tolerância inferior único T_I . O conhecimento de uma grandeza Y (a propriedade mensurável de interesse) após medição é caracterizado por uma FDP normal com melhor estimativa y e incerteza-padrão associada u . Valores conformes de Y encontram-se no intervalo $\eta \geq T_I$.

7.3.2 Limite de tolerância superior único

A Figura 4 apresenta uma FDP normal superposta a um intervalo de tolerância unilateral com um limite de tolerância superior único T_S . Valores de conformidade de uma propriedade de interesse Y encontram-se no intervalo $\eta \leq T_S$. Neste caso, a região sombreada à direita de T_S informa a probabilidade de que o item não esteja conforme com a especificação. A partir da expressão (6), com $a \rightarrow -\infty$ e $b = T_S$, e observando que $\Phi(-\infty) = 0$, a probabilidade de conformidade é

$$p_c = \Phi\left(\frac{T_S - y}{u}\right) \quad (9)$$

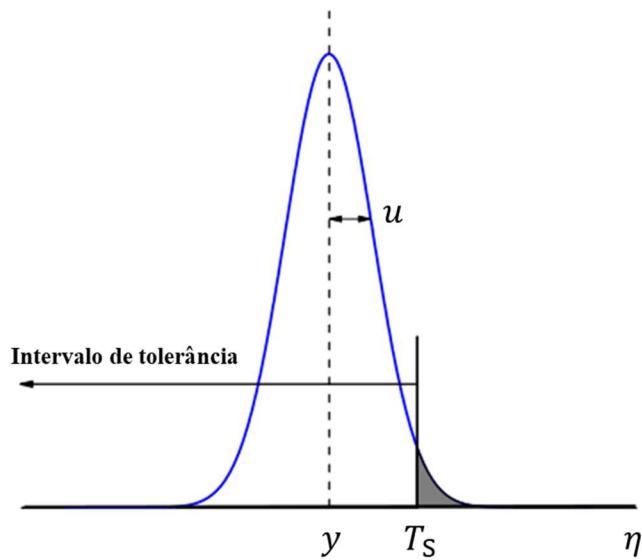


Figura 4 – Como na Figura 3, porém com limite de tolerância superior único T_S . Valores de Y conformes encontram-se no intervalo $\eta \leq T_S$.

7.3.3 Abordagem geral com limites de tolerância únicos

As probabilidades (8) e (9) são da mesma forma e podem ser escritas como

$$p_c = \Phi(z), \quad (10)$$

onde $z = (y - T_l)/u$ para um limite inferior e $z = (T_s - y)/u$ para um limite superior. Em ambos os casos, p_c é maior que ou igual a $1/2$ para uma estimativa y no intervalo de tolerância ($z \geq 0$) e menor do que $1/2$, caso contrário. A Tabela 1 apresenta valores de z para diversos valores de probabilidade de conformidade p_c .

Tabela 1 – Probabilidades de conformidade (p_c) e de não-conformidade ($\bar{p}_c = 1 - p_c$) para FDPs normais e intervalos de tolerância unilaterais. Para um limite inferior, $z = (y - T_l)/u$; para um limite superior, $z = (T_s - y)/u$. Em ambos os casos, $z \geq 0$ para uma estimativa y no intervalo de tolerância.

p_c	\bar{p}_c	z
0,80	0,20	0,84
0,90	0,10	1,28
0,95	0,05	1,64
0,99	0,01	2,33
0,999	0,001	3,09

EXEMPLO 1 A tensão de ruptura V_r de um diodo Zener é medida, produzindo uma melhor estimativa $v_r = -5,47$ V com incerteza-padrão associada $u = 0,05$ V. A especificação do diodo requer que $V_r \leq -5,40$ V, um limite superior para a tensão de ruptura. Assim, $z = [-5,40 - (-5,47)]/0,05 = 1,40$, e a partir da expressão (10), $p_c = \Phi(1,40) = 0,92$. Existe uma probabilidade de 92 % de que o diodo esteja conforme à especificação.

EXEMPLO 2 Um contêiner de metal é testado com ensaio destrutivo, numa medição de sua resistência a ruptura B , usando-se água pressurizada. A medição produz uma melhor estimativa $b = 509,7 \text{ kPa}$, com incerteza-padrão associada $u = 8,6 \text{ kPa}$. A especificação do contêiner requer $B \geq 490 \text{ kPa}$, sendo este um limite inferior de resistência a ruptura. Então, $z = (509,7 - 490)/8,6 = 2,3$ e, a partir da expressão (10), $p_c = \Phi(2,3) = 0,99$. Existe uma probabilidade de 99% de que o contêiner estava conforme à especificação antes do ensaio destrutivo.

7.4 Intervalos de tolerância bilaterais com FDPs normais

A Figura 5 apresenta um intervalo de tolerância bilateral, com limites de tolerância T_I e T_S e largura $T = T_S - T_I$, que define a tolerância T . Como antes, assume-se que o conhecimento de um mensurando Y é transmitido por meio de uma FDP normal. A estimativa y encontra-se no intervalo de tolerância e existe uma fração da probabilidade visível na região hachurada $\eta > T_S$ para além do limite de tolerância superior.

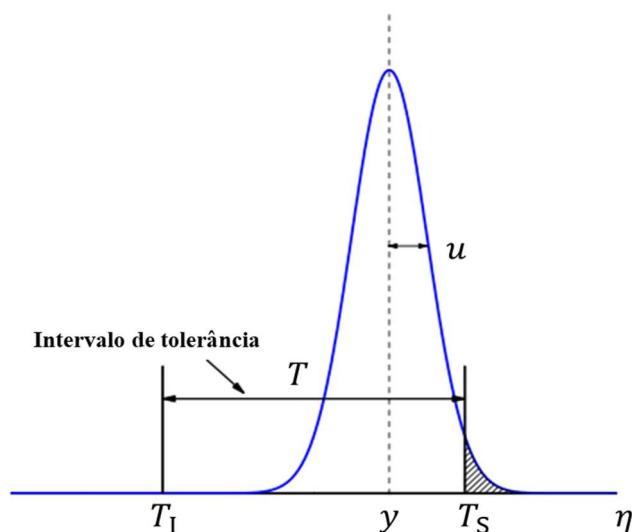


Figura 5 – Como na Figura 3, porém com um intervalo de tolerância bilateral. O comprimento do intervalo ($T_S - T_I$) é igual à tolerância T . Valores conformes de Y encontram-se no intervalo $T_I \leq \eta \leq T_S$.

O uso de $b = T_S$ e $a = T_I$ na expressão (6) conduz à seguinte probabilidade de conformidade

$$p_c = \Phi\left(\frac{T_S-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{T_I-y}{u}\right). \quad (11)$$

EXEMPLO A viscosidade cinemática Y , a 100°C , de uma amostra de óleo de motor SAE Grau 40, é requerida ser não menor que $12,5 \text{ mm}^2/\text{s}$ e não maior que $16,3 \text{ mm}^2/\text{s}$. A viscosidade cinemática da amostra é medida a 100°C e produz uma melhor estimativa $y = 13,6 \text{ mm}^2/\text{s}$ e incerteza-padrão associada $u = 1,8 \text{ mm}^2/\text{s}$. Usando a expressão (11), obtém-se as grandezas

$$(T_S - y)/u = (16,3 - 13,6)/1,8 = 1,5 \quad (T_I - y)/u = (12,5 - 13,6)/1,8 = -0,6$$

de modo que

$$p_c = \Phi(1,5) - \Phi(-0,6) = 0,93 - 0,27 = 0,66.$$

Existe uma probabilidade de 66 % de que a amostra de óleo de motor esteja conforme à especificação.

7.5 Probabilidade de conformidade e intervalos de abrangência

7.5.1 Um resultado de medição pode ser resumido apresentando-se um intervalo de abrangência com uma probabilidade de abrangência associada (ver Subitem 6.3.2) em vez de uma FDP explícita para um mensurando Y . Neste caso, uma declaração de probabilidade de conformidade pode ser feita comparando-se o intervalo de abrangência com o intervalo de tolerância. Se um intervalo de abrangência com probabilidade de abrangência p encontrar-se totalmente dentro do intervalo de tolerância, então p_c não pode ser menor do que p . Esta observação está ilustrada na Figura 6, a qual mostra dois intervalos de abrangência de 95 % próximos a um limite de tolerância superior.

7.5.2 O intervalo (a) estende-se para além do limite de tolerância e, sem conhecer a forma da FDP para Y , nenhuma declaração definitiva pode ser feita acerca da probabilidade de conformidade.

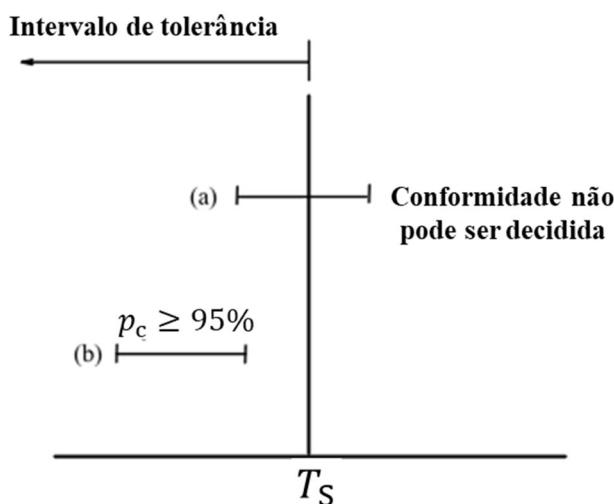


Figura 6 – Dois intervalos de abrangência de 95 % para um mensurando Y próximos a um limite de tolerância superior T_S . O intervalo (a) estende-se para além do limite de tolerância, e a conformidade não pode ser decidida sem o conhecimento da FDP para Y . O intervalo (b) encontra-se totalmente dentro do intervalo de tolerância; para este intervalo $p_c \geq 95\%$.

7.5.3 Todos os valores no intervalo (b) são menores do que o limite de tolerância e existem valores conformes de Y que não pertencem a este intervalo, de modo que $p_c \geq 95\%$.

7.5.4 Em geral, se $[\eta_{\text{inf}}, \eta_{\text{sup}}]$ é um intervalo de abrangência para Y , com probabilidade de abrangência p , então

- para um limite de tolerância único T_S , $p_c \geq p$ se $\eta_{\text{sup}} \leq T_S$;
- para um limite de tolerância inferior único T_I , $p_c \geq p$ se $\eta_{\text{inf}} \geq T_I$;
- para um intervalo bilateral com limites de tolerância superior e inferior T_S e T_I , $p_c \geq p$ se $\eta_{\text{inf}} \geq T_I$ e $\eta_{\text{sup}} \leq T_S$.

NOTA 1 A comparação de um intervalo de abrangência para uma propriedade de interesse com um intervalo de valores permitidos é a base para decidir conformidade com a especificação, como descrito na ISO 10576-1 [22].

NOTA 2 Fornecida a FDP para Y , a probabilidade de conformidade pode sempre ser calculada. A FDP para um mensurando é mais informativa do que um intervalo de abrangência com sua probabilidade de abrangência associada.

NOTA 3 Quando uma avaliação da conformidade de um instrumento de medição é realizada – particularmente quando a avaliação é regulamentada por normas específicas – a definição do mensurando, e consequentemente a avaliação de incerteza, podem não ser simples e diretas, podendo requerer atenção específica.

7.6 Índice de capacidade de medição C_m

7.6.1 Considere-se o caso em que a informação *a priori* é tão escassa que o conhecimento acerca de valores possíveis de uma propriedade medida Y pode ser considerada estar completamente suprida pela medição. Nesse caso, se a distribuição para Y for assumida como uma FDP normal $g(\eta|\eta_m) = \varphi(\eta; y, u^2)$, então $y \approx \eta_m$ e $u \approx u_m$ (ver Subitem A.4.4.3). Nos subitens seguintes assume-se que este seja o caso, e um resultado de medição será resumido pelos dois parâmetros (η_m, u_m) , tomados como sendo, respectivamente, a esperança e o desvio-padrão de uma FDP normal.

7.6.2 Um parâmetro que caracteriza a qualidade da medição, relativa a um requisito especificado por uma tolerância, é denominado *índice de capacidade de medição* (ver 3.3.17), definido por

$$C_m = \frac{T_s - T_l}{4u_m} = \frac{T}{4u_m} = \frac{T}{2U}, \quad (12)$$

onde $U = 2u_m$ é a incerteza expandida com fator de abrangência $k = 2$.

7.6.3 O fator 4 na expressão (12) é arbitrário; essa particular escolha é motivada pelo amplo uso do intervalo de abrangência $[\eta_m - 2u_m, \eta_m + 2u_m]$ no relato do resultado de uma medição. No caso em que $g(\eta|\eta_m)$ é uma FDP normal, a probabilidade de abrangência para tal intervalo é aproximadamente 95 %.

7.6.4 Existe uma estreita conexão entre C_m e outros parâmetros derivados que têm sido utilizados para caracterizar qualidade de medição em diversos contextos. Entre esses parâmetros podem-se citar **razão de aferição**, **regra do fabricante do instrumento**, **razão de incerteza de teste** (RIT) (**TUR**, *sigla em inglês*) [32] e **razão de exatidão de teste** (RET) (**TAR**, *sigla em inglês*) [1]. Tais parâmetros são geralmente declarados em forma de razão, como uma regra 10-para-1 ou um RIT de 4:1. É necessário estar sempre atento ao se deparar com tais regras, por serem elas definidas, algumas vezes, de modo incompleto ou com ambiguidades. A definição (12), por outro lado, torna claro que uma declaração como $C_m \geq 4$ significa que $u_m \leq T/16$.

7.6.5 Na calibração ou verificação de um instrumento de medição, um requisito especificado é frequentemente expresso em termos de um *erro máximo admissível* (*de indicação*) (ver 3.3.18). Tal requisito significa que, quando o instrumento é usado para medir uma grandeza Y , o erro de indicação deve encontrar-se em um intervalo definido pelos limites superior e inferior

especificados. No caso comum de um intervalo simétrico $[-E_{\max}, E_{\max}]$, a tolerância é $T = 2E_{\max}$ e o índice de capacidade de medição é

$$C_m = \frac{2E_{\max}}{2U} = \frac{E_{\max}}{U}.$$

Nesta expressão, U é a incerteza expandida, para um fator de abrangência $k = 2$, associada à medição do erro de indicação do instrumento.

