

INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR

JULIANA LUZIÉ OLIVEIRA PEREIRA

SIMULAÇÃO DE TRANSIENTES EM UM REATOR DE PEQUENO PORTE (SMR) EM  
GEOMETRIA 3D

Rio de Janeiro

2024

JULIANA LUZIÉ OLIVEIRA PEREIRA

**SIMULAÇÃO DE TRANSIENTES EM UM REATOR DE PEQUENO PORTE (SMR) EM  
GEOMETRIA 3D**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares do Instituto de Engenharia Nuclear da Comissão Nacional de Energia Nuclear como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Ciência e Tecnologia Nucleares.

Orientador: Zelmo Rodrigues de Lima, D.Sc.

Rio de Janeiro

2024

LUZI Luzié Oliveira Pereira, Juliana

Simulação de Transientes em um Reator de Pequeno Porte (SMR)  
em Geometria 3D / Juliana Luzié Oliveira Pereira. -- Rio de Janeiro:  
CNEN/IEN, 2024.

xiv, 61f. : il. ; 29,7 cm.

Orientador: Zelmo Rodrigues de Lima

Dissertação (Mestrado) - Instituto de Engenharia Nuclear, PPGIEN,  
2024.

1. Reator de Pequeno Porte. 2. Cinética Espacial. 3. Diferenças  
Finitas. 4. Barras de Controle.

SIMULAÇÃO DE TRANSIENTES EM UM REATOR DE PEQUENO PORTE (SMR)  
EM GEOMETRIA 3D

Juliana Luzié Oliveira Pereira

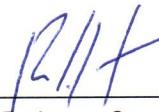
DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E  
TECNOLOGIA NUCLEARES DO INSTITUTO DE ENGENHARIA NUCLEAR DA COMISSÃO  
NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA NUCLEARES

Aprovada por:

Documento assinado digitalmente  
 ZELMO RODRIGUES DE LIMA  
Data: 20/12/2024 13:47:59-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Zelmo Rodrigues de Lima, D. Sc.

  
Prof. Rubens Souza dos Santos, D. Sc.

Documento assinado digitalmente  
 ADILSON COSTA DA SILVA  
Data: 20/12/2024 14:20:59-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Prof. Adilson Costa da Silva, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
DEZEMBRO DE 2024

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a minha família, pelo apoio que me permitiu chegar até aqui.

Agradeço ao orientador Zelmo Rodrigues de Lima pelo suporte acadêmico.

Aos meus colegas de classe da Turma 2023 do Programa de Pós-graduação.

Agradeço a todos os funcionários do Instituto de Engenharia Nuclear e ao Programa de Pós-graduação.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Rubens Souza dos Santos, Prof. Adilson Costa da Silva, por se disponibilizarem a participar.

Agradeço ao Instituto de Engenharia Nuclear por oferecer o curso de Pós-graduação em Ciência e Tecnologia Nucleares e à Comissão Nacional de Energia Nuclear por me conceder a bolsa de mestrado.

## RESUMO

Como resultado do desenvolvimento da tecnologia de reatores nucleares, nasceu os Pequenos Reatores Modulares (Small Modular Reactors - SMRs), incluindo os micros reatores. Os projetos dos SMRs propõem não apenas produzir eletricidade de carga básica e despachável sem carbono, mas também fornecer outros produtos de energia limpa necessários para descarbonizar setores intensivos em energia, como o setor de transporte, o setor de construção, aplicações de calor industrial e dessalinização. A implantação dos SMRs vai impactar toda área nuclear, exigindo a atualização e aperfeiçoamento de diversas linhas de pesquisa e tecnológicas e dentre elas a física e engenharia de reatores e a análise de segurança estão incluídas. Análises em neutrônica deverão passar por essas mudanças. Neste trabalho a cinética espacial é utilizada para simular dois transientes com movimento de barras de controle em um SMR em geometria tridimensional, para este fim as equações da cinética espacial são resolvidas por meio de um código computacional baseado no método numérico de diferenças finitas. Os resultados encontrados se mostraram bastante consistentes.

**Palavras-chave:** Reator de Pequeno Porte, Cinética Espacial, Diferenças Finitas, Barras de Controle.

## ABSTRACT

As a result of the development of nuclear reactor technology, Small Modular Reactors (SMRs) were born, including micro reactors. SMR designs propose not only to produce carbon-free baseload and dispatchable electricity, but also to provide other clean energy products needed to decarbonize energy-intensive sectors, such as the transportation sector, the construction sector, industrial heat applications and desalination. The implementation of SMRs will impact the entire nuclear area, requiring the updating and improvement of several lines of research and technology, including reactor physics and engineering and safety analysis. Neutronics analyses will have to undergo these changes. In this work, spatial kinetics is used to simulate two transients with control rod movement in an SMR in three-dimensional geometry. For this purpose, the spatial kinetics equations are solved by means of a computational code based on the numerical method of finite differences. The results found were quite consistent.

Keywords: Small Reactor, Spatial Kinetics, Finite Differences, Control Rods.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Utilização do SMR no processo de produção de hidrogênio de aço bruto pela rota <i>H2 – DRI – EAF</i> (Fonte: BOTELHO et al., 2023).....	15
Figura 2 - Representação de um nodo arbitrário n e sua vizinhança, adaptado de Carneiro, 2020. ....	32
Figura 3 - Esquema discretização temporal.....	38
Figura 4 - Reator LMW - Geometria radial.....	43
Figura 5 - Reator LMW - Geometria axial no instante inicial.....	44
Figura 6 - Reator LMW - Geometria axial no instante final. ....	45
Figura 7 - Variação da densidade de potência com o tempo. ....	46
Figura 8 - Diferença relativa percentual da distribuição radial da densidade de potência média por elemento combustível, no instante de 30s, entre o KDF3D2G e resultados de referência (Ban. et al, 2012). ....	47
Figura 9 - Fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator: a) $t = 0,0$ s; b) $t = 21$ s; c) $t = 60$ s.....	47
Figura 10 - Fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator: a) $t = 0,0$ s; b) $t = 21$ s; c) $t = 60$ s. ....	48
Figura 11 - Padrão de carregamento do núcleo e locais das barras de controle. Todas as dimensões estão em cm. (FRIDMAN, 2023). ....	49
Figura 12 - Layouts radiais de elementos combustíveis: sem veneno queimável (esquerda) e com veneno queimável (direita) (FRIDMAN, 2023). ....	50
Figura 13 - Variação da densidade de potência com o tempo. ....	53
Figura 14 - Fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator: a) $t = 0,0$ s; b) $t = 80,5$ s; c) $t = 360,0$ s. ....	54
Figura 15 - Fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator: a) $t = 0,0$ s; b) $t = 80,5$ s; c) $t = 360,0$ s. ....	54
Figura 16 - Variação da densidade de potência com o tempo. ....	55
Figura 17 - Fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator: a) $t = 0,0$ s; b) $t = 73,5$ s; c) $t = 100$ s. ....	56
Figura 18 - Fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator: a) $t = 0,0$ s; b) $t = 73,5$ s; c) $t = 100,0$ s. ....	56

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: SMR do tipo PWR baseado em terra.....	17
Tabela 2: SMR do tipo PWR de base marinha.....	18
Tabela 3: Reator LMW - Parâmetros Nucleares e Cinéticos.....	42
Tabela 4: Reator LMW - Comparação da densidade de potência com .....	46
Tabela 5: Reator NuScale - Parâmetros Nucleares de Multigrupo.....	51
Tabela 6: Reator NuScale - Parâmetros Cinéticos de Multigrupo.....	52
Tabela 7: Comparação do fator de multiplicação efetivo.....	52

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ADS:	<i>Accelerator Driven System</i>
AIEA:	Agência Internacional de Energia Atômica
BWR:	<i>Boiling Water Reactor</i>
BP:	<i>Burnable Poison</i>
CAREM:	Central Argentina de Elementos Modulares
CEA:	<i>Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives</i>
CNEA:	<i>Comisión Nacional de Energía Atómica</i>
CNEN:	Comissão Nacional de Energia Nuclear
CNNC:	<i>China National Nuclear Corporation</i>
CRA:	<i>Control Rod Assemblies</i>
DCMD:	Destilação por Membrana de Contato Direto
DE-TOP:	<i>DEsalination Thermodynamic Optimization Programme</i>
DFMG:	Diferenças Finitas de Malha Grossa
DF3D2G:	Diferenças Finitas 3 Dimensões 2 Grupos de energia
DRI:	<i>Direct Reduced Iron</i>
EAF:	<i>Electric Arc Furnace</i>
EDF:	<i>Électricité de France</i>
FNPP:	<i>Floating Nuclear Power Plants</i>
GT:	<i>Guide Tubes</i>
GW:	Giga Watts
GE:	<i>General Electric</i>
GEE:	Gases de Efeito Estufa
HAPPY200:	<i>Heating-reactor of Advanced low-Pressurized and Passive Safety system – 200 MW(t)</i>
IAEA:	<i>International Atomic Energy Agency</i>
IEMA:	Instituto de Energia e Meio Ambiente

IEN:	Instituto de Engenharia Nuclear
iPWR:	<i>Integral Pressurized Water Reactor</i>
JSC:	<i>Joint Stock Company</i>
K. A. CARE:	<i>King Abdullah City for Atomic and Renewable Energy</i>
KAERI:	<i>Korea Atomic Energy Research Institute</i>
KDF3D2G:	Kinetic Diferenças Finitas 3 Dimensões 2 Grupos de energia
KEPCO E&C:	<i>Korea Electric Power Corporation Engineering &amp; Construction</i>
KHNP:	<i>Korea Hydro &amp; Nuclear Power</i>
LABGENE:	Laboratório de Geração Núcleo Elétrica
LLC:	<i>Limited Liability Company</i>
LMW:	<i>Langenbuch, Maurer e Werner</i>
LOCA:	<i>Loss of Coolant Accident</i>
NEM:	<i>Nodal Expansion Method</i>
NPP:	<i>Nuclear Power Plant</i>
PTWR:	<i>Pressure tube light water reactor</i>
PWR:	<i>Pressurized Water Reactor</i>
RE:	<i>Regulating Bank</i>
RMB:	Reator Multipropósito Brasileiro
SCALE:	<i>Standardized Computer Analysis Licensing Evaluation</i>
SCRAM:	<i>Safety Control Rod Axe Man/Safety Cut Rope Axe Man</i>
SH:	<i>Shutdown Bank</i>
SMART:	<i>System integrated modular advanced reactor</i>
SMR:	<i>Small Modular Reactors</i>
SPIC:	<i>State Power Investment Corporation</i>
SRR:	Sistema de Resfriamento do Reator
SWOT:	<i>Strengths, Weaknesses, Opportunities e Threats</i>
TA:	<i>TechnicAtome</i>

T-NEWT: TRITON-NEWT

TRITON: *Transport Rigor Implemented with Time dependent Operation for Neutronic depletion*

NEWT: *New ESC Based Weighting Transport*

VBA: *Visual Basic for Applications*

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	14
1.1. ASPECTOS GERAIS .....	14
1.2. OBJETIVOS .....	19
1.2.1. Objetivo Geral .....	19
1.2.2. Objetivos Específicos .....	19
1.3. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....	20
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	21
3. METODOLOGIA .....	25
3.1. EQUAÇÕES DA CINÉTICA ESPACIAL DE DIFUSÃO DE NÊUTRONS EM TRÊS DIMENSÕES .....	25
3.2. SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DA CINÉTICA ESPACIAL EM TRÊS DIMENSÕES .....	31
3.2.1. Discretização Espacial .....	31
3.2.2. Sistema Matricial .....	35
3.2.3. Discretização no Tempo .....	38
4. RESULTADOS .....	41
4.1. VALIDAÇÃO DOS CÓDIGOS COMPUTACIONAIS .....	41
4.2. SIMULAÇÕES NO REATOR NUSCALE .....	48
4.2.1. Cálculo Estacionário .....	50
4.2.2. Simulação de Transientes .....	52
4.2.2.1. Caso 1 - Transiente Operacional .....	53
4.2.2.2. Caso 2 - Transiente Operacional com Scram .....	55
5. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	57
5.1. CONCLUSÃO .....	57
5.2. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	58
REFERÊNCIAS .....	59

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. ASPECTOS GERAIS

Os chamados pequenos reatores modulares (em inglês *Small Modular Reactors*) têm se mostrado uma tecnologia de reatores promissora em fase de desenvolvimento nos últimos anos, como uma alternativa às plantas nucleares convencionais, uma solução para a substituição de fontes de energia com base no carvão e petróleo e redução das emissões de gases de efeito estufa (GEE). Inicialmente desenvolvidos a partir de 1950 para equipar submarinos nucleares (BOTELHO *et al.*, 2023), tratam-se de reatores que operam em uma faixa de potência de 10 a 300 MWe em que o valor mínimo garante aplicações industriais e o valor máximo garante as características esperadas desse tipo de reator como: produção em série, correspondência com a rede elétrica, etc. (BETANCOURT *et al.*, 2021). Além disso, seus componentes podem ser produzidos e posteriormente transportados em módulos para os locais da instalação conforme a demanda - daí o termo modular.

Dentre a vasta gama de SMRs, existe o conceito de reator integral de água pressurizada (iPWR) que apresenta características de segurança bastante interessantes. Nesses reatores, os componentes do Sistema de Resfriamento do Reator (SRR) ficam localizados no interior do vaso do reator, eliminando as tubulações como pernas quentes e frias (entrada e saída de refrigerante do reator) e linha de surto (conecta pressurizador a perna quente) (RODRIGUES, 2024). Essas mudanças eliminam a ocorrência de um LOCA, tornando esses projetos mais seguros (RODRIGUES, 2024) Além disso, são reduzidas as demandas de contenção e custos devido a diminuição do número de equipamentos.

Também é importante mencionar que os SMR podem ser utilizados em outras atividades não relacionadas à geração de energia como, por exemplo, a dessalinização da água do mar e produção de hidrogênio, muito útil para a indústria siderúrgica. Essa aplicabilidade se deve ao fato desses reatores operarem a altas temperaturas onde o calor funciona como um insumo para produção de hidrogênio ou então para processos industriais em setores, como a siderurgia, cimento, e mineração, contribuindo para a descarbonização e para a eficiência energética, inclusive quanto ao seu potencial de utilização para a aclimatação dos ambientes industriais (BOTELHO *et al.*, 2023). A indústria siderúrgica necessita de fonte de calor a alta temperatura

para produzir aço bruto através da redução do minério de ferro em aço fundido com a utilização de carvão mineral ou coque. Esse processo, por sua vez, é um grande emissor de  $CO_2$ , onde a indústria siderúrgica contribui com 8% das emissões do setor energético em 2022 (BOTELHO *et al.*, 2023). Como fonte de calor geralmente são utilizados fornos a arco que necessitam de energia elétrica e térmica para seu funcionamento. Uma tecnologia que tem sido utilizada e reduz cerca de 95% das emissões é a produção de aço bruto pela rota  $H_2 - DRI - EAF$  em que é realizada a redução direta do ferro em hidrogênio a partir da eletrólise. Tal processo se dá por forno de arco elétrico e necessita de uma fonte de calor. Um SMR, por exemplo, poderia ser um fornecedor de fonte de calor para esse processo, como exemplificado na Figura 1.

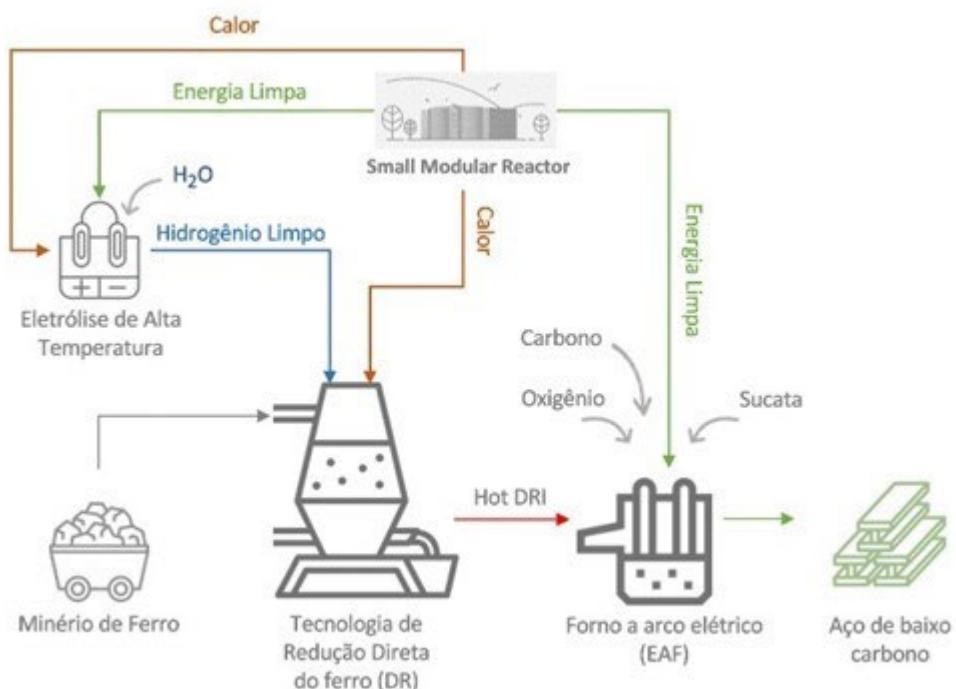


Figura 1 - Utilização do SMR no processo de produção de hidrogênio de aço bruto pela rota  $H_2 - DRI - EAF$  (Fonte: BOTELHO *et al.*, 2023).

