

**Relatório de Pesquisa IPR – 030**

**RECOMENDAÇÕES PARA OTIMIZAÇÃO  
DA SUPERESTRUTURA DE PONTES EM  
CONCRETO PROTENDIDO E PONTES  
MISTAS DE AÇO E CONCRETO**

BRASÍLIA/DF  
OUTUBRO/2026

MINISTÉRIO DOS TRANSPORTES  
DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES  
DIRETORIA-GERAL  
DIRETORIA DE PLANEJAMENTO E PESQUISA  
INSTITUTO DE PESQUISAS EM TRANSPORTES

Relatório de Pesquisa IPR RP – 030

# **RECOMENDAÇÕES PARA OTIMIZAÇÃO DA SUPERESTRUTURA DE PONTES EM CONCRETO PROTENDIDO E PONTES MISTAS DE AÇO E CONCRETO**

Elaboração: Universidade Federal de Viçosa

Contrato: TED nº 703/2020

Processo: SEI nº 50600.017752/2026-66

DOI: 10.70859/IPR-RP-030/2026

Brasília/DF

Outubro/2026

#### **EQUIPE TÉCNICA:**

Eng.º Diôgo Silva de Oliveira, D.Sc. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV  
Eng.ª Carol Ferreira Rezende Santos, D.Sc. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV  
Eng.º José Carlos Lopes Ribeiro, D.Sc. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV  
Eng.º Kléos Magalhães Lenz Cesar Júnior, Ph.D. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV  
Eng.º José Maria Franco de Carvalho, D.Sc. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV  
Eng.º Bruno Souza Borges, M.Sc. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV  
Eng.ª Letícia Negris Gardioli, M.Sc. – Universidade Federal de Viçosa DEC/UFV  
Eng.º Álvaro Carneiro Coelho, M.Sc. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV  
Eng.º Diego Dias Veloso, M.Sc. – Universidade Federal de Viçosa – DEC/UFV

#### **REVISÃO DE EDITORAÇÃO:**

Eng.º Galileu Silva Santos – IPR/DPP/DNIT  
Eng.ª Simoneli Fernandes Mendonça – IPR/DPP/DNIT  
Eng.ª Victória Barbosa Costa Garcia Vieira – Consórcio Progen/HPT

Brasil. Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes.  
Diretoria-geral. Diretoria de Planejamento e Pesquisa.  
Instituto de Pesquisas em Transportes.  
  
Recomendações para otimização da superestrutura de pontes  
em concreto protendido e pontes mistas de aço e concreto –  
Brasília/DF, 2026.  
  
48 p. (Relatório de Pesquisa – IPR RP 030)

O conteúdo apresentado neste documento é de inteira responsabilidade dos autores.

A reprodução completa ou parcial desta publicação é permitida, sem alterar seu conteúdo, desde que não tenha fim comercial e que seja citada a referência bibliográfica completa

## RESUMO

Este relatório de pesquisa apresenta recomendações técnicas fundamentadas em uma metodologia computacional e analítica voltada para a otimização geométrica e estrutural da superestrutura de pontes biapoiadas, dividindo-se entre pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido e pontes mistas de aço e concreto. O principal objetivo do trabalho é estabelecer diretrizes e equações de dimensionamento prático que determinem seções transversais otimizadas, focando na redução do consumo de materiais (concreto, armaduras ativas/passivas e aço estrutural) e na consequente eficiência econômica de novas obras inseridas em catálogos digitais de projetos. A metodologia adotada consistiu inicialmente em uma revisão bibliográfica para definição de escopo e variáveis, seguida pelo desenvolvimento e calibração de projetos-piloto via Método dos Elementos Finitos (MEF) no software CSiBridge v23.0.0, confrontando e validando os esforços obtidos com cálculos analíticos manuais. Após a calibração, realizou-se o estudo de otimização propriamente dito através da modelagem e análise rigorosa de 76 variantes de pontes para cada uma das duas tipologias, avaliando vãos de 20, 30 e 40 metros e alterando parâmetros fundamentais como a altura e o espaçamento de longarinas, a espessura e resistência da laje de concreto, além do arranjo de transversinas e diafragmas. Os esforços gerados nessas simulações foram exportados para planilhas automatizadas no Microsoft Excel para a execução automática do dimensionamento e das verificações normativas de segurança associadas aos Estados Limites Últimos (ELU) e de Serviço (ELS) segundo as normas técnicas brasileiras. Como resultados práticos, o estudo permitiu gerar equações e curvas de consumo que correlacionam diretamente o volume de materiais com a geometria projetada, culminando na definição exata de dimensões ideais para pontes das classes I-A e I-B (com e sem passeio) regulamentadas pelo manual do DNER. Conclui-se que arranjos compostos por um menor número de longarinas associados a maiores distâncias entre eixos tendem a minimizar significativamente o consumo global de insumos nas duas tipologias avaliadas, embora espaçamentos entre vigas superiores a 3,5 metros passem a exigir lajes e pré-lajes mais robustas. Adicionalmente, confirmou-se que as alturas ótimas calculadas para as longarinas de concreto protendido situaram-se na faixa de  $14,3 \leq L/h \leq 16,2$ , enquanto os balanços ideais obtidos para as pontes mistas convergiram para a relação geométrica  $a_b/a$  igual a 0,3, garantindo uma distribuição altamente uniforme de momentos fletores e validando práticas consagradas na literatura técnica nacional.

**Palavras-chave:** otimização estrutural, superestrutura de pontes, concreto protendido, pontes mistas, CSiBridge, redução de insumos.

## ABSTRACT

This research report presents technical recommendations based on a computational and analytical methodology aimed at the geometric and structural optimization of the superstructure of simply supported bridges, divided into precast prestressed concrete girder bridges and composite steel-concrete bridges. The main objective of the work is to establish practical design guidelines and equations that determine optimized cross-sections, focusing on reducing the consumption of materials (concrete, active/passive reinforcement, and structural steel) and the consequent economic efficiency of new structures included in digital project catalogs. The adopted methodology initially consisted of a literature review to define the scope and variables, followed by the development and calibration of pilot projects via the Finite Element Method (FEM) in the CSiBridge v23.0.0 software, comparing and validating the obtained stresses with manual analytical calculations. After calibration, the optimization study itself was carried out through the modeling and rigorous analysis of 76 bridge variants for each of the two typologies, evaluating spans of 20, 30, and 40 meters and altering fundamental parameters such as the height and spacing of the girders, the thickness and strength of the concrete slab, and the arrangement of crossbeams and diaphragms. The stresses generated in these simulations were exported to automated Microsoft Excel spreadsheets for the automatic execution of dimensioning and normative safety checks associated with the Ultimate Limit States (ULS) and Serviceability Limit States (SLS) according to Brazilian technical standards. As practical results, the study allowed the generation of equations and consumption curves that directly correlate material volume with the projected geometry, culminating in the exact definition of ideal dimensions for bridges of classes I-A and I-B (with and without sidewalks) regulated by the DNER manual. It is concluded that arrangements composed of a smaller number of main girders associated with larger center-to-center distances tend to significantly minimize the overall consumption of inputs in both evaluated typologies, although spacing between beams exceeding 3.5 meters requires sturdier slabs and pre-slabs. Additionally, it was confirmed that the optimal calculated heights for the concrete girders fell within the range of  $14.3 \leq L/h \leq 16.2$ , while the ideal overhangs obtained for the composite bridges converged to the geometric ratio  $a_b/a$  equal to 0.3, ensuring a highly uniform distribution of bending moments and validating practices established in national technical literature.

**Keywords:** structural optimization, bridge superstructure, prestressed concrete, composite bridges, CSiBridge, material reduction.

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

AASHTO – *American Association of State Highway and Transportation Officials*

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

DNIT – Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes

DNER – Departamento Nacional de Estradas de Rodagem

*ELS* – Estado Limite de Serviço

*ELU* – Estado Limite Último

ISO – *International Organization for Standardization*

MEF – Método dos Elementos Finitos

NB/NBR – Norma Brasileira

OAEs – Obras de Arte Especiais

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                                                                                              |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2.1 – Fluxograma da metodologia do estudo de otimização.....                                                                          | 11 |
| Figura 2.2 – Fluxograma do estudo de otimização.....                                                                                         | 13 |
| Figura 2.3 – Seção transversal genérica do tabuleiro utilizado no estudo de otimização..                                                     | 14 |
| Figura 2.4 – Seção transversal das longarinas adotadas no estudo de otimização: (a) seção I pré-moldada; (b) seção composta.....             | 15 |
| Figura 2.5 – Malha de elementos finitos: (a) malha de elementos finitos do modelo numérico; (b) modelo em elementos finitos extrudado.....   | 18 |
| Figura 2.6 – Fluxograma para determinação das dimensões ótimas.....                                                                          | 24 |
| Figura 2.7 – Metodologia do trabalho.....                                                                                                    | 27 |
| Figura 2.8 – Fluxograma do estudo preliminar.....                                                                                            | 28 |
| Figura 2.9 – Fluxograma do estudo de otimização.....                                                                                         | 30 |
| Figura 2.10 – Tipologia do tabuleiro.....                                                                                                    | 35 |
| Figura 2.11 – Vista longitudinal das pontes estudadas com vãos de: (a) 20 m; (b) 30 m; (c) 40 m.....                                         | 36 |
| Figura 2.12 – Modelo em elementos finitos: (a) malha de elementos finitos do modelo numérico; (b) modelo em elementos finitos extrudado..... | 37 |
| Figura 2.13 – Fluxograma para determinação das dimensões ótimas.....                                                                         | 42 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                               |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 2.1 – Variáveis consideradas para o estudo de otimização .....                                                                         | 12 |
| Tabela 2.2 – Variáveis consideradas para estudo de otimização das longarinas e transversinas .....                                            | 16 |
| Tabela 2.3 – Variáveis consideradas em cada estudo de otimização da laje .....                                                                | 17 |
| Tabela 2.4 – Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes pré-moldadas protendidas .....                                      | 21 |
| Tabela 2.5 – Equações obtidas no estudo de otimização .....                                                                                   | 22 |
| Tabela 2.6 – Larguras definidas para os tabuleiros das pontes .....                                                                           | 26 |
| Tabela 2.7 – Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização (continua) .....                                                        | 26 |
| Tabela 2.7 – Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização (conclusão) ....                                                        | 27 |
| Tabela 2.8 – Variáveis do estudo preliminar de otimização das pontes mistas .....                                                             | 31 |
| Tabela 2.9 – Variáveis do estudo da influência da variação do vão das pontes mistas ....                                                      | 32 |
| Tabela 2.10 – Variáveis do estudo de influência dos comprimentos do balanço, espessura da laje e número de diafragmas das pontes mistas ..... | 33 |
| Tabela 2.11 – Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as longarinas .....                  | 38 |
| Tabela 2.12 – Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as lajes e pré-lajes .....           | 39 |
| Tabela 2.13 – Equações obtidas no estudo de otimização .....                                                                                  | 40 |
| Tabela 2.14 – Larguras definidas para os tabuleiros das pontes .....                                                                          | 43 |
| Tabela 2.15 – Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização .....                                                                  | 44 |

## SUMÁRIO

|              |                                                   |           |
|--------------|---------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>     | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                           | <b>9</b>  |
| <b>2</b>     | <b>DESENVOLVIMENTO .....</b>                      | <b>11</b> |
| <b>2.1</b>   | <b>METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO .....</b>            | <b>11</b> |
| <b>2.2</b>   | <b>PONTE PRÉ-MOLDADA PROTENDIDA.....</b>          | <b>12</b> |
| <b>2.2.1</b> | <b>TIPOLOGIA DO TABULEIRO .....</b>               | <b>14</b> |
| <b>2.2.2</b> | <b>MODELO NUMÉRICO .....</b>                      | <b>18</b> |
| <b>2.2.3</b> | <b>DIMENSÕES E VERIFICAÇÕES .....</b>             | <b>19</b> |
| <b>2.2.4</b> | <b>APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE OTIMIZAÇÃO .....</b> | <b>21</b> |
| <b>2.3</b>   | <b>PONTES MISTAS .....</b>                        | <b>27</b> |
| <b>2.3.1</b> | <b>ESTUDO PRELIMINAR.....</b>                     | <b>27</b> |
| <b>2.3.2</b> | <b>ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO.....</b>                  | <b>29</b> |
| <b>2.3.3</b> | <b>TIPOLOGIA DO TABULEIRO .....</b>               | <b>34</b> |
| <b>2.3.4</b> | <b>MODELO NUMÉRICO .....</b>                      | <b>36</b> |
| <b>2.3.5</b> | <b>VERIFICAÇÕES DE PROJETO .....</b>              | <b>38</b> |
| <b>2.3.6</b> | <b>APLICAÇÃO.....</b>                             | <b>39</b> |
| <b>3</b>     | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                  | <b>45</b> |
|              | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>           | <b>46</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da infraestrutura de transportes rodoviários desempenha um papel estratégico para a integração regional e o crescimento econômico nacional. No âmbito das estruturas de transposição, as Obras de Arte Especiais (OAEs), como as pontes, representam investimentos de capital expressivos e demandam critérios de projeto que garantam simultaneamente segurança estrutural, durabilidade e máxima eficiência econômica. Diante disso, a busca por soluções projetuais otimizadas que minimizem o consumo de insumos sem comprometer o desempenho técnico tornou-se um imperativo na engenharia estrutural contemporânea.