7.7 Índice de capacidade de medição e probabilidade de conformidade

7.7.1 Para uma FDP normal, a expressão (11) fornece a probabilidade de conformidade p_c em termos de um par específico de limites de tolerância (T_L, T_S) e um resultado de medição particular resumido por (y, u) . Considerando-se $y = \eta_m$, e $u = u_m$, essa expressão pode ser reescrita em uma forma adequada para um problema de medição geral, definindo-se a grandeza

$$\tilde{y} = \frac{\eta_m - T_L}{T} \quad (13)$$

Para uma estimativa η_m no intervalo de tolerância, \tilde{y} encontra-se no intervalo $0 \leq \tilde{y} \leq 1$.

7.7.2 Para uma FDP pós-medição normal $\varphi(\eta; \eta_m, u_m^2)$, a expressão (11) pode ser escrita usando-se as expressões (12) e (13),

$$p_c = \Phi[4C_m(1 - \tilde{y})] - \Phi(-4C_m\tilde{y}) = p_c(\tilde{y}, C_m), \quad (14)$$

de maneira que p_c é completamente determinada pelas duas grandezas \tilde{y} e C_m .

7.7.3 Ocorre frequentemente o caso em que a incerteza-padrão u_m associada a uma estimativa η_m tem um valor fixado que depende do projeto do sistema de medição, porém é independente de η_m . Uma série de amostras de água, por exemplo, pode ser inspecionada para determinar a concentração de mercúrio dissolvido em cada amostra, utilizando um procedimento de medição que produz diferentes estimativas, cada uma possuindo a mesma incerteza-padrão associada u_m . Nesse caso, o índice de capacidade de medição $C_m = T/4 u_m$ é fixo, e uma questão sobre se a propriedade medida está ou não conforme à especificação, com uma probabilidade aceitável, pode ser decidida com base na estimativa η_m , usando-se as expressões (13) e (14) com C_m fixo.

NOTA Um caso em que a incerteza-padrão u_m é proporcional à estimativa η_m é tratado em [13, Apêndice A].

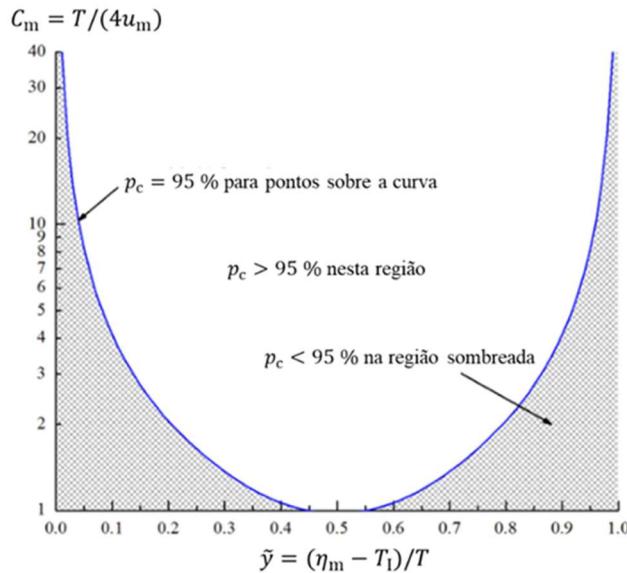


Figura 7 – Índice de capacidade de medição $C_m = T/(4u_m)$ versus $\tilde{y} = (\eta_m - T_l)/T$, mostrando o local de probabilidade de conformidade (p_c) constante de 95 %. A curva separa regiões de conformidade e de não-conformidade relativamente a um nível de confiança de 95 %. A distribuição pós-medição para o mensurando Y é considerada como sendo a FDP normal $\varphi(\eta; \eta_m, u_m^2)$.

7.7.4 Existe um número infinito de pares (\tilde{y}, C_m) que fornecem uma dada probabilidade de conformidade p_c via expressão (14). A Figura 7 apresenta C_m versus \tilde{y} ao longo da curva de probabilidade de conformidade constante de 95 % para estimativas η_m dentro do intervalo de tolerância $0 \leq \tilde{y} \leq 1$. A curva separa regiões de conformidade (não sombreadas) e de não-conformidade (sombreadas) para um nível de confiança de 95 %.

7.7.5 O eixo horizontal na Figura 7 corresponde a $C_m = 1$, ou $u_m = T/4$. Para esta relativamente grande incerteza-padrão, pode-se notar que $p_c \geq 95\%$ somente para $0,45 \leq \tilde{y} \leq 0,55$. Se a propriedade medida foi requerida para estar conforme a uma especificação com um nível de confiança de no mínimo 95 %, uma estimativa aceitável η_m teria então de se encontrar na região central com aproximadamente 10 % do intervalo de tolerância.

8 Intervalos de aceitação

8.1 Limites de aceitação

8.1.1 A decisão de aceitar um item como conforme a especificação, ou rejeitá-lo como não conforme, baseia-se em um valor medido η_m de uma propriedade do item em relação a uma regra de decisão declarada que especifica o papel da incerteza de medição na formulação dos critérios de aceitação. Um intervalo de valores medidos de uma propriedade que resulta na aceitação do item é chamado de *intervalo de aceitação* (ver 3.3.9), definido por um ou por dois *limites de aceitação* (ver 3.3.8).

8.1.2 Conforme sugerido na Introdução, limites de aceitação e regras de decisão correspondentes são escolhidos de maneira a gerenciar as consequências indesejadas de decisões incorretas. Existem várias regras de decisão amplamente usadas que são de simples implementação. Elas podem ser aplicadas quando o conhecimento de uma propriedade de

interesse é resumido em termos de uma melhor estimativa e um correspondente intervalo de abrangência. Duas dessas regras de decisão são descritas nos subitens a seguir.

8.2 Regra de decisão baseada em aceitação simples

8.2.1 Uma regra de decisão importante e amplamente usada é conhecida como aceitação simples [2] ou risco compartilhado [20]. De acordo com essa regra, o produtor e o usuário (consumidor) do resultado da medição concordam, implícita ou explicitamente, em aceitar como conforme (e rejeitar, em caso contrário) um item cuja propriedade tenha um valor medido no intervalo de tolerância. Com uma regra de decisão de aceitação simples o produtor e o usuário compartilham, como sugere o nome alternativo "risco compartilhado", as consequências de decisões incorretas.

8.2.2 Na prática, para manter as chances de decisões incorretas em níveis aceitáveis tanto para o produtor quanto para o usuário, geralmente existe um requisito de que a incerteza de medição tenha sido considerada e julgada aceitável para a finalidade pretendida.

8.2.3 Uma abordagem para tal consideração é exigir, dada uma estimativa de uma grandeza medida, que a incerteza expandida associada U , para um fator de abrangência $k = 2$, deva satisfazer $U \leq U_{\max}$, onde U_{\max} é o valor máximo acordado para a incerteza expandida. Essa abordagem é ilustrada no exemplo a seguir.

EXEMPLO Na metrologia legal [40], uma regra de decisão baseada na aceitação simples foi usada na verificação de instrumentos de medição. Considere um instrumento cuja regra de decisão estabelece que o erro de indicação deva estar no intervalo $[-E_{\max}, E_{\max}]$. O instrumento é aceito como em conformidade com o requisito especificado se atender aos seguintes critérios:

- (a) na medição de um padrão calibrado, a melhor estimativa e do erro de indicação do instrumento E satisfaz

$$|e| \leq E_{\max}, \text{ e}$$

- (b) a incerteza expandida para um fator de abrangência $k = 2$ associado à estimativa e satisfaz

$$U \leq U_{\max} = E_{\max}/3.$$

Em termos do índice de capacidade de medição, o critério (b) é equivalente ao requisito de que $C_m \geq 3$ (ver seção 7.6).

8.2.4 Outra regra prática de decisão de aceitação segue o que é referido como "método de exatidão", descrito no Guia IEC 115 [19]. Nesta abordagem, um método de ensaio bem caracterizado é usado e as fontes de incerteza são minimizadas por (a) uso de instrumentos de medição com erros máximos admissíveis dentro de limites especificados, (b) influências ambientais, como temperatura e umidade relativa, mantidas dentro de limites especificados, (c) controle bem documentado de procedimentos laboratoriais, e (d) competência bem documentada do pessoal que executa a medição.

8.2.5 Com o controle das fontes de variabilidade dentro de limites prescritos, a incerteza de medição associada a uma melhor estimativa de um mensurando é assumida ser desprezível, não é explicitamente avaliada e não exerce interferência numa decisão de aceitação/rejeição. A abordagem do Procedimento 2 do Guia 115 da IEC (o "método de exatidão") formaliza a prática atual dos laboratórios de ensaios eletrotécnicos no uso de equipamentos e rotinas de medição de última geração, métodos de ensaios bem estabelecidos.

8.2.6 Dependendo da largura relativa do intervalo de tolerância e do intervalo de abrangência, uma regra de decisão de aceitação simples, ou uma regra de decisão similar, pode frequentemente avalizar os objetivos de qualidade das medições e calibrações realizadas em apoio a avaliações da conformidade.

8.3 Regras de decisão baseadas em faixas de segurança

8.3.1 Considerações gerais

8.3.1.1 Aceitar ou rejeitar um item quando o valor medido de sua propriedade de interesse está próximo de um limite de tolerância pode resultar em uma decisão incorreta e levar a consequências indesejáveis. Tais decisões incorretas, no caso de um limite superior de tolerância singular, são geralmente de dois tipos [ilustrados na Figura 8, resultados (b) e (c)].

8.3.1.2 Com uma regra de decisão baseada em aceitação simples e o caso comum de uma FDP unimodal simétrica (como uma distribuição normal) para o mensurando, a probabilidade de aceitar um item não conforme [Figura 8, (b)] ou de rejeitar um item conforme [Figura 8, (c)] pode ser tão grande quanto 50%. Isso acontece, por exemplo, se o valor medido de uma propriedade estiver muito próximo do limite de tolerância. Neste caso, cerca de 50 % da FDP do mensurando estaria em cada lado do limite e, sendo o item aceito ou rejeitado, haveria 50 % de chance de uma decisão incorreta.

8.3.1.3 Qualquer uma dessas probabilidades pode ser reduzida, ao custo de aumentar a outra, escolhendo limites de aceitação afastados dos limites de tolerância, uma estratégia de decisão de conformidade chamada faixa de segurança; ver referências [6, 7, 8, 9, 12, 17, 44].

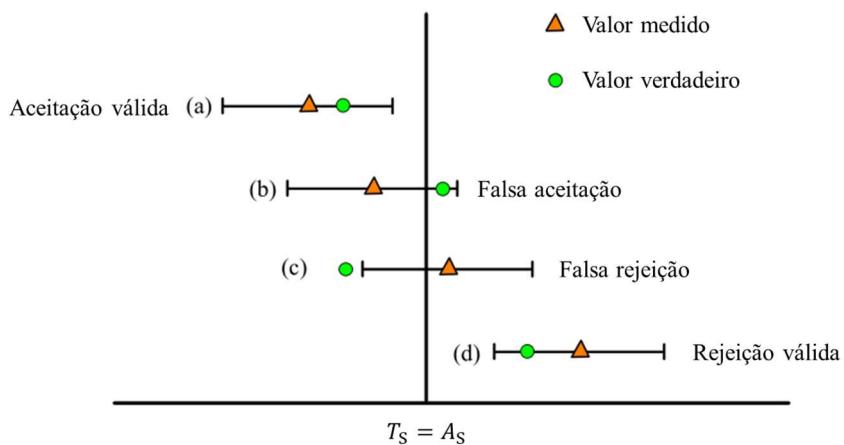


Figura 8 – Regra de decisão de aceitação simples próxima a um limite superior de tolerância T_S , com quatro intervalos de abrangência de 95 %. Para essa regra de decisão, o limite de aceitação A_S coincide com o limite de tolerância. Decisões para aceitar ou rejeitar itens inspecionados são baseadas em valores medidos (triângulos); os valores verdadeiros (círculos) não podem ser conhecidos. Os casos (b) e (c) levam a decisões incorretas denominadas falsa aceitação e falsa rejeição, respectivamente (ver seção 9.3.2). No caso (c), o valor verdadeiro do mensurando está (desconhecidamente) fora do intervalo de abrangência de 95 %.

8.3.2 Aceitação conservadora

8.3.2.1 O risco de aceitar um item não conforme pode ser reduzido pela definição de um limite de aceitação A_S dentro do intervalo de tolerância, conforme mostrado na Figura 9. O intervalo definido por T_S e A_S é chamado de faixa de segurança (ver 3.3.11), e a regra de decisão resultante é chamada de aceitação conservadora.

NOTA A aceitação conservadora é também conhecida como aceitação rigorosa [2] e como conformidade positiva para aceitação [18].

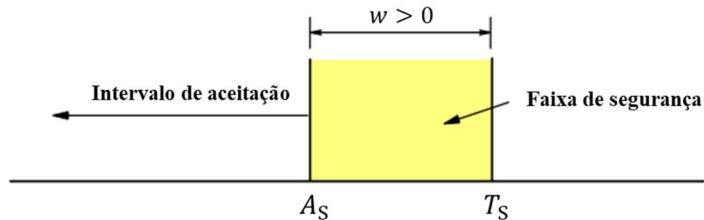


Figura 9 – Regra de decisão baseada em aceitação conservadora. Um limite superior de aceitação A_S , dentro de um intervalo de tolerância com limite superior T_S , define um intervalo de aceitação que reduz a probabilidade de aceitar falsamente um item não conforme (risco do consumidor). Por convenção, o parâmetro de comprimento w relativo a uma faixa de segurança de aceitação conservadora é considerado positivo: $w = T_S - A_S > 0$.

8.3.2.2 A diferença entre um limite de tolerância e um limite de aceitação correspondente define um parâmetro de comprimento w para uma faixa de segurança, i.e.,

$$w = T_S - A_S.$$

Para uma regra de decisão de aceitação conservadora, $w > 0$.

8.3.2.3 Em muitas aplicações, o parâmetro de comprimento w é considerado um múltiplo da incerteza expandida para um fator de cobertura $k = 2$, $U = 2u$, i.e.,

$$w = rU,$$

com o multiplicador r escolhido para assegurar um valor mínimo admissível de probabilidade de conformidade para um item aceito. Uma escolha comum é $r = 1$, caso em que $w = U$.

EXEMPLO A ISO 14253-1 [21] estabelece uma regra de decisão de aceitação conservadora padrão no sentido de demonstrar conformidade com a especificação. A Figura 10 é adaptada da ISO 14253-1, Figura 7. No caso de um intervalo de tolerância bilateral, os limites de aceitação superior e inferior são ajustados a partir dos limites de tolerância correspondentes, por faixas de segurança, com parâmetro de comprimento $w = U = 2u$.