Segundo estudos de SANTIAGO *et al*, 2022, existem sete categorias de riscos inerentes à implantação de plantas nucleares convencionais que igualmente se aplicam aos SMR: validação, licenciamento, prontidão da tecnologia, disponibilidade da cadeia de suprimentos, inexperiência operacional, local de construção, e descomissionamento. Com sua pesquisa bibliográfica e opinião de especialistas, conclui-se que os maiores desafios tanto no Brasil quanto no exterior para a implementação de SMR seriam dificuldades de validação e licenciamento para esses projetos visto que há diferenças de design de plantas nucleares já consolidadas. Há a necessidade de validar uma vasta gama de equipamentos e processos,

aumentando o tempo de atraso desses empreendimentos. Além do fato de órgãos reguladores terem uma experiência limitada no licenciamento dessa nova concepção de reator. A maturidade tecnológica se torna um grande desafio para a adoção da tecnologia SMR, principalmente em países em que a indústria nuclear é pouco consolidada, como no Brasil.

Recentemente, as empresas Google e Amazon anunciaram o interesse de雇用 diversos reatores do tipo SMR para fornecerem energia aos seus data centers. As empresas Google e Kairos Power anunciaram um acordo para construir até sete SMRs fornecendo até 500 MW de energia, com a primeira unidade entrando em operação em 2030 e o projeto sendo concluído até 2035 (ESG NEWS, 2024). Foi anunciado um investimento US\$ 500 milhões como parte da colaboração entre a Amazon e a X-energy para colocar mais de 5 gigawatts (GW) de novos projetos de energia online nos Estados Unidos até 2039, o que representaria a maior meta de implantação comercial de SMRs anunciada até o momento (FELDMAN, 2024).

Há um interesse crescente em SMRs e suas aplicações. Durante a Conferência Internacional sobre Mudanças Climáticas e o Papel da Energia Nuclear realizada em setembro de 2019, os SMRs foram considerados por muitos Estados-Membros como uma opção nuclear viável em potencial para contribuir na mitigação das mudanças climáticas. A maioria dos projetos de SMR adota recursos avançados de segurança e pode ser implantada como uma planta única ou multimódulo. Os SMRs estão em desenvolvimento para todas as principais linhas de tecnologia de reatores: reatores resfriados a água, reatores resfriados a gás de alta temperatura, reatores de espectro de nêutrons rápidos resfriados a metal líquido, reatores de sal fundido e micro reatores. As principais forças motrizes do desenvolvimento de SMR estão atendendo à necessidade de geração de energia flexível para uma gama mais ampla de usuários e aplicações, substituindo unidades antigas alimentadas por combustíveis fósseis, melhorando o desempenho de segurança e oferecendo melhor acessibilidade econômica.

Há mais de oitenta (80) projetos de SMR em desenvolvimento e implantação em diferentes estágios em 18 Estados-Membros da IAEA. Na Tabela 1 são listados alguns desses projetos de SMR do tipo PWR baseados em terra e na Tabela 2 os que são de base marinha.

Tabela 1: SMR do tipo PWR baseado em terra.

Design	Produção MW(e)	Tipo	Empresa	País	Status
ACP100	125	PWR	CNNC	China	Em construção
AP300	330	PWR	Westinghouse Electric Company, LLC	EUA	Projeto de base
BWRX-300	300	BWR	GE-Hitachi Nuclear Energy e Hitachi GE Nuclear Energy	EUA Japão	Projeto detalhado
CAREM	30	PWR	CNEA	Argentina	Em construção
HAPPY 200	200 MW(t)	PWR	SPIC	China	Projeto detalhado
i-SMR	170	PWR	KHNP & KAERI	República da Coreia	Projeto conceitual
NuScale Power Module	77	PWR	NuScale Power Inc.	EUA	Projeto detalhado
NUWARD	170	PWR	EDF, CEA, TA, Naval Group	França	Projeto de base
PWR-20	20	PWR	Last Energy	EUA	Projeto detalhado
RITM-200N	55	PWR	JSC “Afrikantov OKBM”	Rússia	Projeto detalhado
SMART	107	PWR	KAERI e K. A. CARE	República da Coreia e Arábia Saudita	Projeto detalhado
STAR	10	PTWR	Star Energy	Suíça	Projeto de base
Rolls-Royce SMR	470	PWR	Rolls-Royce	Reino Unido	Projeto detalhado

SMR-300	320	PWR	Holtec International	EUA	Projeto conceitual
---------	-----	-----	----------------------	-----	--------------------

(Fonte: SMR Catalogue IAEA, 2024)

Tabela 2: SMR do tipo PWR de base marinha.

Design	Produção MW(e)	Tipo	Empresa	País	Status
ABV-6E	9	PWR flutuante	JSC Afrikantov OKBM	Rússia	Projeto detalhado
ACP100S	125	PWR flutuante	CNNC	China	Projeto de base
BANDI	60	PWR flutuante	KEPCO E & C	República da Coreia	Projeto conceitual
KLT-40S	2 x 35	PWR flutuante	JCS Afrikantov OKBM	Rússia	Em operação
RITM-200M	50	PWR flutuante	JCS Afrikantov OKBM	Rússia	Projeto detalhado
VBER-300	325	NPP flutuante	JCS Afrikantov OKBM	Rússia	Projeto detalhado

(Fonte: SMR Catalogue IAEA, 2024)

No Brasil vem se discutindo muito sobre essa nova tecnologia nuclear, e atualmente existe a possibilidade de se criar um projeto brasileiro de SMR. As discussões iniciais apontam que o projeto do Laboratório de Geração Núcleo Elétrica (LABGENE), da Marinha do Brasil, onde está sendo desenvolvido o protótipo do submarino de propulsão nuclear brasileiro, será a referência do projeto do SMR brasileiro.

A implantação dos SMRs vai impactar toda área nuclear, exigindo a atualização e aperfeiçoamento de diversas linhas de pesquisa e tecnológicas e dentre elas a física e engenharia de reatores e a análise de segurança estão incluídas. Análises em neutrônica, termohidráulica, e acidentes base de projetos etc. deverão passar por essas mudanças.

A análise de segurança de reatores nucleares utiliza modelos físicos que fornecem informações acuradas sobre a distribuição do fluxo de nêutrons no núcleo do reator em função do espaço e do tempo. Para isso, são utilizadas as equações da cinética espacial de reatores. Nesta dissertação a cinética espacial é utilizada para simular dois transientes com movimento de barras de controle em um SMR em geometria tridimensional, para este fim as equações da cinética espacial são resolvidas por meio de um código computacional usando o método numérico de diferenças finitas.

## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. Objetivo Geral

Simular transientes em um SMR em geometria tridimensional usando as equações da cinética espacial resolvida pelo método numérico de diferenças finitas.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- a) Resolver numericamente pelo método de diferenças finitas a equação de difusão de nêutrons em três dimensões, dois grupos de energia, estacionária, obtendo o fator de multiplicação efetivo e os fluxos de nêutrons rápido e térmico do SMR NuScale.
- b) Resolver numericamente pelo método de diferenças finitas as equações da cinética espacial em três dimensões, dois grupos de energia, seis grupos de precursores de nêutrons atrasados, obtendo as variações da potência e dos fluxos rápido e térmico em função do tempo, devido ao movimento de barras de controle no SMR NuScale.

### 1.3. ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O texto da dissertação está organizado na seguinte forma: no capítulo 2 é apresentado uma revisão bibliográfica; no capítulo 3 é apresentada a metodologia, mostrando a dedução das equações da cinética espacial e o método numérico para resolvê-las; no capítulo 4 são apresentados os resultados; no capítulo 5 são apresentadas a conclusão e as recomendações para trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentada uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos sobre os SMRs de modo geral e de trabalhos que foram desenvolvidos sobre a cinética espacial. O acervo apresentado serviu de embasamento para o desenvolvimento desta dissertação e cada trabalho consultado é apresentado de forma resumida.

- i) Alves (2023). Este trabalho propõe investigar as vantagens técnico-operacionais da dessalinização nuclear utilizando destilação por membranas de contato direto (DCMD), considerando os aspectos físicos de uma hipotética instalação aplicada no nordeste brasileiro. Para tal duas ferramentas são exploradas ao longo do trabalho: i) o programa DE-TOP disponibilizado pela Agência Internacional de Energia Atômica (AIEA) para análise termodinâmica da planta nuclear e ii) o programa Desal\_Plant para a simulação computacional de sistema de dessalinização DCMD, com recuperação de calor. No programa DE-TOP foram simuladas as características de trabalho de um pequeno reator modular (SMR) de 75 MWt, cujos resultados serviram de base para estimar a energia térmica que pode ser utilizada para a cogeração de eletricidade e água através de dessalinização. Com o programa Desal\_Plant simulamos o desempenho de uma planta DCMD dotada de recuperador de calor. Ao longo do trabalho são exploradas três formas de compatibilizar as plantas nuclear e de dessalinização de forma que se aproveite o calor desprezado a partir do condensador da planta nuclear. Duas formas de acoplamento utilizam extrações de vapor da planta nuclear para aquecimento da água salina disposta para dessalinização. Já a terceira estratégia aquece a água salina exclusivamente através da refrigeração dos condensadores de dois ciclos Rankine trabalhando paralelamente.
- ii) Vinoya *et al.* (2023). Realizou a análise do ciclo de vida da construção de uma rede de pequenos reatores modulares com uma cadeia de abastecimento única. O estudo examinou 4 configurações diferentes: 1 reator x 8 locais separados; 2 reatores x 4 locais separados; 4 reatores x 2 locais separados e 8 reatores x 1 local. A localidade escolhida foi Santa Ana, província de Cagayan, Filipinas. Foram avaliados vários impactos: ecotoxicidade marinha, toxicidade carcinogênica para o homem,

ecotoxicidade terrestre, toxicidade em água doce, toxicidade não carcinogênica para o homem e aquecimento global. Foi observado que, para todas as configurações de redes de SMRs, a ecotoxicidade marinha prevaleceu em maior contribuição sobre os demais impactos. Também, que a produção de combustível é o fator que mais contribui para o aumento de cada um dos impactos estudados. O autor sugeriu, como medida, ciclos de reabastecimentos mais longos como solução para a produção de combustível. Outro ponto importante mencionado foi que, uma configuração de 1 SMR para cada 8 sítios, causa mais impacto devido a rede de transporte do que em relação às demais configurações. Por fim, o estudo conclui que a rede de transporte contribui de forma significativa em vários fatores de impacto, onde o planejamento da rede de SMRs deve ser averiguado cuidadosamente.

- iii) Gual *et al.* (2023). Apresentou uma proposta de trabalho que visa o fornecimento de energia elétrica para comunidades e indústrias de áreas remotas do Brasil, citando como exemplo alguns estados da região norte do país como Rondônia, Pará e Amazonas, que possuem um maior número de pessoas em situação de exclusão elétrica, segundo dados do Relatório Anual de 2020 do Instituto de Energia e Meio Ambiente (IEMA). Para solucionar tal problema, propôs a implementação de usinas nucleares flutuantes (FNPP), onde realizou a análise de Forças, Fraquezas, Oportunidades e Ameaças (SWOT) para esses projetos que poderiam ser implementados em alguns rios brasileiros como: Amazonas, Madeira, Paraná, Tocantins e São Francisco. O estudo cita como exemplo alguns países que estão buscando implantar a tecnologia SMR e alguns que já a tem consolidada, como a Rússia que possui a FNPP “Akademik Lomonosov” composta por dois reatores KLT-40S de água pressurizada (PWR) e a FNPP da China ACPR50S que possui um pequeno reator offshore modular do tipo PWR de dois circuitos.
- iv) Sutton (1996) mostra os métodos para resolver a equação de difusão de nêutrons dependente do tempo para análise de reator nuclear são discutidos. Técnicas para tratar as variáveis espaciais, bem como técnicas para realizar a integração temporal, são descritas. Um grande avanço feito no tratamento das variáveis espaciais nos últimos 20 anos (em relação a 1996) foi o desenvolvimento da classe de métodos nodais integrado transversalmente e, portanto, esses métodos são descritos em detalhes consideráveis neste trabalho. Finalmente, os resultados para problemas de

referência foram selecionados usando uma variedade de métodos de cinética espacial de reatores.

- v) De lima (2005) em sua tese de doutorado propôs desenvolver um método modal com base na teoria dos pseudo harmônicos para tratar problemas da cinética espacial. Os pseudo harmônicos são as autofunções associadas ao operador da fuga + remoção em cada grupo de energia da equação de difusão multigrupo estacionária. O método modal desenvolvido aproxima o fluxo dependente do tempo em uma expansão em pseudo harmônicos onde os coeficientes são dependentes do tempo. A dedução do sistema cujas soluções são os coeficientes da expansão modal é feita com auxílio de funções peso. Para fins de comparação também é desenvolvido um método direto da cinética espacial. Este método trata a dependência espacial empregando o método de diferenças finitas de malha grossa (DFMG) acoplado com o método de expansão nodal (NEM). Na solução da parte dependente do tempo o método modal e o método direto utilizam a integração analítica da equação dos precursores e um esquema semi implícito na equação de difusão de nêutrons dependente do tempo. Os resultados obtidos mostram que o método proposto tem uma boa acurácia.
- vi) Carneiro (2020). O objetivo deste trabalho foi simular transientes associados à ADS em geometria tridimensional. Foi adotado o modelo de difusão de nêutrons que conduziu as equações de cinética espacial. Essas equações foram discretizadas espacialmente pelo conhecido método numérico de diferenças finitas e a dependência temporal foi resolvida pelo método de Euler implícito. Com base nesses métodos numéricos um código computacional foi implementado em linguagem Fortran. As simulações foram realizadas considerando transientes relacionados às variações na intensidade do fluxo de prótons proporcionado pelo acelerador de partículas atuando e no primeiro caso foi considerado um reator subcrítico homogêneo em geometria tridimensional para dois grupos de energia e um grupo de precursores de nêutrons atrasados. No segundo caso simulado foi considerado um reator subcrítico heterogêneo em geometria tridimensional para dois grupos de energia e seis grupos de precursores de nêutrons atrasados. Os resultados obtidos apresentaram uma razoável consistência com trabalhos anteriores que foram simulados em geometrias mais simples.

- vii) Dos Santos (2022). Neste trabalho o RMB que é um reator multipropósito a ser construído pela CNEN foi analisado. Por ser uma instalação multipropósito, diferentemente de uma usina nuclear, algumas operações podem resultar em transientes, seja durante a movimentação de materiais provenientes de irradiação remota, extração de nêutrons através de furos de feixe, partida do reator, acidente com haste de controle, etc. Para isso, foi desenvolvida uma metodologia para visualizar algumas variáveis como fluxos de nêutrons, temperaturas, potência, etc. Nesta são apresentados alguns resultados preliminares baseados na teoria de difusão multigrupo, feedbacks termo hidráulicos e métodos numéricos, sistematizados no código DINUCLE. O DINUCLE acopla um código numérico de cinética espacial multigrupo, para cálculos do fluxo de nêutrons no núcleo de reatores, com um código numérico para análise de transientes termohidráulicos em hastes e placas, considerando o refrigerante sempre monofásico. Foi utilizada uma programação em VBA (Visual Basic for Applications) do Excel, para visualização dos dados no transiente.
- viii) Fridman *et al.* (2023). Este artigo define um benchmark de neutrônica de núcleo completo 3D que é baseado no conceito de reator modular pequeno (SMR) NuScale. O artigo fornece uma descrição detalhada de um núcleo semelhante ao NuScale, uma lista de saídas esperadas e um benchmark obtido com o código de Monte Carlo conhecido como Serpent (LEPPÄNEN *et al.*, 2015). O benchmark foi desenvolvido no âmbito do projeto Euratom McSAFER e pode ser usado para verificação de cadeias computacionais dedicadas a simulações de neutrônica de núcleo completo 3D de SMRs resfriados a água. O artigo é complementado com um conjunto de dados digitais para facilitar o processo de modelagem.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. EQUAÇÕES DA CINÉTICA ESPACIAL DE DIFUSÃO DE NÊUTRONS EM TRÊS DIMENSÕES

Muitos dos problemas em física de reatores utilizam-se da cinética pontual para interpretação dos dados devido sua simplicidade, uma vez que ela só depende do tempo. No entanto, para estudos mais realísticos, como cálculo de transientes em reatores, se faz necessário o uso da cinética espacial, com sete variáveis independentes. Nesse capítulo a equação da cinética espacial de difusão de nêutrons em três dimensões dependente do tempo será deduzida a partir da equação de Boltzmann que descreve o transporte de nêutrons em um reator. A metodologia apresentada aqui tem como base os trabalhos de (SUTTON, 1996), (DE LIMA, 2005) e (CARNEIRO, 2020).