No Brasil, apenas sob responsabilidade do Departamento Nacional de Infraestrutura e Transporte (DNIT) existem mais de 6.650 pontes cadastradas no Sistema de Gerenciamento de Obras de Arte (SGO) (DNIT, 2021), dentre as quais, as pontes com longarinas em concreto armado, longarinas de concreto protendido e as pontes mistas de aço e concreto totalizam 73 % das pontes sobre responsabilidade do DNIT.

O aumento do fluxo de tráfego rodoviário implica na demanda por novas construções de pontes ou no reforço/ampliação das estruturas já existentes. Diante desse contexto, surge a necessidade de desenvolver modelos de pontes com sistemas estruturais otimizados, visando assegurar a realização de obras mais economicamente viáveis. Diante dessas considerações, pesquisas têm sido conduzidas para investigar parâmetros ótimos aplicáveis a projetos de pontes, com o objetivo de minimizar o consumo de material e, obter uma redução nos custos associados à estrutura. Estudos como os Gonçalves *et al.* (2018), Junior e Mouço (2018), Martins, Carvalho e Castro (2019) e Spessatto, Lazzari e Lazzari (2020) comparam sistemas estruturais em concreto armado e concreto protendido, buscando a melhor solução de acordo com o vão analisado. Já os trabalhos Ahsan, Rana e Ghani (2012), Furtado (2018), Mota, Mota e Gondim (2018), Resende (2018) e Thomaz (2002), Knight (2003), Pinho e Bellei (2020), BCSA (2010), Toma e Maeda (2011), Fabeane, Kripka e Pravia (2017), Ferraz (2009), Lebet e Hirt (2013), e Gocál e Dursová (2012) buscam estabelecer alturas ideais para longarinas, tanto de concreto pré-moldado protendido quanto longarinas para pontes mistas de aço e concreto, assim como a relação ideal entre o espaçamento entre longarinas e o balanço lateral da laje do tabuleiro. Além desses estudos, Martí *et al.* (2013), Kaveh, Maniat, Arab Naeini (2016) e Pedro *et al.* (2017) propuseram a utilização de algoritmos para otimização em pontes, demonstrando o grande interesse no tema. Destacam-se também os trabalhos de Leonhardt (1979), CAI *et al.* (2007), Fulgêncio, Paula e Azevedo (2014) e Alves (2010) que analisaram a influência do uso das transversinas ou diafragmas.

Apesar da extensa literatura a respeito da otimização de pontes, ainda são necessárias diretrizes mais específicas para se obter um projeto final com dimensões otimizadas e que atenda a todos os parâmetros normativos, uma vez que a grande maioria dos trabalhos, focam na otimização sem considerar aspectos práticos de projeto, como parâmetros normativos de detalhamento, por exemplo. Dessa forma, esse trabalho propõem um estudo de otimização focada em pontes com longarinas pré-moldadas protendidas e pontes mista de aço e concreto, onde são realizadas todas as verificações normativas exigidas pelas normas brasileiras, obtendo-se curvas baseadas em seções otimizadas que correlacionam o consumo de armadura ativa, armadura passiva e consumo de concreto para o caso das pontes com longarinas pré-moldadas protendidas assim como o consumo de aço estrutural para as longarinas das pontes mistas de aço e concreto.

Neste contexto, o presente relatório de pesquisa tem como objetivo geral apresentar recomendações técnicas fundamentadas e diretrizes práticas para a otimização geométrica e estrutural da superestrutura de pontes biapoiadas de duas tipologias amplamente utilizadas: pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido e pontes mistas compostas por vigas de aço e laje de concreto. O propósito central é estabelecer um conjunto de equações de dimensionamento prático e curvas de consumo que auxiliem na definição de seções transversais otimizadas, focando na redução racional de materiais como concreto, armaduras ativas e passivas, e aço estrutural, viabilizando a futura composição de catálogos digitais de projetos padronizados e economicamente eficientes.

Para alcançar tais objetivos, o documento aborda detalhadamente uma metodologia que integra modelagem analítica e computacional. Ao longo do texto, serão apresentadas a fundamentação teórica e as normas técnicas nacionais aplicáveis, o processo de calibração e validação de modelos estruturais via Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando o software *CSiBridge* v23.0.0, e a análise paramétrica rigorosa de 76 variantes de pontes para cada tipologia estudada — variando vãos de 20, 30 e 40 metros, além de espaçamentos e alturas de vigas. Por fim, são discutidos os resultados práticos obtidos através de rotinas automatizadas de dimensionamento frente aos Estados Limites Últimos (*ELU*) e de Serviço (*ELS*), culminando nas diretrizes geométricas ideais recomendadas para projetos de pontes das classes I-A e I-B do manual do DNER.

O presente relatório é um compilado dos resultados da pesquisa a nível de mestrado do Engenheiro Álvaro Carneiro Coelho e desenvolvida no Laboratório de BIM (LaBIM) da Universidade Federal de Viçosa com apoio do IPR/DNIT. O texto da referida dissertação pode ser encontrado na íntegra em Coelho (2023).

## 2 DESENVOLVIMENTO

### 2.1 METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO

O trabalho foi dividido em duas partes: a primeira dedicou-se à otimização das seções das pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido, enquanto a segunda concentrou-se na otimização das seções de pontes mistas de aço e concreto. A Figura 2.1 resume a metodologia utilizada para a condução do estudo, que seguiu procedimentos semelhantes em ambas as etapas.

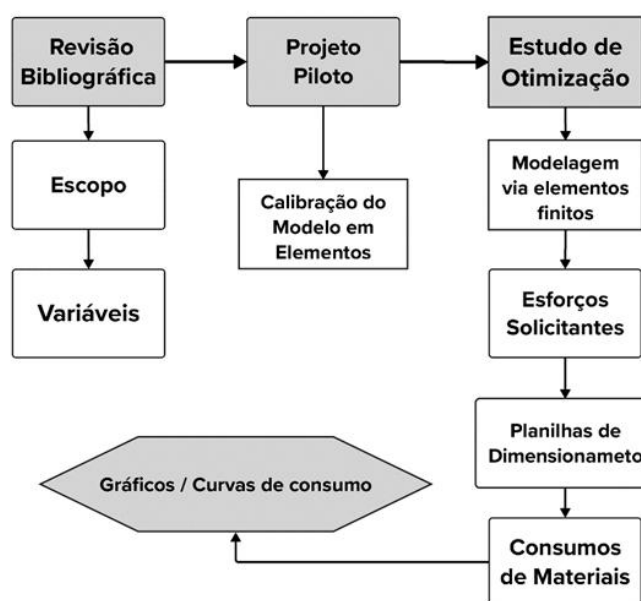


**Figura 2.1 – Fluxograma da metodologia do estudo de otimização**

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Em cada uma das fases, iniciou-se com uma revisão bibliográfica abrangente para compreender os estudos relacionados à otimização de pontes com longarinas de concreto pré-moldado protendido e também à otimização de pontes mistas de aço e concreto. Em seguida, definiu-se o escopo de cada estudo e identificaram-se as variáveis que seriam avaliadas em cada um deles.

Uma vez que as variáveis foram definidas, prosseguiu-se com o desenvolvimento de projetos-piloto baseados em análises de elementos finitos. Utilizou-se o software *CSiBridge* v23.0.0 para essa finalidade, permitindo a obtenção dos esforços solicitantes tanto nas longarinas quanto no tabuleiro das pontes. Comparativamente, confrontaram-se os resultados dos esforços obtidos por meio do software com cálculos analíticos para a mesma estrutura. Isso possibilitou a calibração do modelo, que serviu de base para o estudo de otimização.

Com o modelo calibrado, iniciou-se o estudo de otimização, propondo diversas variações de pontes conforme especificado na Tabela 2.1. Tanto para o estudo das pontes com longarinas pré-moldadas protendidas quanto para o estudo das pontes mistas de aço e concreto foram realizadas a modelagem de 76 pontes cada. Após as modelagens, os esforços solicitantes obtidos para as longarinas e para as lajes eram inseridos em uma planilha Excel na qual eram dimensionados e verificados quanto ao Estado Limites Último (*ELU*) e ao Estado Limite de Serviço (*ELS*) seguindo as recomendações das normas brasileiras. Caso todas as verificações e critérios fossem atendidos obtinha-se o consumo de armadura passiva, armadura ativa e o consumo de concreto para as pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido. Para as pontes mistas de aço e concreto obtinha-se o consumo de aço estrutural das longarinas e o consumo de armadura passiva e concreto para a laje.

**Tabela 2.1 – Variáveis consideradas para o estudo de otimização**

| Variável                                       | Pontes pré-moldadas | Pontes mistas |
|------------------------------------------------|---------------------|---------------|
| Altura da longarina/ comprimento do vão        | X                   | X             |
| Número de longarina/distância entre longarinas | X                   | X             |
| Largura da laje em balanço                     | X                   | X             |
| Distância entre transversinas/diafragmas       | X                   | X             |
| Espessura da laje de concreto                  | X                   | X             |
| Variação do $f_{ck}$ da laje                   |                     | X             |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Com base nos dados de consumo de materiais, construíram-se curvas que estabeleceram correlações entre os consumos e as dimensões adotadas para as pontes, possibilitando a determinação das dimensões ótimas com o objetivo de reduzir o consumo de material.

## 2.2 PONTE PRÉ-MOLDADA PROTENDIDA

Na Figura 2.2 está resumida a metodologia utilizada no desenvolvimento da otimização das pontes pré-moldadas protendidas, a qual pode ser dividida em 3 etapas: revisão bibliográfica, projeto piloto, estudo de otimização.

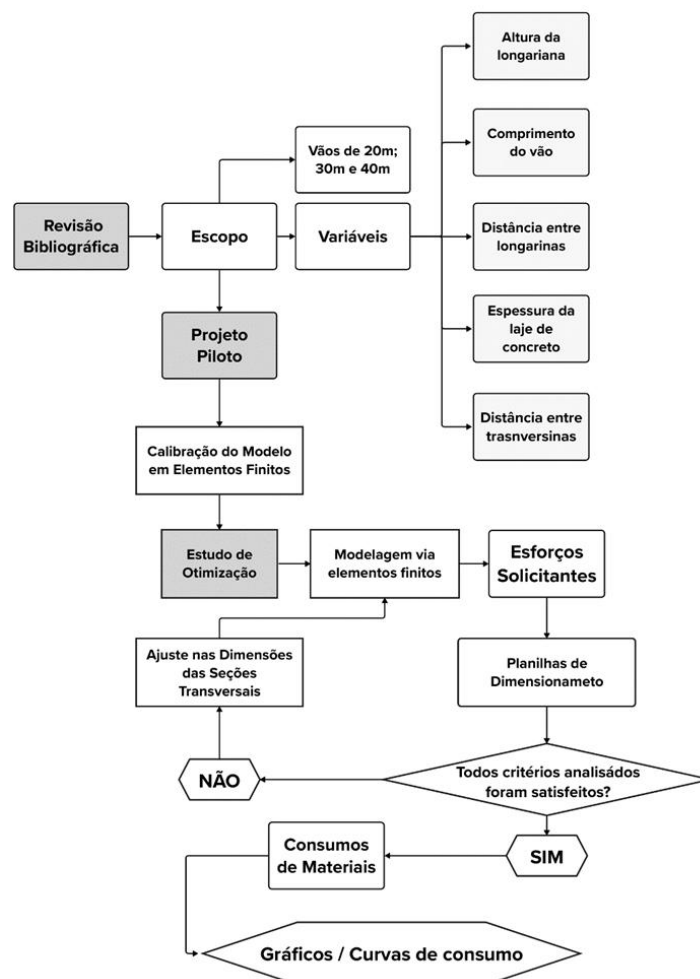


**Figura 2.2 – Fluxograma do estudo de otimização**

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Inicialmente, realizou-se uma revisão bibliográfica, onde definiu-se o escopo do projeto e determinou-se as variáveis a serem analisadas.

Em seguida, desenvolveu-se um modelo piloto de ponte utilizando o software *CSiBridge* v23.0.0, baseado em Elementos Finitos. Por meio desse modelo, foram obtidos dados sobre os esforços atuantes nas longitudinais e nas lajes da ponte. Esses resultados foram então comparados com os valores obtidos através de cálculos analíticos para a mesma ponte, a fim de calibrar e verificar a precisão do modelo numérico.

Com o modelo de Elementos Finitos devidamente calibrado, a pesquisa prosseguiu para a etapa de estudo de otimização. Nesse estágio, foram modeladas e dimensionadas um total de 76 diferentes variações de pontes. O principal objetivo era determinar as relações ideais entre o vão e a altura das pontes, especialmente aquelas com vãos variando entre 20 e 40 metros.

Além disso, buscou-se identificar as relações ideais entre o número de longarinas, o vão e a largura do tabuleiro, bem como avaliar a influência da espessura da laje. Foi também considerada a necessidade de utilizar ou não transversinas no meio do vão. O resultado almejado foi a obtenção de curvas que permitissem correlacionar o consumo de armadura ativa, armadura passiva e concreto com as diferentes dimensões adotadas nas pontes, identificando assim, quais seriam as seções mais econômicas.