O objetivo das faixas de segurança, com $w = 2u$, é garantir que, para qualquer valor medido dentro do intervalo de aceitação, a probabilidade de aceitar um item não conforme seja no máximo 2,3 %, assumindo-se uma FDP normal para a grandeza medida. Essa probabilidade máxima ocorre se o valor medido da propriedade coincidir com um limite de aceitação. Para valores medidos afastados dos limites de aceitação, a probabilidade de uma falsa aceitação será menor que a máxima.

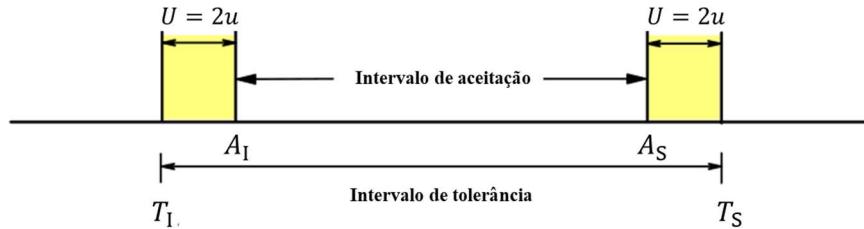


Figura 10 – Intervalo de aceitação bilateral, criado pela redução do intervalo de tolerância em ambos os lados pela incerteza expandida $U = 2u$, com $k = 2$. Esta é a regra de decisão padrão estabelecida na ISO 14253-1 [21].

Na ISO 14253-1, um intervalo de aceitação é chamado de zona de conformidade, e um intervalo de tolerância é chamado de zona de especificação. As indicações na Figura 10 seguem as convenções do presente documento.

8.3.3 Rejeição conservadora

8.3.3.1 Um limite de aceitação fora de um intervalo de tolerância, como mostrado na Figura 11, pode ser escolhido de modo a aumentar a probabilidade de que um item rejeitado seja realmente não conforme. Essa regra de decisão de rejeição conservadora é frequentemente empregada quando se deseja uma evidência clara de que um limite foi excedido, antes de se tomar uma ação negativa.

NOTA Rejeição conservadora é também conhecida como rejeição rigorosa [2] e como não conformidade positiva para rejeição [18].

8.3.3.2 O parâmetro de comprimento w para uma faixa de segurança de rejeição conservadora é $w = T_S - A_S < 0$.

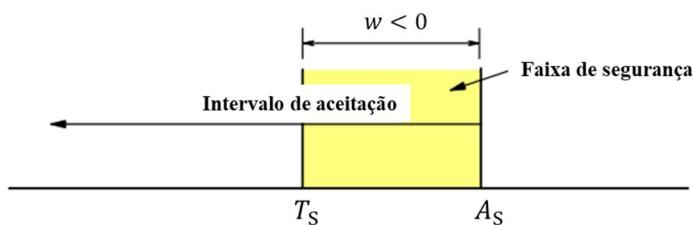


Figura 11 – Regra de decisão baseada em rejeição conservadora. Um limite superior de aceitação A_S fora de um limite superior de tolerância T_S define um intervalo de aceitação que reduz a probabilidade de rejeitar falsamente um item em conformidade (risco do produtor). O parâmetro de comprimento w associado a uma faixa de segurança de rejeição conservadora é $w = T_S - A_S < 0$.

EXEMPLO 1 Observância de limite de velocidade

Na aplicação da lei em rodovias, a velocidade dos motoristas é medida pela polícia usando dispositivos como radares e instrumentos a laser [42]. Uma decisão de emitir uma multa por excesso de velocidade, que pode potencialmente levar a um comparecimento em tribunal, deve ser tomada com um alto grau de confiança de que o limite de velocidade foi realmente excedido.

Usando um radar Doppler específico, as medições de velocidade em campo podem ser realizadas com uma incerteza-padrão relativa $u(v)/v$ de 2 % no intervalo de 50 km/h a 150 km/h. Presume-se que o

conhecimento de uma velocidade v medida nesse intervalo seja caracterizado por uma FDP normal com esperança v e desvio-padrão $0,02v$.

Nessas condições, pode-se perguntar, para um limite de velocidade $v_0 = 100$ km/h, qual velocidade limite v_{max} (limite de aceitação) deve ser definida de modo que, para uma velocidade medida $v \geq v_{max}$, a probabilidade de que $v \geq v_0$ seja de, pelo menos, 99,9 %?

Esse problema matemático é equivalente ao cálculo de uma probabilidade de conformidade para um intervalo de tolerância unilateral (ver seção 7.3). Aqui é necessário um valor de $z = (v_{max} - v_0) / (0,02v_{max})$, para o qual 99,9 % da probabilidade está na região $V \geq v_0$. Pode ser visto, na Tabela 1 (página 32), que $z = 3,09$, de modo que

$$v_{max} = \frac{v_0}{1 - 0,02z} = \frac{100}{1 - 0,02 \times 3,09} \text{ km/h} \approx 107 \text{ km/h}.$$

O intervalo $[100 \text{ km/h} \leq v \leq 107 \text{ km/h}]$ é uma faixa de segurança que garante uma probabilidade de pelo menos 99,9 % de que o limite de velocidade tenha sido excedido quando a velocidade medida for igual a 107 km/h, ou maior.

EXEMPLO 2 Drogas em animais vivos e produtos animais

O esteroide anabolizante nandrolona pertence a um grupo de substâncias que foram proibidas como promotoras de crescimento em animais criados para alimentação humana. A substância ocorre naturalmente em alguns animais vivos e, consequentemente, foi estabelecido um valor limite (tolerância) T igual a 2,00 µg/L.

Em um teste de rastreamento para nandrolona, uma concentração medida que excede o valor limite com uma probabilidade de 95 % ou mais é considerada suspeita, devendo ser seguida por um procedimento de confirmação.

Ao realizar um teste de rastreamento, um laboratório deseja definir um limite de decisão (aceitação) A dado por

$$A = T + g,$$

onde $g = |w|$ é uma faixa de segurança (ver Figura 11), de modo que, para um valor de concentração medido $y \geq A$, a probabilidade de $Y \geq T$ seja de pelo menos 95 %.

O laboratório valida seu procedimento de medição pela dopagem (*spiking*) de dez amostras em branco com um nível de concentração próximo ao valor limite. As amostras são medidas em condições de reproduzibilidade intralaboratorial, obtendo-se um desvio-padrão de reproduzibilidade observado s (ISO 3534-2, 3.3.12) de 0,20 µg/L.

A partir do experimento de dopagem, o laboratório conclui que suas medições estão livres de erros sistemáticos significativos. A incerteza de medição é dominada pelos efeitos de reproduzibilidade, e a FDP para a concentração Y de nandrolona é, portanto, considerada uma distribuição- t escalada e deslocada (ver JCGM 101: 2008 6.4.9) com $v = 9$ graus de liberdade.

A partir de uma tabela ou de um software apropriados para a distribuição- t (unilateral, $v = 9$ graus de liberdade, 95 % de probabilidade), a faixa de segurança é calculada como

$$g = t_{0,95;9} \times s = 1,83 \cdot 0,20 \text{ µg/L} = 0,37 \text{ µg/L}.$$

Uma amostra com valor medido y de concentração de nandrolona maior que ou igual a

$$A = (2,00 + 0,37) \text{ µg/L} = 2,37 \text{ µg/L}$$

é, portanto, considerada suspeita.

9 Riscos do consumidor e do produtor

9.1 Generalidades

9.1.1 Na avaliação da conformidade que usa uma regra de decisão binária, em sendo medida uma propriedade de um item, e estando o valor medido dentro de um intervalo de aceitação predefinido, o item é aceito como conforme. Um valor medido fora do intervalo de aceitação leva à rejeição do item como não conforme. A Figura 12, que reproduz a Figura 1 da [página xxx](#), ilustra os intervalos de interesse, mostrando um intervalo de tolerância (de valores conformes) e um intervalo de aceitação (de valores medidos permitidos).

9.1.2 O uso de faixas de segurança fornece uma maneira de limitar a probabilidade de tomar uma decisão de conformidade incorreta com base nas informações de medição como resumidas por um intervalo de abrangência. O presente Item trata de uma avaliação mais precisa de tais probabilidades para um processo de produção. As probabilidades avaliadas dependem de dois fatores, do processo de produção e do sistema de medição.

9.1.3 Se o sistema de medição fosse perfeitamente exato, todas as decisões de conformidade seriam corretas e todos os riscos seriam zero. Um aumento na incerteza de medição significa um aumento na probabilidade de uma decisão incorreta, e a probabilidade é maior quando os valores medidos estão próximos dos limites de tolerância.

9.1.4 Os riscos dependem também da natureza do processo de produção. Se o processo raramente produzir um item cuja propriedade de interesse esteja próxima dos limites de tolerância, haverá menos oportunidade para que decisões incorretas sejam tomadas. Por outro lado, se um processo possui razoável chance de produzir itens com propriedades próximas dos limites de tolerância, as incertezas associadas às medidas são colocadas em jogo. O restante do presente Item 9 mostra como as contribuições de ambos os fatores podem ser avaliadas.

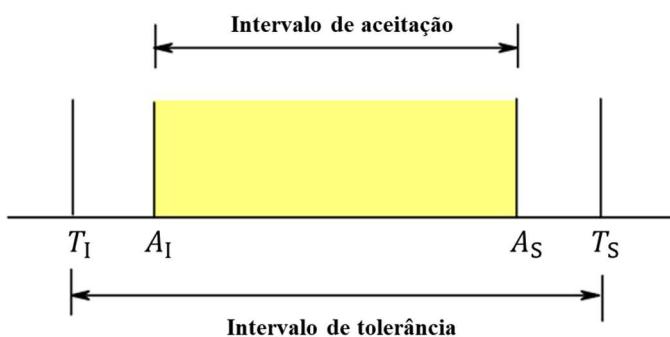


Figura 12 – Avaliação da conformidade com regra binária em que decisões são baseadas em valores medidos da grandeza. O valor verdadeiro de uma propriedade mensurável (o mensurando) de um item é especificado para estar em um intervalo de tolerância definido pelos limites (T_1, T_S). O item é aceito como conforme se o valor medido da propriedade estiver em um intervalo de aceitação definido pelos limites (A_1, A_S) e rejeitado como não conforme, caso contrário.

9.2 FDPs para processo de produção e sistema de medição

9.2.1 Considere-se um processo que produz uma sequência de itens, cada um deles com uma propriedade mensurável Y com valores possíveis η . O processo pode ser uma máquina que produz resistores com resistência nominal de $10 \text{ k}\Omega$, ou um processo de amostragem que resulta num conjunto de frascos com água do oceano contendo mercúrio dissolvido. Para um item escolhido aleatoriamente do processo, o conhecimento da propriedade Y , antes de ser medida, é

informado por uma FDP *a priori* $g_0(\eta)$. Pode-se dizer que a FDP $g_0(\eta)$ caracteriza o processo de produção e, às vezes, é chamado de densidade de probabilidade do processo. A forma de $g_0(\eta)$ é atribuída em geral com base no conhecimento adquirido a partir da medição da propriedade de interesse em uma amostra de itens produzidos.

NOTA A atribuição de uma FDP *a priori* a partir da medição de itens de uma amostra é discutida no Anexo B.

9.2.2 A avaliação da conformidade de um item produzido é efetuada por uma medição da propriedade de interesse. A saída do sistema de medição é uma grandeza considerada como uma variável aleatória observável Y_m cujos valores possíveis η_m , assumido-se um valor de entrada conhecido $Y = \eta$, são codificados e expressos por uma FDP $h(\eta_m|\eta)$. A forma de $h(\eta_m|\eta)$ é atribuída com base no projeto do sistema de medição, nas informações fornecidas pelas calibrações e no conhecimento de grandezas de influência relevantes, tais como parâmetros ambientais e propriedades de materiais.

9.3 Resultados possíveis de uma medição de inspeção com uma regra de decisão binária

9.3.1 No que se segue, C e \tilde{C} denotam, respectivamente, intervalos de valores conformes e não conformes de Y , e \mathcal{A} e $\tilde{\mathcal{A}}$ denotam, respectivamente, intervalos de valores aceitáveis e não aceitáveis de Y_m . Na Figura 12, por exemplo, C corresponde aos valores de Y no intervalo $T_I \leq Y \leq T_S$ e \mathcal{A} corresponde aos valores de Y_m no intervalo $A_I \leq Y_m \leq A_S$.

9.3.2 Com uma regra de decisão binária, existem quatro possíveis resultados em um teste de avaliação da conformidade que gera um valor medido da grandeza η_m :

Aceitação válida: o item é aceito ($Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$) e está em conformidade com a especificação ($Y \in C$). Esse é um resultado desejado do teste de avaliação da conformidade, levando à aceitação de um item em conformidade.

Falsa aceitação: o item é aceito ($Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$), mas não está de acordo com a especificação ($Y \in \tilde{C}$). Esta é uma decisão incorreta, cuja probabilidade é chamada de risco do consumidor, porque o custo associado a esse erro é geralmente arcado por um consumidor ou usuário que aceita o item como adequado ao seu objetivo e age como se assim fosse.

NOTA Falsa aceitação também é conhecida como erro de aprovação ou falso positivo.

Para um item particular medido e aceito como conforme, dado um valor medido $Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$, a probabilidade de falsa aceitação é chamada de *risco específico do consumidor* (ver 3.3.13) [38], o qual é denotado por R_C^* . Da definição (4) de probabilidade de conformidade (p_c), pode ser visto que R_C^* é dado por

$$R_C^* = 1 - p_c,$$

para um valor medido η_m no intervalo de aceitação. Para um item escolhido aleatoriamente do processo de produção, a probabilidade de ele ser falsamente aceito após uma medição é denominada *risco global do consumidor* (ver 3.3.15) [38], indicado por R_C . O cálculo de R_C é considerado no item 9.5.

Rejeição válida: o item é rejeitado ($Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$) e não está em conformidade com a especificação ($Y \in \tilde{C}$). Esse é um resultado desejado do teste de avaliação da conformidade, levando à rejeição de um item não conforme.

Falsa rejeição: o item é rejeitado ($Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$), mas na verdade está em conformidade com a especificação ($Y \in C$). Essa é outra decisão incorreta cuja probabilidade é chamada de risco do produtor, porque o custo associado a esse erro geralmente é arcado por um produtor que não pode vender um item que não passou em um teste de conformidade.

NOTA A falsa rejeição também é conhecida como erro de não aprovação ou falso negativo.

Para um item particular medido e rejeitado como não conforme, dado um valor medido $Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$, a probabilidade de falsa rejeição é denominada *risco específico do produtor* (ver 3.3.14) [38], denotado por R_p^* . Da definição (4) de probabilidade de conformidade, pode-se observar que R_p^* é dado por

$$R_p^* = p_c,$$

para um valor medido η_m fora do intervalo de aceitação. Para um item escolhido aleatoriamente do processo de produção, a probabilidade de ele ser falsamente rejeitado após uma medição é denominada *risco global do produtor* (ver 3.3.16) [38], denotado por R_p . O cálculo de R_p é considerado no Item 9.5.

