

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA E ESTOCÁSTICA APLICADA A ALOCAÇÃO DE LEITOS DE UTI EM HOSPITAIS

Carlos Eduardo Veras Gomes

Francisco Glaubos Nunes Clímaco

Hospital Universitário da Universidade Federal do Maranhão (HU-UFMA)

São Luís (MA), 15/08/2024

OTIMIZAÇÃO ROBUSTA E ESTOCÁSTICA APLICADA A ALOCAÇÃO DE LEITOS DE UTI EM HOSPITAIS

Introdução

A pandemia de COVID-19 trouxe desafios significativos para a alocação de leitos de Unidade de Terapia Intensiva (UTI), ressaltando a importância de estratégias eficientes para otimizar o uso desses recursos limitados. Diversas abordagens são exploradas na literatura, incluindo análises críticas das diretrizes de triagem, como as realizadas por Aquino (2022), que destacam a variação nos princípios éticos utilizados durante a pandemia.

A experiência italiana, descrita por Craxì (2020) e Dieteren (2022), sublinha a necessidade de diretrizes claras para a gestão da capacidade de UTI em crises de extrema demanda. Modelos de otimização combinatória, como a programação linear e inteira, são aplicados para gerenciar a alocação de leitos de forma eficiente, como demonstrado em Dantzig (2002). Especificamente, Frej (2021) e Frej (2023) propuseram modelos baseados em seleção de portfólio e Teoria da Utilidade, abordando os desafios éticos e operacionais na admissão de pacientes em UTIs. Este trabalho propõe um novo modelo matemático que considera diferentes tipos de leitos e uma taxa de ocupação ideal, validado por meio de simulações com dados reais de um Hospital Universitário da Rede Ebserh.

Metodologia

Modelagem matemática

O modelo de alocação de leitos de UTI foi formulado a partir de um conjunto de restrições, que delimitam o escopo do problema, e três funções objetivo, para analisar diferentes estratégias de alocação (Equações 1, 2, 3). Inicialmente, definimos os conjuntos e os parâmetros utilizados no modelo, nas Tabelas 1 e 2, respectivamente.

Símbolo	Descrição
I	Conjunto de pacientes
I_n	Subconjunto de pacientes neonatais
I_c	Subconjunto de pacientes crianças
I_a	Subconjunto de pacientes adultos
J	Conjunto de tipos de leitos

Tabela 1. Conjuntos utilizados na modelagem.

Parâmetro	Descrição
Q_j	Quantidade de leitos do tipo j disponíveis
P_{in}^i	Probabilidade de sobrevivência do paciente i dentro da UTI
P_{out}^i	Probabilidade de sobrevivência do paciente i fora da UTI
TO	Taxa ideal de ocupação dos leitos de UTI

Tabela 2. Parâmetros utilizados na modelagem.

Já para as variáveis de decisão do modelo, definiu-se $x_{ij} \in B^{|I| \times |J|}$ como sendo uma variável binária que indica se o paciente i é alocado no leito de tipo j ($x_{ij} = 1$) ou não ($x_{ij} = 0$). Dessa forma, segue a seguinte função objetivo da estratégia MSG (Maior Sobrevivência Geral):

$$\text{Maximizar } z = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij} \times P_{in}^i + \sum_{i=1}^I \left(1 - \sum_{j=1}^J x_{ij} \right) \times P_{out}^i - M \times \left(\frac{\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J x_{ij}}{|Q|} - TO \right)^2$$

Nesta função objetivo, busca-se maximizar o número total esperado de pacientes sobreviventes considerando suas probabilidades de sobrevivência dentro e fora da UTI. A primeira parcela da expressão consiste em uma soma ponderada das probabilidades de sobrevivência dos pacientes alocados nos leitos de UTI. Na segunda parcela, é considerada uma soma ponderada das probabilidades de sobrevivência dos pacientes não alocados na UTI.