### 2.2.1 Tipologia do tabuleiro

O estudo de otimização foi conduzido em pontes com longarinas pré-moldadas protendidas e laje de concreto armado, abrangendo vãos de 20 m, 30 m e 40 m. O tabuleiro utilizado no estudo pertence à classe I-B (ver Figura 2.3), sem passeio, conforme especificações do Manual de Projeto de Obras de Arte Especiais (DNER, 1996).

Para as longarinas, foram utilizadas seções I pré-moldadas conforme mostrado na Figura 2.4 (a). Para vãos de 20, 30 e 40 metros, a espessura da alma ( $e$ ) foi adotada como 20 cm, 30 cm e 40 cm, respectivamente. As variações na altura da longarina ( $h_L$ ) foram realizadas apenas modificando a altura das almas ( $h_a$ ). Na Tabela 2.2 e na Tabela 2.3 são apresentados os parâmetros do tabuleiro adotado no estudo.

Para se alcançar as variáveis e tomar os valores de referência iniciais que seriam considerados, recorreu-se a recomendações práticas disponíveis na literatura técnica, como o trabalho de Thomaz (2002). Como as longarinas são os elementos que têm função principal de vencer o vão da superestrutura, apenas as longarinas foram analisadas variando o vão, o que vai de encontro com as recomendações de Thomaz (2002) ao recomendar a altura da longarina em função do comprimento do vão. Para os demais estudos, que analisaram a espessura da laje, número de transversinas e balanço lateral da laje, o vão foi fixado, por considerar que o problema está associado principalmente à uma distribuição transversal de esforços no tabuleiro.

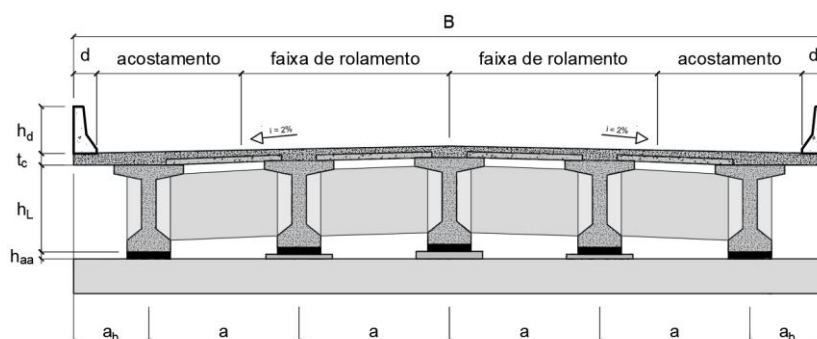


Figura 2.3 – Seção transversal genérica do tabuleiro utilizado no estudo de otimização

Fonte: Adaptado de DNER (1996)

A laje do tabuleiro foi construída utilizando pré-lajes e uma capa de concreto moldada no local. Após a cura do concreto, as pré-lajes foram consideradas parte integrante da seção transversal do tabuleiro, resultando em uma laje maciça de concreto armado com formato retangular. Essa laje foi considerada trabalhando em conjunto com as longarinas, formando uma seção composta com uma largura colaborante ( $b_f$ ) como mostra a Figura 2.4 (b). A classe de agressividade adotada para o estudo foi a CAA II, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014). Portanto, os cobrimentos mínimos para as armaduras ativas e passivas foram definidos como 30 mm e 35 mm para as vigas, e 25 mm para as lajes, de acordo com o Item 7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Além disso, tanto para as longarinas quanto para as lajes, adotou-se o concreto com resistência de 35 MPa em todos os casos analisados.

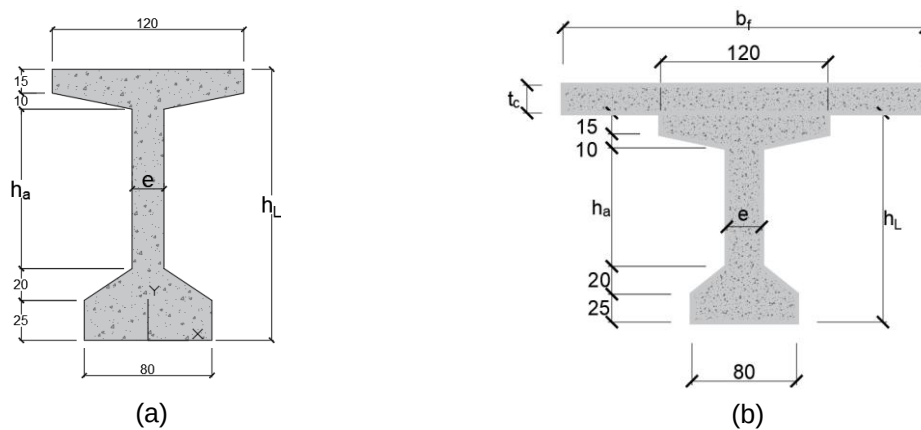


**Figura 2.4 – Seção transversal das longarinas adotadas no estudo de otimização: (a) seção I pré-moldada; (b) seção composta**

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Além das longarinas e das lajes, foram incorporadas duas transversinas no vão intermediário, juntamente com as transversinas de apoio. O propósito dessas transversinas é contribuir para a redistribuição de cargas, ajudar no combate aos esforços de torção e aprimorar a estabilidade da estrutura durante o processo de construção e utilização. As transversinas foram dimensionadas com uma espessura de 25 cm e uma altura 25 cm menor em comparação com a altura das longarinas.

**Tabela 2.2 – Variáveis consideradas para estudo de otimização das longarinas e transversinas**

| Estudo                                                               | Largura do tabuleiro (m) | Vão (m) | Altura da longarina (m) | Número de longarinas | Espaçamento entre longarinas (cm) | Largura da laje em balanço "a <sub>b</sub> " (cm) | Relação a <sub>b</sub> /a | Espessura da laje (cm) | Número de transversinas | Espaçamento entre transversinas (m) |
|----------------------------------------------------------------------|--------------------------|---------|-------------------------|----------------------|-----------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| Altura da longarina, comprimento do vão e distância entre longarinas | 13                       | 20      | 110 ≤ h ≤ 200           | 4                    | 360                               | 110                                               | 0,31                      | 20                     | 2                       | 10                                  |
|                                                                      |                          |         |                         | 5                    | 270                               |                                                   | 0,41                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 7                    | 180                               |                                                   | 0,61                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 9                    | 135                               |                                                   | 0,81                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          | 30      | 110 ≤ h ≤ 200           | 4                    | 360                               |                                                   | 0,31                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 5                    | 270                               |                                                   | 0,41                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 6                    | 216                               |                                                   | 0,51                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 7                    | 180                               |                                                   | 0,61                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          | 40      | 110 ≤ h ≤ 200           | 4                    | 360                               |                                                   | 0,31                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 5                    | 270                               |                                                   | 0,41                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 7                    | 180                               |                                                   | 0,61                      |                        |                         |                                     |
|                                                                      |                          |         |                         | 9                    | 135                               |                                                   | 0,81                      |                        |                         |                                     |
| Influência do número de transversinas                                | 13                       | 30      | 17                      | 5                    | 270                               | 110                                               | 0,41                      | 20                     | 0                       | 30                                  |
|                                                                      |                          |         |                         | 5                    | 270                               |                                                   | 0,41                      |                        | 1                       | 15                                  |
|                                                                      |                          |         |                         | 5                    | 270                               |                                                   | 0,41                      |                        | 2                       | 10                                  |
|                                                                      |                          |         |                         | 5                    | 270                               |                                                   | 0,41                      |                        | 3                       | 7,5                                 |

Fonte: Adaptado de Adaptado de Coelho (2023)

Tabela 2.3 – Variáveis consideradas em cada estudo de otimização da laje

| Estudo                                   | Largura do tabuleiro (m) | Vão (m) | Altura da longarina (m) | Número de longarinas | Espaçamento entre longarinas (cm) | Largura da laje em balanço "ab" (cm) | Relação $a_b/a$ | Espessura da laje (cm) | Número de transversinas | Espaçamento entre transversinas (m) |
|------------------------------------------|--------------------------|---------|-------------------------|----------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------|------------------------|-------------------------|-------------------------------------|
| Influência da espessura da laje          | 13                       | 30      | 170                     | 5                    | 270                               | 110                                  | 0,41            | 18                     | 2                       | 10                                  |
|                                          |                          |         |                         | 5                    |                                   |                                      | 0,41            | 20                     |                         |                                     |
|                                          |                          |         |                         | 5                    |                                   |                                      | 0,41            | 25                     |                         |                                     |
|                                          |                          | 30      | 170                     | 4                    | 360                               | 110                                  | 0,31            | 18                     |                         |                                     |
|                                          |                          |         |                         | 4                    |                                   |                                      | 0,31            | 20                     |                         |                                     |
|                                          |                          |         |                         | 4                    |                                   |                                      | 0,31            | 25                     |                         |                                     |
| Influência da largura da laje em balanço | 13                       | 30      | 170/ 200/ 230/ 260      | 5                    | 295                               | 60                                   | 0,2             | 20                     | 2                       | 10                                  |
|                                          |                          |         |                         | 5                    | 270                               | 110                                  | 0,41            |                        |                         |                                     |
|                                          |                          |         |                         | 5                    | 260                               | 130                                  | 0,5             |                        |                         |                                     |
|                                          |                          |         |                         | 5                    | 245                               | 160                                  | 0,65            |                        |                         |                                     |
|                                          | 13                       | 30      | 170                     | 5                    | 295                               | 60                                   | 0,2             | 20                     |                         |                                     |
|                                          | 14                       |         |                         | 5                    |                                   | 110                                  | 0,37            |                        |                         |                                     |
|                                          | 14,8                     |         |                         | 5                    |                                   | 150                                  | 0,51            |                        |                         |                                     |

Fonte: Adaptado de Adaptado de Coelho (2023)

## 2.2.2 Modelo numérico

Para modelagem da ponte utilizou-se o software *CSiBridge* v23.0.0, o qual utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF) para realização da análise estrutural. O software também possibilita o dimensionamento da estrutura segundo diferentes normas internacionais, no entanto, essa funcionalidade não foi utilizada nesse projeto, pois as normas brasileiras não estão implementadas no programa.

O *CSiBridge* utiliza os conceitos de superfície de influência para a determinação de esforços solicitante devido à carga móvel. Os esforços podem ser obtidos ponto a ponto segundo a malha proposta pelo usuário, em que a precisão dos esforços e deslocamentos numéricos depende da discretização da malha de elementos finitos. A Figura 2.5 apresenta um modelo tridimensional modelado através do *CSiBridge*, as longarinas e a laje do tabuleiro foram discretizadas com elementos a cada 1,00 metros.

No modelo proposto, longarinas pré-moldadas foram discretizadas como elementos de barra (frame) e o tabuleiro por elementos de casca do tipo *shell thin* (casca fina). As transversinas também foram modeladas utilizando elementos tipo *shell*, que é um padrão do software. Na Figura 5 (a) é representada a malha de elementos finitos do modelo numérico, em que os elementos de casca do tabuleiro e das transversinas foram discretizados com dimensões máximas de 1000 mm x 1000 mm, já a Figura 5 (b) representa o modelo de forma extrudada.

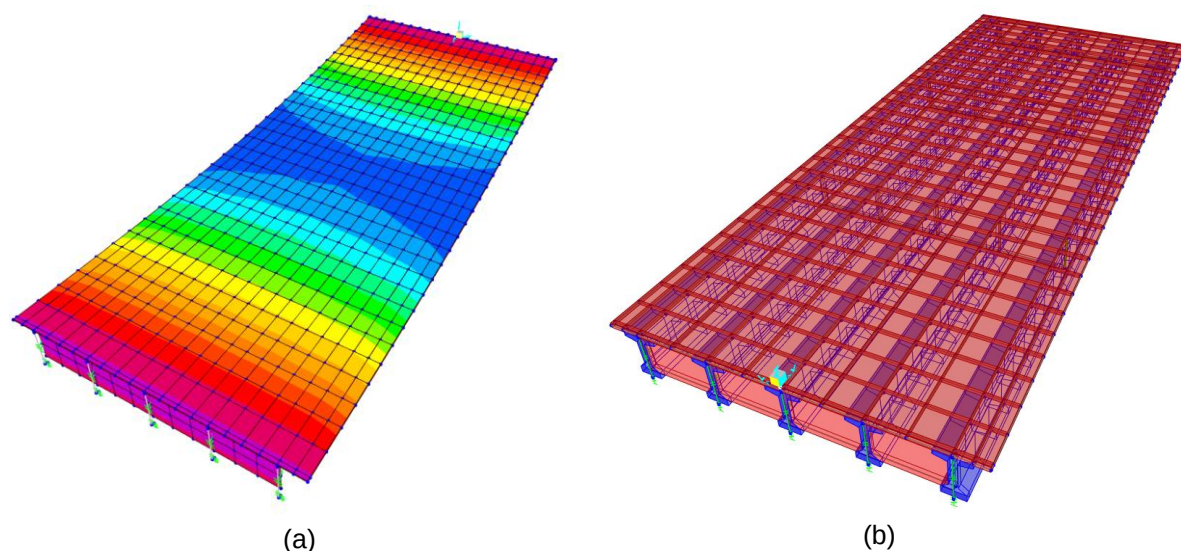


Figura 2.5 – Malha de elementos finitos: (a) malha de elementos finitos do modelo numérico; (b) modelo em elementos finitos extrudado

Todas as longarinas foram consideradas apoiadas sobre aparelhos de apoio elastoméricos, simulados a partir de elementos de mola com o deslocamento na direção z (vertical) restrito (consideração de rigidez axial infinita). Os movimentos nas direções x e y não foram impedidos. Para essas direções admitiu-se molas com de rigidez com valor de 30 KN/cm. Além disso, a rigidez à torção das longarinas foi reduzida para 0,01 % da constante torcional original. Essa diminuição foi estrategicamente escolhida devido ao impacto significativo na redução dos esforços de torção nas longarinas, resultando em uma diminuição correspondente no consumo de armadura. Em todos os casos, admitiu-se um concreto com resistência de 35 MPa e aço CA50 para as armaduras, tanto para as longarinas quanto para a laje e para as transversinas.