9.4 A FDP conjunta para Y e Y_m

9.4.1 Como visto no Subitem 9.3.2, o risco específico do consumidor (R_C^*) e o risco específico do produtor (R_p^*), dado o resultado de uma medição, estão relacionados de maneira simples à probabilidade de conformidade para um determinado item medido. Se o valor da propriedade Y estiver fora do intervalo de tolerância e um valor medido Y_m estiver dentro do intervalo de aceitação, então configura-se um risco do consumidor. A probabilidade de esses dois eventos ocorrerem, ou seja, o risco global do consumidor, é especificada por uma distribuição de probabilidade conjunta que depende do processo de produção e do sistema de medição.

9.4.2 A densidade de probabilidade conjunta pode ser escrita como um produto de densidades já conhecidas de antemão. Dito por extenso, a probabilidade de que o valor do mensurando Y esteja fora do intervalo de tolerância e o valor medido Y_m esteja dentro do intervalo de aceitação é dada pela probabilidade de que o processo de produção produza um item com um valor verdadeiro de Y fora do intervalo de tolerância, sendo esta multiplicada pela probabilidade de que o sistema de medição produza um valor medido Y_m dentro do intervalo de aceitação, dado que o valor do mensurando Y está fora do intervalo de tolerância.

9.4.3 Da mesma forma, o risco global do produtor é definido em termos da mesma distribuição de probabilidade conjunta. Se o intervalo de tolerância, o processo de produção e o sistema de medição são considerados fixos, o risco global do consumidor e o risco global do produtor são determinados pelos limites de aceitação. Os limites de aceitação podem, portanto, ser definidos para alcançar um equilíbrio aceitável dos dois tipos de risco. Em geral, não é possível definir os limites de aceitação para minimizar concomitantemente os riscos do consumidor e do produtor: diminuindo um, aumentará o outro.

9.4.4 Na literatura de controle de qualidade e avaliação da conformidade, os termos “risco do consumidor” e “risco do produtor” são geralmente usados no sentido de riscos globais, conforme descrito acima.

9.4.5 Para um determinado processo de produção e sistema de medição, o conhecimento dos possíveis resultados de um teste de avaliação da conformidade de um item selecionado aleatoriamente é descrito por uma função densidade de probabilidade conjunta. Para um item selecionado aleatoriamente, a probabilidade de (a) o valor do mensurando Y estar no intervalo $\eta \leq Y \leq \eta + d\eta$ e (b) uma medição de Y produzir um valor medido Y_m no intervalo $\eta_m \leq Y_m \leq \eta_m + d\eta_m$ é dada por

$$\Pr(\eta \leq Y \leq \eta + d\eta \text{ e } \eta_m \leq Y_m \leq \eta_m + d\eta_m) = f(\eta, \eta_m) d\eta d\eta_m, \quad (15)$$

onde $f(\eta, \eta_m)$ é a FDP conjunta para Y e Y_m .

9.4.6 Usando a regra do produto (ou multiplicação) da teoria de probabilidade, a densidade conjunta $f(\eta, \eta_m)$ pode ser fatorada de duas maneiras, de acordo com

$$f(\eta, \eta_m) = g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) \quad (16a)$$

e

$$f(\eta, \eta_m) = h_0(\eta_m) g(\eta | \eta_m). \quad (16b)$$

9.4.7 As duas FDPs à direita na expressão (16a) são as duas densidades de probabilidade descritas no Item 9.2. Dadas as formas dessas FDPs, as duas densidades de probabilidade no lado direito da expressão (16b) podem ser calculadas, quando desejado. Esse cálculo é apresentado no Anexo A (ver Itens A.4.3 e A.4.4).

9.5 Cálculo de riscos globais

9.5.1 Contexto histórico

9.5.1.1 Nas subseções a seguir são desenvolvidas fórmulas para calcular os riscos globais de decisões incorretas. Tradicionalmente, esses cálculos são realizados usando distribuições de frequência medidas a partir dos vários resultados obtidos quando uma grande amostra de itens nominalmente idênticos é medida. O risco global do consumidor, nessa abordagem, é igual à fração de itens, em uma amostra medida, que são aceitos para uso, mas não estão em conformidade com um requisito especificado. Para um item particular, essa não conformidade deve ser demonstrada em sequência por uma medição separada, com uma incerteza muito menor que aquela do sistema de medição usado na avaliação da conformidade.

9.5.1.2 Os riscos globais considerados a seguir são calculados usando distribuições de probabilidade em vez de distribuições de frequência, de maneira que não seja necessário considerar um conjunto de itens medidos que pode, de fato, não existir. Numericamente, as probabilidades calculadas sempre concordarão, em média, com as frequências medidas. Assim, os limites de aceitação podem ser escolhidos para produzir frações aceitáveis de itens indevidamente aceitos ou rejeitados, em média, na avaliação da conformidade de itens em uma amostra.

9.5.2 Fórmulas gerais

9.5.2.1 Dada a FDP conjunta (16a) e as duas densidades de probabilidade $g_0(\eta)$ e $h(\eta_m | \eta)$, as probabilidades de cada um dos quatro resultados possíveis acima descritos (ver Item 9.3) podem ser calculadas. Essas probabilidades são simplesmente os respectivos volumes sob a densidade de probabilidade conjunta $f(\eta, \eta_m)$ integrada nas quatro regiões que descrevem todos os resultados possíveis.

9.5.2.2 De particular interesse são o risco global do consumidor e o risco global do produtor, calculados da seguinte forma:

— Para um valor medido no intervalo de aceitação e um valor de Y fora do intervalo de tolerância, o risco global do consumidor é

$$R_C = \int_{\tilde{C}} \int_{\mathcal{A}} g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta. \quad (17)$$

— Para um valor medido fora do intervalo de aceitação e um valor de Y dentro do intervalo de tolerância, o risco global do produtor é

$$R_P = \int_C \int_{\tilde{\mathcal{A}}} g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta. \quad (18)$$

9.5.2.3 As expressões (17) e (18) são fórmulas gerais para o cálculo de riscos globais do consumidor e do produtor. Dependendo da forma particular das FDPs $g_0(\eta)$ e $h(\eta_m | \eta)$, as avaliações explícitas de R_C e R_P podem ter de ser realizadas numericamente.

9.5.3 Caso especial: Regra de decisão binária

9.5.3.1 Para a particular avaliação da conformidade binária ilustrada na Figura 12, as fórmulas (17) e (18) tornam-se

$$R_C = \left(\int_{-\infty}^{T_I} + \int_{T_S}^{\infty} \right) \int_{A_I}^{A_S} g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta, \quad (19)$$

e

$$R_P = \left(\int_{-\infty}^{A_I} + \int_{A_S}^{\infty} \right) \int_{T_I}^{T_S} g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta d\eta_m. \quad (20)$$

9.5.3.2 O uso das expressões (19) e (20) no caso em que a FDP conjunta (15) é um produto de distribuições normais é ilustrado no exemplo a seguir. As propriedades das distribuições normais, incluindo as formas particulares das expressões (19) e (20), são discutidas no Anexo A.

EXEMPLO Fabricação de resistores de precisão

Um fornecedor de componentes elétricos produz resistores de precisão de fio enrolado com resistência nominal de 1500Ω . Para cada resistor (o item), a resistência Y (a propriedade de interesse) é especificada para se situar em um intervalo de tolerância definido pelos limites $T_I = 1499,8 \Omega$ e $T_S = 1500,2 \Omega$.

Uma máquina para produzir tais resistores é avaliada pela medição de uma amostra de saída, usando um ohmímetro de alta exatidão com incerteza de medição desprezível. Um histograma dos valores medidos tem aparência de uma curva normal, centrada no valor nominal, com um desvio-padrão $\sigma = 0,12 \Omega$. Com base nessas informações, uma FDP normal $g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2)$ é atribuída para modelar o processo de produção, com $y_0 = 1500 \Omega$ e $u_0 = \sigma = 0,12 \Omega$.

Para um resistor típico produzido por esta máquina, a probabilidade de conformidade é

$$p_C = \int_{T_I}^{T_S} g_0(\eta) d\eta = \int_{1499,8}^{1500,2} \varphi(\eta; 1500; 0,12^2) d\eta \approx 0,90 = 90\%. \quad (21)$$

Se o fornecedor simplesmente despachasse todos os resistores produzidos, cerca de 10 % deles seriam não conformes, o que, por razões econômicas, é considerado inaceitável. A compra de uma máquina de produção mais cara poderia reduzir a variabilidade do processo. Decidiu-se, no presente caso, considerando os custos relativos, manter a máquina existente e implementar um processo de inspeção para detectar e remover resistores não conformes.

Na produção, os resistores são inspecionados quanto à conformidade com as especificações usando um ohmímetro de alta velocidade calibrado. Uma FDP normal $h(\eta_m | \eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, com $u_m = 0,04 \Omega$, é designada para representar e comunicar a confiança no intervalo de valores medidos que poderiam ser observados ao medir uma resistência conhecida $Y = \eta$. A atribuição é baseada em um modelo do sistema de medição e em uma avaliação da incerteza de medição, incluindo a incerteza associada à calibração do ohmímetro.

Para reduzir a probabilidade do fornecimento de resistores que não atendem às especificações (risco do consumidor), os limites de aceitação $A_I = 1\ 499,82 \Omega$ e $A_S = 1\ 500,18 \Omega$ são escolhidos dentro do intervalo de tolerância (ver Figura 12, [página XX](#)), criando um intervalo de aceitação conservador com faixas de segurança de comprimento simétricas

$$w = (1\ 500,2 - 1\ 500,18) \Omega = 0,02 \Omega = 0,25 U$$

Os riscos do consumidor e do produtor são calculados a partir das expressões (A.15), (A.16) e (A.17) com

$$\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-z^2/2)$$

e

$$F(z) = \Phi\left(\frac{A_S - y_0 + u_0 z}{u_m}\right) - \Phi\left(\frac{A_I - y_0 + u_0 z}{u_m}\right) = \Phi(4,5 - 3z) - \Phi(-4,5 - 3z).$$

A integração numérica leva a

$$R_C = \int_{-\infty}^{-1,667} F(z) \varphi_0(z) dz + \int_{1,667}^{\infty} F(z) \varphi_0(z) dz = 0,01 = 1\%,$$

e

$$R_P = \int_{-1,667}^{1,667} [1 - F(z)] \varphi_0(z) dz = 0,07 = 7\%.$$

Características interessantes deste procedimento de avaliação da conformidade podem ser observadas considerando-se uma amostra mediana de 100 resistores produzidos pela máquina, medidos, e aceitos ou rejeitados como adequados para uso:

- dadas as propriedades do processo de produção, 90 dos resistores estão em conformidade com a especificação e 10 não estão em conformidade (ver Expressão (21));
- dos 90 resistores conformes, 83 são aceitos e 7 são falsamente rejeitados como não conformes;
- dos 10 resistores não conformes, 9 são rejeitados e um falsamente aceito como conforme;
- 84 dos resistores são aceitos; destes, $83/84 \approx 99\%$ estão em conformidade, com cerca de 1 % fora da tolerância. Esse é o objetivo da medição de inspeção, reduzindo a proporção de resistores não conformes, entre os aceitos para uso, de 10 % para 1 %;

- dos 16 resistores rejeitados, $7/16 \approx 44\%$ estão, de fato, em conformidade com a especificação. Esse é um preço a ser pago pela redução do risco de aceitação de produtos não conformes.

9.5.4 Estabelecendo limites de aceitação

9.5.4.1 No exemplo acima, os riscos globais R_C e R_P foram calculados considerando limites de aceitação conhecidos A_I e A_S . Na maioria das aplicações práticas, um nível de risco desejado é escolhido com base em análise de custos, e limites de aceitação são calculados para garantir que o nível de risco desejado seja alcançado. Tais cálculos não são diretos. Uma abordagem prática para esses problemas é por meio de solução gráfica, conforme ilustrado no exemplo a seguir.

EXEMPLO Produção de rolamento de esferas

Um fabricante produz um grande número de rolamentos de esferas de precisão. A especificação de desempenho para esses rolamentos (os itens) exige que, para cada um deles, a folga interna radial (a propriedade de interesse) seja menor que $2\text{ }\mu\text{m}$. A folga interna radial de um rolamento é um deslocamento indesejável perpendicular ao eixo de rotação. Para um rolamento perfeito, a folga interna radial seria zero; mas qualquer rolamento real terá uma folga interna radial positiva.

Para caracterizar o processo de produção, são medidas as folgas internas radiais de uma grande amostra de rolamentos, usando um aparelho de teste de alta exatidão com incerteza de medição desprezível. Para essa amostra, a folga interna radial média observada é $\bar{y} = 1\text{ }\mu\text{m}$, com um desvio-padrão amostral associado $s = 0,5\text{ }\mu\text{m}$.

Antes da entrega, os rolamentos são testados quanto à conformidade com as especificações. Nestes testes, a folga interna radial é medida usando um aparelho de teste calibrado. O sistema de medição é caracterizado por uma FDP normal $\varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$ com uma incerteza-padrão $u_m = 0,25\text{ }\mu\text{m}$.

Por razões econômicas, a fração de rolamentos não conformes vendidos aos clientes como conformes (risco global do consumidor) deve ser mantida em 0,1 % ou menos. Como um limite de aceitação A será escolhido para atender a esse requisito?

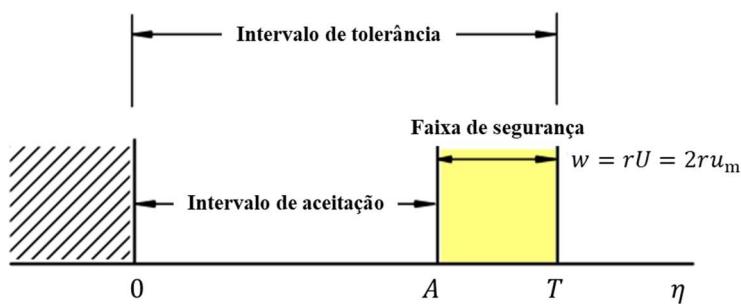


Figura 13 - Intervalos de tolerância e de aceitação para a avaliação da conformidade de rolamentos de esferas. Os valores admissíveis de folga interna radial Y estão no intervalo $0 \leq \eta \leq T$. O limite de aceitação A é separado do limite de tolerância T por uma faixa de segurança com parâmetro de comprimento $w = rU = 2ru_m$. A regra de decisão nesse caso é aceitação conservadora, com $w > 0$.