A terceira parcela penaliza a função objetivo com base na taxa de ocupação dos leitos, incentivando a utilização mais eficiente dos mesmos. Dado o número total de leitos $|Q|$ e uma taxa de ocupação ideal TO $[0.1, 1.0]$ definida pelo hospital, busca-se penalizar a função objetivo multiplicando a diferença entre a taxa alocada e a taxa ideal, por uma constante grande o suficiente M .

Restrições

Uma vez definidas as funções objetivo a serem analisadas, temos as seguintes restrições do problema. A primeira restrição assegura que a quantidade de pacientes alocados em cada tipo de leito não exceda a capacidade disponível desse tipo de leito.

$$\sum_{i=1}^I x_{ij} \leq Q_j, \quad \forall j \in J$$

A segunda restrição garante que cada paciente seja alocado em no máximo um leito.

$$\sum_{j=1}^J x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in I$$

As demais restrições especificam a alocação para subconjuntos de pacientes (neonatais, crianças e adultos), garantindo que certos tipos de leitos sejam exclusivamente alocados para determinadas faixas etárias.

$$\begin{aligned} x_{i,0} &= 0 & \forall i \notin I_n \\ x_{i,1} &= 0 & \forall i \notin I_c \\ x_{i,2} &= 0 & \forall i \notin I_a \end{aligned}$$

Resultados

Nesta seção, apresentam-se os experimentos computacionais para a validação da nova modelagem matemática proposta. A simulação é realizada ao longo de várias rodadas (n_{rodadas}), cada uma representando uma situação específica de demanda de pacientes. O Algoritmo 1 descreve um processo iterativo de avaliação das estratégias de alocação de pacientes em UTIs sob diferentes cenários. Em cada iteração de n_{rodadas} , um novo cenário é gerado com base nos parâmetros de idade dos pacientes, quantidade de leitos disponíveis e taxa de ocupação desejada, ajustados pela dinâmica da demanda d . As estratégias LSF (*Least Serious First*), MSF (*Most Serious First*) e FCFS (*First Come First Served*) são aplicadas para determinar as alocações de leitos nesse cenário e gerar dados comparativos para a validação da estratégia MSG proposta neste trabalho.

Algoritmo 1 : Simulacao($n_rodadas, d$)

- 1: **Para** $j \leftarrow 1$ até num_rounds **Faça**
 - 2: $cenario \leftarrow$ GerarCenario(A, Q, TO, d)
 - 3: Definir alocações com a execução das abordagens MSG, LSF, MSF, e FCFS a partir do $cenario$
 - 4: **Para** $i \leftarrow 1$ até $cenario.n_pacientes$ **Faça**
 - 5: Gerar um valor aleatório v_i de maneira uniforme no intervalo $(0, 1]$
 - 6: **Se** $v_i \leq P_{out}^i$ **Então**
 - 7: Paciente i sobrevive independentemente de ser alocado em UTI
 - 8: **Senão Se** $P_{out}^i < v_i \leq P_{in}^i$ **Então**
 - 9: Paciente i sobrevive apenas se for alocado em UTI
 - 10: **Senão Se** $v_i > P_{in}^i$ **Então**
 - 11: Paciente i não sobrevive independentemente se for alocado em UTI
 - 12: **Fim Se**
 - 13: **Fim Para**
 - 14: Para cada estratégia, contabilizar o número de pacientes sobreviventes
 - 15: **Fim Para**
 - 16: **Saída**: Número médio de pacientes sobreviventes por rodada de decisão para as três regras de alocação (MSG, LSF, MSF, e FCFS)
-

A Tabela 4 apresenta a média de pacientes sobreviventes por rodada de decisão, comparando diferentes estratégias de alocação de leitos de UTI. Cada linha da tabela corresponde a um nível específico de demanda. As colunas MSG, LSF, MSF, e FCFS indicam as médias de pacientes sobreviventes por rodada de decisão para as estratégias de alocação. As colunas Δ MSG/LSF, Δ MSG/MSF e Δ MSG/FCFS a apresentam a diferença percentual na média de pacientes sobreviventes entre a estratégia MSG e as estratégias LSF, MSF, e FCFS, respectivamente. Um $\Delta > 0$ indica que o MSG pôde superar a estratégia comparada, enquanto $\Delta < 0$ indica o oposto. Resultados em negrito destacam as maiores taxas de sobrevivência.