Os carregamentos considerados no modelo numérico foram o peso próprio do concreto (longarina, lajes e transversinas), a pavimentação, o recapeamento, o peso das barreiras do tipo New Jersey e o carregamento móvel. Para o carregamento móvel, adotou-se o trem-tipo TB-450 conforme as diretrizes da NBR 7188 (ABNT, 2013a). Não foram incorporados no modelo numérico os esforços devido à protensão, mas esses valores foram calculados e seus efeitos foram contemplados na planilha de dimensionamento. Da mesma forma, os esforços resultantes da retração, fluência e variação de temperatura foram calculados de maneira analítica, utilizando o modelo proposto por (Moga *et al.*, 2016) e considerando as temperaturas indicadas no Capítulo 7 da NBR 7187 (ABNT, 2021). Não foram considerados os esforços devido ao vento.

### 2.2.3 Dimensões e verificações

No estudo de otimização foi conduzido o dimensionamento das longarinas e das lajes. As longarinas foram verificadas em seis etapas, sendo elas: etapa de protensão, içamento, concretagem da laje e transversinas, revestimento, início e final da operação da ponte. Já para o dimensionamento das lajes foram consideradas duas etapas, a primeira, construtiva, em que as longarinas e pré-lajes (pré-moldadas) devem resistir ao peso próprio do concreto fresco e à sobrecarga de construção, e a segunda etapa, em que a laje consolidada às longarinas devem resistir ao peso próprio, peso da pavimentação e defensas, carga móvel e impacto nas defensas (lajes em balanço).

Foram realizadas verificações para os Estados Limites Últimos e Estados Limites de Utilização onde foram observadas as recomendações das normas brasileiras NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR 7187 (ABNT, 2021a), NBR 7188 (ABNT, 2013a), NBR 7480 (ABNT, 2007), NBR 7483 (ABNT, 2020), NBR 8681 (ABNT, 2003) e NBR 9062 (ABNT, 2017). Na Tabela 2.4 são resumidas as verificações realizadas.

Para o dimensionamento das longarinas, foram consideradas as etapas de protensão, içamento, concretagem das lajes e transversinas, e inicialmente foram inseridas as propriedades do concreto, da armadura passiva e do aço de protensão, em seguida, a

seção era desenhada no software AutoCAD, de onde eram retiradas todas as propriedades geométricas, tanto da viga, quanto da seção composta, onde considerava-se a longarina trabalhando em conjunto com a laje.

Posteriormente, determinava-se o traçado dos cabos e o engrossamento no apoio. Em seguida as planilhas eram alimentadas com os resultados dos esforços obtidos através do software CSiBridge, além dos esforços de retração, fluência e variação de temperatura obtidos através do modelo proposto por (MOGA *et al.*, 2016) possibilitando assim estimar a força de protensão, considerada limitada, e estimar suas perdas, em seguida verificava-se se a protensão adotada atendia a todos os limites estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para o Estado Limite Último (ELU) e para o Estado Limite de Serviço (ELS).

Após a verificação da protensão, foram dimensionadas as armaduras de flexão, de cisalhamento e de torção, e em seguida averiguava-se se as mesmas passavam pelos critérios de fadiga. Por fim, era realizada a verificação quanto à deformação excessiva, tanto para o ato da protensão quanto no tempo infinito, e comparados com os valores máximos estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), já que em várias situações, a flecha excessiva foi determinante no dimensionamento das longarinas. Caso a seção adotada atendesse a todos os critérios analisados após todos os dimensionamento e verificações, calculava-se o quantitativo das armaduras passivas, ativas e o consumo de concreto para as longarinas.

Para dimensionar as lajes, inicialmente eram inseridas as propriedades do concreto e da armadura adotada seguido das dimensões da laje. Em seguida, as planilhas foram alimentadas com os esforços obtidos através da análise realizada no software CSiBridge, a partir dos quais era calculada a armadura necessária para resistir a esses esforços.

Após a determinação das armaduras, a mesma era verificada ao esforço cortante, à fadiga e ao estado limite de abertura de fissuras. Em seguida, essa série de verificações, caso todos os critérios fossem aprovados, obtinha-se então o consumo de aço e de concreto para a laje.

**Tabela 2.4 – Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes pré-moldadas protendidas**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) Definição do traçado dos cabos de protensão;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| b) Comprimento de engrossamento da alma da viga junto ao apoio;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| c) Esforços solicitantes em cada etapa construtiva, sendo elas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Protensão;</li> <li>• Içamento;</li> <li>• Concretagem das lajes e transversinas;</li> <li>• Revestimento e barreiras;</li> <li>• Início da operação da ponte;</li> <li>• Final da operação da ponte.</li> </ul>                                                                                                |
| d) Esforços devido à retração da laje;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| e) Esforços devido à variação de temperatura na laje;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| f) Determinação da força de protensão: <ul style="list-style-type: none"> <li>• ELU – Ato da protensão;</li> <li>• ELS – Protensão Limitada.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| g) Cálculo das perdas de protensão: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Perdas imediatas: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ atrito do cabo/bainha;</li> <li>○ acomodação da ancoragem;</li> <li>○ encurtamento elástico do concreto.</li> </ul> </li> <li>• Perdas progressivas: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ retração;</li> <li>○ fluência;</li> <li>○ relaxação do aço.</li> </ul> </li> </ul> |
| h) Dimensionamento da armadura longitudinal da longarina;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| i) Dimensionamento da armadura transversal;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
| j) Dimensionamento da armadura de torção;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| k) Fadiga da armadura longitudinal e do concreto;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| l) Fadiga da armadura transversal;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| m) Verificação da flecha;                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| n) Estabilidade lateral da viga pré-moldada no içamento                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

## 2.2.4 Aplicação das equações de otimização

A partir do estudo realizado, obtiveram-se as curvas e as suas respectivas equações que correlacionam o consumo de armadura passiva e armadura ativa com os parâmetros adotados. As equações obtidas são apresentadas na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Equações obtidas no estudo de otimização

| Estudo                                                                             | Equações obtidas                                                                                                                                                                                                                                           |     | Variáveis                                                                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Influência da altura da longarina, comprimento do vão e distância entre longarinas | $C_{ap} = 610 + \left[ \left( \frac{L}{4 \cdot a} \right) \cdot \left( \frac{L}{a} + 84 \right) \right] + \left[ \left( \frac{2 \cdot L}{h} \right) \cdot \left( \frac{L}{h} - 26 \right) \right] - \left( \frac{L^2}{a \cdot h} \right)$                  | 2.1 | $C_{ap}$ é o consumo de armadura passiva por vão nas longarinas (kg/m);<br>$C_{aa}$ é o consumo de armadura ativa por vão nas longarinas (kg/m);<br>$C_{aa}$ é o vão da ponte (m);<br>$h$ é altura da longarina (m).                                         |
|                                                                                    | $C_{aa} = -230 + \left[ \left( \frac{0,16 \cdot L}{a} \right) \cdot \left( \frac{L}{a} + 25 \right) \right] + \left[ \left( \frac{1,25 \cdot L}{h} \right) \cdot \left( 32 - \frac{L}{h} \right) \right] + \left( \frac{0,6 \cdot L^2}{a \cdot h} \right)$ | 2.2 |                                                                                                                                                                                                                                                              |
|                                                                                    | $C_{at} = 350 + \left[ \left( \frac{L}{4 \cdot a} \right) \cdot \left( \frac{L}{a} + 84 \right) \right] + \left[ \left( \frac{2 \cdot L}{h} \right) \cdot \left( \frac{L}{h} - 26 \right) \right] - \left( \frac{L^2}{a \cdot L} \right)$                  | 2.3 |                                                                                                                                                                                                                                                              |
| Influência da espessura da laje                                                    | $C_{at} = 90000 - (4300 \cdot t_c) + (78,4 \cdot t_c^2) + (700 \cdot a)$                                                                                                                                                                                   | 2.4 | $C_{at}$ é o consumo total de armadura (kg);<br>$t_c$ é a espessura da laje (cm);<br>$a$ é o espaçamento entre eixos das longarinas (m).                                                                                                                     |
| Influência da largura da laje em balanço                                           | $C_{along} = 3133 + \left[ \frac{10 \cdot a_b}{a} \cdot \left( \frac{31 \cdot a_b}{a} - 19 \right) \right] + [5 \cdot h \cdot (-37 \cdot h^2) + (268 \cdot h) - 640]$                                                                                      | 2.5 | $C_{along}$ é o consumo total de armadura (kg);<br>$C_{alaje}$ é o consumo de armadura na laje (kg/m);<br>$a_b/a$ é a relação entre a largura do balanço e a distância entre eixos das longarinas;<br>$C_{atotal}$ é o consumo de armadura por metro (kg/m). |
|                                                                                    | $C_{alaje} = 273 + \left[ \frac{200 \cdot a_b}{a} \cdot \left( \frac{51 \cdot a_b^2}{a^2} - \frac{80 \cdot a_b}{a} + 37 \right) \right] + [25 \cdot h \cdot (5 \cdot h - 24)]$                                                                             | 2.6 |                                                                                                                                                                                                                                                              |
|                                                                                    | $C_{atotal} = 1000 + \left[ \frac{25 \cdot a_b}{a} \cdot \left( \frac{52 \cdot a_b^2}{a^2} - \frac{743 \cdot a_b}{a} + 320 \right) \right] + [10 \cdot h \cdot (16 \cdot h - 75)]$                                                                         | 2.7 |                                                                                                                                                                                                                                                              |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Com base nos resultados das curvas obtidas, torna-se viável determinar as dimensões ideais, incluindo alturas, espaçamentos entre os eixos das longarinas, larguras dos balanços e espessuras das lajes, de modo a minimizar o consumo de armadura.

A obtenção dessas dimensões ótimas segue um processo de três etapas distintas. Inicialmente, a partir das curvas resultantes, são determinadas as relações  $a_b/a$  e os valores ideais para o espaçamento “ $a$ ” entre eixos das longarinas, obtendo-se assim o número de longarinas. Em seguida, com base na largura do tabuleiro a depender de sua classe, são definidos o número de longarinas, o espaçamento entre elas e a largura do balanço. A segunda etapa, concentra-se na determinação da espessura da laje. Por fim, na terceira etapa, a altura das longarinas é ajustada de acordo com o objetivo da otimização, podendo variar conforme a ênfase seja direcionada para a minimização do consumo de armadura passiva ou da minimização do consumo de armadura ativa.

Para uma melhor visualização do processo, a Figura 2.6 ilustra um fluxograma detalhado que guia a obtenção das dimensões ideais.