A solução das equações da cinética espacial, baseada na teoria da difusão de nêutrons, traz como resposta o fluxo de nêutrons que é fundamental para o cálculo da densidade de potência no reator, a potência do reator, a reatividade no núcleo, dentre outras. Esses parâmetros são importantes para o controle, tomada de decisões e o monitoramento do reator nuclear na partida, no desligamento e em operação normal. O tratamento em três dimensões traz um modelo mais preciso e realista do comportamento neutrônico dentro do reator nuclear, essencial para estudar possíveis cenários de acidentes e seus transientes.

A equação de Boltzmann mostra como a taxa de variação do fluxo angular de nêutrons, em função do tempo, muda em função da densidade de taxa de reação associada aos mecanismos de produção e perda de nêutrons no núcleo do reator, em função do tempo, do espaço, da energia e da direção angular dos nêutrons, representado por  $\hat{\Omega}$ , que é um vetor unitário na direção do vetor velocidade do nêutron. A equação de transporte de Boltzmann dependente do tempo para o fluxo angular é descrita em:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v(E)} \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) &= -\hat{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) - \Sigma_t(\vec{r}, E, t) \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) + Q(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) \\
Q(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) &= \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, E' \rightarrow E, t) \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}', E, t) + \\
&+ (1 - \beta) \frac{\chi_0(E)}{4\pi} \int_0^\infty dE' v \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \int_{4\pi} d\hat{\Omega}' \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}', E, t) + \sum_{l=1}^L \lambda_l \frac{\chi_l(E)}{4\pi} c_l(\vec{r}, t)
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c_l(\vec{r}, t) = -\lambda_l c_l(\vec{r}, t) + \beta_l \int_0^\infty dE' v \Sigma_f(\vec{r}, E', t) \int_{4\pi} d\hat{\Omega} \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E', t) \text{ com } l=1, \dots, L \tag{2}$$

Onde:

$L$  = Número total de grupos de precursores de nêutrons atrasados;

$\psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t)$  = Fluxo angular de nêutrons na posição  $\vec{r}$ , na direção  $\hat{\Omega}$ , com energia  $E$  e no tempo  $t$ ;

$v(E)$  = Velocidade do nêutron com energia  $E$ ;

$v$  = Número médio de nêutrons emitidos por fissão;

$\Sigma_t(\vec{r}, E, t)$  = Seção de choque macroscópica total, na posição  $\vec{r}$ , com energia  $E$  e no tempo  $t$ ;

$\Sigma_f(\vec{r}, E, t)$  = Seção de choque macroscópica de fissão na posição  $\vec{r}$ , com energia  $E$  e no tempo  $t$ ;

$\Sigma_s(\vec{r}, \hat{\Omega}' \rightarrow \hat{\Omega}, E' \rightarrow E, t)$  = Seção de choque macroscópica de espalhamento na posição  $\vec{r}$ , da direção  $\hat{\Omega}'$  para a direção  $\hat{\Omega}$ , da energia  $E'$  para a energia  $E$  e no tempo  $t$ ;

$\chi_0(E)$  = Faixa espectral de fissão de nêutrons prontos para cada energia;

$\chi_l(E)$  = Faixa espectral de fissão de nêutrons atrasados para cada energia;

$c_l(\vec{r}, t)$  = Concentração de precursores de nêutrons atrasados para cada grupo de precursores na posição  $\vec{r}$  e no tempo  $t$ ;

$\beta_l$  = Fração de nêutrons atrasados para cada grupo de precursores;

$\lambda_l$  = Constante de decaimento dos precursores de nêutrons atrasados para cada grupo de precursores.

A equação 1 mostra como a taxa de variação do fluxo angular de nêutrons, em função do tempo, está associada aos mecanismos de fuga de nêutrons, remoção de nêutrons e o termo de fonte de nêutrons,  $Q(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t)$ . Como podemos notar,  $Q(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t)$  está associado aos mecanismos de produção de nêutrons envolvendo os termos de espalhamento e fissão de nêutrons, além da contribuição dos precursores de nêutrons atrasados.

Já a equação 2 mostra como a taxa de variação da concentração de precursores de nêutrons atrasados, em função do tempo, está associada ao mecanismo de produção de nêutrons envolvendo o termo de fissão e perda de nêutrons associado ao decaimento da concentração de precursores de nêutrons atrasados.

Na equação 3 é apresentado o fluxo escalar de nêutrons. O fluxo escalar de nêutrons é obtido integrando o fluxo angular de nêutrons em todas as direções, tal que:

$$\phi(\vec{r}, E, t) = \int d\hat{\Omega} \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) \quad (3)$$

Finalmente, podemos definir a densidade de corrente de nêutrons, em termos do fluxo angular de nêutrons, como sendo:

$$\vec{J}(\vec{r}, E, t) \equiv \int d\hat{\Omega} \hat{\Omega} \psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) \quad (4)$$

Integrando as equações 1 e 2 na variável angular e usando as equações 3 e 4, pode-se realizar uma primeira simplificação da equação de Boltzmann. Assim é obtida a equação da continuidade de nêutrons:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu(E)} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, E, t) &= -\nabla \cdot J(\vec{r}, E, t) - \sum_l(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, t) + q(\vec{r}, E, t) \\ q(\vec{r}, E, t) &= \int_0^\infty dE' \sum_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, t) \phi(\vec{r}, E, t) + \\ &+ (1 - \beta) \chi_0(E) \int_0^\infty dE' \nu \sum_f(\vec{r}, E', t) \phi(\vec{r}, E, t) + \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_l(E) c_l(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c_l(\vec{r}, t) = -\lambda_l c_l(\vec{r}, t) + \beta_l \int_0^\infty dE' \nu \sum_f(\vec{r}, E', t) \phi(\vec{r}, E', t) \quad (6)$$

O tratamento da variável energia é feito pela aproximação das equações com a formulação multigrupo de energia, dividindo os nêutrons em faixas de energia definidas por grupos g, com  $g = 1, \dots, G$  e assim reescrevendo as equações 5 e 6 em cada grupo de energia, obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\nu_g} \frac{\partial}{\partial t} \phi_g(\vec{r}, t) &= -\nabla \cdot J_g(\vec{r}, t) - \sum_{r,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) + q_g(\vec{r}, t) \\ q_g(\vec{r}, t) &= \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s,gg'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + (1 - \beta) \chi_{0,g} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \\ &+ \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_{l,g} c_l(\vec{r}, t) \text{ com } g = 1, \dots, G \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c_l(\vec{r}, t) = -\lambda_l c_l(\vec{r}, t) + \beta_l \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \text{ com } l = 1, \dots, L \quad (8)$$

Onde:

G = Número total de grupos de energia;

$\sum_{r,g}(\vec{r}, t)$  = Seção de choque macroscópica de remoção do grupo g, na posição  $\vec{r}$  e no tempo t;

$\sum_{s,gg'}(\vec{r}, t)$  = Seção de choque macroscópica de espalhamento do grupo g' para o grupo g, na posição  $\vec{r}$  e no tempo t;

$\sum_{f,g'}(\vec{r}, t)$  = Seção de choque macroscópica de fissão do grupo g', na posição  $\vec{r}$  e no tempo t.

A equação 7 pode ser simplificada substituindo a função de densidade de corrente de nêutrons e deixando a equação dependente apenas da função do fluxo de nêutrons. Considerando que o fluxo angular é linearmente anisotrópico na variável angular, de acordo com:

$$\psi(\vec{r}, \hat{\Omega}, E, t) \cong \frac{1}{4\pi} [\varphi(\vec{r}, E, t) + 3\hat{\Omega} \cdot \vec{J}(\vec{r}, E, t)] \quad (9)$$

E substituindo a equação 9 na equação 1, e multiplicando a equação por  $\hat{\Omega}$  e integrando em  $d\hat{\Omega}$ , temos:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{v(E)} \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}(\vec{r}, E, t) = & -\frac{1}{3} \nabla \varphi(\vec{r}, E, t) - \sum_t(\vec{r}, E, t) \vec{J}(\vec{r}, E, t) + \\
& + \int_0^\infty dE' \sum_{s1}(\vec{r}, E' \rightarrow E, t) \vec{J}(\vec{r}, E', t).
\end{aligned} \tag{10}$$

Considerando a aproximação a uma velocidade e a aproximação da taxa de variação temporal da densidade de corrente ser muito lenta comparada a frequência de colisão e apresentando a seção de choque macroscópica de transporte por  $\sum_{tr,g}(\vec{r}, t)$  para cada grupo g, temos que:

$$\int_{Eg}^{Eg-1} dE [\sum_t(\vec{r}, E, t) \vec{J}(\vec{r}, E, t) - \int_0^\infty dE' \sum_{s1}(\vec{r}, E' \rightarrow E, t) \vec{J}(\vec{r}, E', t)] = \sum_{tr,g}(\vec{r}, t) \vec{J}_g(\vec{r}, t) \tag{11}$$

Assim, após todas as aproximações podemos simplificar a equação 10 para a seguinte forma:

$$\frac{1}{3} \nabla \varphi_g(\vec{r}, t) + \sum_{tr,g}(\vec{r}, t) \vec{J}_g(\vec{r}, t) = 0 \tag{12}$$

Continuando com a aproximação do coeficiente de difusão para os nêutrons do grupo g definido pela equação 13.

$$D_g(\vec{r}, t) = \frac{1}{3 \sum_{tr,g}(\vec{r}, t)} \tag{13}$$

Podemos então reescrever a equação 12 como a Lei de Fick pela equação 14 a seguir.

$$\vec{J}_g(\vec{r}, t) = -D_g(\vec{r}, t) \vec{\nabla} \varphi_g(\vec{r}, t) \tag{14}$$

Substituindo a equação 14 na equação 7 temos finalmente as equações da cinética espacial de reatores na formulação multigrupo de energia expressa nas equações 15 e 16, baseada na Teoria da Difusão de Nêutrons.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\nu_g} \frac{\partial}{\partial t} \phi_g(\vec{r}, t) &= \nabla \cdot D_g(\vec{r}, t) \nabla \phi_g(\vec{r}, t) - \sum_{r,g}(\vec{r}, t) \phi_g(\vec{r}, t) + q_g(\vec{r}, t) \\
q_g(\vec{r}, t) &= \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s,gg'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + (1 - \beta) \chi_{0,g} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) + \\
&+ \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_{l,g} c_l(\vec{r}, t) \text{ com } g = 1, \dots, G
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} c_l(\vec{r}, t) = -\lambda_l c_l(\vec{r}, t) + \beta_l \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'}(\vec{r}, t) \phi_{g'}(\vec{r}, t) \text{ com } l = 1, \dots, L \tag{16}$$

As equações 15 e 16 podem ser representadas em coordenadas cartesianas para dois grupos de energia e seis grupos de precursores de nêutrons atrasados na seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\nu_g} \frac{\partial}{\partial t} \phi_g(x, y, z, t) &= \nabla \cdot D_g(x, y, z, t) \nabla \phi_g(x, y, z, t) - \sum_{r,g}(x, y, z, t) \phi_g(x, y, z, t) + \\
&+ q_g(x, y, z, t) \\
q_g(x, y, z, t) &= (1 - \beta) \chi_{0,g} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'}(x, y, z, t) \phi_{g'}(x, y, z, t) + \\
&+ \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s,gg'}(x, y, z, t) \phi_{g'}(x, y, z, t) + \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_{l,g} c_l(x, y, z, t) \\
&\text{com } g = 1 \text{ e } 2
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} c_l(x, y, z, t) &= -\lambda_l c_l(x, y, z, t) + \beta_l \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g}(x, y, z, t) \phi_{g'}(x, y, z, t) \\
&\text{com } l = 1, \dots, 6
\end{aligned} \tag{18}$$

Para o caso estacionário essas equações são simplificadas assim:

$$\begin{aligned}
-\nabla \cdot D_g(x, y, z) \nabla \varphi_g(x, y, z) + \sum_{r,g}(x, y, z) \varphi_g(x, y, z) &= \\
\chi_{0,g} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'}(x, y, z) \varphi_{g'}(x, y, z) + \sum_{g'=1}^G \sum_{s,gg'}(x, y, z) \varphi_{g'}(x, y, z), & \\
\text{com } g = 1 \text{ e } 2.
\end{aligned} \tag{19}$$


---

### 3.2. SOLUÇÃO NUMÉRICA DAS EQUAÇÕES DA CINÉTICA ESPACIAL EM TRÊS DIMENSÕES

#### 3.2.1. Discretização Espacial

As equações diferenciais da cinética espacial, baseadas na teoria da difusão de nêutrons, equações (17) e (18) serão discretizadas usando técnicas de integração centradas na malha combinada com o método de diferenças finitas (SUTTON, 1996, NAKAMURA, 1977) para o tratamento da variável espacial em uma malha fina tridimensional, com a intenção de obter uma distribuição mais detalhada do fluxo de nêutrons no núcleo, em um reator subcrítico. O passo no espaço proveniente da interpolação polinomial da série de Taylor, base do método das diferenças finitas, deve ser manipulado com cuidado para uma maior precisão, não deve ser muito pequeno, pois quanto menor mais cálculos serão necessários. Assim “para uma precisão satisfatória, o tamanho do passo no espaço deve ser da ordem do menor comprimento de difusão dos grupos” (STANCEY, 2007).

Considerando que a corrente líquida de nêutrons no grupo  $g$  pode ser caracterizada pelas correntes parciais de entrada e de saída em cada uma das superfícies do nodo. Com o sentido positivo para o lado direito e com o sentido negativo para o lado esquerdo, podemos escrever a lei de Fick da seguinte forma:

$$J_g(x, y, z, t) = J_{gu}^+(x, y, z, t) - J_{gu}^-(x, y, z, t) = -D_g(x, y, z, t) \frac{\partial}{\partial u} \varphi_g(x, y, z, t)$$

$$u = x, y, z \quad (20)$$

E assim, podemos escrever as equações (17) e (18), com  $u$  representando as direções dos eixos cartesianos  $x$ ,  $y$  e  $z$  como:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\nu_g} \frac{\partial}{\partial t} \phi_g(x, y, z, t) = & - \sum_u \frac{\partial}{\partial u} J_g(x, y, z, t) - \sum_{Rg} (x, y, z, t) \phi_g(x, y, z, t) + \\
& + (1 - \beta) \chi_{0,g} \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'} (x, y, z, t) \phi_{g'}(x, y, z, t) + \\
& + \sum_{g' \neq g}^G \sum_{s, gg'} (x, y, z, t) \phi_{g'}(x, y, z, t) + \\
& + \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_{l,g} c_l(x, y, z, t) \\
g = & 1, \dots, G
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} C_l(x, y, z, t) = & \beta_l \sum_{g'=1}^G \nu \sum_{f,g'} (x, y, z, t) \phi_{g'}(x, y, z, t) - \lambda_l C_l(x, y, z, t) \\
l = & 1, \dots, L
\end{aligned} \tag{22}$$

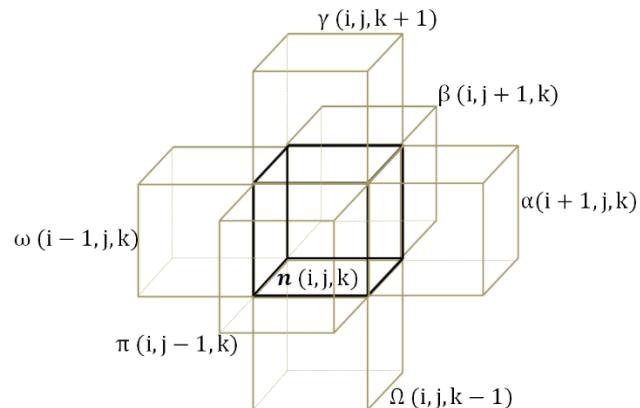


Figura 2 - Representação de um nodo arbitrário  $n$  e sua vizinhança, adaptado de Carneiro, 2020.