Demanda	MSG	LSF	MSF	FCFS	Δ MSG/LSF	Δ MSG/MSF	Δ MSG/FCFS
1	31.98	35.82	7.95	26.27	-10.72 %	302.01 %	21.72 %
2	35.83	40	10.61	26.71	-10.41 %	237.53 %	34.13 %
3	37.99	40.92	10.89	27.10	-7.16 %	248.72 %	40.17 %
4	44.34	44.54	12.00	27.58	-0.45 %	269.38 %	60.73 %
5	48.80	48.23	17.56	29.58	1.19 %	177.85 %	64.96 %
6	50.29	49.51	18.12	30.12	1.59 %	177.58 %	66.94 %

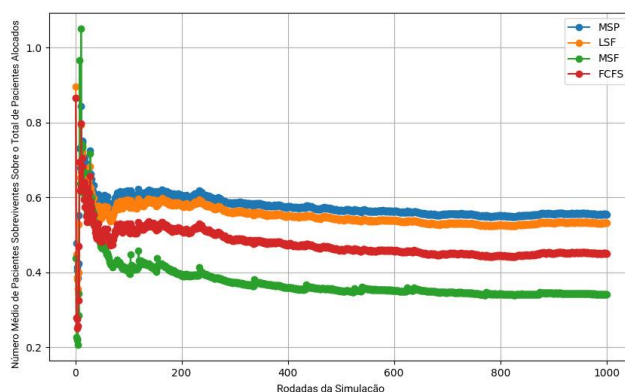
Tabela 4. Resultados a partir da simulação com $n_rodadas = 1000$.

Discussão

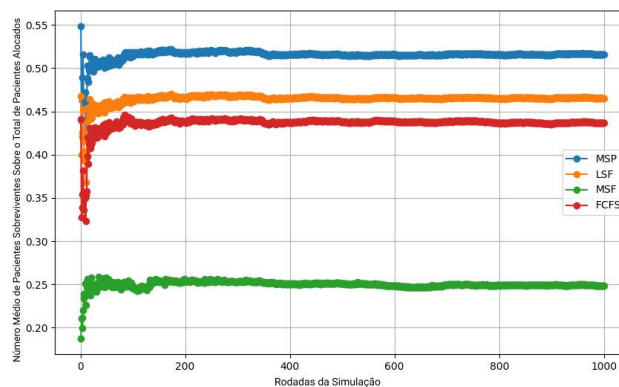
A partir da análise da Tabela 4, observa-se que a estratégia LSF destaca-se nos cenários de demanda mais baixa a moderada. Em contraste, a estratégia MSP mostra-se superior em cenários de alta demanda, sugerindo que sua abordagem de maximização da expectativa de sobrevivência geral se adapta melhor às situações onde a gestão eficiente dos recursos disponíveis é crucial para salvar o maior número de vidas.

A MSF demonstra ser a menos eficaz entre as estratégias examinadas. Isso pode ser atribuído à sua ênfase na alocação de leitos para pacientes com as menores probabilidades de sobrevivência fora da UTI. Por outro lado, a FCFS, embora intuitivamente pareça uma estratégia menos sofisticada, ao não discriminar com base na gravidade ou na probabilidade de sobrevivência, evita potencialmente a armadilha da MSF, sendo a de priorizar pacientes com prognósticos extremamente ruins.