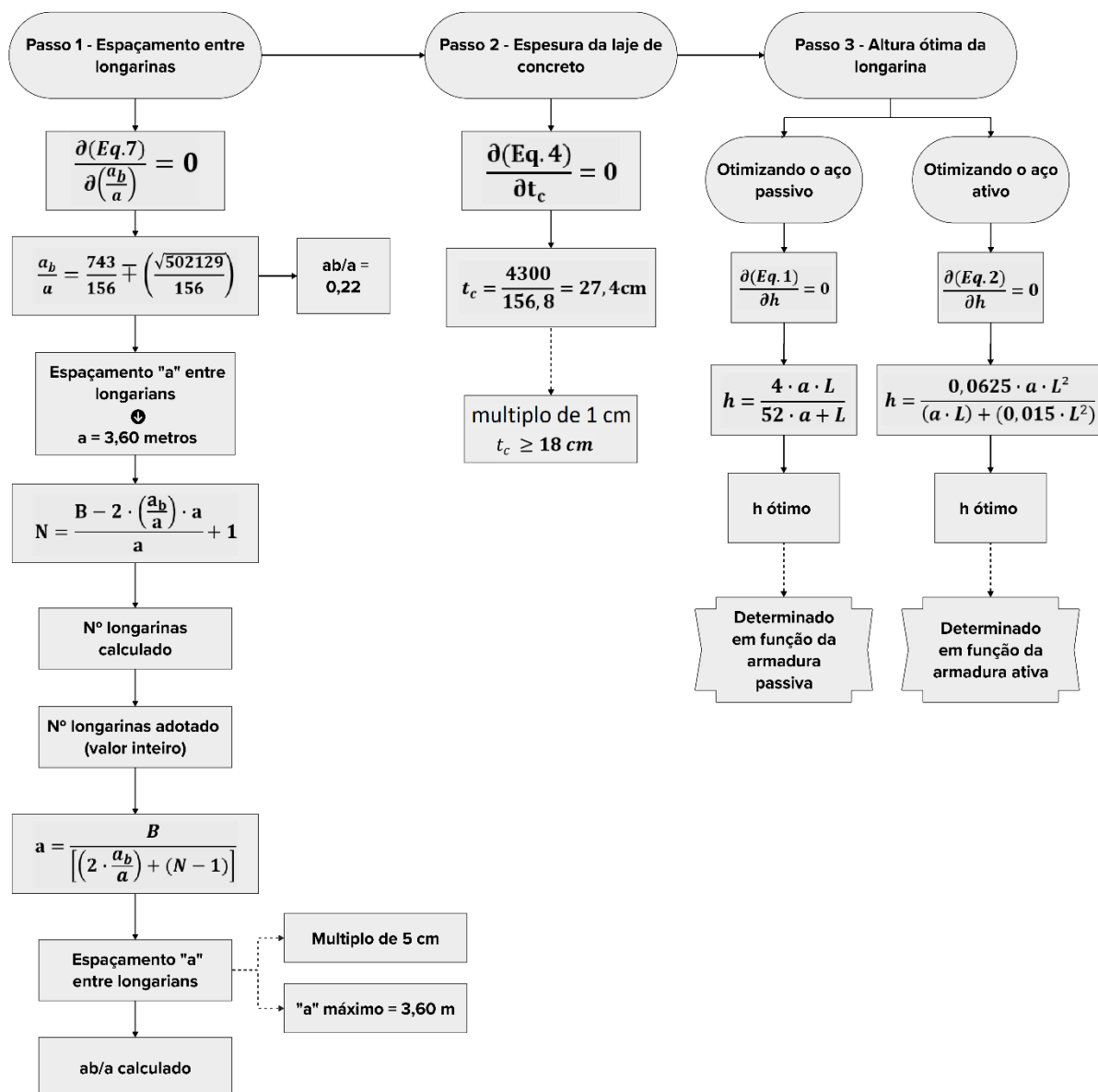


Figura 2.6 – Fluxograma para determinação das dimensões ótimas

Primeiramente, busca-se o valor ideal da relação  $ab/a$  que resulta no menor consumo de armadura total, tanto para as longarinas quanto para as lajes, podendo ser obtido ao derivar a Equação 2.8 em função da relação  $ab/a$  e a igualando a zero, obtendo-se assim a Equação 2.9. Isso leva à determinação do valor ótimo de  $ab/a$ , cujo valor ótimo obtido é de 0,22. Em seguida, observou-se que o espaçamento mais adequado entre as longarinas, minimizando o consumo de armadura, seja passiva, ativa ou total, será sempre o máximo possível a depender, da verificação das pré-lajes. Como para as situações avaliadas o maior espaçamento possível obtido foi 3,60 metros, sugere-se esse valor como sugestão inicial de menor consumo, caso a pré-laje não resista aos esforços solicitantes, pode-se trabalhar com valores inferiores a esse.

$$\frac{a_b}{a} = \frac{743}{156} \mp \left( \frac{\sqrt{502129}}{156} \right) \rightarrow \frac{a_b}{a} = 0,22 \text{ ou } \frac{a_b}{a} = 9,31 \quad (2.8)$$

$$\frac{a_b}{a} \text{ adotado} = 0,22$$

Com base nesses dois valores encontrados, determina-se o número ideal de longarinas em relação à largura  $B$  do tabuleiro. É importante observar que a quantidade de longarinas deve ser um valor inteiro. Portanto, o valor de " $a$ " é recalculado e convencionalmente ajustado para ser um múltiplo de 5 cm. Por fim, a relação  $a_b/a$  é recalculada. Deve-se destacar que espaçamentos " $a$ " maiores do que 3,60 metros resultam em aumentos dos esforços na pré-laje e dos esforços de torção nas longarinas, o que, por sua vez, demanda maior consumo de armadura. Assim, a utilização de espaçamentos superiores a 3,60 metros não é recomendada para fins de otimização.

Após determinar a distância entre longarinas " $a$ " e a largura do balanço " $a_b$ " do tabuleiro, Equação 4 (Figura 6) é utilizada para determinar a espessura da laje. Isso é alcançado ao derivar a equação em relação à espessura da laje e igualar a derivada a zero, Equação 9 (Figura 6), resultando na espessura de laje que corresponde ao ponto de menor consumo de armadura na laje. A espessura determinada, representada por " $t_c$ ", deve ser múltipla de 1 cm e, de acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2021a), deve atender a um valor mínimo de 18 cm.

$$t_c = \frac{4300}{156,8} = 27,4 \text{ cm} \quad (2.9)$$

Finalmente, após a definição dos espaçamentos entre longarinas e a espessura da laje, é necessário proceder com a determinação da altura ideal da longarina para o vão desejado. Portanto, ao derivar a Equação 2.1 em relação à variável " $h$ " e iguala-la a zero, é possível obter a altura da longarina que minimiza o consumo de armadura passiva (Equação 2.10), caso deseje obter a altura ótima focada no menor consumo de armadura ativa, deve-se derivar a Equação 2.2 em relação a variável  $h$ , também igualando-a a zero, obtendo-se assim a Equação 2.11 que resulta na altura ideal para o menor consumo de armadura ativa para as configurações específicas da ponte analisada.

$$\frac{\partial(Eq. 1)}{\partial h} = 0 \rightarrow h_{passivo} = \frac{4 \cdot a \cdot L}{52 \cdot a + L} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial(Eq. 2)}{\partial h} = 0 \rightarrow h_{ativo} = \frac{0,0625 \cdot a \cdot L^2}{(a \cdot L) + (0,015 \cdot L^2)} \quad (2.11)$$

Para exemplificar a aplicação das equações, foram calculadas as dimensões ótimas de pontes das classes I-A e I-B, com e sem passeio, de acordo com o manual do DNER (DNER, 1996), cujas dimensões são apresentadas na Tabela 2.6. Os vãos adotados no exemplo variam entre 20 m, 25 m, 30 m, 35 m e 40 m.

**Tabela 2.6 – Larguras definidas para os tabuleiros das pontes**

| OAE - Pista simples |              |              |         |         |             |         |         |             |         |         |              |       |
|---------------------|--------------|--------------|---------|---------|-------------|---------|---------|-------------|---------|---------|--------------|-------|
| Classe              | Unidades (m) | Guarda corpo | Passeio | Defensa | Acostamento | Faixa 1 | Faixa 2 | Acostamento | Defensa | Passeio | Guarda corpo | Total |
| I-B                 | Com passeio  | 0,15         | 1,50    | 0,40    | 2,50        | 3,60    | 3,60    | 2,50        | 0,40    | 1,50    | 0,15         | 16,30 |
| I-B                 | Sem passeio  |              |         | 0,40    | 2,50        | 3,60    | 3,60    | 2,50        | 0,40    |         |              | 13,00 |
| OAE - Pista dupla   |              |              |         |         |             |         |         |             |         |         |              |       |
| Classe              | Unidades (m) | Guarda corpo | Passeio | Defensa | Acost. Int. | Faixa 1 | Faixa 2 | Acost. Ext. | Defensa | Passeio | Guarda corpo | Total |
| I-A ou 0            | Com passeio  |              |         | 0,40    | 1,00        | 3,60    | 3,60    | 3,00        | 0,40    | 1,50    | 0,15         | 13,65 |
| I-A ou 0            | Sem passeio  |              |         | 0,40    | 1,00        | 3,60    | 3,60    | 3,00        | 0,40    |         |              | 12,00 |

Fonte: Adaptado de DNIT (1996)

Os resultados resumidos das dimensões ideais encontradas para cada uma das pontes analisadas estão disponíveis na Tabela 2.7.

**Tabela 2.7 – Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização (continua)**

| Classe           | Vão (m) | Largura do tabuleiro (m) | $ab/a$ inicial | "a" inicial (m) | Nº longarinas calculado | Nº long. adotado | "a" calc. (m) | $ab/a$ calc. | $t_c$ calc. (cm) | $h$ passivo ótimo (m) | $h$ ativo ótimo (m) |
|------------------|---------|--------------------------|----------------|-----------------|-------------------------|------------------|---------------|--------------|------------------|-----------------------|---------------------|
| IB – com passeio | 20      | 16,30                    | 0,22           | 3,60            | 5,09                    | 5                | 3,70          | 0,20         | 27               | 1,39                  | 1,16                |
|                  | 25      | 16,20                    | 0,22           | 3,60            | 5,09                    | 5                | 3,70          | 0,20         | 27               | 1,70                  | 1,42                |
|                  | 30      | 16,30                    | 0,22           | 3,60            | 5,09                    | 5                | 3,70          | 0,20         | 27               | 2,00                  | 1,67                |
|                  | 35      | 16,30                    | 0,22           | 3,60            | 5,09                    | 5                | 3,70          | 0,20         | 27               | 2,28                  | 1,92                |
|                  | 40      | 16,30                    | 0,22           | 3,60            | 5,09                    | 5                | 3,70          | 0,20         | 27               | 2,55                  | 2,15                |
| IB – sem passeio | 20      | 13,00                    | 0,22           | 3,60            | 4,17                    | 4                | 3,80          | 0,21         | 27               | 1,40                  | 1,16                |
|                  | 25      | 13,00                    | 0,22           | 3,60            | 4,17                    | 4                | 3,80          | 0,21         | 27               | 1,71                  | 1,42                |
|                  | 30      | 13,00                    | 0,22           | 3,60            | 4,17                    | 4                | 3,80          | 0,21         | 27               | 2,00                  | 1,68                |
|                  | 35      | 13,00                    | 0,22           | 3,60            | 4,17                    | 4                | 3,80          | 0,21         | 27               | 2,29                  | 1,92                |
|                  | 40      | 13,00                    | 0,22           | 3,60            | 4,17                    | 4                | 3,80          | 0,21         | 27               | 2,56                  | 2,16                |

**Tabela 2.7 – Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização (conclusão)**

| Classe                | Vão (m) | Largura do Tabuleiro (m) | $ab/a$ inicial | "a" inicial (m) | Nº longarinas calculado | Nº long. adotado | "a" calc. (m) | $ab/a$ calc. | $t_c$ calc. (cm) | $h$ passivo ótimo (m) | $h$ ativo ótimo (m) |
|-----------------------|---------|--------------------------|----------------|-----------------|-------------------------|------------------|---------------|--------------|------------------|-----------------------|---------------------|
| IA ou 0 – com passeio | 20      | 13,65                    | 0,22           | 3,60            | 4,35                    | 5                | 3,10          | 0,20         | 27               | 1,37                  | 1,14                |
|                       | 25      | 13,65                    | 0,22           | 3,60            | 4,35                    | 5                | 3,10          | 0,20         | 27               | 1,66                  | 1,39                |
|                       | 30      | 13,65                    | 0,22           | 3,60            | 4,35                    | 5                | 3,10          | 0,20         | 27               | 1,95                  | 1,64                |
|                       | 35      | 13,65                    | 0,22           | 3,60            | 4,35                    | 5                | 3,10          | 0,20         | 27               | 2,21                  | 1,87                |
|                       | 40      | 13,65                    | 0,22           | 3,60            | 4,35                    | 5                | 3,10          | 0,20         | 27               | 2,47                  | 2,09                |
| IA ou 0 – sem passeio | 20      | 12,00                    | 0,22           | 3,60            | 3,89                    | 4                | 3,50          | 0,21         | 27               | 1,39                  | 1,15                |
|                       | 25      | 12,00                    | 0,22           | 3,60            | 3,89                    | 4                | 3,50          | 0,21         | 27               | 1,69                  | 1,41                |
|                       | 30      | 12,00                    | 0,22           | 3,60            | 3,89                    | 4                | 3,50          | 0,21         | 27               | 1,98                  | 1,66                |
|                       | 35      | 12,00                    | 0,22           | 3,60            | 3,89                    | 4                | 3,50          | 0,21         | 27               | 2,26                  | 1,90                |
|                       | 40      | 12,00                    | 0,22           | 3,60            | 3,89                    | 4                | 3,50          | 0,21         | 27               | 2,52                  | 2,13                |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

## 2.3 PONTES MISTAS

Na Figura 2.7 está resumida a metodologia utilizada no desenvolvimento do estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto, a qual pode ser dividida em quatro etapas: revisão bibliográfica, estudo preliminar, estudo de otimização e estimativa do consumo de materiais.

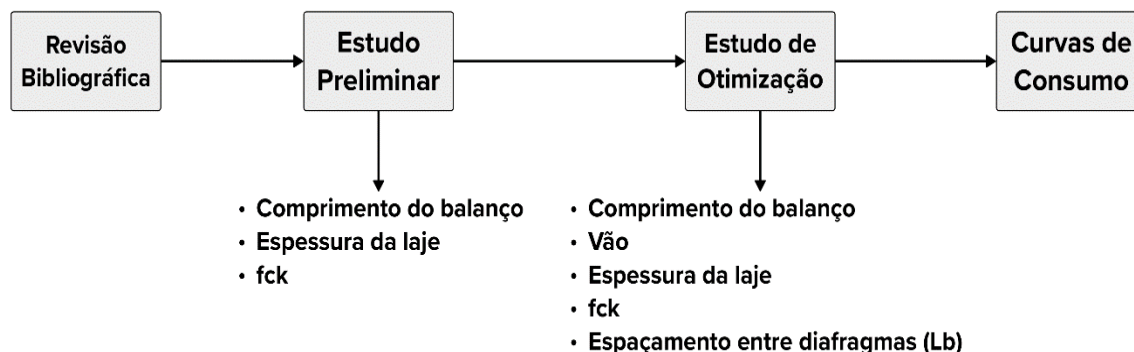


**Figura 2.7 – Metodologia do trabalho**

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

### 2.3.1 Estudo preliminar

O estudo preliminar foi conduzido com os objetivos de investigar as relações entre a largura do tabuleiro em balanço e a distância entre longarinas (relação  $ab/a$ ) que resultassem em valores de momentos positivos e negativos transversais na laje mais uniformes possíveis.