Integrando a equação (17) no volume  $V^{i,j,k}$  de um nodo qualquer, através do operador de média integral definido como

$$\frac{1}{V^{i,j,k}} \int_{V^{i,j,k}} (\bullet) dV$$

Podemos escrever o fluxo médio no nodo genérico  $i, j, k$  na seguinte forma:

$$\phi_g^{i,j,k}(t) = \frac{1}{V^{i,j,k}} \int_{\Delta x} \int_{\Delta y} \int_{\Delta z} \phi_g(x, y, z, t) dx dy dz \quad (23)$$

As correntes líquidas médias nas faces de um nodo n qualquer, conforme mostra a Figura 2, usando a formulação clássica do método de diferenças finitas, com a dimensão do nodo na direção u representado por  $a_u^r$ , sendo r igual a i, j e k para as direções x, y e z, respectivamente, para os g grupos de energia, com a face direita na equação (24) e a face esquerda na equação (25).

$$J_{gu+}^{i,j,k}(t) = -\frac{2}{a_u^r} D_g^{i,j,k}(t) (\psi_{gu+}^{i,j,k}(t) - \varphi_g^{i,j,k}(t)) \quad (24)$$

$$J_{gu-}^{i,j,k}(t) = -\frac{2}{a_u^r} D_g^{i,j,k}(t) (\varphi_g^{i,j,k}(t) - \psi_{gu-}^{i,j,k}(t)) \quad (25)$$

Impondo condições de continuidade de fluxo e de corrente na interface entre nodos, as correntes líquidas médias nas faces podem ser escritas como por exemplo, para a direção x, pelas equações (26) e (27), para a direção y, pelas equações (28) e (29) e para a direção z, pelas equações (30) e (31), tal que:

$$J_{gx+}^{i,j,k}(t) = D_{gx+}^{i,j,k}(t) \varphi_g^{i,j,k}(t) - D_{gx-}^{i+1,j,k}(t) \varphi_g^{i+1,j,k}(t) \quad (26)$$

$$J_{gx-}^{i,j,k}(t) = -D_{gx-}^{i,j,k}(t) \varphi_g^{i,j,k}(t) + D_{gx+}^{i-1,j,k}(t) \varphi_g^{i-1,j,k}(t) \quad (27)$$

$$J_{gy+}^{i,j,k}(t) = D_{gy+}^{i,j,k}(t) \varphi_g^{i,j,k}(t) - D_{gy-}^{i,j+1,k}(t) \varphi_g^{i,j+1,k}(t) \quad (28)$$

$$J_{gy-}^{i,j,k}(t) = -D_{gy-}^{i,j,k}(t) \varphi_g^{i,j,k}(t) + D_{gy+}^{i,j-1,k}(t) \varphi_g^{i,j-1,k}(t) \quad (29)$$

$$J_{gz+}^{i,j,k}(t) = D_{gz+}^{i,j,k}(t) \varphi_g^{i,j,k}(t) - D_{gz-}^{i,j,k+1}(t) \varphi_g^{i,j,k+1}(t) \quad (30)$$

$$J_{gz-}^{i,j,k}(t) = -D_{gz-}^{i,j,k}(t) \varphi_g^{i,j,k}(t) + D_{gz+}^{i,j,k-1}(t) \varphi_g^{i,j,k-1}(t) \quad (31)$$

E os coeficientes de difusão multigrupo nas faces do nodo são definidos para as três dimensões pelas equações (32) a (37):

$$D_{gx+}^{i,j,k}(t) = \frac{2 \cdot D_g^{i,j,k}(t) \cdot D_g^{i+1,j,k}(t)}{a_x^{i+1} \cdot D_g^{i,j,k}(t) + a_x^i \cdot D_g^{i+1,j,k}(t)} \quad (32)$$

$$D_{gx-}^{i,j,k}(t) = \frac{2 \cdot D_g^{i-1,j,k}(t) \cdot D_g^{i,j,k}(t)}{a_x^i \cdot D_g^{i-1,j,k}(t) + a_x^{i-1} \cdot D_g^{i,j,k}(t)} \quad (33)$$

$$D_{gy+}^{i,j,k}(t) = \frac{2 \cdot D_g^{i,j,k}(t) \cdot D_g^{i,j+1,k}(t)}{a_y^{j+1} \cdot D_g^{i,j,k}(t) + a_y^j \cdot D_g^{i,j+1,k}(t)} \quad (34)$$

$$D_{gy-}^{i,j,k}(t) = \frac{2 \cdot D_g^{i,j-1,k}(t) \cdot D_g^{i,j,k}(t)}{a_y^j \cdot D_g^{i,j-1,k}(t) + a_y^{j-1} \cdot D_g^{i,j,k}(t)} \quad (35)$$

$$D_{gz+}^{i,j,k}(t) = \frac{2 \cdot D_g^{i,j,k}(t) \cdot D_g^{i,j,k+1}(t)}{a_z^{k+1} \cdot D_g^{i,j,k}(t) + a_z^k \cdot D_g^{i,j,k+1}(t)} \quad (36)$$

$$D_{gz-}^{i,j,k}(t) = \frac{2 \cdot D_g^{i,j,k-1}(t) \cdot D_g^{i,j,k}(t)}{a_z^k \cdot D_g^{i,j,k-1}(t) + a_z^{k-1} \cdot D_g^{i,j,k}(t)} \quad (37)$$

Considerando o fluxo médio no nodo, dado pela equação 23, e que os parâmetros nucleares dentro do volume são homogêneos e ponderados por esse fluxo, podemos rescrever a equação (17), como:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v_g} \frac{d}{dt} \phi_g^{i,j,k}(t) = & - \sum_{u=x,y,z} \frac{1}{a_u^r} (J_{gu+}^{i,j,k}(t) - J_{gu-}^{i,j,k}(t)) - \sum_{Rg}^{i,j,k}(t) \phi_g^{i,j,k}(t) + \\ & + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^2 \sum_{sgg'}^{i,j,k} \phi_{g'}^{i,j,k} + (1-\beta) \chi_g \sum_{g'=1}^2 v \sum_{fg'}^{i,j,k}(t) \phi_{g'}^{i,j,k}(t) + \\ & + \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_{gl} C_l^{i,j,k}(t) \end{aligned} \quad (38)$$

E adicionando adequadamente as equações (25) até (30) na equação (38), temos:

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{a_z^k} D_{gz+}^{i,j,k-1}(t) \varphi_g^{i,j,k-1}(t) - \frac{1}{a_y^j} D_{gy+}^{i,j-1,k}(t) \varphi_g^{i,j-1,k}(t) - \frac{1}{a_x^i} D_{gx+}^{i-1,j,k}(t) \varphi_g^{i-1,j,k}(t) - \\ & - \frac{1}{a_x^i} D_{gx-}^{i+1,j,k}(t) \varphi_g^{i+1,j,k}(t) + \sum_{u=x,y,z} \frac{1}{a_u^r} (D_{gu-}^{i,j,k}(t) + D_{gu+}^{i,j,k}(t)) \varphi_g^{i,j,k}(t) - \\ & - \frac{1}{a_y^j} D_{gy-}^{i,j+1,k}(t) \varphi_g^{i,j+1,k}(t) - \frac{1}{a_z^k} D_{gz-}^{i,j,k+1}(t) \varphi_g^{i,j,k+1}(t) + \\ & + \sum_{Rg}^{i,j,k}(t) \varphi_g^{i,j,k}(t) + \frac{1}{v_g} \frac{d}{dt} \varphi_g^{i,j,k}(t) = \\ & (1-\beta) \chi_g \sum_{g'=1}^2 v \sum_{fg'}^{i,j,k}(t) \varphi_{g'}^{i,j,k}(t) + \sum_{g'=1}^2 \sum_{gg'}^{i,j,k}(t) \varphi_{g'}^{i,j,k}(t) + \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_{gl} C_l^{i,j,k}(t) \end{aligned} \quad (39)$$

$$\frac{d}{dt} C_l^{i,j,k}(t) = \beta_l \sum_{g'=1}^2 v \sum_{fg'}^{i,j,k}(t) \varphi_{g'}^{i,j,k}(t) - \lambda_l C_l^{i,j,k}(t) \quad (40)$$

### 3.2.2. Sistema Matricial

Com o auxílio da Figura 2 podemos simplificar a equação (39) na sua forma matricial:

$$\begin{aligned}
 & -B_{n,\Omega}(t)\varphi_g^{i,j,k-1}(t) - B_{n,\pi}(t)\varphi_g^{i,j-1,k}(t) - B_{n,\omega}(t)\varphi_g^{i-1,j,k}(t) + B_{n,n}(t)\varphi_g^{i,j,k}(t) - \\
 & -B_{n,\alpha}(t)\varphi_g^{i+1,j,k}(t) - B_{n,\beta}(t)\varphi_g^{i,j+1,k}(t) - B_{n,\gamma}(t)\varphi_g^{i,j,k+1}(t) + \Sigma_{Rg}^{i,j,k}(t)\varphi_g^{i,j,k}(t) + \\
 & + \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \varphi_g^{i,j,k}(t) = (1 - \beta)F^{i,j,k}(t)\varphi_g^{i,j,k}(t) + S^{i,j,k}(t)\varphi_g^{i,j,k}(t) + \sum_{l=1}^L \lambda_l \chi_{gl} C_l^{i,j,k}(t) \quad (41)
 \end{aligned}$$

Sendo as matrizes operadores de fissão, espalhamento, remoção e fuga para dois grupos de energia da equação (41) definidas como:

$$\begin{aligned}
 [F^{i,j,k}(t)] & \equiv \begin{bmatrix} \chi_1 v \Sigma_{f1}^{i,j,k}(t) & \chi_1 v \Sigma_{f2}^{i,j,k}(t) \\ \chi_2 v \Sigma_{f1}^{i,j,k}(t) & \chi_2 v \Sigma_{f2}^{i,j,k}(t) \end{bmatrix}; \\
 [S^{i,j,k}(t)] & \equiv \begin{bmatrix} 0 & \Sigma_{12}^{i,j,k}(t) \\ \Sigma_{21}^{i,j,k}(t) & 0 \end{bmatrix}; \\
 [B_{n,m}(t)] & \equiv \begin{bmatrix} b_{n,m}^1(t) & 0 \\ 0 & b_{n,m}^2(t) \end{bmatrix}; \\
 [B_{n,n}(t)] & \equiv \begin{bmatrix} b_{n,n}^1(t) & 0 \\ 0 & b_{n,n}^2(t) \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

Com

$$b_{n,n}^g(t) \equiv \Sigma_{Rg}^{i,j,k}(t) + \sum_{u=x,y,z} \frac{1}{a_u^r} (D_{gu-}^{i,j,k}(t) - D_{gu+}^{i,j,k}(t)) \quad (42)$$

Reescrevendo agora a equação (41) na forma semidiscretizada matricial (43), sendo a matriz A uma matriz espaça e simétrica com dominância heptadiagonal.

$$\frac{d}{dt} \Psi \underset{\sim}{=} A \Psi \underset{\sim}{=} S \quad (43)$$

Temos que as equações da cinética espacial de reatores em três dimensões semidiscretizada pelo método das diferenças finitas fica:

$$[\nu]^{-1} \frac{d}{dt} \tilde{\Phi}(t) + [B(t)] \tilde{\Phi}(t) = [S(t)] \tilde{\Phi}(t) + (1 - \beta) [F(t)] \tilde{\Phi}(t) + \sum_{l=1}^L \lambda_l \tilde{c}_l(t) \quad (44)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{c}_l(t) = \beta_l [F(t)] \tilde{\Phi}(t) - \lambda_l \tilde{c}_l(t), \quad l = 1, \dots, L, \quad (45)$$

Sendo as matrizes das equações (44) e (45) definidas como:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(t) &\equiv \begin{pmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \end{pmatrix}, \quad \text{com } \tilde{\varphi}_g(t) \equiv \begin{pmatrix} \varphi_g^1(t) \\ \vdots \\ \varphi_g^n(t) \\ \vdots \\ \varphi_g^N(t) \end{pmatrix}; \\ \tilde{c}_l(t) &\equiv \begin{pmatrix} \chi_{1,l}^r \tilde{C}_l(t) \\ \chi_{2,l}^r \tilde{C}_l(t) \end{pmatrix}, \quad \text{com } \tilde{c}_l(t) \equiv \begin{pmatrix} \chi_{1,l}^r C_l^1(t) \\ \vdots \\ \chi_{1,l}^r C_l^N(t) \\ \chi_{2,l}^r C_l^1(t) \\ \vdots \\ \chi_{2,l}^r C_l^N(t) \end{pmatrix}; \end{aligned}$$

$$[\nu]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/v_1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 1/v_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1/v_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1/v_2 \end{bmatrix}_{2N \times 2N};$$

$$[F(t)] \equiv \begin{bmatrix} [F_{11}(t)] & [F_{12}(t)] \\ [F_{21}(t)] & [F_{22}(t)] \end{bmatrix};$$

$$[S(t)] \equiv \begin{bmatrix} 0 & [S_1(t)] \\ [S_2(t)] & 0 \end{bmatrix};$$

$$[B(t)] \equiv \begin{bmatrix} [B_1(t)] & 0 \\ 0 & [B_2(t)] \end{bmatrix};$$

Com

$$[B_g(t)] \equiv \begin{pmatrix} b_{1,1}^g & b_{1,2}^g & & b_{1,n}^g & & b_{1,N-1}^g & \\ b_{2,1}^g & b_{2,2}^g & b_{2,3}^g & & b_{2,n+1}^g & & b_{2,N}^g \\ b_{3,2}^g & b_{3,3}^g & & \ddots & & \ddots & \\ & \ddots & \ddots & b_{n-1,n}^g & & b_{n-1,N-1}^g & \\ b_{n,1}^g & & & b_{n,n}^g & & & b_{n,N}^g \\ & b_{n+1,2}^g & & b_{n+1,n}^g & & \ddots & \\ & & \ddots & & \ddots & b_{N-2,N-2}^g & b_{N-2,N-1}^g \\ b_{N-1,1}^g & & b_{N-1,n-1}^g & & b_{N-1,N-2}^g & b_{N-1,N-1}^g & b_{N-1,N}^g \\ & b_{N,1}^g & & b_{N,n}^g & & b_{N,N-1}^g & b_{N,N}^g \end{pmatrix};$$

$$[S_g(t)] = \begin{bmatrix} \Sigma_{gg'}^1(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_{gg'}^n(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Sigma_{gg'}^N(t) \end{bmatrix} \text{ para } g \neq g' \text{ com } g=1,2 \text{ e } g'=1,2;$$

$$[F_{gg}(t)] = \chi_g \begin{bmatrix} v\Sigma_{fg}^1(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v\Sigma_{fg}^n(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v\Sigma_{fg}^N(t) \end{bmatrix} \text{ com } g=1,2;$$

$$[F_{gg'}(t)] = \chi_g \begin{bmatrix} v\Sigma_{fg'}^1(t) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v\Sigma_{fg'}^n(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & v\Sigma_{fg'}^N(t) \end{bmatrix} \text{ com } g=1,2 \text{ e } g'=1,2.$$

É possível ainda simplificar as equações matriciais (44) e (45) levando em consideração a condição inicial com valores conhecidos para  $\varphi_g(0)$  e  $C_l(0)$  como sendo nulas, considerando também que não existe “upscattering” e que  $\chi_1 = 1$ ,  $\chi_2 = 0$ ,  $\chi_{1,l}^r = 1$  e  $\chi_{2,l}^r = 0$ , e as matrizes dos operadores de fissão e de espalhamento se tornam:

$$[F(t)] = \begin{bmatrix} [F_{11}(t)] & [F_{12}(t)] \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$[S(t)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ [S_{21}(t)] & 0 \end{bmatrix}.$$

E finalmente chegamos à equação semidiscretizada da cinética espacial de reatores em três dimensões para dois grupos de energia em (46) e (47).

$$[v]^{-1} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \tilde{\phi}_1(t) \\ \tilde{\phi}_2(t) \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} [B_1(t)] - (1 - \beta)[F_{11}(t)] & -(1 - \beta)[F_{12}(t)] \\ -[S_{21}(t)] & [B_2(t)] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\phi}_1(t) \\ \tilde{\phi}_2(t) \end{pmatrix} + \sum_{l=1}^L \lambda_l \begin{pmatrix} C_l(t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (46)$$

$$\frac{d}{dt} C_l(t) = \beta_l \begin{bmatrix} [F_{11}(t)] & [F_{12}(t)] \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\phi}_1(t) \\ \tilde{\phi}_2(t) \end{pmatrix} - \lambda_l C_l(t) \quad (47)$$

### 3.2.3. Discretização no Tempo

A dependência na variável tempo na equação semidiscretizada da cinética espacial de reatores é tratada inicialmente com a integração analítica da equação dos precursores de nêutrons atrasados em (47), que é posteriormente utilizada para a discretização no tempo da equação (46), o que consequentemente diminui a dificuldade da resolução do sistema porque diminui a quantidade de equações.