O problema da avaliação da conformidade é ilustrado na Figura 13. Um rolamento de esferas em conformidade é especificado para ter uma folga interna radial Y no intervalo $0 \leq \eta \leq T$. Como a folga interna radial é sempre positiva, com valores medidos próximos de zero, a FDP *a priori* da folga radial Y será modelada por uma densidade de probabilidade gama (ver Anexo B, Seção B.3). Com base nas medições da amostra, a esperança e a incerteza-padrão da FDP *a priori* são especificadas como

$y_0 = \bar{y} = 1 \mu\text{m}$ e $u_0 = s = 0,5 \mu\text{m}$. Os parâmetros α e λ são calculados com o uso das expressões (B.14):

$$\alpha = \frac{1^2}{(0,5)^2} = 4, \quad \lambda = \frac{1}{(0,5)^2} = 4.$$

A partir da definição (B.11) da densidade de probabilidade gama, a FDP *a priori* para o erro radial de rolamento Y é então

$$g_0(\eta) = \text{gama}(\eta; 4, 4) = \frac{128}{3} \eta^3 e^{-4\eta}, \quad \eta \geq 0. \quad (22)$$

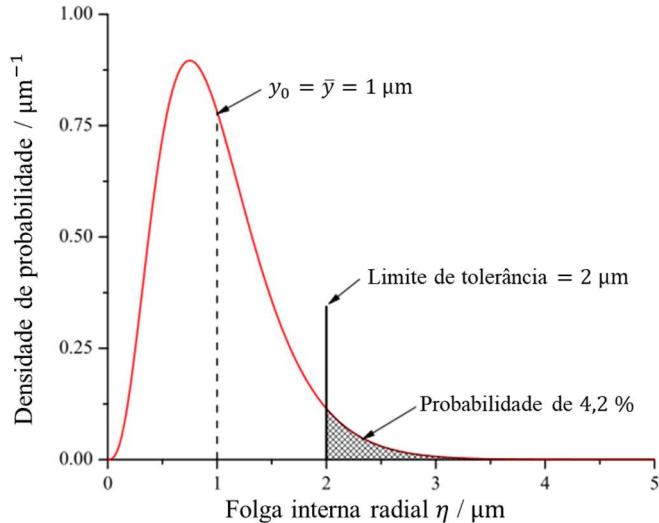


Figura 14 – FDP *a priori* gama fornecida pela Expressão (22), atribuída com base na distribuição de frequência das folgas internas radiais medidas de uma amostra de rolamentos de esferas. O intervalo de tolerância é a região $0 \leq \eta \leq 2 \mu\text{m}$. A esperança da distribuição é a estimativa apriorística $y_0 = 1 \mu\text{m}$, com uma incerteza-padrão associada $u_0 = 0,5 \mu\text{m}$. Como a distribuição não é simétrica, o valor mais provável de Y (a moda da distribuição, igual, aqui, a $0,75 \mu\text{m}$) não é igual a y_0 .

Essa FDP é apresentada na Figura 14. A probabilidade de um rolamento de esferas escolhido aleatoriamente no processo de produção apresentar uma folga interna radial superior a $2 \mu\text{m}$ é indicada pela região hachurada. Essa probabilidade de não conformidade é

$$\bar{p}_c = \int_2^\infty \text{gama}(\eta; 4, 4) d\eta = 0,042,$$

o que significa que, se todos os rolamentos de esferas produzidos fossem entregues sem serem medidos, cerca de 4,2 % deles seriam não conformes. O sistema de medição pós-processo foi projetado para detectar rolamentos não conformes, para que não sejam entregues. É desejável um limite de aceitação de maneira a reduzir o risco do consumidor R_C para 0,1 % ou menos. Para a regra de decisão de avaliação da conformidade mostrada na Figura 13, o intervalo de tolerância corresponde a $0 \leq Y \leq T$ e o intervalo de aceitação corresponde a $0 \leq Y_m \leq A$. De maneira análoga às etapas que levam às expressões (19) e (20), os riscos globais do consumidor e do produtor são avaliados como

$$R_C = \int_T^\infty \int_0^A g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta, \quad R_P = \int_0^T \int_A^\infty g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta.$$

Para um sistema de medição caracterizado por uma FDP normal $h(\eta_m|\eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, fazendo as substituições $z = (\eta_m - \eta)/u_m$, $dz = d\eta_m/u_m$ e realizando as integrações em z , essas expressões se tornam

$$R_C = \int_T^\infty \left[\Phi\left(\frac{A-\eta}{u_m}\right) - \Phi\left(-\frac{\eta}{u_m}\right) \right] g_0(\eta) d\eta, \quad R_P = \int_0^T \left[1 - \Phi\left(\frac{A-\eta}{u_m}\right) \right] g_0(\eta) d\eta.$$

Da Figura 13, pode ser visto que $A = T - 2ru_m$. Aqui, $T = 2 \mu\text{m}$ e $u_m = 0,25 \mu\text{m}$. Assim, a seleção de uma FDP gama para $g_0(\eta)$, dada pela expressão (22), gera os resultados explícitos

$$R_C(r) = \frac{128}{3} \int_2^\infty [\Phi(8 - 2r - 4\eta) - \Phi(-4\eta)] \eta^3 e^{-4\eta} d\eta, \quad (23)$$

$$R_P(r) = \frac{128}{3} \int_0^2 [1 - \Phi(8 - 2r - 4\eta)] \eta^3 e^{-4\eta} d\eta. \quad (24)$$

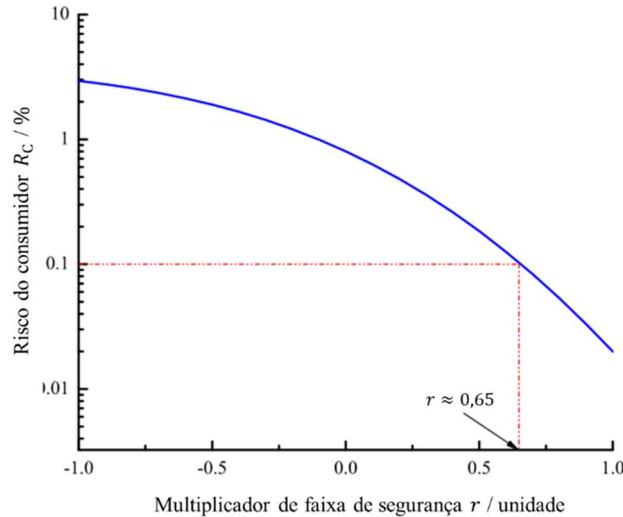


Figura 15 - Risco global do consumidor R_C versus multiplicador de faixa de segurança r . Para $r \approx 0,65$, o limite de aceitação é $A = T - 2(0,65)u_m = 1,7 \mu\text{m}$, e o risco desejado $R_C = 0,1\%$ é alcançado.

Essas integrais não podem ser avaliadas de forma analítica, mas podem ser calculadas numericamente para quaisquer valores escolhidos do multiplicador da faixa de segurança r .

A Figura 15 apresenta o risco global do consumidor R_C para $-1 \leq r \leq 1$. Valores positivos de r correspondem a $A < T$ (aceitação conservadora) e valores de r negativos correspondem a $A > T$. Para $r = 0$ não há faixa de segurança ($A = T$), correspondendo a uma regra de decisão chamada risco compartilhado, ou aceitação simples (ver Item 8.2). A figura mostra que o nível de risco desejado, $R_C = 0,1\%$, é alcançado para um multiplicador de faixa de segurança $r \approx 0,65$. Isso resulta em um intervalo de aceitação conservador com limite de aceitação

$$A = T - 2ru_m = (2 - 2 \times 0,65 \times 0,25) \mu\text{m} \approx 1,7 \mu\text{m}.$$

Essa escolha do limite de aceitação soluciona o problema de decisão.

Na avaliação da conformidade com uma regra de decisão binária, uma ação para reduzir o risco do consumidor sempre aumentará o risco do produtor. Esta regra geral é bem ilustrada pela Figura 16, a qual mostra R_P versus R_C , calculados numericamente a partir das fórmulas (23) e (24), no exemplo de rolamentos de esferas. Para $r = 0,65$, o risco global do produtor R_P é aproximadamente 7,5 %. Isso significa que cerca de 75 de cada 1 000 rolamentos de esferas que falham na inspeção estariam, na realidade, em conformidade com as especificações, resultando na perda de receita que seria obtida se esses rolamentos bons fossem vendidos.

A geração de uma quantidade crescente de sucata, composta de itens em conformidade com a especificação, é um custo associado à aceitação conservadora, a qual visa reduzir a aceitação e entrega de produtos não conformes. Na prática, um fornecedor deve escolher um ponto operacional ao longo de uma curva como a mostrada na Figura 16, o que equilibrará os riscos e produzirá um resultado ótimo. A escolha desse ponto operacional é uma decisão de negócios, ou de política da organização, o que requer uma análise econômica do problema de decisão.

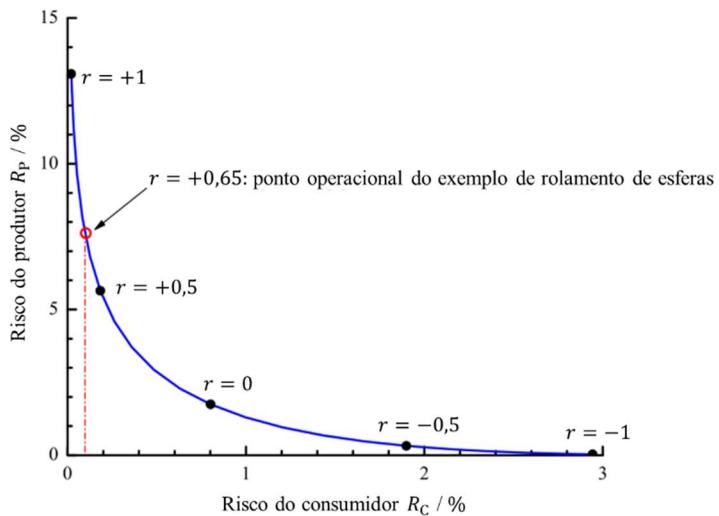


Figura 16 - Riscos globais R_P versus R_C no exemplo de rolamento de esferas. Qualquer ponto na curva corresponde a um valor específico de r , o multiplicador da faixa de segurança, com vários valores específicos identificados. Ações para reduzir o risco do consumidor, movendo o limite de aceitação mais para dentro do intervalo de tolerância (aumentando r) sempre aumenta o risco de rejeitar falsamente rolamentos em conformidade. É necessária uma análise econômica para escolher uma regra de decisão ótima. O círculo aberto indica o ponto operacional no exemplo tratado.

9.5.5 Abordagem gráfica geral

9.5.5.1 Para um processo com tolerância especificada T , FDP *a priori* normal $g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2)$ e FDP normal do sistema de medição $h(\eta_m|\eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, pode ser criado um gráfico como o mostrado na Figura 17 para ajudar na definição dos limites de aceitação.

9.5.5.2 Neste exemplo, assume-se que as informações apriorísticas sejam escassas no sentido de que $u_m^2 \ll u_0^2$, acarretando uma estimativa $y \approx \eta_m$ com incerteza-padrão associada $u \approx u_m$ (ver Subitem A.4.4.3).

9.5.5.3 A Figura 17 mostra R_P versus R_C para o caso específico em que $u_0 = T/6$.

9.5.5.4 As cinco curvas na figura correspondem aos valores do índice de capacidade de medição $C_m = T/(4u_m)$ em uma faixa de 2 a 10 e, ao longo de cada curva, pontos sólidos

indicam faixas de segurança com vários parâmetros de comprimento, desde $w = -U$ a $w = U$, com incerteza expandida U igual a $2u$.

9.5.5.5 Para usar este particular gráfico, torna-se necessário observar que

- o processo, supostamente, é centrado, de modo que a estimativa apriorística y_0 do mensurando esteja no ponto médio do intervalo de tolerância;
- as faixas de segurança superior e inferior tenham parâmetros de comprimento supostamente iguais em valor absoluto (um intervalo de aceitação simétrico);
- R_P e R_C são calculados assumindo-se FDPs normais para o processo e para o sistema de medição;
- interpolação é possível para capacidades de medição diferentes dos cinco valores mostrados;
- é possível interpolar também ao longo das curvas para estimar as faixas de segurança.

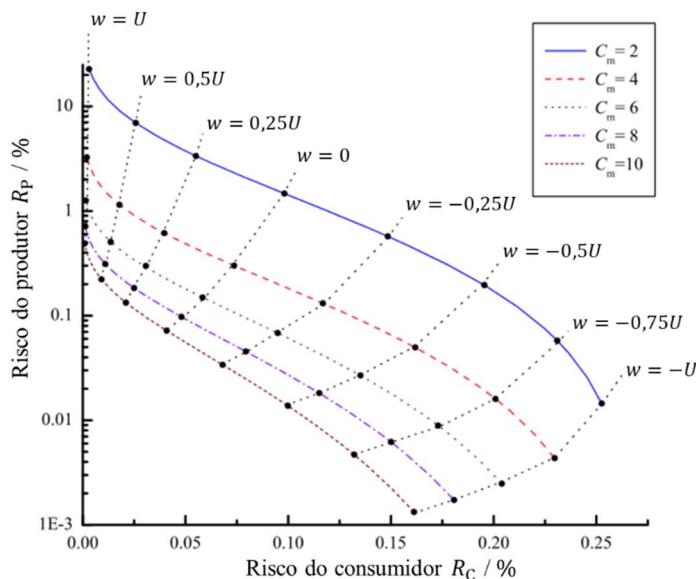


Figura 17 - Riscos globais R_P versus R_C para uma avaliação da conformidade binária com incerteza padrão a priori $u_0 = T/6$. As cinco curvas correspondem aos valores do índice de capacidade de medição $C_m = T/(4u_m)$ em um intervalo de 2 a 10. Os pontos sólidos indicam faixas de segurança com parâmetros de comprimento de $w = -U$ a $w = U$, com $U = 2u$. Valores positivos de w correspondem à aceitação conservadora, com limites de aceitação dentro dos limites de tolerância como na Figura 12 na página 24.

9.5.6 A importância da redução da incerteza de medição

9.5.6.1 A redução da incerteza associada ao resultado de uma medição de avaliação da conformidade reduzirá também a probabilidade de uma tomada de decisão incorreta de aceitação/rejeição. Essa observação é bem ilustrada na Figura 17 pelas linhas pontilhadas que marcam os locais das várias faixas de segurança.

9.5.6.2 Para uma regra simples de decisão de aceitação ($w = 0$), observa-se que, por exemplo, se a incerteza de medição for tal que $C_m = T/(4u_m) = 2$, o risco do consumidor será $R_C \approx 0,1\%$ e o risco do produtor será $R_P \approx 1,5\%$.