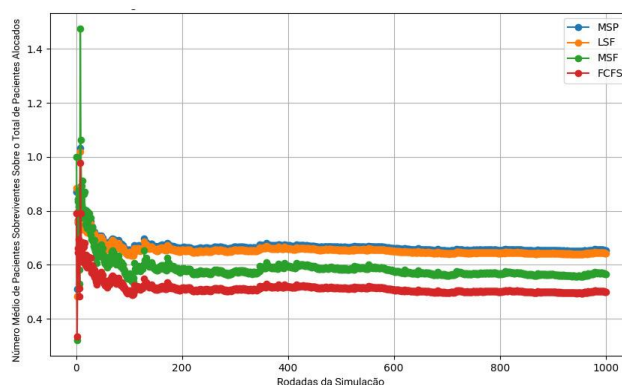
Outra maneira de analisar os resultados das simulações é por meio das Figuras 1, 2 e 3, que apresentam, por rodada, a média de pacientes sobreviventes em relação ao número total de pacientes alocados. Em cenários com baixa demanda (Figura 1), a estratégia MSP supera as demais mantendo uma taxa de sobrevivência mais constante e alta, indicando eficácia em maximizar as chances de sobrevivência quando há leitos suficientes disponíveis. À medida que a demanda se torna mais alta (Figuras 2 e 3), o desempenho das estratégias MSF e LSF se assemelham.



**Figura 1. Taxa de sobreviventes por total de pacientes alocados -
Demanda Baixa (d = 1).**



**Figura 2. Taxa de sobreviventes por total de pacientes alocados -
Demanda Alta (d = 3).**



**Figura 3. Taxa de sobreviventes por total de pacientes alocados -
Demanda Altíssima (d = 6)**

Conclusão

Neste trabalho, foi proposto um modelo matemático para a alocação eficiente de leitos de UTI em um contexto de recursos escassos, considerando diferentes tipos de leitos (adulto, pediátrico e neonatal) e uma taxa de ocupação ideal. O modelo foi desenvolvido com base em três diferentes estratégias de alocação, MSG, LSF, e MSF, além de um algoritmo FCFS implementado para fins de comparação.

Para avaliar o desempenho das diferentes estratégias, simulações foram realizadas, considerando a demanda de pacientes, distribuições etárias, prevalência de condições médicas e pontuação SOFA. Os resultados obtidos indicam que a estratégia MSG apresenta um bom desempenho em termos de maximizar a expectativa de sobrevivência geral, especialmente em cenários com alta demanda por leitos.

Referências

- Aquino, Y. S. J., Rogers, W. A., Scully, J. L., Magrabi, F., and Carter, S. M. (2022). Ethical guidance for hard decisions: a critical review of early international covid-19 icu triage guidelines. **Health Care Analysis**, 30(2):163–195.
- Craxì, L., Vergano, M., Savulescu, J., and Wilkinson, D. (2020). Rationing in a pandemic: lessons from italy. **Asian Bioethics Review**, 12:325–330.
- Dantzig, G. B. (2002). Linear programming. **Operations research**, 50(1):42–47. de Vicuña Bilbao, D. G. and de Vicuña Bilbao, D. G. (2022). Simulation models to support intensive care unit decision-making in pandemic and non-pandemic times.
- Dieteren, C. M., van Hulsen, M. A., Rohde, K. I., and van Exel, J. (2022). How should icu beds be allocated during a crisis? evidence from the covid-19 pandemic. **Plos one**, 17(8):e0270996.
- Frej, E. A., Roselli, L. R. P., Alberti, A. R., Britto, M. A., de Barros Campelo J´unior, E., Ferreira, R. J. P., and de Almeida, A. T. (2023). Collaborative decision model for allocating intensive care units beds with scarce resources in health systems: A portfolio based approach under expected utility theory and bayesian decision analysis. **Mathematics**, 11(3):659.
- Frej, E. A., Roselli, L. R. P., Ferreira, R. J. P., Alberti, A. R., de Almeida, A. T., et al. (2021). Decision model for allocation of intensive care unit beds for suspected covid-19 patients under scarce resources. **Computational and Mathematical Methods in Medicine**, 2021.