A discretização temporal da equação de difusão de nêutrons dependente do tempo em (46) será feito através do método tradicional numérico implícito de Euler. O método de Euler implícito é uma variação do método Theta para uma matriz diagonal unitária (DE LIMA, 2005). Esse processo conduz a um sistema que necessita inverter matriz, no entanto, o esforço computacional exigido para a inversão da matriz se justifica por que o processo desse método resulta em um sistema incondicionalmente estável.

Assumindo que a fonte de fissão varia linearmente ao longo de cada intervalo de tempo  $\Delta t = t_{\tau+1} - t_{\tau}$ , com  $\tau$  sendo o contador de números de passos, conforme pode ser visto na Figura 3, podemos escrever a equação (47) da seguinte forma:

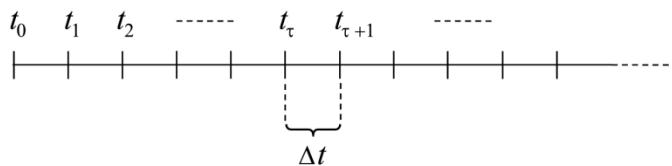


Figura 3 - Esquema discretização temporal.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \underset{\sim}{C}_l(t) = & -\lambda_l \underset{\sim}{C}_l(t) + \beta_l \begin{bmatrix} [F_{11}] & [F_{12}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{\tau} \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\phi}_1 \\ \underset{\sim}{\phi}_2 \end{pmatrix}^{\tau} + \\ & + \frac{\beta_l}{\Delta t} (t - t_{\tau}) \left\{ \begin{bmatrix} [F_{11}] & [F_{12}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{\tau+1} \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\phi}_1 \\ \underset{\sim}{\phi}_2 \end{pmatrix}^{\tau+1} - \begin{bmatrix} [F_{11}] & [F_{12}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{\tau} \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\phi}_1 \\ \underset{\sim}{\phi}_2 \end{pmatrix}^{\tau} \right\}. \end{aligned} \quad (48)$$

E integrando a equação (48) dentro do intervalo  $\Delta t$  temos que:

$$\begin{aligned} \underset{\sim}{C}_l^{(\tau+1)} = & \underset{\sim}{C}_l^{(\tau)} e^{-\lambda_l \Delta t} + \beta_l \left\{ a_l \begin{bmatrix} [F_{11}] & [F_{12}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{(\tau+1)} \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\phi}_1 \\ \underset{\sim}{\phi}_2 \end{pmatrix}^{(\tau+1)} + \right. \\ & \left. + b_l \begin{bmatrix} [F_{11}] & [F_{12}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix}^{(\tau)} \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\phi}_1 \\ \underset{\sim}{\phi}_2 \end{pmatrix}^{(\tau)} \right\}, \end{aligned} \quad (49)$$

$$\text{com os coeficientes } a_l = \frac{(1 + \lambda_l \Delta t)(1 - e^{-\lambda_l \Delta t})}{\lambda_l^2 \Delta t} - \frac{1}{\lambda_l} \text{ e } b_l = \frac{\lambda_l \Delta t - 1 + e^{-\lambda_l \Delta t}}{\lambda_l^2 \Delta t}.$$

Usando agora o método de Euler implícito para discretização temporal da equação de difusão de nêutrons dependente do tempo em (46), temos:

$$([I] - \Delta t [A]^{(\tau+1)}) \underset{\sim}{\phi}^{(\tau+1)} = v_1 \Delta t \sum_{l=1}^L \lambda_l \underset{\sim}{C}_l^{(\tau+1)}, \quad (50)$$

Onde as matrizes colunas são dadas por:

$$\underset{\sim}{\phi} \equiv \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\phi}_1 \\ \underset{\sim}{\phi}_2 \end{pmatrix}, \underset{\sim}{C} \equiv \begin{pmatrix} \underset{\sim}{C}_l \\ 0 \end{pmatrix}$$

E a matriz do operador A dada por

$$[A] \equiv \begin{bmatrix} v_1(-[B_1] + (1 - \beta)[F_{11}]) & v_1(1 - \beta)[F_{12}] \\ v_2[S_{21}] & -v_2[B_2] \end{bmatrix}.$$

Finalmente, substituindo a equação (49) na (50) temos o seguinte sistema matricial linear:

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}^{(\tau+1)} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}^{(\tau)} + v_1 \Delta t \sum_{l=1}^L \lambda_l e^{-\lambda_l \Delta t} \begin{pmatrix} C_l \\ 0 \end{pmatrix}^{(\tau)} \quad (51)$$

Sendo as supermatrizes, formadas por matrizes quadradas, da equação (51) definidas como:

$$T_{11} = [I] - \Delta t [A_{11}]^{(\tau+1)} - v_1 \Delta t \sum_{l=1}^L \lambda_l \beta_l b_l [F_{11}]^{(\tau+1)}$$

$$T_{12} = -[A_{12}]^{(\tau+1)} - v_1 \Delta t \sum_{l=1}^L \lambda_l \beta_l b_l [F_{12}]^{(\tau+1)}$$

$$T_{21} = -[A_{21}]^{(\tau+1)}$$

$$T_{22} = [I] - \Delta t [A_{22}]^{(\tau+1)}$$

$$R_{11} = [I] + \Delta t [A_{11}]^{(\tau)} + v_1 \Delta t \sum_{l=1}^L \lambda_l \beta_l a_l [F_{11}]^{(\tau)}$$

$$R_{12} = v_1 \Delta t \sum_{l=1}^L \lambda_l \beta_l a_l [F_{12}]^{(\tau)}$$

$$R_{21} = [A_{21}]^{(\tau)}$$

$$R_{22} = [I] + \Delta t [A_{22}]^{(\tau)}$$

A matriz dos coeficientes da equação matricial linear final é uma matriz simétrica de diagonal dominante, e que neste trabalho é resolvida por métodos iterativos.

O método numérico aqui apresentado foi então implementado em um código computacional programado em linguagem Fortran, chamado de KDF3D2G, **Kinetic Diferenças Finitas 3 Dimensões 2 Grupos de energia**. Adicionalmente, um código chamado de DF3D2G, **Diferenças Finitas 3 Dimensões 2 Grupos de energia**, programado na mesma linguagem, foi implementado para resolver a equação de difusão estacionária, fornecendo o fluxo de nêutrons para a condição inicial para o código KDF3D2G e fator de multiplicação efetivo.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. VALIDAÇÃO DOS CÓDIGOS COMPUTACIONAIS

Para testar e validar os códigos computacionais DF3D2G e KDF3D2G, foi utilizado o conhecido problema “benchmark” desenvolvido por Langenbuch, Maurer e Werner (LMW), 1977, que representa um modelo simplificado de PWR 3D com 77 elementos combustíveis e que simula um transiente operacional com movimento de barras de controle (LANGENBUCH *et al.*, 1977a). São considerados dois grupos de energia, seis famílias de precursores de nêutrons retardados e simetria de  $\frac{1}{4}$  de núcleo. A composição do núcleo e os dados cinéticos são apresentados na Tabela 3. A configuração do núcleo e a posição das barras de controle são mostradas nas Figuras 4, 5 e 6. Foi utilizada uma malha espacial de 5 cm de largura nas três direções x, y e z e um passo no tempo de 0,0001s. No caso estacionário o código DF3D2G obteve um  $k_{eff}$  igual a 0,9994, representando um desvio relativo percentual de 0,02% em relação a um valor de referência de 0,9992 (VERDÚ, 1994). No instante inicial, que corresponde ao caso estacionário, as barras de controle do banco 1 estão inseridas do refletor superior até a meia altura do reator e as barras de controle do banco 2 estão posicionadas no refletor superior. O transiente é iniciado com a retirada das barras de controle do banco 1 (BBC1) numa taxa constante de 3 cm/s até que sejam completamente retiradas (em 26,7 s). Em 7,5 s as barras de controle do banco 2 (BBC2) são inseridas durante 40 s e no instante 60 o transiente é finalizado.

Na Figura 7 é mostrado o gráfico da densidade de potência por instante de tempo. Na Tabela 4 o código KDF3D2G é comparado com o código nodal PANTHER (HUTT AND KNIGHT, 1993). É listada a densidade de potência média calculada com os dois códigos e os desvios relativos percentuais do KDF3D2G quando comparado com o PANTHER, que é considerado como uma solução de referência. Pelos resultados verificamos que o código KDF3D2G apresentou um máximo desvio relativo percentual de menos de 2% ocorrido no instante de 20s. Na Figura 8 é mostrada a diferença relativa percentual da distribuição radial da densidade de potência média por elemento combustível, no instante de 30s, entre o KDF3D2G e um resultado de referência que pode ser encontrado em Ban *et al*, 2012. Nessa comparação podemos verificar que a maior diferença foi de 2,38%, localizados na região com mais presença do refletor.

Na Figura 9 é mostrada a variação do fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator, nos instantes de tempo 0,0 s, 21 s e 60 s e na Figura 10, a variação do fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator nos mesmos instantes de tempo.

Tabela 3: Reator LMW - Parâmetros Nucleares e Cinéticos.

Tipo	$g$	$D_g$ (cm)	$\Sigma_{ag}$ (cm) $^{-1}$	$v\Sigma_{fg}$ (cm) $^{-1}$	$\Sigma_{gg'}$ (cm) $^{-1}$	$v_g$ (cm/s)
1	1	1,423913	0,01040206	0,006477691	0,01755555	$1,25 \times 10^7$
	2	0,356306	0,08766217	0,1127328	0,0	$2,5 \times 10^5$
2	1	1,425611	0,01099263	0,007503284	0,01717768	$1,25 \times 10^7$
	2	0,350574	0,09925634	0,1378004	0,0	$2,5 \times 10^5$
3	1	1,423913	0,01095206	0,006477691	0,01755555	$1,25 \times 10^7$
	2	0,356306	0,09146217	0,1127328	0,0	$2,5 \times 10^5$
4	1	1,634227	0,002660573	0,0	0,02759693	$1,25 \times 10^7$
	2	0,264002	0,04936351	0,0	0,0	$2,5 \times 10^5$
Prec.	grupo 1	grupo 2	grupo 3	grupo 4	grupo 5	grupo 6
$\beta_l$	0,000247	0,0013845	0,001222	0,0026455	0,000832	0,000169
$\lambda_l$ (s $^{-1}$ )	0,0127	0,0317	0,115	0,311	1,4	3,87

Energia liberada por fissão:  $3,204 \times 10^{-11}$  (Ws);  $v = 2,5$  nêutrons / fissão.

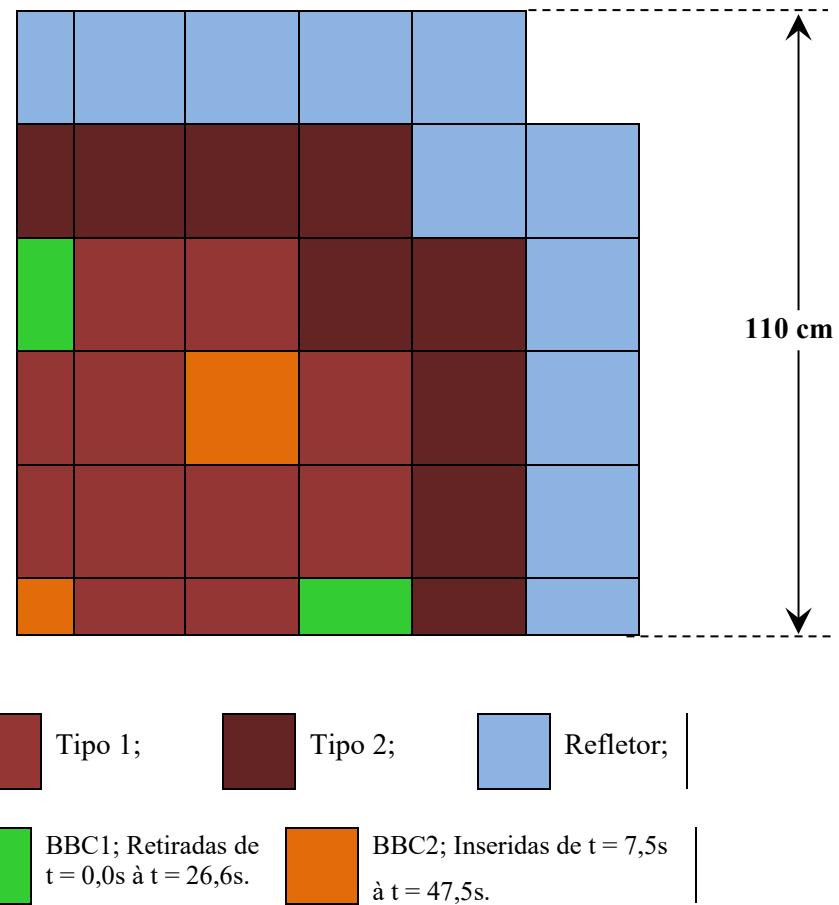


Figura 4 - Reator LMW - Geometria radial.

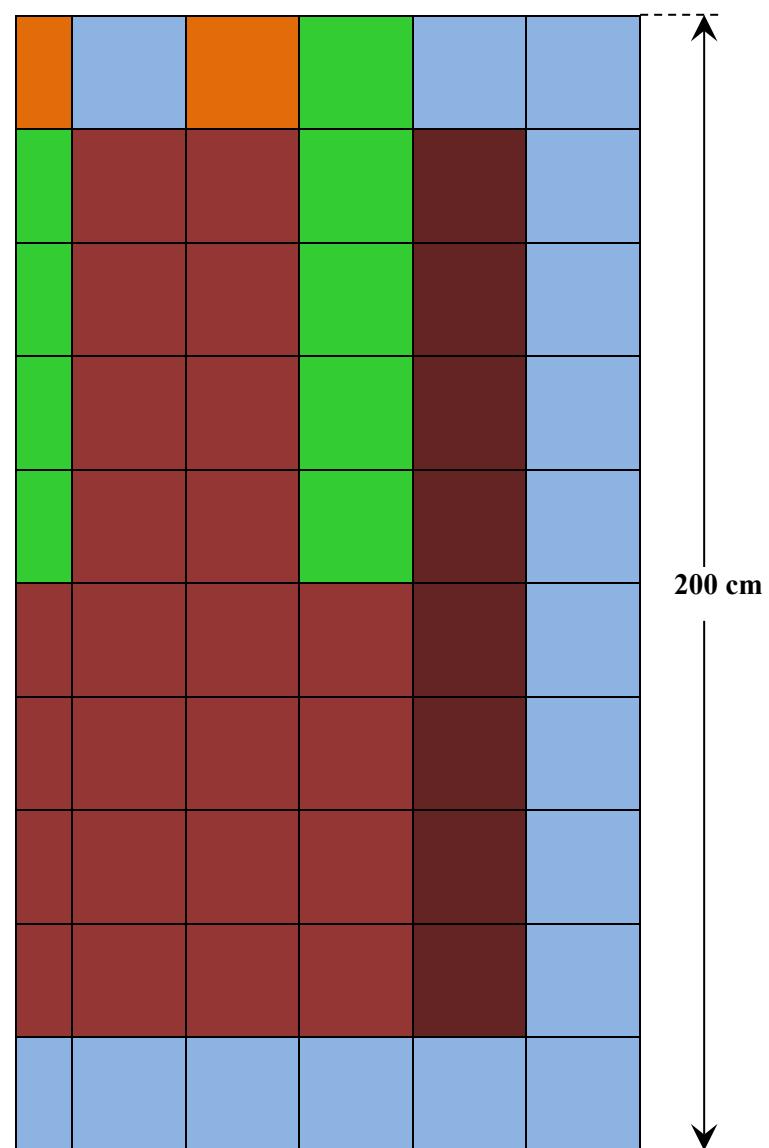


Figura 5 - Reator LMW - Geometria axial no instante inicial.