Dessa forma, evita-se que em determinadas áreas as armaduras estejam superdimensionadas, resultando em desperdício de material. Após a identificação das relações  $a_b/a$  que resultassem em momentos mais uniformes, foi investigado se as relações ótimas ainda se manteriam caso outras variáveis, como a influência da espessura da laje, a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ) e o comprimento do vão, fossem variadas. Contribuindo assim, juntamente com as recomendações normativas, técnicas e trabalhos científicos, para a definição da faixa de trabalho das variáveis a serem avaliadas no estudo de otimização.

O estudo preliminar foi conduzido apenas em termos de esforços solicitantes, onde foram considerados os efeitos dos pesos próprios da laje, das defensas, da pavimentação e recapeamento, bem como o carregamento móvel. A influência da relação comprimento dos balanços/distância entre longarinas na distribuição de momento fletor na laje de concreto e nas longarinas metálicas foi avaliada para as relações  $a_b/a = 0,2, 0,3, 0,35, 0,4$  e  $0,5$ . Do estudo preliminar foi observado que a relação  $a_b/a$  igual a  $0,30$  foi a que forneceu melhor distribuição de momentos na laje de concreto e, portanto, tal relação, foi adotada nas demais pontes avaliadas no estudo de otimização. Para a relação  $a_b/a = 0,30$ , foram conduzidos estudos adicionais relacionados à resistência e à espessura da laje de concreto ( $f_{ck}$ ), quantidade de longarinas e comprimento do vão da ponte.

Assim o estudo preliminar resultou no estudo das variáveis indicadas no fluxograma ilustrado na Figura 2.8. Na Tabela 2.8 são apresentadas todas as variáveis e as variações adotadas em cada modelo analisado no estudo preliminar.

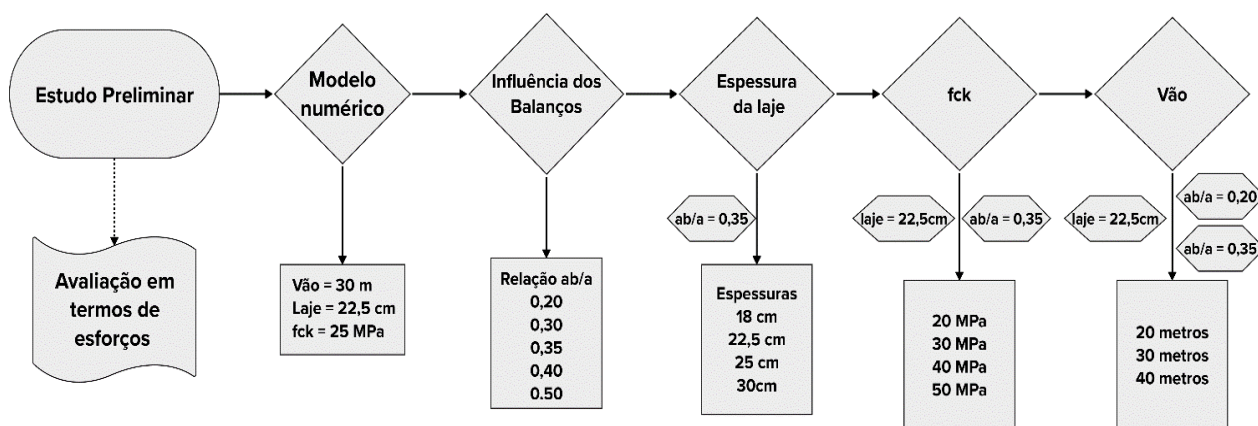


Figura 2.8 – Fluxograma do estudo preliminar

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

### 2.3.2 Estudo de otimização

A partir do estudo preliminar e das referências bibliográficas foi determinado que o escopo do estudo de otimização seria conduzido em pontes biapoiadas com tabuleiro com largura de 13 metros, em que as variáveis estudadas foram: o comprimento dos balanços, a altura e a distância entre longarinas, o vão da ponte, a espessura e a resistência da laje de concreto e o espaçamento entre diafragmas.

Na Figura 2.9 está ilustrada a metodologia utilizada no estudo de otimização. Já na Tabela 2.9, pode-se verificar as variáveis consideradas no estudo de influência do vão da ponte e conseqüentemente da altura das longarinas. Na Tabela 2.10 é possível verificar as variáveis consideradas para a verificação da espessura da laje, o comprimento dos balanços e o número de diafragmas transversais.

Para o comprimento do vão, admitiram-se os comprimentos de 20 m, 30 m e 40 m. Para a altura das longarinas, foram avaliadas as relações  $L/h = 15$ ,  $L/h = 20$  e  $L/h = 25$ . Para o comprimento dos balanços, foram admitidas as relações entre o comprimento do balanço/distância entre longarinas de 0,20, 0,30 e 0,40. Para analisar a influência da espessura das lajes, foram adotadas lajes com alturas de 20 cm, 25 cm e 30 cm. Por fim, avaliou-se a influência da quantidade/espaçamento entre diafragmas, onde foram estudadas pontes com 5, 6, 7 e 9 diafragmas.

Para o dimensionamento das longarinas e das lajes, utilizou-se uma planilha Microsoft Excel, na qual, inicialmente foram inseridos os dados da seção transversal da ponte a ser dimensionada, assim como as propriedades dos materiais utilizados nas longarinas e na laje de concreto. Em seguida, eram inseridas as dimensões do perfil utilizado e suas propriedades geométricas eram automaticamente calculadas pela planilha, e verificadas quanto aos critérios normativos exigidos pelas normas brasileiras.

Determinadas as dimensões a serem estudadas, gerava-se o modelo numérico através do software *CSiBridge*, e após o processamento, eram inseridos os esforços obtidos devido ao momento fletor, esforço cortante e a força normal nas longarinas, além das tensões nas faces superiores e inferiores da laje de concreto e nas mesas superiores e inferiores devido aos efeitos da retração e temperatura. Possibilitando assim, que fossem feitas todas as verificações necessárias para as longarinas considerando tanto a seção isolada durante a fase de construção (içamento e concretagem) quanto a seção mista de aço e concreto durante fase de utilização.

Após realizar todas as verificações, caso a taxa de solicitação das longarinas esteja contida no intervalo pré-estabelecido de 95 % a 100 % da capacidade resistiva da seção transversal, procedia-se à determinação do peso de aço das longarinas, bem como à quantidade de conectores e enrijecedores necessários no projeto.

Isso permitia obter o consumo total de aço estrutural para as configurações adotadas. Entretanto, se algum desses critérios não fosse atendido, a estrutura era reavaliada e reprocessada a fim de obter os novos esforços solicitantes, buscando verificar se todos os critérios poderiam ser cumpridos. O redimensionamento consistiu em ajustar a largura e/ou a espessura da mesa superior ou inferior, de acordo com a situação analisada, até atingir a taxa de utilização estabelecida ou as dimensões mínimas recomendadas nas normas de projeto.

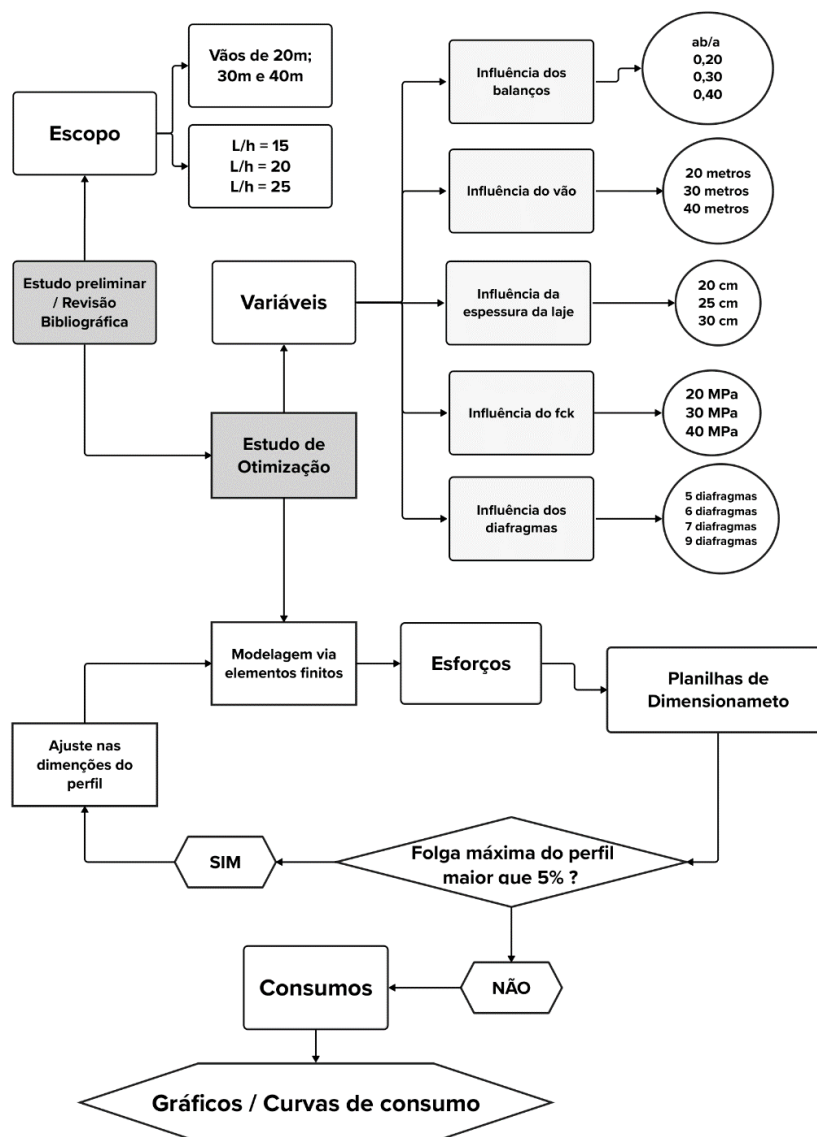


Figura 2.9 – Fluxograma do estudo de otimização

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Tabela 2.8 – Variáveis do estudo preliminar de otimização das pontes mistas

| Estudo            | Largura do tabuleiro (m) | Vão (m) | Altura da longarina | Número de longarinas | Espaçamento entre longarinas (cm) | Largura da laje em balanço "a <sub>b</sub> " (cm) | Relação a <sub>b</sub> /a | Espessura da laje (cm) | Número de diafragmas | f <sub>ck</sub> (MPa) |
|-------------------|--------------------------|---------|---------------------|----------------------|-----------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
| Estudo preliminar | 13                       | 30      | L/h = 20            | 4                    | 382                               | 76                                                | 0,2                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 5                    | 295                               | 59                                                | 0,2                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 6                    | 241                               | 48                                                | 0,2                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 7                    | 203                               | 41                                                | 0,2                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 4                    | 361                               | 108                                               | 0,3                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 5                    | 283                               | 85                                                | 0,3                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 6                    | 232                               | 70                                                | 0,3                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 7                    | 197                               | 59                                                | 0,3                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 4                    | 342                               | 137                                               | 0,4                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 5                    | 271                               | 108                                               | 0,4                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 6                    | 224                               | 90                                                | 0,4                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 7                    | 191                               | 76                                                | 0,4                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 4                    | 325                               | 163                                               | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 5                    | 260                               | 130                                               | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 6                    | 217                               | 108                                               | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 7                    | 186                               | 93                                                | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 25                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 5                    | 260                               | 130                                               | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 20                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 6                    | 217                               | 108                                               | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 30                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 7                    | 186                               | 93                                                | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 40                    |
|                   | 14                       |         | L/h = 20            | 8                    | 175                               | 88                                                | 0,5                       | 22,5                   | 5                    | 50                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 5                    | 260                               | 130                                               | 0,5                       | 18                     | 5                    | 20                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 6                    | 217                               | 108                                               | 0,5                       | 25                     | 5                    | 30                    |
|                   | 13                       |         | L/h = 20            | 7                    | 186                               | 93                                                | 0,5                       | 30                     | 5                    | 40                    |

Tabela 2.9 – Variáveis do estudo da influência da variação do vão das pontes mistas

| Estudo                                           | Largura do tabuleiro (m) | Vão (m) | Altura da longarina | Número de longarinas | Espaçamento entre longarinas (cm) | Largura da laje em balanço "ab" (cm) | Relação $a_b/a$ | Espessura da laje (cm) | Número de diafragmas |
|--------------------------------------------------|--------------------------|---------|---------------------|----------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-----------------|------------------------|----------------------|
| Influência do vão da ponte e altura de longarina | 13                       | 20      | $L/h = 15$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 15$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 15$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 20      | $L/h = 20$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 20      | $L/h = 25$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 25$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 25$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 30      | $L/h = 15$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 15$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 15$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 30      | $L/h = 25$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 25$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 25$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 40      | $L/h = 15$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 15$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 15$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 40      | $L/h = 20$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       | 40      | $L/h = 25$          | 4                    | 361                               | 108                                  | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 25$          | 5                    | 283                               | 85                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                                  | 13                       |         | $L/h = 25$          | 6                    | 232                               | 70                                   | 0,3             | 22,5                   | 5                    |