9.5.6.3 O investimento num sistema de medição aprimorado com $C_m = 10$ reduziria esses riscos para $R_C \approx 0,04\%$ e $R_P \approx 0,07\%$, respectivamente. A vantagem econômica de tal redução de incerteza de medição depende do balanço econômico entre o custo do aprimoramento metrológico e a quantia economizada pela redução de erros de decisão.

9.5.6.4 A melhoria do processo de produção (reduzindo a incerteza-padrão *a priori* u_0) terá um efeito semelhante na redução dos riscos do consumidor e do produtor, envolvendo um tipo similar de análise custo/benefício.

Anexo A (informativo) Distribuições normais

A.1 Função densidade de probabilidade normal

A.1.1 Suponha-se que uma grandeza de interesse Y seja medida, produzindo uma melhor estimativa y e uma incerteza-padrão associada $u(y) = u$. Em muitos casos, a dispersão dos valores prováveis η de Y em torno da estimativa y , dado um valor medido η_m , é bem caracterizada por uma função densidade de probabilidade (FDP) normal, dada por

$$g(\eta|\eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{u}\right)^2\right] = \varphi(\eta; y, u^2), \quad (\text{A.1})$$

onde $y = y(\eta_m)$. Em muitas medições para avaliação da conformidade, $y \approx \eta_m$, mas isso nem sempre ocorre (ver Item A.4.4).

A.2 Integrais de FDPs normais

A.2.1 Quando do cálculo de probabilidades de abrangência, de probabilidades de conformidade e/ou de riscos do consumidor e do produtor, é geralmente necessário calcular integrais de FDPs normais entre limites finitos ou semi-infinitos. Tais integrais não podem ser calculadas analiticamente, sendo, portanto, calculadas numericamente e tabuladas. Para simplificar a notação, é conveniente introduzir a FDP normal padrão, $\varphi_0(t)$, definida por

$$\varphi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2/2) = \varphi(t; 0, 1). \quad (\text{A.2})$$

A.2.2 Há duas maneiras comuns de expressar integrais de FDPs normais:

(a) a função distribuição normal padrão, $\Phi(t)$, definida por

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt = \int_{-\infty}^z \varphi_0(t) dt, \quad (\text{A.3})$$

e

(b) a função erro, $\text{erf}(z)$, definida por

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt. \quad (\text{A.4})$$

Essas funções se relacionam de uma forma simples; das definições (A.3) e (A.4), vê-se que

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} [1 + \text{erf}(z/\sqrt{2})]. \quad (\text{A.5})$$

A.2.3 Considere-se a probabilidade de que, dado um valor medido η_m , Y esteja no intervalo $a \leq Y \leq b$. Para a FDP normal da expressão (A.1), essa probabilidade é dada por

$$\Pr(a \leq Y \leq b|\eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \int_a^b \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{u}\right)^2\right] d\eta.$$

Fazendo $z = (\eta - y)/u$ e $dz = d\eta/u$, essa expressão se torna

$$\Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \int_{(a-y)/u}^{(b-y)/u} \varphi_0(z) dz = \Phi\left(\frac{b-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{u}\right), \quad (\text{A.6})$$

com o uso das expressões (A.2) e (A.3).

A.3 Probabilidades de abrangência para FDPs normais

A.3.1 Em um caso especial comum, os pontos a e b definem um intervalo de abrangência (ou intervalo de incerteza) de largura $2U$ na vizinhança da estimativa y , em que $U = ku$ é a incerteza expandida para um fator de abrangência declarado k (ver Subitem 6.3.2). Então, $a = y - ku$, $b = y + ku$, e a expressão (A.6) se torna

$$\Pr(|Y - y| \leq ku | \eta_m) = \Phi(k) - \Phi(-k) = \operatorname{erf}(k/\sqrt{2}) = P(k).$$

As probabilidades de abrangência (ou níveis de confiança) para $k = 1, 2$, e 3 são, então:

$$\begin{aligned} P(1) &= \Phi(1) - \Phi(-1) = \operatorname{erf}(1/\sqrt{2}) = 0,683 = 68,3\%, \\ P(2) &= \Phi(2) - \Phi(-2) = \operatorname{erf}(2/\sqrt{2}) = 0,955 = 95,5\%, \\ P(3) &= \Phi(3) - \Phi(-3) = \operatorname{erf}(3/\sqrt{2}) = 0,997 = 99,7\%. \end{aligned}$$

A.4 Densidades de probabilidade do processo e da medição normais

A.4.1 FDP *a priori* $g_0(\eta)$ para o mensurando Y

A.4.1.1 Antes de realizar uma medição, o conhecimento de um mensurando Y é geralmente bem caracterizado por uma FDP *a priori* normal. Denotando a melhor estimativa por y_0 e a incerteza-padrão associada por u_0 , essa FDP *a priori* é dada por

$$g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2) = \frac{1}{u_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y_0}{u_0}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{w_0}{2\pi}} \exp\left[-\frac{w_0}{2}(\eta - y_0)^2\right]. \quad (\text{A.7})$$

Na última expressão, a notação $w_0 = 1/u_0^2$ foi introduzida para simplificar o desenvolvimento subsequente.

A.4.2 FDP $h(\eta_m | \eta)$ para Y_m , dado um valor $Y = \eta$

A.4.2.1 Suponha-se que o sistema de medição usado em uma avaliação da conformidade seja caracterizado, através da função de verossimilhança, por uma FDP normal. Se esse sistema for usado para medir uma propriedade de interesse com um valor assumido $Y = \eta$, a FDP que expressa a confiança nos possíveis valores de Y_m é dada por

$$h(\eta_m | \eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2) = \frac{1}{u_m\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta_m-\eta}{u_m}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{w_m}{2\pi}} \exp\left[-\frac{w_m}{2}(\eta_m - \eta)^2\right], \quad (\text{A.8})$$

onde $w_m = 1/u_m^2$.

A.4.2.2 A FDP normal da expressão (A.8) caracteriza razoavelmente uma medição analisada de acordo com o procedimento descrito no GUM, no caso em que existem as condições

necessárias para a validade do Teorema Central do Limite. O GUM não assume nenhum conhecimento *a priori* do mensurando, de modo que a dispersão de valores que poderiam ser razoavelmente atribuídos a um mensurando após uma medição é caracterizada pela incerteza-padrão u_m .

A.4.3 FDP marginal $h_0(\eta_m)$ para Y_m

A.4.3.1 É interessante indagar, e de valor prático saber, qual valor medido η_m pode ser obtido se um item for escolhido aleatoriamente em um processo de produção e a propriedade de interesse Y for medida. Para um processo caracterizado pela FDP *a priori* da Expressão (A.7), e pelo sistema de medição caracterizado pela FDP da expressão (A.8), a FDP almejada pode ser calculada como uma densidade de probabilidade marginal, usando a expressão (16a), como segue:

$$\begin{aligned} h_0(\eta_m) &= \int_{-\infty}^{\infty} g_0(\eta) h(\eta_m|\eta) d\eta \\ &= \frac{\sqrt{w_0 w_m}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}(w_0(\eta - y_0)^2 + w_m(\eta_m - \eta)^2)\right] d\eta \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{w_0 w_m}{w_0 + w_m}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{w_0 w_m}{w_0 + w_m} (\eta_m - y_0)^2\right] \\ &= \frac{1}{u_{\eta_m} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_m - y_0}{u_{\eta_m}}\right)^2\right] \\ &= \varphi(\eta_m; y_0, u_{\eta_m}^2), \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

onde

$$u_{\eta_m} = \sqrt{\frac{w_0 + w_m}{w_0 w_m}} = \sqrt{u_0^2 + u_m^2}. \quad (\text{A.10})$$

A.4.3.2 Vê-se que a FDP $h_0(\eta_m)$ é uma distribuição normal com esperança y_0 e incerteza-padrão associada u_{η_m} dada pela expressão (A.10).

A.4.3.3 A esperança $E(Y_m) = y_0$ decorre da suposição de que o sistema de medição foi corrigido para todos os erros sistemáticos significativos reconhecidos, estando, portanto, livre de viés.

A.4.3.4 A incerteza-padrão u_{η_m} na expressão (A.10) é vista como a soma quadrática das incertezas-padrão associadas às FDPs do processo e do sistema de medição. As duas fontes de incerteza (um processo sujeito a variabilidade ou variações e um sistema de medição imperfeito) combinam-se de maneira natural em seus efeitos sobre o conhecimento dos possíveis valores medidos de uma propriedade de interesse. Dado um sistema de medição de alta exatidão, no sentido de que $u_m \ll u_0$, então $u_{\eta_m} \approx u_0$ e a incerteza sobre possíveis valores medidos da grandeza é quase inteiramente devida a informações incompletas sobre o processo de produção.

A.4.4 FDP *a posteriori* (pós-medição) $g(\eta|\eta_m)$ para Y

A.4.4.1 Equacionando, e reorganizando, o lado direito das expressões (16a) e (16b), na [página 26](#), obtém-se a FDP para o mensurando Y após uma medição que gera um valor medido η_m :

$$g(\eta|\eta_m) = \frac{g_0(\eta) h(\eta_m|\eta)}{h_0(\eta_m)} \quad (\text{A.11})$$

A comparação com a Expressão (1) na [página 11](#) mostra que este resultado é uma declaração do Teorema de Bayes, com o denominador $h_0(\eta_m)$ fornecido pela expressão (A.9). A substituição das FDPs normais das expressões (A.7), (A.8) e (A.9) na expressão (A.11) produz

$$\begin{aligned} g(\eta|\eta_m) &= \sqrt{\frac{w_0 + w_m}{2\pi}} \exp \left[-\frac{w_0 + w_m}{2} \left(\eta - \frac{w_0 y_0 + w_m \eta_m}{w_0 + w_m} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta - y}{u} \right)^2 \right] \\ &= \varphi(\eta; y, u^2), \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

onde

$$y = \frac{w_0 y_0 + w_m \eta_m}{w_0 + w_m}, \quad (\text{A.13})$$

e

$$u = \frac{1}{\sqrt{w_0 + w_m}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{u_0^2} + \frac{1}{u_m^2}}} = \frac{u_0 u_m}{\sqrt{u_0^2 + u_m^2}}, \quad (\text{A.14})$$

A.4.4.2 O Teorema de Bayes mostra o efeito de novas informações sobre o mensurando Y fornecidas pelo valor medido η_m e pela incerteza-padrão associada u_m . A densidade de probabilidade *a posteriori* (A.12) é vista como uma distribuição normal cuja esperança (melhor estimativa) y , expressão (A.13), é uma média ponderada de y_0 e η_m , com os pesos iguais aos correspondentes inversos das variâncias associadas.

A.4.4.3 Pela expressão (A.14), vê-se que a incerteza-padrão u associada à estimativa y é sempre menor que u_0 e u_m . Existem dois casos de especial interesse que são comumente encontrados na prática.

- Se o conhecimento *a priori* é tão escasso que não é feita nenhuma tentativa de atribuir uma FDP *a priori* explícita ao mensurando Y , então $u_m \ll u_0$, de forma que $w_m \gg w_0$. Da expressão (A.14), segue-se que

$$y \approx \eta_m, \quad u \approx u_m,$$

e praticamente todo conhecimento relevante dos possíveis valores de Y deriva da própria medição. Tais medições são o foco do GUM, que é um guia para avaliação de u_m , dado um modelo de medição apropriado.

- Em uma calibração típica, um instrumento de medição é usado para medir um padrão de referência que fornece uma estimativa y_0 de uma grandeza Y com uma pequena incerteza-

padrão associada u_0 . Para tal calibração, há um pobre conhecimento *a priori* do erro sistemático do instrumento, no sentido de que $u_0 \ll u_m$, ou $w_0 \gg w_m$. A FDP *a posteriori* para Y é então tal que, usando novamente a expressão (A.14),

$$y \approx y_0, \quad u \approx u_0.$$

De acordo com o senso comum, o conhecimento do padrão de referência não é alterado pela medição de calibração. A leitura do instrumento, no entanto, fornece informações sobre o erro de indicação do instrumento, que é a grandeza de interesse numa calibração.

A.5 Cálculos de risco com FDPs normais e uma regra de decisão binária

A.5.1 As fórmulas gerais para o cálculo dos riscos globais do consumidor e do produtor foram derivadas no Item 9.5, e o caso especial de uma avaliação da conformidade com uma regra de decisão binária foi tratado no Subitem 9.5.3. É de interesse derivar expressões para os riscos globais no caso comum de uma regra de decisão binária em que o conhecimento *a priori* de um mensurando e as possíveis saídas de um sistema de medição são ambos descritos por distribuições normais.

A.5.2 Dadas distribuições normais, Expressões (A.7) e (A.8), para as FDPs que caracterizam o processo de produção e o sistema de medição, a FDP conjunta $f(\eta, \eta_m)$, (Expressão (16a) na página 26), para o resultado de uma medição é

$$f(\eta, \eta_m) = g_0(\eta) h(\eta_m|\eta) = \frac{1}{2\pi u_0 u_m} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\eta - y_0}{u_0} \right)^2 + \left(\frac{\eta_m - \eta}{u_m} \right)^2 \right] \right\}.$$

Sendo $v = (\eta_m - \eta)/u_m$, $dv = d\eta_m/u_m$ e $z = (\eta - y_0)/u_0$, $dz = d\eta/u_0$ e substituindo nas expressões (19) e (20), obtém-se, após simplificação, os riscos do consumidor e do produtor:

$$R_C = \int_{-\infty}^{\frac{T_L - y_0}{u_0}} F(z) \varphi_0(z) dz + \int_{\frac{T_U - y_0}{u_0}}^{\infty} F(z) \varphi_0(z) dz \quad (A.15)$$

e

$$R_P = \int_{\frac{T_L - y_0}{u_0}}^{\frac{T_U - y_0}{u_0}} (1 - F(z)) \varphi_0(z) dz. \quad (A.16)$$

Nessas expressões, $\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-z^2/2)$ é a FDP normal padrão e

$$F(z) = \Phi \left(\frac{A_U - y_0 - u_0 z}{u_m} \right) - \Phi \left(\frac{A_L - y_0 - u_0 z}{u_m} \right), \quad (A.17)$$

onde $\Phi(t)$ é a função distribuição normal padrão.

Anexo B

(informativo)

Conhecimento *a priori* do mensurando

B.1 Controle estatístico de processo (CEP)

B.1.1 Em muitas avaliações da conformidade, o conhecimento de um mensurando Y antes da realização de uma medição não é explicitamente considerado na tomada de decisões de aceitação/rejeição. Nesses casos, típicos de medições analisadas de acordo com os princípios descritos no GUM, existe uma suposição implícita de que o conhecimento *a priori* de Y é muito escasso para ter algum efeito significativo no resultado da decisão.