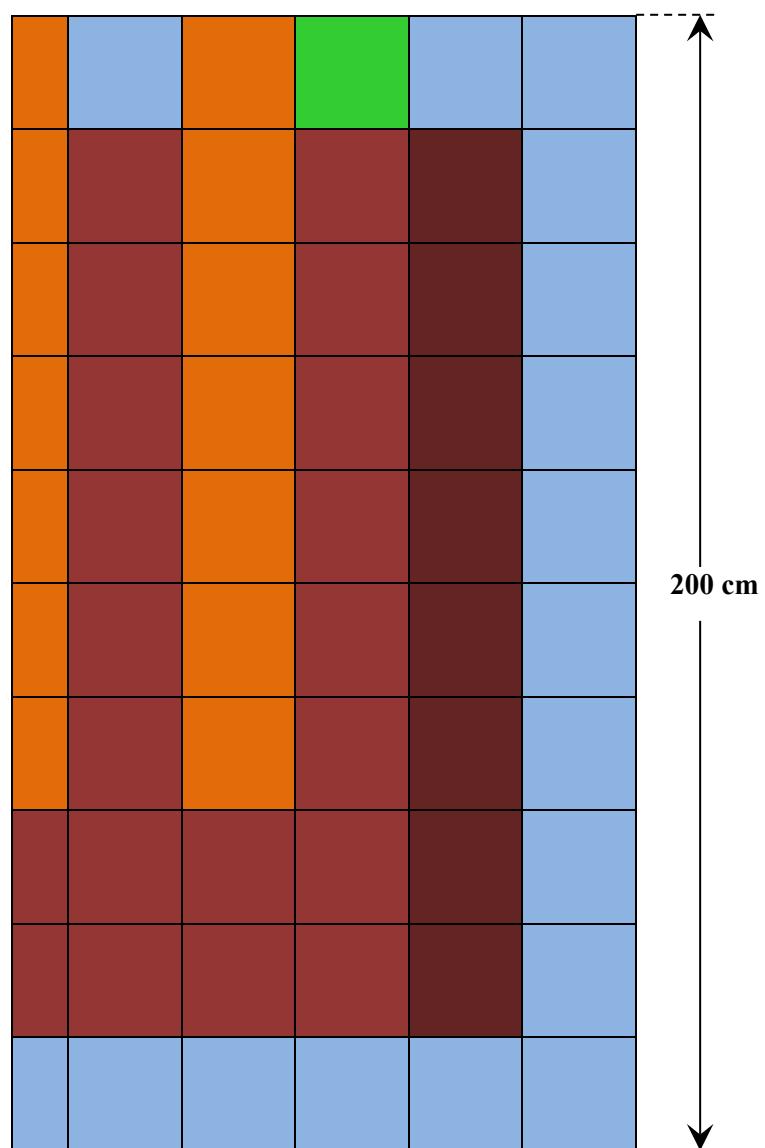


Figura 6 - Reator LMW - Geometria axial no instante final.

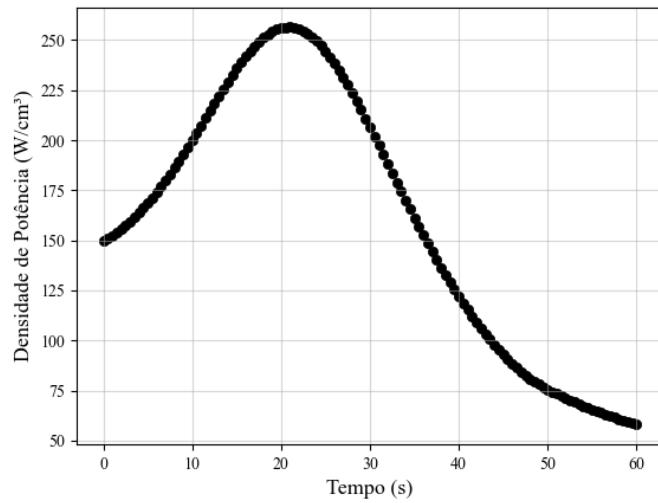


Figura 7 - Variação da densidade de potência com o tempo.

Tabela 4: Reator LMW - Comparação da densidade de potência com a solução de referência.

Método	PANTHER	KDF3D2G
Tempo (s)	Dens. de Potência (W/cm³)	Desvio Rel. (%)
10,0	202,1	0,97
20,0	258,9	1,13
30,0	207,3	0,46
40,0	122,0	0,03
50,0	75,7	0,09
60,0	58,1	0,4

146,16	140,2	121,91	83,86	Referência KDF3D2G
1,18%	1,23%	1,37%	2,38%	
221,61	212,64	187,84	164,83	83,86 2,38%
0,15%	0,18%	0,13%	0,64%	
280,22	268,29	233,3	187,84	121,21 1,37%
0,16%	0,17%	0,47%	0,13%	
313,93	303,07	268,29	212,64	140,2 1,23%
0,06%	0,09%	0,17%	0,18%	
319,07	313,93	280,22	221,61	146,16 1,18%
0,24%	0,06%	0,16%	0,15%	

Figura 8 - Diferença relativa percentual da distribuição radial da densidade de potência média por elemento combustível, no instante de 30s, entre o KDF3D2G e resultados de referência (Ban. et al, 2012).

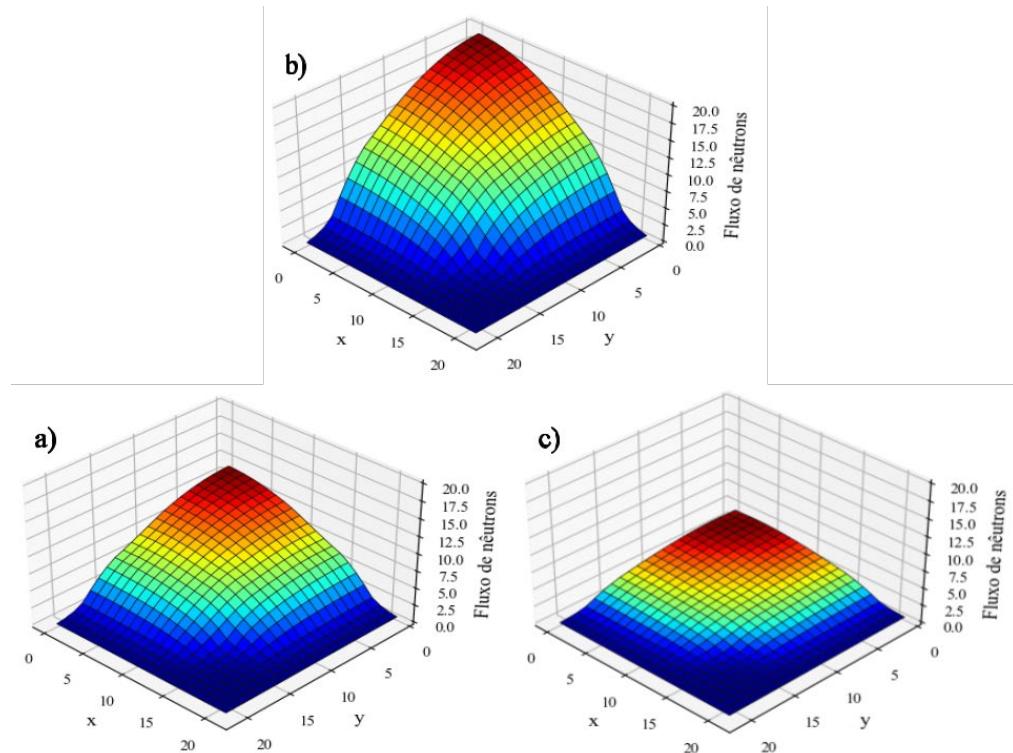


Figura 9 - Fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator: a)  $t = 0,0$  s; b)  $t = 21$  s; c)  $t = 60$  s.

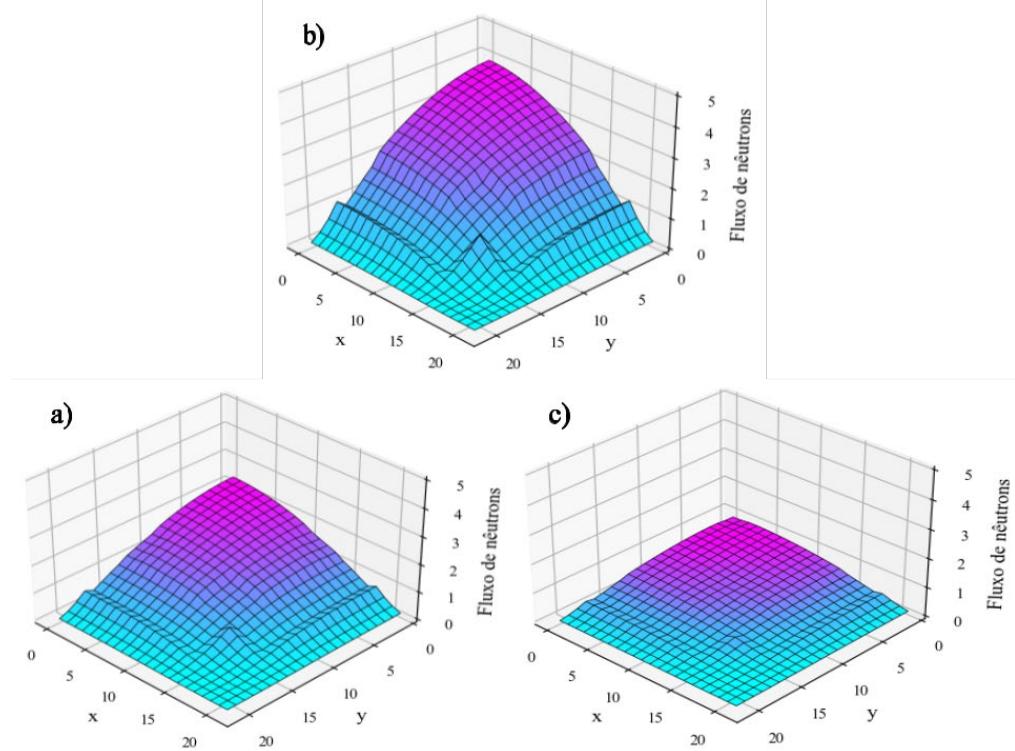


Figura 10 - Fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator: a)  $t = 0,0\text{s}$ ; b)  $t = 21\text{ s}$ ; c)  $t = 60\text{ s}$ .

#### 4.2. SIMULAÇÕES NO REATOR NUSCALE

Conforme descrito em (FRIDMAN, 2023) o NuScale é um dos projetos de SMR mais maduros e é o primeiro a ser certificado para uso nos Estados Unidos pela Comissão Reguladora Nuclear dos EUA. Resumidamente, o NuScale é um conceito integrado de Reator de Água Pressurizada (PWR) com vaso do reator, pressurizador e geradores de vapor helicoidal colocados dentro de um vaso de contenção compacto. O sistema de refrigerante primário é sem bomba com um fluxo de refrigerante acionado por circulação natural. A saída de potência esperada é igual a 160 MWt ou 50 MWe. No entanto, os futuros pedidos de licença preveem aumentos de potência de até 250 MWt ou 77 MWe. O trabalho de (FRIDMAN, 2023) apresenta uma versão simplificada do reator NuScale para fins acadêmicos. O layout radial do núcleo inicial do NuScale é mostrado na Fig.11. O núcleo é carregado com 37 elementos combustíveis de UO<sub>2</sub> totalmente novos sem xenônio (Xe) em seis níveis diferentes de enriquecimento de U-235, que foram ajustados para aproximar o conteúdo de U-235 em lote no início do ciclo de combustível de equilíbrio. Quatro elementos combustíveis contêm 16 pinos de combustível com veneno

queimável  $\text{Gd}_2\text{O}_3$  (Fig. 11, à esquerda). No total, há 7 tipos diferentes de elementos combustíveis. O núcleo é regulado e controlado por 16 elementos com barras de controle (CRA) divididos em dois bancos de regulação (RE) e dois de desligamento (SH), conforme mostrado no painel direito da Fig. 11. O núcleo é cercado por uma blindagem de aço pesado com espessura de 5,08 cm. A parte ativa do núcleo possui uma altura de 200 cm. Todos os elementos combustíveis listados no painel esquerdo da Fig. 11, exceto o tipo C02, não contêm nenhum veneno queimável (BP). Esses elementos combustíveis compreendem 264 barras de combustível e 24 tubos guia (GT) nos quais as barras de controle podem ser inseridas. Além disso, os conjuntos contêm um tubo de instrumentação central, que foi modelado como um tubo guia vazio. Os locais das barras de combustível e GTs são mostrados na Fig. 12, à esquerda. No benchmark descrito por essa referência, foi assumido que os elementos combustíveis com o maior enriquecimento de U-235 (o tipo C02) contêm 16 barras de BP de gadolínio. A colocação do BP em elementos combustíveis do tipo C02 é mostrada na Fig. 12, à direita. Todos os elementos combustíveis utilizados no NuScale, têm uma estrutura típica de 17x17. O passo da vareta de combustível dentro do elemento combustível é de 1,2598 cm. A largura do elemento combustível dentro do núcleo é 21,5036 cm.

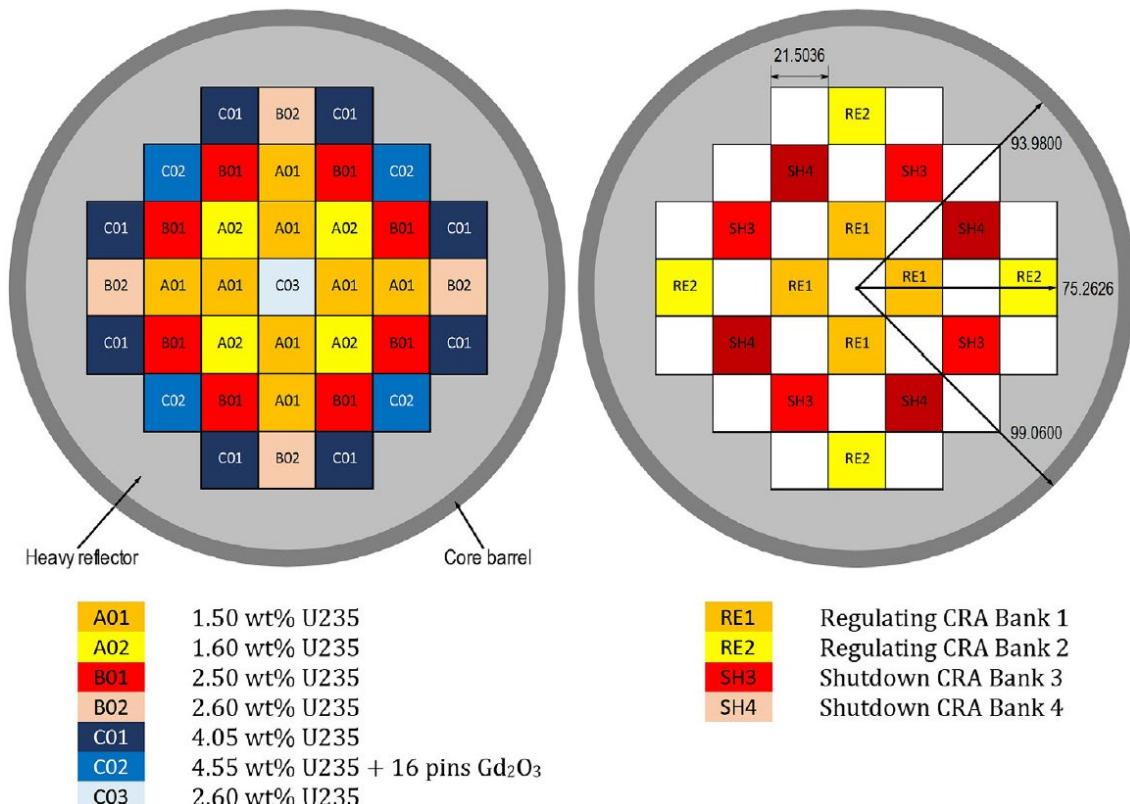


Figura 11 - Padrão de carregamento do núcleo e locais das barras de controle. Todas as dimensões estão em cm. (FRIDMAN, 2023).