**Tabela 2.10 – Variáveis do estudo de influência dos comprimentos do balanço, espessura da laje e número de diafragmas das pontes mistas**

| Estudo                             | Largura do tabuleiro (m) | Vão (m) | Altura da longarina | Número de longarinas | Espaçamento entre longarinas (cm) | Largura da laje em balanço " $a_b$ " (cm) | Relação $a_b/a$ | Espessura da laje (cm) | Número de diafragmas |
|------------------------------------|--------------------------|---------|---------------------|----------------------|-----------------------------------|-------------------------------------------|-----------------|------------------------|----------------------|
| Influência dos balanços            | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 4                    | 382                               | 76                                        | 0,2             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 295                               | 59                                        | 0,2             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 241                               | 48                                        | 0,2             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 4                    | 361                               | 108                                       | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                        | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                        | 0,3             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 4                    | 342                               | 137                                       | 0,4             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 271                               | 108                                       | 0,4             | 22,5                   | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 224                               | 90                                        | 0,4             | 22,5                   | 5                    |
| Influência da espessura da laje    | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 4                    | 361                               | 108                                       | 0,3             | 20                     | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                        | 0,3             | 20                     | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                        | 0,3             | 20                     | 5                    |
|                                    | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 4                    | 361                               | 108                                       | 0,3             | 25                     | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                        | 0,3             | 25                     | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                        | 0,3             | 25                     | 5                    |
|                                    | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 4                    | 361                               | 108                                       | 0,3             | 30                     | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                        | 0,3             | 30                     | 5                    |
|                                    | 13                       |         | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                        | 0,3             | 30                     | 5                    |
| Influência do número de diafragmas | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                        | 0,3             | 25                     | 5                    |
|                                    | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 5                    | 283                               | 85                                        | 0,3             | 25                     | 6                    |
|                                    | 13                       | 30      | $L/h = 20$          | 6                    | 232                               | 70                                        | 0,3             | 25                     | 7                    |
|                                    | 13                       | 30      | $L/h = 21$          | 7                    | 197                               | 59                                        | 0,3             | 25                     | 9                    |

Em seguida, procedeu-se ao dimensionamento e à verificação das lajes de concreto. Para isso, os esforços obtidos através da análise realizada no software *CSiBridge* foram inseridos na planilha. Foram considerados os esforços devido ao momento fletor, tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal do tabuleiro, os esforços cortantes e os deslocamentos da laje. Com base nesses dados, foi possível calcular a área de armadura necessária para combater os esforços solicitantes.

Após a determinação das armaduras necessárias, foram realizadas verificações. Primeiramente, verificou-se a resistência das armaduras à fadiga e do concreto à compressão. Além disso, foram analisados os estados limites de serviço, incluindo as flechas imediatas e diferidas no tempo, bem como a abertura e formação de fissuras. Para as pré-lajes, as verificações incluíram as armaduras longitudinais, o esforço cortante e os estados limites de serviço de deformação excessiva e fissuração. Finalmente, realizou-se a verificação do cisalhamento longitudinal da laje de concreto com base no modelo de bielas e tirantes.

Após a conclusão de todas essas etapas de verificação e dimensionamento, e caso todos os critérios fossem aprovados, foram obtidos os consumos de aço e concreto necessários para a laje.

A partir do estudo de otimização, foi estimado o consumo de concreto, armadura passiva e aço estrutural do tabuleiro para cada uma das 76 configurações de pontes estudadas. Cabe ressaltar, que cada ponto na curva de consumo está associado a uma seção otimizada de longarina.

### 2.3.3 Tipologia do tabuleiro

Os estudos preliminar e de otimização foram conduzidos em pontes mistas biapoiadas compostas por longarinas metálicas em perfis de alma cheia e laje de concreto. A ligação entre a laje e o perfil metálico foi feita a partir de conectores do tipo *Stud-Bolt*. Por simplificação, os diafragmas foram admitidos com perfil de alma cheia e seção transversal I.

A seção transversal do tabuleiro está ilustrada na Figura 2.10 (classe I-B do Manual de Projetos de Obra de Arte Especiais, DNER, 1996) e é composta por duas faixas de rolamento de 3,6 m, sem passeio, dois acostamentos de 2,5 m e duas defensas do tipo New Jersey com 0,4 m de largura, totalizando uma largura de 13 m.

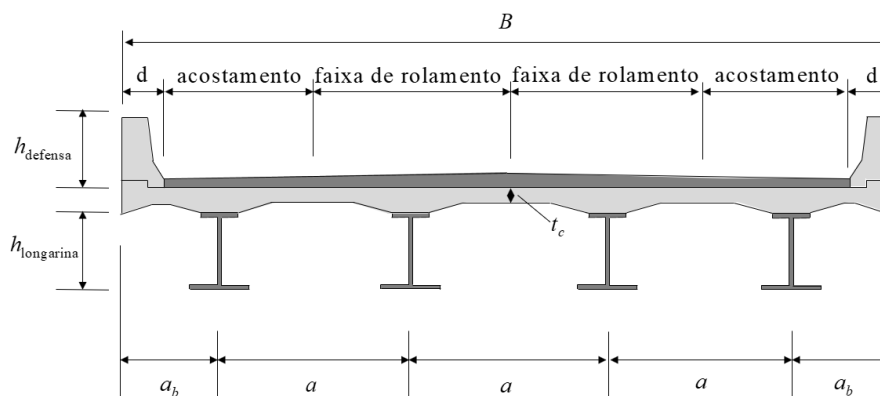


**Figura 2.10 – Tipologia do tabuleiro**

Fonte: Coelho (2023)

A laje do tabuleiro foi composta por pré-lajes e uma capa de concreto moldada *in loco*. Após a cura do concreto, essas pré-lajes foram consideradas parte integrante da seção transversal do tabuleiro, resultando em uma laje maciça de concreto armado de formato retangular. Em todos os casos investigados, admitiu-se ambiente atmosférico pouco agressivo com classificação C1 de acordo com a ISO 9223 (CEN, 2012), e perfil pintado. Para especificação do cobrimento das armaduras, adotou-se um cobrimento de 25,0 mm (classe de agressividade CAA-II).

No estudo de otimização foram estudadas pontes com vãos de 20 m, 30 m e 40 m. As longarinas da ponte de 20 metros foram admitidas com 2 trechos de 10 metros, em que o mesmo perfil foi admitido nos dois trechos. Nas pontes de 30 e 40 metros foi utilizado mais de um tipo de perfil por longarina, conforme ilustrado na Figura 2.11. Para o vão de 30 metros, foram utilizados um perfil P1 de 12,0 metros e dois perfis P2 de 9,0 metros. Para as pontes com vãos de 40 metros, foram empregados dois perfis P1 de 11,9 metros e dois perfis P2 de 8,1 metros. As longarinas internas e externas foram admitidas com mesma seção transversal.

Quando as longarinas são compostas por mais de um tipo de perfil é recomendado, por questões de construtibilidade, que a variação ocorra apenas em relação às larguras das mesas inferior e superior. Dessa forma, a espessura da alma e das mesas dos perfis P1 e P2 foram similares. No caso da alma, a espessura adotada correspondeu a menor espessura comercial de modo a respeitar a condição de que os perfis fossem classificados como *semi-compactos* segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008). Para atender a tal classificação, o índice de esbeltez ( $\lambda$ ), relação entre a altura ( $h$ ) e espessura da alma ( $t_w$ ) –  $(h/t_w)$ , deve ser superior ao parâmetro de esbeltez limite para seções compactas ( $\lambda_p$ ) e inferior à esbeltez limite para seções esbeltas ( $\lambda_r$ ), ou seja,  $\lambda_p \leq h/t_w \leq \lambda_r$

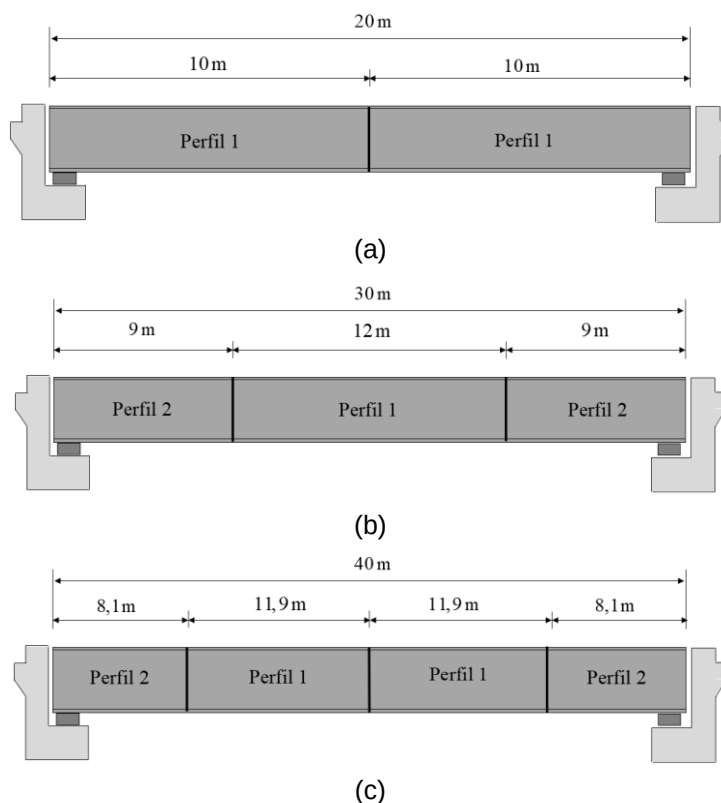


**Figura 2.11 – Vista longitudinal das pontes estudadas com vãos de: (a) 20 m; (b) 30 m; (c) 40 m**

Fonte: Coelho (2023)

### 2.3.4 Modelo numérico

Os esforços solicitantes utilizados nos estudos preliminar e de otimização foram determinados via Método dos Elementos Finitos (MEF) a partir de modelos numéricos desenvolvidos no software *CSiBridge v.23.0.0*. A escolha desse software foi baseada na facilidade de concepção da estrutura e para aplicação do carregamento. Além da análise estrutural, o *CSiBridge* também pode ser utilizado no dimensionamento dos elementos estruturais, no entanto, tal funcionalidade não foi utilizada no trabalho, pois, até o momento, os requisitos das normas brasileiras de dimensionamento não estão disponíveis no software.

No modelo numérico, a laje de concreto, longarinas e os diafragmas foram discretizados a partir de elementos de casca (*shell thin*) com dimensões máximas de 1500 mm x 1000 mm. Todas as longarinas foram consideradas apoiadas sobre aparelhos de apoio do tipo Neoprene Fretado com dimensões de 500 mm x 600 mm e 114mm de altura. Os aparelhos de apoio foram simulados a partir de elementos de mola com o deslocamento na direção z (vertical) restrito, que implica na consideração de uma rigidez axial infinita. Para as direções x e y admitiu-se molas, para cargas dinâmicas, com rigidezes de 2632 kN/m.

Os diafragmas foram admitidos com perfil I de alma cheia com mesas superiores e inferiores de 200 mm e 250 mm de largura e espessuras de 12,5 mm e 16 mm respectivamente, alma com espessura de 16 mm e altura de 70 % da altura da longarina. Com exceção da altura da alma dos diafragmas, e consequentemente a altura total do perfil, as demais dimensões permaneceram constantes nos modelos avaliados.

Na Figura 2.12 é apresentada uma vista do modelo numérico. Para a laje de concreto, foram admitidos concreto com resistência  $f_{ck}$  de 30 MPa e aço CA50 para a armadura passiva. Para as longarinas, diafragmas, emendas e enrijecedores admitiu-se o aço ASTM A588. O modelo de fluência e retração GL2000 foi admitido no modelo numérico. Ainda, admitiu-se variação uniforme de temperatura de  $\pm 15$  °C e gradiente de temperatura.

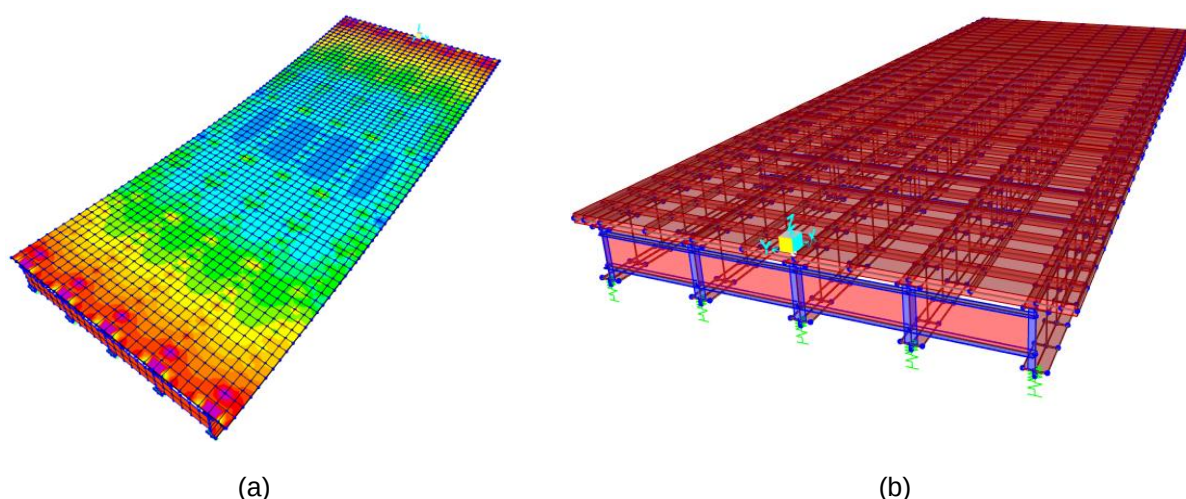


**Figura 2.12 – Modelo em elementos finitos: (a) malha de elementos finitos do modelo numérico; (b) modelo em elementos finitos extrudado**

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Os carregamentos admitidos no modelo numérico foram o peso próprio da estrutura metálica (longarina e diafragmas), peso próprio do concreto fresco, peso próprio das lajes pré-moldadas, pavimentação e recapeamento, o peso das barreiras do tipo New Jersey, retração e fluência, sobrecarga de construção, aceleração e frenagem, variação de temperatura e para a carga móvel adotou-se o trem-tipo TB-450 conforme a NBR 7188 (ABNT, 2013b).