B.1.2 Para um processo em que uma certa quantidade de itens nominalmente idênticos é produzida ao longo do tempo, a natureza do processo pode ser estudada medindo-se periodicamente uma amostra de sua produção. As estatísticas geradas no decorrer de tais medições, como uma média amostral móvel e um desvio-padrão amostral, fornecem informações sobre a estabilidade do processo, podendo este ser ajustado conforme necessário de modo a atender aos critérios de qualidade da produção. A geração e o uso de informações de medição formam, dessa maneira, a base do controle estatístico de processo (CEP). Uma literatura considerável está disponível; ver, por exemplo, referências [33, 43].

B.1.3 O comportamento de um processo no CEP é comumente resumido assumindo-se que uma amostra de itens medidos para fins de controle de qualidade compreenda um conjunto de realizações de uma distribuição de frequência estável. O valor médio μ e o desvio-padrão σ dessa distribuição são estimados a partir das estatísticas da amostra.

NOTA Um processo para o qual os valores médios e os desvios-padrão mostram variações aceitáveis em relação aos limites especificados, de amostra para amostra, é conhecido como um processo estável.

B.1.4 A FDP *a priori* $g_0(\eta)$ para um mensurando Y assume então a forma matemática da distribuição de frequência sugerida por um histograma dos valores medidos da grandeza. A propriedade de interesse para um item escolhido aleatoriamente no processo receberia uma melhor estimativa $y_0 = \mu$ e incerteza-padrão associada $u_0 = \sigma$.

B.1.5 Esse procedimento típico de CEP tem duas deficiências principais: (a) a modelagem confiável de processos pelo uso de um histograma geralmente requer uma amostra grande, que pode não estar disponível, e (b) a incerteza associada às medições da amostra é ignorada e não tem nenhuma importância na atribuição da FDP $g_0(\eta)$. A abordagem a seguir trata esses dois problemas, atendo-se ao resultado do CEP nos limites apropriados.

B.2 Um item escolhido aleatoriamente de uma amostra de itens medidos

B.2.1 Considere, em uma avaliação da conformidade, uma amostra de n itens, cada um com uma propriedade de interesse Y . A amostra é coletada, durante um período de tempo apropriado, a partir de um processo de produção considerado estável. Citem-se, como exemplos:

- uma amostra de n blocos-padrão, cada um caracterizado por um comprimento L ;
- uma amostra de n voltímetros digitais, cada um caracterizado por um erro de indicação E quando da medição de um padrão de referência de voltagem;
- uma amostra de n conectores de fibra óptica, cada um caracterizado por uma perda de inserção Λ .

B.2.2 Para cada um dos n itens, a propriedade de interesse é medida, produzindo um conjunto de estimativas y_1, \dots, y_n e uma incerteza-padrão de medição associada \tilde{u} . A incerteza \tilde{u} depende do procedimento usado para medir os itens da amostra e é assumida como sendo a mesma para todas as medições. As propriedades da amostra são então resumidas calculando-se a média amostral \bar{y} e a variância amostral s^2 definidas por

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k, \quad (\text{B.1})$$

e

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2. \quad (\text{B.2})$$

NOTA A variância amostral é geralmente definida dividindo-se a soma $\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2$ por $n - 1$ em vez de n . Pode-se demonstrar que a expressão resultante é um estimador não enviesado da variância σ^2 de uma distribuição de frequência a partir da qual assume-se que as amostras de dados tenham sido coletadas. Ao definir s^2 na expressão (B.2), o objetivo não é estimar uma variância desconhecida, mas sim caracterizar a dispersão dos valores da amostra em torno da sua média. Assumindo-se que os dados provêm de uma amostra aleatória de uma distribuição de frequência normal $\varphi(\eta; \mu, \sigma^2)$, então pode-se demonstrar que a variância da amostra (B.2) é o estimador de máxima verossimilhança de σ^2 [10].

B.2.3 Um dos itens medidos é selecionado aleatoriamente (com probabilidade $1/n$) e considerado como representativo do processo de produção. Seja Y_r a propriedade de interesse para o item selecionado aleatoriamente. Informações relevantes para os possíveis valores η de Y_r consistem apenas das estatísticas da amostra, expressas por (B.1) e (B.2), sendo as estimativas individuais y_1, \dots, y_n descartadas após a realização das medições. As propriedades que sumarizam a FDP para Y_r podem ser calculadas como segue.

B.2.4 Seja $f_r(\eta)$ a FDP para Y_r e denotem-se as FDPs para as n propriedades da amostra Y_1, \dots, Y_n por $f_k(\eta)$, $k = 1, \dots, n$. Observando-se que é provável que cada um dos n itens tenha sido selecionado com igual probabilidade, $f_r(\eta)$ pode ser escrita como a FDP marginal

$$f_r(\eta) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f_k(\eta), \quad (\text{B.3})$$

denominada, apropriadamente, uma distribuição de mistura finita [41].

B.2.5 A forma de uma particular FDP $f_k(\eta)$ em geral não é conhecida, mas como ela fornece conhecimento a respeito da propriedade Y_k do k -ésimo item medido,

$$E(Y_k) = y_k = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta) d\eta, \quad (\text{B.4})$$

e

$$V(Y_k) = \tilde{u}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y_k)^2 f_k(\eta) d\eta. \quad (\text{B.5})$$

Tendo em vista esses resultados e a FDP $f_r(\eta)$ da Expressão (B.3), a estimativa y_r da propriedade Y_r e a incerteza-padrão associada u_r podem então ser calculadas.

B.2.6 Para a estimativa y_r temos, por definição

$$y_r = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_r(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k,$$

onde a Expressão (B.4) foi usada na última etapa. A comparação deste resultado com a Expressão (B.1) mostra que a estimativa *a priori* de Y é igual à média da amostra:

$$y_r = \bar{y}. \quad (\text{B.6})$$

B.2.7 A variância associada de Y , cuja raiz quadrada positiva é a incerteza-padrão, é então dada por

$$u_r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \bar{y})^2 f_r(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \bar{y})^2 f_k(\eta) d\eta. \quad (\text{B.7})$$

Escrevendo agora

$$(\eta - \bar{y})^2 = (\eta - y_k + y_k - \bar{y})^2 = (\eta - y_k)^2 + (y_k - \bar{y})^2 + 2(\eta - y_k)(y_k - \bar{y}),$$

usando as Expressões (B.4) e (B.5), e substituindo na Expressão (B.7), obtém-se o resultado

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2. \quad (\text{B.8})$$

B.2.8 O segundo termo do lado direito da Expressão (B.8) representa a variância amostral s^2 [ver Expressão (B.2)], de modo que

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + s^2, \quad (\text{B.9})$$

e a incerteza-padrão associada à estimativa *a priori* y_0 é

$$u_r = \sqrt{\tilde{u}^2 + s^2}. \quad (\text{B.10})$$

B.2.9 A incerteza-padrão u_r dada pela expressão (B.10) é representada como uma combinação quadrática [ou raiz quadrada da soma dos quadrados (RQSQ)] de dois componentes, justamente os dois parâmetros que sumarizam os dados da amostra: um termo (\tilde{u}^2) devido à incerteza-padrão comum associada às medições da amostra, e um termo (s^2) que caracteriza a variabilidade das estimativas y_1, \dots, y_n .

NOTA A variabilidade devido a variações inerentes ao processo e à falta de repetibilidade da medição são combinadas na variância observada da amostra s^2 . A incerteza-padrão \tilde{u} deve incluir um componente que capture o efeito da variação da medição.

B.2.10 A estimativa calculada e a variância da amostra para o item selecionado aleatoriamente, Expressões (B.6) e (B.7), são então tomadas para caracterizar a futura produção do processo, assumido como estável e livre de deriva. O modelo lógico pode ser exemplificado com um metrologista ou inspetor ponderando da seguinte forma:

“Eu escolho um item futuro do processo de produção. O que posso dizer sobre a propriedade Y deste item antes de ele ser medido? Com base nos resultados das medidas amostrais, acredito que a melhor estimativa de Y é $y_0 = y_r$, dada pela Expressão (B.6), com uma variância associada $u_0^2 = u_r^2$ dada pela Expressão (B.9). Essa é a extensão do meu conhecimento. Dadas essas informações e o princípio da entropia máxima (ver JCGM 101: 2008 6.3 e referência [45]), atribuirei uma FDP normal para transmitir e codificar meu conhecimento *a priori* da propriedade Y para este item.”

B.2.11 Isso leva à seguinte distribuição normal (ou Gaussiana) para codificar o conhecimento *a priori* da propriedade Y :

$$g_0(\eta) = \frac{1}{u_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y_0}{u_0}\right)^2\right] = \varphi(\eta; y_0, u_0^2),$$

com $y_0 = \bar{y}$ e $u_0^2 = \tilde{u}^2 + s^2$.

B.2.12 No caso comum em que $s^2 \gg \tilde{u}^2$, a incerteza no valor de uma propriedade de um item escolhido aleatoriamente no processo de produção é dominada pela variabilidade do processo. Logo, $u_0 \approx \sigma \approx s$, sendo o processo modelado por uma distribuição de frequência com um desvio-padrão σ estimado a partir do desvio-padrão da amostra, s .

B.3 Uma propriedade positiva próxima a um limite físico

B.3.1 A FDP normal tem uma abrangência infinita. No caso de uma propriedade (mensurando) estritamente positiva, uma FDP normal atribuída distribuirá uma fração de sua probabilidade sobre valores negativos (e, portanto, impossíveis) da propriedade. Para uma propriedade cuja melhor estimativa está distante de zero por um valor poucas vezes maior que a incerteza padrão associada, essa fração da probabilidade pode ser significativa. Nesse caso, atribuir uma FDP normal não seria uma maneira razoável de formular o conhecimento do mensurando.

B.3.2 Há muitas FDPs bem conhecidas que são restritas a valores positivos de seus argumentos. Dependendo das informações disponíveis, uma dessas FDPs pode servir para modelar o conhecimento de um mensurando Y nas vizinhanças de um limite físico. No caso em que o conhecimento de $Y \geq 0$ é limitado a uma estimativa e uma variância associada, como no Item B.2, o princípio da entropia máxima leva à atribuição de uma distribuição normal que é truncada em

zero [11]. Se uma faixa de valores de Y próximos de zero tem probabilidade desprezível, pode ser apropriado atribuir uma FDP *a priori* $g_0(\eta)$ que se aproxima de zero quando $\eta \rightarrow 0$. Uma dessas distribuições é a FDP gama, cujo uso servirá como exemplo.

B.3.3 A FDP gama, com parâmetros positivos α e λ , é definida por

$$\text{gama}(\eta; \alpha, \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \eta^{\alpha-1} e^{-\lambda\eta}, \quad \eta \geq 0, \quad (\text{B.11})$$

onde $\Gamma(\alpha)$ é a função gama:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx.$$

NOTA 1 Casos especiais da FDP gama incluem $\text{gama}(\eta; 1, \lambda)$ (uma FDP exponencial com o parâmetro λ) e $\text{gama}(\eta; n/2, 1/2)$ (uma FDP qui-quadrado com n graus de liberdade).

NOTA 2 É possível definir uma distribuição gama de 3 parâmetros substituindo η por $(\eta - \gamma)$ na expressão (B.11), onde o parâmetro γ se torna o ponto final esquerdo e a distribuição é restrita ao intervalo $\eta \geq \gamma$.

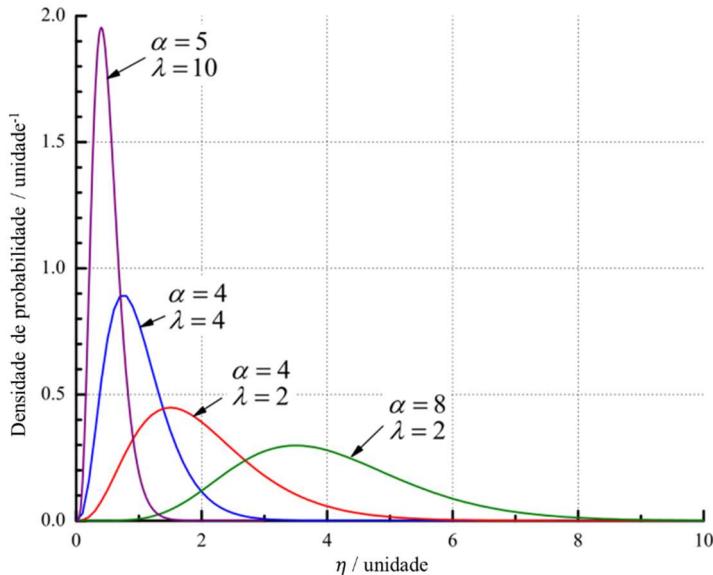


Figura B.1 – Várias FDPs gama($\eta; \alpha, \lambda$), calculadas de acordo com a Expressão (B.11), para pares de parâmetros selecionados (α, λ).

B.3.4 A Figura B.1 mostra quatro FDPs gama para valores particulares de α e λ . A esperança e a variância da FDP gama são dadas por

$$E(Y) = y_0 = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad V(Y) = u_0^2 = \frac{\alpha}{\lambda^2}, \quad (\text{B.12})$$

o valor máximo (moda) da distribuição ocorre quando

$$\eta = \frac{\alpha - 1}{\lambda}. \quad (\text{B.13})$$

B.3.5 Dado um conjunto particular de informações *a priori*, valores apropriados de α e λ podem ser estimados usando essas expressões. No caso em que o conhecimento de uma propriedade (mensurando) Y é obtido medindo uma amostra dos itens produzidos, a estimativa a priori e a variância associada são estimadas pelas estatísticas da amostra: $y_0 = \bar{y}$ e $u_0^2 = s^2$. As expressões apresentadas em (B.12) podem então ser utilizadas para obtenção dos parâmetros da FDP gama:

$$\alpha = \frac{\bar{y}^2}{s^2}, \quad \lambda = \frac{\bar{y}}{s^2}. \quad (\text{B.14})$$

Essas estimativas são as chamadas estimativas pelo "método dos momentos", e podem ser insatisfatórias para uma amostra de pequeno tamanho. Alternativas são as estimativas de máxima verossimilhança, mas geralmente essas requerem alguma forma de otimização numérica ou a solução de um sistema de equações não lineares.

B.3.6 Um exemplo usando uma FDP gama no cálculo dos riscos do consumidor e do produtor é apresentada no Subitem 9.5.4.

B.3.7 Informações úteis sobre propriedades e usos de distribuições de probabilidade podem ser encontradas nos livros de Evans, Hastings e Peacock [30] e Johnson, Kotz e Balakrishnan [28].