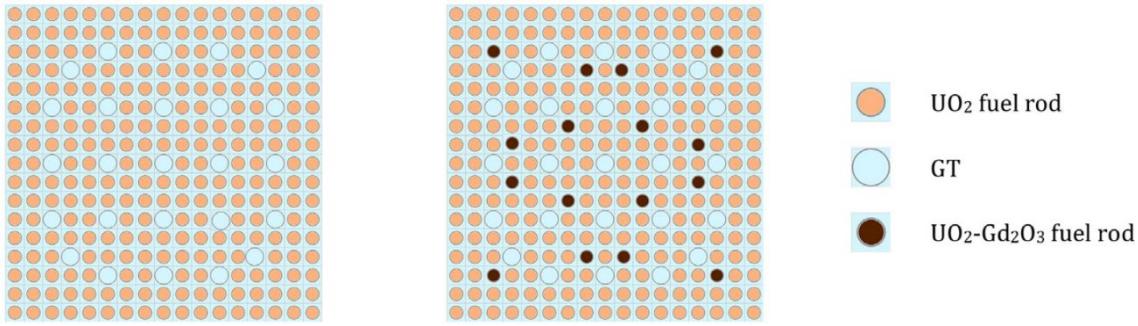


Figura 12 - Layouts radiais de elementos combustíveis: sem veneno queimável (esquerda) e com veneno queimável (direita) (FRIDMAN, 2023).

O trabalho de (FRIDMAN, 2023) fornece parâmetros e geometrias do NuScale que permitem a realização de diversas simulações. No entanto não fornece os parâmetros nucleares homegeneizados para cada elemento combustível e de controle para dois grupos de energias, que são dados que devem ser inseridos no KDF3D2G. Assim, foi necessário utilizar um código de transporte de nêutrons para gerar esses dados nucleares. O código T-NEWT para transporte de nêutrons 2D que faz parte do pacote de softwares Scale V 6.1, foi empregado para gerar os parâmetros nucleares como as seções de choque macroscópicas homogeneizadas e os parâmetros cinéticos do núcleo do reator. Para homogeneizar a região refletora foi considerado que os refletores radial, superior e inferior têm a mesma dimensão do elemento combustível, diferentemente do que é apresentado na Figura 11. Na Tabela 5 são apresentadas as seções de choque macroscópicas e o coeficiente de difusão de nêutrons homogeneizados para cada elemento combustível e na Tabela 6 são apresentados os parâmetros cinéticos médios, ambos obtidos com o T-NEWT (WIESELQUIST *et al.*, 2024).

#### 4.2.1. Cálculo Estacionário

Para testar os dados gerados, inicialmente foi utilizado o código estacionário DF3D2G para se obter o fator de multiplicação efetivo. Foi utilizada uma malha espacial de 5 cm de largura nas três direções x, y e z. Seis configurações do núcleo do NuScale foram simuladas, conforme estabelecido por FRIDMAN, 2023: todas as barras removidas, banco de barras RE01 inserido, banco de barras RE02 inserido, banco de barras SH03 inserido, banco de barras SH04 inserido e todas as barras inseridas. A Tabela 7 mostra que o código DF3D2G obteve valores de  $k_{eff}$  muito consistentes com os valores de referência (desvio relativo percentual menor que 2%).

Tabela 5: Reator NuScale - Parâmetros Nucleares de Multigrupo.

Tipo	$g$	$\Sigma_{ag}$ (cm) $^{-1}$	$\Sigma_{fg}$ (cm) $^{-1}$	$\nu\Sigma_{fg}$ (cm) $^{-1}$	$D_g$ (cm)	$\Sigma_{gg'}$ (cm) $^{-1}$
A01	1	8.520233E-03	1.73221E-03	4.506540E-03	1.546148E+00	1.614514E-02
	2	5.840119E-02	2.91714E-02	7.108203E-02	4.157332E-01	1.241672E-03
A02	1	8.595838E-03	1.79237E-03	4.653813E-03	1.546553E+00	1.608680E-02
	2	6.031641E-02	3.08885E-02	7.526613E-02	4.156937E-01	1.279047E-03
B01	1	9.253176E-03	2.31688E-03	5.937945E-03	1.550077E+00	1.558342E-02
	2	7.656924E-02	4.54088E-02	1.106477E-01	4.147398E-01	1.590538E-03
B02	1	9.323774E-03	2.37338E-03	6.076277E-03	1.550459E+00	1.552972E-02
	2	7.827722E-02	4.69297E-02	1.143535E-01	4.145786E-01	1.622669E-03
C01	1	1.029804E-02	3.15683E-03	7.994981E-03	1.555857E+00	1.479468E-02
	2	1.012774E-01	6.73253E-02	1.640517E-01	4.113937E-01	2.043622E-03
C02	1	1.084291E-02	3.38368E-03	8.550367E-03	1.558672E+00	1.436266E-02
	2	1.215253E-01	7.03388E-02	1.713947E-01	4.062384E-01	2.405071E-03
C03	1	9.323774E-03	2.37338E-03	6.076277E-03	1.550459E+00	1.552972E-02
	2	7.827722E-02	4.69297E-02	1.143535E-01	4.145786E-01	1.622669E-03
A01- RE1	1	1.350223E-02	1.64234E-03	4.291951E-03	1.528088E+00	1.127752E-02
	2	8.882898E-02	2.94914E-02	7.186172E-02	4.165010E-01	1.775995E-03
B02- RE2	1	1.410837E-02	2.21283E-03	5.689301E-03	1.532074E+00	1.084118E-02
	2	1.100676E-01	4.76400E-02	1.160845E-01	4.136053E-01	2.155412E-03
B01- SH3	1	1.405507E-02	2.16250E-03	5.566002E-03	1.531722E+00	1.087928E-02
	2	1.082397E-01	4.60799E-02	1.122829E-01	4.139065E-01	2.123394E-03
B01- SH4	1	1.405507E-02	2.16250E-03	5.566002E-03	1.531722E+00	1.087928E-02
	2	1.082397E-01	4.60799E-02	1.122829E-01	4.139065E-01	2.123394E-03
Refletor	1	2.640656E-03	0.00000E+00	0.000000E+00	1.090964E+00	3.594579E-04
	2	1.026676E-01	0.00000E+00	0.000000E+00	3.465376E-01	7.547185E-03
Refletor com BBC	1	2.640656E-03	0.00000E+00	0.000000E+00	1.090964E+00	3.594579E-04
	2	1.026676E-01	0.00000E+00	0.000000E+00	4.653759E+06	7.547185E-03

Tabela 6: Reator NuScale - Parâmetros Cinéticos de Multigrupo.

Prec.	grupo 1	grupo 2	grupo 3	grupo 4	grupo 5	grupo 6
$\beta_l$	0,000218	0,001481	0,001378	0,002889	0,001006	0,000337
$\lambda_l (s^{-1})$	0,012516	0,030821	0,114098	0,307581	1,202663	3,227735

$$v_1 = 1,90771459E+07 \text{ (cm/s)}, v_2 = 4,23367911E+05 \text{ (cm/s)}.$$

Tabela 7: Comparaçāo do fator de multiplicação efetivo.

Configuração do Núcleo	Referência*	DF3D2G	Desvio Relativo (%)
Barras retiradas	1,02768	1,031261	1,892115
Banco RE01 inserido	1,00723	1,008235	-0,09979
Banco RE02 inserido	1,00313	1,003109	0,002067
Banco SH03 inserido	0,98978	0,998098	-0,84034
Banco SH04 inserido	0,98971	0,998098	-0,84748
Todas as barras inseridas	0,85791	0,854556	0,390901

\* (Fonte: FRIDMAN, 2023)

#### 4.2.2. Simulação de Transientes

Nas simulações de transientes no reator NuScale foram considerados dois casos neste trabalho. No primeiro caso foi simulado um transiente operacional onde as barras de regulação RE01 e RE02 são movimentadas, fazendo com que o reator fique em um nível de potência maior. No segundo caso foi simulado um transiente operacional com a execução de um scram. Em ambos os casos foi considerada uma densidade de potência de  $47 \text{ W/cm}^3$ .

#### 4.2.2.1. Caso 1 - Transiente Operacional

Assim como na simulação do benchmark LWM, são considerados dois grupos de energia, seis grupos de precursores de nêutrons retardados e simetria de  $\frac{1}{4}$  de núcleo. A composição do núcleo e os dados cinéticos são apresentados nas Tabelas 5 e 6. A configuração do núcleo e a posição das barras de controle são mostradas nas Figuras 11 e 12. Foi utilizada uma malha espacial de 5 cm de largura nas três direções x, y e z e um passo no tempo de 0,01s. No instante inicial as barras de controle do banco RE01 estão inseridas 160 cm e todas as outras barras estão retiradas, posicionadas no refletor superior. O transiente é iniciado com a retirada das barras de controle do banco RE01 numa taxa constante de 0,5 cm/s durante 40 s, de modo que são deslocadas em 20. Quando o banco RE01 é parado, os bancos RE02 são inseridos no núcleo com a mesma velocidade, também por 40 cm, portanto são deslocadas igualmente por 20 cm. O transiente é finalizado em 360 s.

Na Figura 13 é mostrado o gráfico da densidade de potência por instante de tempo, na Figura 14 é mostrada a variação do fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator, nos instantes de tempo 0,0 s, 80,4 s e 360 s e na Figura 15 a variação do fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator nos mesmos instantes de tempo. Pode ser verificado pela Figura 13 que os movimentos combinados dos bancos RE01 e RE02 conduz o reator a operar em um nível maior de potência estabilizada, mostrando que o código KDF3D2G apresenta um comportamento consistente.

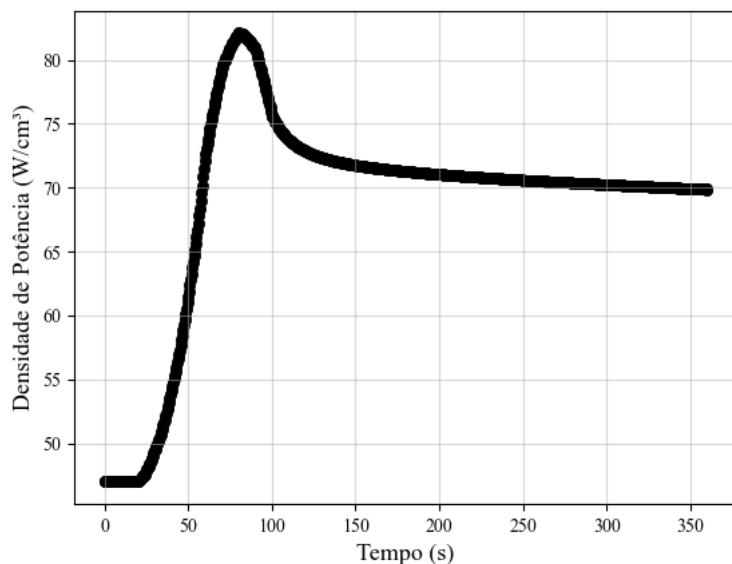


Figura 13 - Variação da densidade de potência com o tempo.

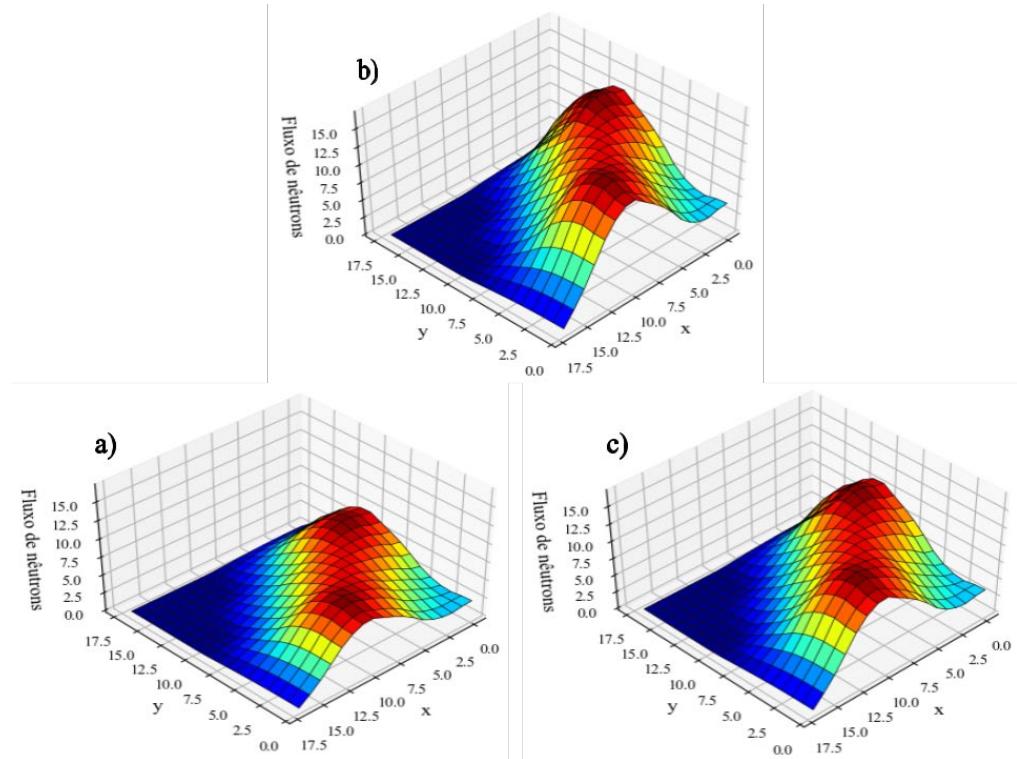


Figura 14 - Fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator: a)  $t = 0,0$  s; b)  $t = 80,5$  s; c)  $t = 360,0$  s.

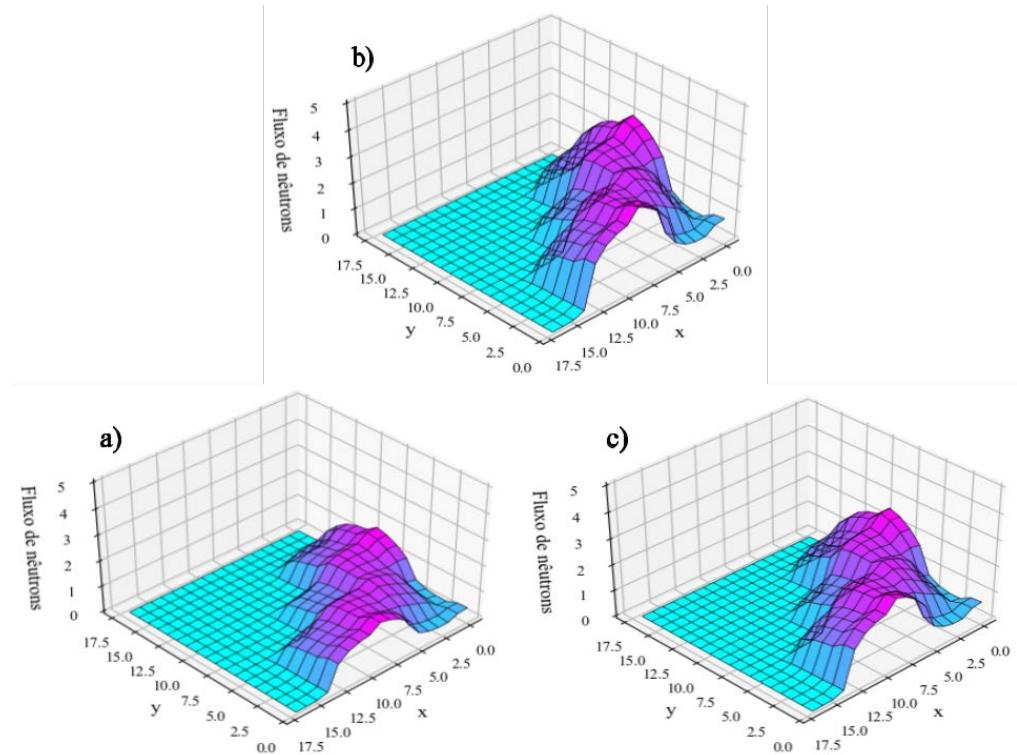


Figura 15 - Fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator: a)  $t = 0,0$  s; b)  $t = 80,5$  s; c)  $t = 360,0$  s.

#### 4.2.2.2. Caso 2 - Transiente Operacional com Scram

Esse caso utiliza a mesma configuração da seção anterior. No instante inicial do transiente as barras de controle do banco RE01 estão inseridas 160 cm e todas as outras barras estão retiradas, posicionadas no refletor superior. O transiente é iniciado com a retirada das barras de controle do banco RE01 numa taxa constante de 0,5 cm/s, mas de forma diferente ao caso 1, esse banco continua sendo retirado até que a densidade de potência atinja o dobro do valor inicial, que ocorre em 73,6 s, e nesse instante são inseridas todas as barras de controle com a velocidade de 50 cm/s, configurando-se o scram. O transiente é finalizado em 100 s.

Na Figura 16 é mostrado o gráfico da densidade de potência por instante de tempo, na Figura 17 é mostrada a variação do fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator, nos instantes de tempo 0,0 s, 73,6 s e 100 s e na Figura 18 a variação do fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator nos mesmos instantes de tempo. Considerando o que foi apresentado pelos gráficos da variação da potência, bem como o dos gráficos da variação dos fluxos de nêutrons, podemos afirmar que o código KDF3D2G simula o desligamento do reator de forma coerente, pois tanto os valores da potência como o dos fluxos são reduzidos rapidamente, chegando muito próximos de zero.

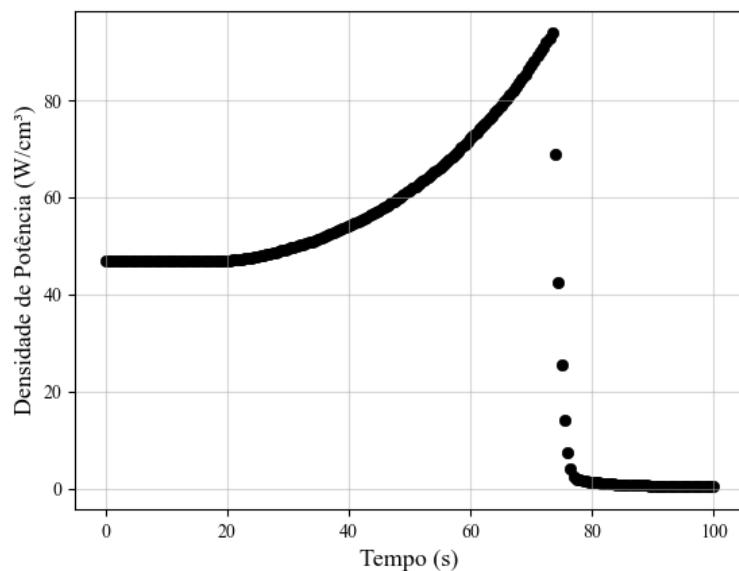


Figura 16 - Variação da densidade de potência com o tempo.

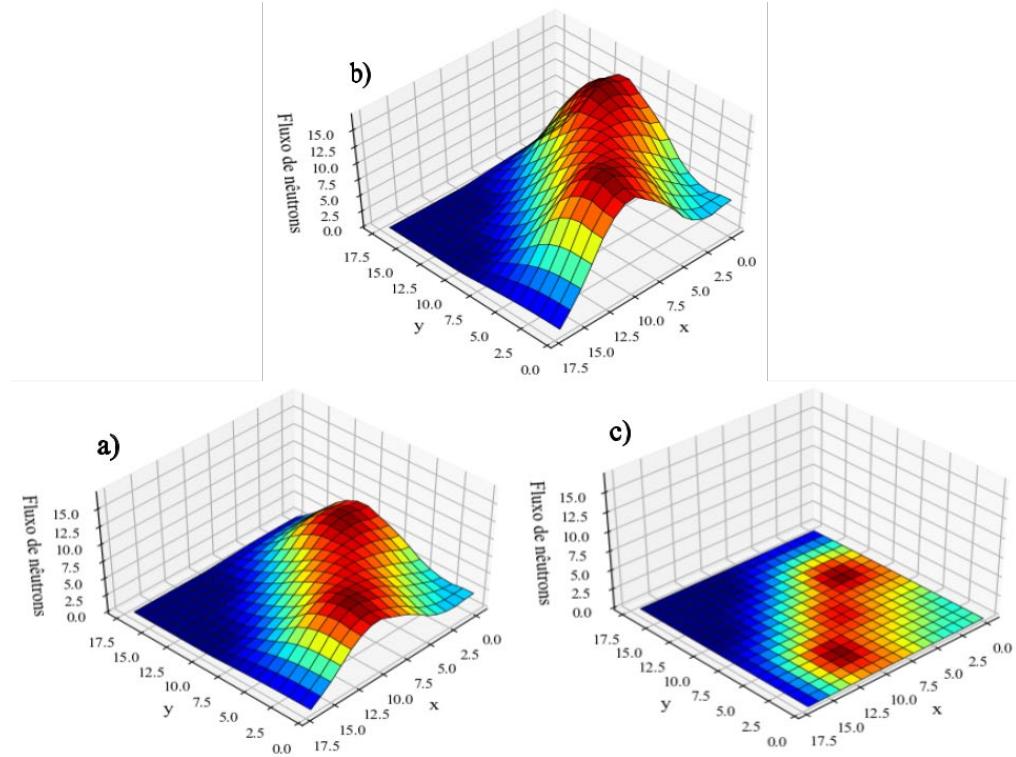


Figura 17 - Fluxo de nêutrons rápidos no plano central do reator: a)  $t = 0,0$  s; b)  $t = 73,5$  s; c)  $t = 100$  s.

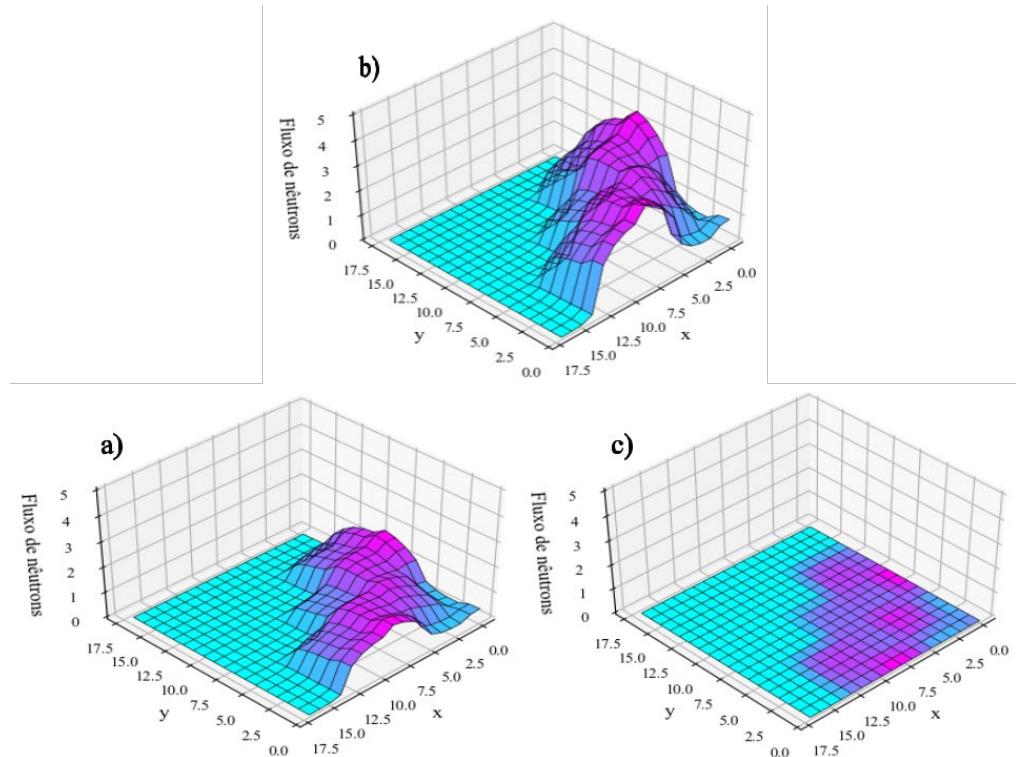


Figura 18 - Fluxo de nêutrons térmicos no plano central do reator: a)  $t = 0,0$  s; b)  $t = 73,5$  s; c)  $t = 100,0$  s.

## 5. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 5.1. CONCLUSÃO

Inicialmente este trabalho apresentou o contexto da importância dos SMRs com suas aplicações em distintos setores da sociedade e seu impacto positivo na redução da emissão de carbono. Foram apresentados brevemente alguns tipos de SMRs que estão em fase de projeto ou mesmo em construção. Também foi aludida que a implantação dos SMRs vai movimentar toda área nuclear, exigindo a atualização e aperfeiçoamento de diversas linhas de pesquisa e tecnológicas e dentre elas a física e engenharia de reatores e a análise de segurança estão incluídas. Análises em neutrônica, termohidráulica, e acidentes base de projetos etc. deverão passar por essas mudanças e que nesse bojo a cinética espacial é o foco deste trabalho.

Em continuidade, as equações da cinética espacial, baseadas na teoria da difusão de nêutrons em três dimensões, são deduzidas a partir das equações de transporte de Boltzmann para serem modelados numericamente. A discretização no espaço das equações da cinética espacial de reatores foram obtidas usando a técnica de integração centrada na malha, enquanto a dependência no tempo foi resolvida pelo método implícito de Euler e a equação dos precursores de nêutrons atrasados foi integrada analiticamente no tempo. A equação da difusão de nêutrons definida por um problema de autovalor também foi resolvida numericamente pelo método de diferenças finitas. Foi implementado o código computacional DF3D2G para o caso estacionário e o código KDF3D2G para transientes, ambos desenvolvidos no IEN em linguagem de programação Fortran.

Para testar e validar ambos os códigos, foi empregado o conhecido problema “benchmark” LMW e tanto no cálculo estacionário, com o DF3D2G, como no caso de transiente operacional, KDF3D2G, os resultados foram muito próximos dos valores de referência. Em seguida foi aplicado o DF3D2G no SMR NuScale para determinar seis casos estacionários e os  $k_{\text{effs}}$  obtidos estão de acordo com os valores de referência. Nas simulações de transientes para o SMR NuScale, foram considerados dois casos: um transiente operacional e um transiente operacional com scram. No primeiro caso é simulado o deslocamento de dois bancos de barras de controle, de modo que a potência do reator passe para um nível maior de operação. Já, no segundo caso é simulada a retirada de um banco de barras de controle que aumenta acentuadamente a potência, forçando a ocorrência do scram, situação que todas as barras são inseridas

rapidamente de modo a desligar o reator. Em ambas as simulações o código KDF3D2G conseguiu obter resultados muito consistentes, prevendo a elevação do nível de potência no primeiro caso e determinando o desligamento do reator no segundo caso.

## 5.2. RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o objetivo de dar prosseguimento e aprimoramento a este trabalho, sugerem-se pesquisas futuras em simulações mais completas, utilizando a abordagens da cinética espacial que incluam também a análise de parâmetros térmicos e hidráulicos através da implementação de um modelo com realimentação termo hidráulica no código computacional KDF3D2G. Também seria pertinente aprimorar esse código para tratar do acidente postulado de ejeção de barra de controle.

## REFERÊNCIAS

ALVES, L. F. R., Dessalinização nuclear utilizando destilação por membranas de contato direto e um pequeno reator modular. 2023. Dissertação (Mestrado em Mestrado em Ciência e Tecnologia Nucleares) - Instituto de Engenharia Nuclear/CNEN, Orientadores: Paulo Augusto Berquó de Sampaio e Maria de Lourdes Moreira.

BETANCOURT, M. C.; MAZAIRA, L. R.; HERNÁNDEZ, C. R. G.; DOMINGUEZ, D. S.; LIRA, C. A. B. de O., 2021. Simulação Neutrônica do Núcleo de um Reator Nuclear do tipo iPWR Usando o Código Serpent. Vetur, Rio Grande, v.31, n.1, pp.84-93. DOI: <https://doi.org/10.14295/vetor.v31i1.13575>

BOTELHO, V.; BEZERRA, L. R.; CUNHA, C.; GUIMARÃES, L. dos S., 2023. SMR e a descarbonização da indústria siderúrgica. FGV Energia. Disponível em: <https://fgvenergia.fgv.br/opinioes/smr-e-descarbonizacao-da-industria-siderurgica>. Acesso em: 11 Dez 2024.

CARNEIRO, J. R. N. Estudo Numérico da Solução das Equações da Cinética Espacial para Transientes em Reatores Subcríticos (ADS) Multidimensionais, Dissertação de Mestrado, PPGIEN, Instituto de Engenharia Nuclear, CNEN, 2020.

DE LIMA, R. Z., Aplicação do Método dos Pseudo-Harmônicos à Cinética Multidimensional, Tese de Doutorado, PEN-COPPE-UFRJ. Rio de Janeiro, 2005.

DOS SANTOS, R.S., On the starting and operational transients at the core of the RMB based on 2D multigroup diffusion, Brazilian Journal of Radiation Sciences, 10-03B (2022) 01-27.

ESG NEWS. Google assina o primeiro acordo corporativo de energia nuclear do mundo para impulsionar o crescimento da IA limpa. ESG NEWS, Nova York, 15 de outubro de 2024. Notícias. Disponível em: < <https://esgnews.com/pt/Google-assina-o-primeiro-acordo-corporativo-de-energia->

nuclear-do-mundo-para-impulsionar-o-crescimento-da-IA %E2%80%8B%E2%80%8Blimpa/ >. Acesso em: 23 dez. 2024.

FELDMAN, Amy. Amazon Apostila Alto em Pequenos Reatores Nucleares; Entenda. Forbes, Nova York, 17 de outubro de 2024. Forbes Tech. Disponível em:<<https://forbes.com.br/forbes-tech/2024/10/amazon-aposta-alto-em-pequenos-reatores-nucleares-entenda/>>. Acesso em: 23 de Dez. 2024.

FRIDMAN, E.; BILODID, Y.; VALTAVIRTA, V., 2023, "Definition of the neutronics benchmark of the NuScale-like core", Nuclear Engineering and Technology, v. 55 pp. 3.639-3.647.

GUAL, M. R.; ROMBERG Jr, H. C.; ARAÚJO, N. N.; MATURANA, M. C., 2023. A SWOT analysis of a Floating Nuclear Power Plant for electricity generation in Brazil. Brazilian Journal of Radiation Sciences (BJRS), v.11, n.4, pp.01-17. DOI: <https://doi.org/10.15392/2319-0612.2023.2313>

HUTT, P. K.; KNIGHT, M. P., 1993, "Improvements to the Transient Solution in the PANTHER Space-Time Code", Trans. Am. Nucl. Soc., v. 68, pp. 427-429.

IAEA [International Atomic Energy Agency]. Small Modular Reactor Catalogue 2024. Advanced Reactor Information System, ARIS. IAEA, Vienna, 2024. Disponível em: [https://aris.iaea.org/Publications/SMR\\_catalogue\\_2024.pdf](https://aris.iaea.org/Publications/SMR_catalogue_2024.pdf). Acesso em: 11 Dez 2024.

LANGENBUCH, S., MAURER, W., WERNER, W., 1977, "Coarse-Mesh Flux Expansion Method for the Analysis of Space Time Effects in Large Light Water Reactor Cores", Nuclear Science and Engineering, v. 63, pp. 437-456.

LEPPÄNEN, J.; PUSA, M.; VIITANEN, T.; VALTAVIRTA, V; KALTIAISENAHO, T., "The Serpent Monte Carlo code: Status, Development and Applications in 2013," Annals of Nuclear Energy, vol. 82, pp. 142–150, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2014.08.024>.

NAKAMURA, S. Computational Methods in Engineering and Science, Wiley and Sons, New York, USA (1977).

RODRIGUES, E., 2024. Introdução à Tecnologia de Pequenos Reatores Modulares (SMR). Apostila - Estágio de Qualificação em Introdução à Tecnologia de Pequenos Reatores Nucleares (CIANA/Marinha do Brasil).

SANTIAGO, M. S.; RIBEIRO, L. de B. de R.; MATURANA, M. C.; GIOVEDI, C.; AVELAR, A. M. Barreiras para a implantação de reatores modulares de pequeno porte no Brasil. XLII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (Enegep), Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil, 2022. DOI: 10.14488/enegep2022\_tn\_wpg\_387\_1916\_45040

STACEY, W. M. Nuclear Reactor Physics 2<sup>a</sup>ed, 2007.

SUTTON, T. M.; AVILES, B. N. Diffusion Theory Methods for Spacial Kinetics Calculations. Progress in Nuclear Energy, 1996.

VINOYA, C. L.; UBANDO, A. T.; CULABA, A. B., 2024. Life cycle analysis of a network of a small modular reactors. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, v.1372. DOI: 10.1088/1755-1315/1372/1/012059

WIESELQUIST, W. A.; LEFEBVRE, R. A.; Eds., SCALE 6.3.2 User Manual, ORNL/TM-2024/3386, UT-Battelle, Oak Ridge National Laboratory (February 2024).