Anexo C (informativo)

Glossário dos principais símbolos e abreviaturas

Nota O termo função densidade de probabilidade é abreviado como FDP.

\mathcal{A}	intervalo de aceitação de valores medidos Y_m
$\tilde{\mathcal{A}}$	intervalo de não-aceitação de valores medidos Y_m
A_I	limite de aceitação inferior
A_S	limite de aceitação superior
a	limite inferior do intervalo no qual uma variável aleatória se situa
b	limite superior do intervalo no qual uma variável aleatória se situa
C	intervalos de valores conformes de uma propriedade de interesse (mensurando) Y
\tilde{C}	intervalos de valores não conformes de uma propriedade de interesse (mensurando) Y
C_m	índice de capacidade de medição
$E(X)$	esperança de uma variável aleatória X
$E(Y \eta_m)$	esperança condicional de um mensurando Y , dado um valor medido da grandeza η_m
E_{\max}	erro máximo admissível de indicação para um instrumento de medição
$\text{erf}(z)$	função erro com variável z
$f(\eta, \eta_m)$	FDP conjunta com variáveis η e η_m para grandezas Y e Y_m
$G_X(\xi)$	função distribuição com variável ξ para a grandeza X
$\text{gama}(\eta; \alpha, \lambda)$	FDP gama com variável η e parâmetros α e λ
$g(\eta \eta_m)$	FDP com variável η para um mensurando Y , dado um valor medido da grandeza η_m
$g_0(\eta)$	FDP com variável η para um mensurando Y antes da medição
$g_0(\eta I)$	FDP a priori com variável η para um mensurando Y com exibição explícita de informações apriorísticas I ; o mesmo que $g_0(\eta)$
$g_X(\xi)$	FDP com variável ξ para a grandeza X
$h(\eta_m \eta)$	FDP com variável η_m para a grandeza de saída Y_m de um sistema de medição, dado um valor verdadeiro assumido η de um mensurando Y
$h_0(\eta_m)$	FDP marginal com variável η_m para a grandeza de saída Y_m de um sistema de medição
k	fator de abrangência
$\mathcal{L}(\eta; \eta_m)$	verossimilhança de um valor verdadeiro η , dado um valor medido duma grandeza η_m
p	probabilidade de abrangência
p_c	probabilidade de conformidade
\bar{p}_c	probabilidade de não conformidade
R_C	risco global do consumidor

R_C^*	risco específico do consumidor
R_P	risco global do produtor
R_P^*	risco específico do produtor
s^2	variância amostral
T	tolerância
T_I	limite de tolerância inferior
T_S	limite de tolerância superior
U	incerteza expandida
u	incerteza-padrão
u_0	incerteza-padrão associada com a estimativa y_0 de um mensurando Y antes da medição
u_m	incerteza-padrão associada com um valor medido η_m da grandeza quando o conhecimento <i>a priori</i> do mensurando é desprezível
$V(X)$	variância de uma variável aleatória X
$V(Y \eta_m)$	variância condicional de um mensurando Y , dado um valor medido η_m da grandeza
w	parâmetro de comprimento associado a uma faixa de segurança
Y	propriedade mensurável (mensurando) de um item, tomada como uma variável aleatória
Y_m	saída de um sistema de medição, tomada como uma variável aleatória
\bar{y}	média amostral
y_0	esperança de Y antes da medição
\tilde{y}	valor escalado medido de uma grandeza
α	parâmetro de uma FDP gama
$\Gamma(z)$	função gama com variável z
η	variável que descreve valores possíveis de um mensurando Y
λ	parâmetro de uma FDP gama
$\Phi(z)$	função distribuição normal padrão com variável z
$\varphi_0(z)$	FDP normal padrão com variável z
$\varphi(\eta, y, u^2)$	FDP normal (gaussiana) padrão com variável η , esperança y e variância u^2

Bibliografia

- [1] Agilent Technologies. Metrology Forum. 2001. <http://metrologyforum.tm.agilent.com/terminology.shtml>.
- [2] American Society of Mechanical Engineers. ASME B89.7.3.1:2001 Guidelines for decision rules: Considering measurement uncertainty in determining conformance to specifications. New York, NY, 2001.
- [3] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Evaluation of measurement data — Supplement 3 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Modelling. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 103, in preparation.
- [4] Box, G. E. P., and Tiao, G. C. Bayesian Inference in Statistical Analysis. Wiley Classics Library. John Wiley and Sons, 1992.
- [5] D'Agostini, G. Bayesian Reasoning in Data Analysis. World Scientific Publishing, 2003.
- [6] Deaver, D. How to maintain your confidence (in a world of declining test uncertainty ratios). 1993 NCSL Workshop and Symposium (1993), 133–53.
- [7] Deaver, D. Guardbanding with confidence. 1994 NCSL Workshop and Symposium (1994), 383–94.
- [8] Deaver, D. Managing calibration confidence in the real world. 1995 NCSL Workshop and Symposium (1995), 1–17.
- [9] Deaver, D. Guardbanding and the world of ISO Guide 25: Is there only one way? 1998 NCSL Workshop and Symposium (1998), 319–32.
- [10] DeGroot, M. H. Probability and Statistics. Addison-Wesley, 1975.
- [11] Dowson, D. C., and Wragg, A. Maximum entropy distributions having prescribed first and second order moments. IEEE Trans. IT 19 (1973), 689–693.
- [12] Eagle, A. R. A method for handling errors in testing and measuring. Ind. Qual. Control 10, 3 (1954), 10–15.
- [13] EURACHEM/CITAC Guide. Use of uncertainty information in compliance assessment, 1st ed., 2007. http://www.eurachem.org/guides/Interpretation_with_expanded_uncertainty_2007_v1.pdf.
- [14] Fearn, T., Fisher, S. A., Thompson, M., and Ellison, S. A decision theory approach to fitness for purpose in analytical measurement. The Analyst 127 (2002), 818–824.
- [15] Forbes, A. B. Measurement uncertainty and optimized conformance assessment. Measurement 39 (2006), 808–814.
- [16] Gregory, P. Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences. Cambridge University Press, 2005.
- [17] Grubbs, F. A., and Coon, H. J. On setting test limits relative to specification limits. Ind. Qual. Control 10, 3 (1954), 15–20.
- [18] Hibbert, D. B. Quality Assurance in the Analytical Chemistry Laboratory. Oxford University Press, 2007.
- [19] International Electrotechnical Commission. IEC GUIDE 115 Application of uncertainty of measurement to conformity assessment activities in the electrotechnical sector. 2007. Edition 1.0.
- [20] International Laboratory Accreditation Cooperation. ILAC-G8:1996 Guidelines on assessment and reporting of compliance with specification. Silverwater, Australia, 1996.
- [21] International Organization for Standardization. ISO 14253-1:1998 Geometrical Product Specifications GPS — Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment — Part 1: Decision rules for proving conformance or non-conformance with specifications. Geneva, 1998.

- [22] International Organization for Standardization. ISO 10576-1:2003(E) Statistical methods — Guidelines for the evaluation of conformity with specified requirements — Part 1: General principles. Geneva, 2003.
- [23] International Organization for Standardization. ISO/IEC 17025:2005 General requirements for the competence of testing and calibration laboratories. Geneva, 2005.
- [24] International Organization for Standardization. ISO 3650 Geometrical Product Specifications (GPS) — Length standards — Gauge blocks, 2nd ed. Geneva, 1998.
- [25] International Organization of Legal Metrology. OIML R 111-1 Edition 2004(E) Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1–2, M2, M2–3, M3 — Part 1: Metrological and technical requirements. Paris.
- [26] Jaynes, E. T. Probability Theory: The Logic of Science. Cambridge University Press, 2003.
- [27] Jeffreys, H. Theory of Probability, 3rd ed. Clarendon Press, Oxford, 1983.
- [28] Johnson, N. L., Kotz, S., and Balakrishnan, N. Continuous Univariate Distributions, Volume 1, 2nd ed. John Wiley & Sons, New York, NY, 1994.
- [29] Kallgren, H., Lauwaars, M., Magnusson, B., Pendrill, L., and Taylor, P. "Role of measurement uncertainty in conformity assessment in legal metrology and trade. Accred. Qual. Assur. 8 (2003), 541–47.
- [30] M. Evans, N. H., and Peacock, B. Statistical Distributions, 3rd ed. Wiley, 2000.
- [31] Modarres, M., Kaminskiy, M., and Krivtsov, V. Reliability and Risk Analysis. Marcel Dekker, New York, 1999.
- [32] NCSL International. ANSI/NCSL Z540-3:2006 Requirements for the Calibration of Measuring and Test Equipment. Boulder, Colorado USA, 2006.
- [33] Oakland, J. S. Statistical Process Control, 6th ed. Butterworth-Heinemann, 2007.
- [34] Pendrill, L. R. Optimised measurement uncertainty and decision-making when sampling by variables or by attribute. Measurement 39 (2006), 829–840.
- [35] Pendrill, L. R. Optimised measurement uncertainty and decision-making in conformity assessment. NCSLI Measure 2, 2 (2007), 76–86.
- [36] Pendrill, L. R., and Kallgren, H. "Exhaust gas analysers and optimised sampling, uncertainties and costs. Accred. Qual. Assur. 11 (2006), 496–505.
- [37] Possolo, A., and Toman, B. Assessment of measurement uncertainty via observation equations. Metrologia 44 (2007), 464–475.
- [38] Rossi, G. B., and Crenna, F. A probabilistic approach to measurement-based decisions. Measurement 39 (2006), 101–19.
- [39] Sivia, D. S. Data Analysis - A Bayesian Tutorial. Clarendon Press, Oxford, 1996.
- [40] Sommer, K.-D., and Kochsieck, M. Role of measurement uncertainty in deciding conformance in legal metrology. OIML Bulletin XLIII, 2 (April 2002), 19–24.
- [41] Titterington, D. M. Statistical analysis of finite mixture distributions. Wiley, 1985.
- [42] van der Grinten, J. G. M. Confidence levels of measurement-based decisions. OIML Bulletin XLIV, 3 (July 2003), 5–11.
- [43] Wheeler, D. J., and Chambers, D. S. Understanding Statistical Process Control, 2nd ed. SPC Press, 1992.
- [44] Williams, E., and Hawkins, C. The economics of guardband placement. In Proceedings of the 24th IEEE International test Conference (Baltimore, 1993).
- [45] Woger, W. "Probability assignment to systematic deviations by the principle of maximum entropy. IEEE Trans. Inst. Meas. IM-20, 2 (1987), 655–8.

Índice alfabético (Acertar nºs das pág com doc pronto após a CONSULTA!)

(Em Arial Narrow, as correspondentes expressões em inglês)

aceitação conservadora - guarded acceptance, **21, 22, 28, 31**

avaliação da conformidade - conformity assessment, vii, viii, **1, 2, 5, 6, 9, 10, 23–31, 33, 34, 37, 39**

controle estatístico de processo - statistical process contro, **39**

desvio-padrão - standard deviation, **3, 12, 23, 27, 39, 41**

amostral - sample, **29, 39, 41**

distribuição de probabilidade - probability distribution, **2**

erro máximo admissível - maximum permissible error, **7, 10, 18**

esperança - expectation, **3, 12, 29, 30, 36, 37, 42**

faixa de segurança - guard band, **6, 20–22, 28, 31, 32**

FDP - PDF, ver **função densidade de probabilidade**

função densidade de probabilidade - probability density function, vii, **1–3, 10, 34**

anterior - prior, **10, 11, 24, 29, 32, 35–37, 39**

conjunta - joint, **26, 27, 37**

gama - gamma, **29, 30, 42, 43**

normal - normal, **13–15, 17, 23, 27–30, 34–38, 41**

posterior - posterior, **11, 36, 37**

função distribuição - distribution function, **1, 2, 12, 14, 34, 38**

grandeza - quantity, vii, **1, 3**

incerteza - uncertainty

expandida - expanded, **7, 12, 20, 21, 32, 35**

medição - measurement, vii, viii, **4, 8, 9, 19, 27–29**

padrão - standard, **7, 11–13, 15, 16, 23, 29, 34–37, 39–41**

indicação - indication, vii, **5, 7, 8**

índice de capacidade de medição - measurement capability index, **7, 17, 18, 20, 32, 33**

inspeção - inspection, **5**

intervalo de abrangência - coverage interval, vii, **1, 4, 12, 16, 17, 35**

intervalo de aceitação - acceptance interval, viii, **1, 6, 19, 22, 23, 227, 28, 30–32**

intervalo de rejeição - rejection interval, **6**

-
- intervalo de tolerância** - tolerance interval vii, viii, 5, 8, 9, 12–16, 19, 21–23, 27, 28, 30, 32
- item** - item, 1, 4–10, 12–14, 19, 20, 22–28, 35, 39–41
- item não conforme** - non-conforming item, 1, 7, 21, 25
- limite(s) de aceitação** - acceptance limit(s), viii, 1, 6, 8, 19–23, 28–32
- limite(s) de tolerância** - tolerance limit(s), vii, viii, 1, 5, 6, 8–10, 14–17, 20, 21
- mensurando** - measurand, vii, 4, 7, 9–11, 17, 20, 35, 39
- probabilidade de abrangência** - coverage probability, vii, 1, 4, 12, 16, 17
- probabilidade de conformidade** - conformance probability, viii, 1, 6, 13–19, 22, 23, 25, 27, 30
- propriedade** - property, 4, 5, 7, 8, 10, 12, 14, 19, 23, 24
- regra de decisão** - decision rule, 6, 8, 9, 19–25, 27, 30, 31, 37
- rejeição conservadora** - guarded rejection, 22
- requisitos especificados** - specified requirement, vii, viii, 1, 5, 6, 8, 9, 11–13, 18
- resultado de medição** - measurement result, vii, 1, 4, 7, 8, 11, 16, 19
- risco compartilhado** - shared risk, 19, 20, 31
- risco do consumidor** - consumer's risk
- específico** - specific, 6, 25
 - global** - global, 7, 25, 27, 29, 31
- risco do produtor** - producer's risk
- específico** - specific, 6, 25
 - global** - global, 7, 25, 27, 31
- Teorema de Bayes** - Bayes' theorem, 10, 11, 36, 37
- tolerância** - tolerance, 6, 7, 9, 15, 18, 32
- valor de uma grandeza** - quantity value, 4
- medido** - measured, vii, viii, 1, 4, 6, 7, 11, 19, 23, 25–29, 34–37, 39
 - verdadeiro** - true, 4
- valor medido** - measured value, ver **valor de uma grandeza, medido**
- variância** - variance, 3, 12, 37, 40–43
- amostral** - sample, 39–41