### 2.3.5 Verificações de projeto

No estudo de otimização foi conduzido a verificação das longarinas metálicas, lajes e pré-lajes. As longarinas metálicas foram verificadas nas etapas de içamento, construtiva e de utilização. As pré-lajes foram verificadas quando às etapas de içamento e construtiva. Após a cura da capa do concreto, a pré-laje passou a integrar a seção transversal da laje e foi verificada para a fase de utilização. Na verificação dos elementos citados foram observadas as recomendações das normas brasileiras NBR 5884 (ABNT, 2013b), NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR6120 (ABNT, 2019), NBR 6123 (ABNT, 1988), NBR 7188 (ABNT, 2013a), NBR 8681 (ABNT, 2003), NBR 8800 (ABNT, 2008), NBR 15980 (ABNT, 2020a), NBR 16694 (ABNT, 2020c) e também internacionais AASHTO (AASHTO, 2017), (FHWA, 2015a), AISC (AISC, 2016), AWS D1.5 (AASHTO, 2015), Eurocode 4 (CEN, 2004), ASTM A193 B7 (ASTM, 2020).

As verificações conduzidas para as longarinas nas fases de içamento, construtiva e de utilização estão resumidas na Tabela 2.11. Na Tabela 2.12 são resumidas as verificações conduzidas para as lajes e pré-lajes.

**Tabela 2.11 – Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as longarinas**

| Seção Isolada de aço                                                                                                                                                                                                                                       | Seção mista de aço e concreto                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Flambagem lateral por torção</li> <li>• Flambagem local da mesa</li> <li>• Flambagem local da alma</li> <li>• Cisalhamento da alma</li> <li>• Flexão local da mesa</li> <li>• Escoamento local da alma</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tensão de compressão na mesa superior</li> <li>• Tensão de tração na mesa inferior</li> <li>• Cisalhamento da alma</li> <li>• Esmagamento da laje de concreto</li> <li>• Dimensionamento da solda de composição</li> <li>• Fadiga na solda de composição</li> <li>• Conectores de cisalhamento</li> <li>• Fadiga dos conectores de cisalhamento</li> <li>• Enrijecedores de apoio</li> <li>• Enrijecedores transversais intermediários</li> <li>• Fadiga da solda dos enrijecedores</li> <li>• Cargas localizadas</li> <li>• <i>ELS</i>: flecha e contra flecha</li> </ul> |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

**Tabela 2.12 – Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as lajes e pré-lajes**

| Seção isolada de aço                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fadiga das armaduras longitudinais</li> <li>• Compressão do concreto</li> <li>• Esforço cortante</li> <li>• Momento de fissuração</li> <li>• Flecha elástica imediata</li> <li>• Flecha elástica imediata no estágio II</li> <li>• Flecha diferida no tempo</li> <li>• Momento de fissuração</li> <li>• Abertura de fissura</li> <li>• Fluxo de cisalhamento máximo</li> <li>• Verificação da biela comprimida</li> <li>• Verificação do tirante</li> <li>• Armadura transversal mínima</li> <li>• Comprimento de ancoragem</li> </ul> |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

### 2.3.6 Aplicação

A partir do estudo de otimização para as pontes mistas de aço e concreto, obtiveram-se as curvas e as suas respectivas equações, que correlacionam o consumo de aço estrutural das longarinas e o consumo de armadura passiva na laje. As equações obtidas são apresentadas na Tabela 2.13.

Tabela 2.13 – Equações obtidas no estudo de otimização

| Estudo                           | Equações obtidas                                                                                                                                                                 |      | Variáveis                                                                                     |
|----------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Influência do comprimento do vão | $P_{ae} = 0,75 + 0,37 \left( \frac{L}{a} \right) - 0,2 \left( \frac{L}{h} \right) + 7,86 \cdot 10^{-3} \left( \frac{L}{h} \right)^2 - 0,01 \left( \frac{L^2}{a \cdot h} \right)$ | 2.8  | $P_{ae}$ é o peso médio de aço estrutural + 10 % nas longarinas (kN/m <sup>2</sup> );         |
|                                  | $P_{al} = 34,44 + 20 \cdot e^{\left( \frac{-L/a + L/h}{5 + 45} \right)}$                                                                                                         | 2.9  | $P_{al}$ é o peso de armadura na laje (kg/m <sup>2</sup> );<br>$P_{al}$ é o vão da ponte (m); |
| Influência da espessura da laje  | $P_{ae} = 2,52 - t_c(7 \cdot t_c - 4) + a(0,1 \cdot a - 0,8)$                                                                                                                    | 2.10 | $P_{al}$ é altura da longarina (m).<br>$t_c$ é a espessura da laje (cm);                      |
|                                  | $P_{al} = 155 + t_c(1500 \cdot t_c - 710) + a(5,9 \cdot a - 20) - (38 \cdot t_c \cdot a)$                                                                                        | 2.11 | $a$ é o espaçamento entre eixos das longarinas (m)                                            |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Com base nas equações obtidas no estudo é possível determinar as alturas ótimas, os espaçamentos entre os eixos das longarinas e as espessuras das lajes que conduzem a mínimos consumos de aço estrutural e de armaduras passivas nas lajes.

A obtenção das configurações ótimas das pontes pode ser dividida em três etapas, onde na primeira determina-se o espaçamento entre longarinas “ $a$ ” e a largura do balanço “ $ab$ ” e consequentemente a quantidade de longarinas. Em seguida, é determinada a espessura da laje a ser adotada e por fim, a altura ideal para a longarina, conforme apresentado na Figura 2.13.

Inicialmente adota-se a relação  $ab/a = 0,30$ , uma vez que essa resultou no menor consumo de materiais. Como a espessura da laje não exerce influência significativa no consumo de aço estrutural, definiu-se o espaçamento entre longarinas “ $a$ ” de 3,20 metros com base nos resultados obtidos. A partir dos valores da relação  $ab/a$ , determina-se o número de longarinas a ser adotado de acordo com a largura do tabuleiro ( $B$ ). Como o número de longarinas deve ser um valor inteiro, o valor de “ $a$ ” deve ser recalculado, adotando-o como múltiplo de 5 cm, ao final, ajusta-se o valor de “ $ab/a$ ”. Para não fugir ao escopo investigado no trabalho, o espaçamento entre longarinas deve ser inferior a 3,60 metros, pois os esforços nas pré-lajes aumentam consideravelmente com o aumento de  $a$ , não sendo recomendado utilizar espaçamentos superiores a esse.

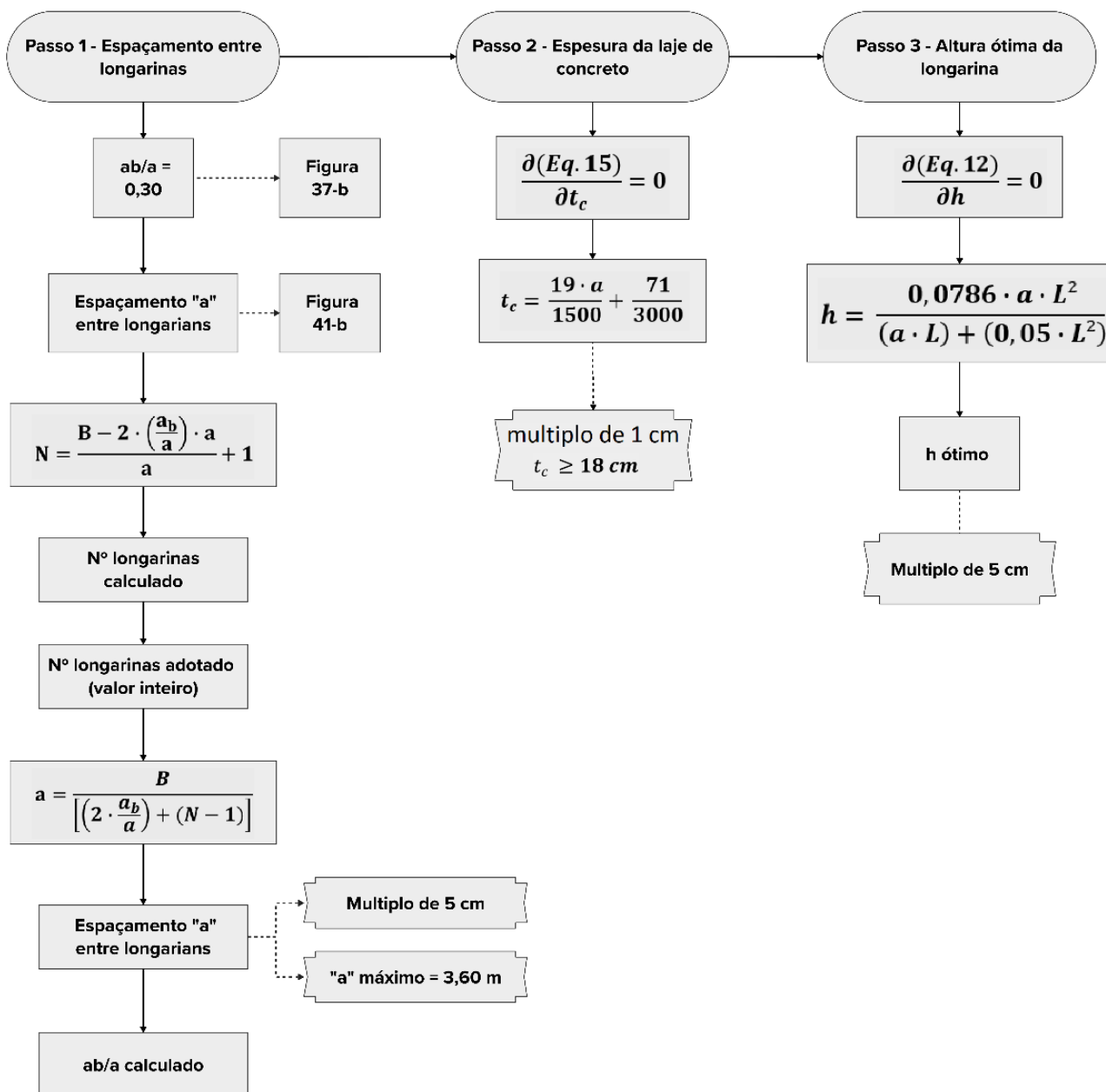


Figura 2.13 – Fluxograma para determinação das dimensões ótimas

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

Em seguida, de posse do espaçamento entre longarinas “a”, utiliza-se a Equação 2.11 para determinação da espessura da laje, derivando-a em função da espessura da laje e a igualando a zero, obtendo-se a Equação 2.16 e, por consequência, a espessura da laje ( $t_c$ ) que representa o ponto de menor consumo de armadura na laje. A espessura obtida deve ser múltipla de 1 cm e deve ter seu valor mínimo de 18 cm de acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2021b).

$$t_c = \frac{19 \cdot a}{1500} + \frac{71}{3000} \quad (2.16)$$

Com os espaçamentos entre longarinas, vão e espessura da laje estabelecidos, pode-se determinar a altura da longarina que resulta no menor consumo de aço, derivando a Equação 2.12 em função da altura “*h*” e igualando a zero, obtém-se assim a Equação 2.17. Após a definição da altura, deve-se definir a seção transversal (espessura e largura das chapas) de modo que atenda às recomendações critérios normativos.

$$h = \frac{0,0786 \cdot a \cdot L^2}{(a \cdot L) + (0,05 \cdot L^2)} \quad (2.17)$$

Como exemplo de aplicação, utilizou-se a metodologia desenvolvida na definição das configurações que resultam em menor consumo materiais para as pontes de classes I-A e I-B com passeio e sem passeio, do manual do DNER (DNER, 1996). No escopo foram avaliadas pontes com vãos de 20 m, 25 m, 30 m, 35 m e 40 m, cujas medidas são apresentadas na Tabela 2.14. As configurações ótimas definidas para cada tipologia são apresentadas de forma resumida na Tabela 2.15.

**Tabela 2.14 – Larguras definidas para os tabuleiros das pontes**

| OAE - Pista simples |              |              |         |         |             |         |         |             |         |         |              |       |
|---------------------|--------------|--------------|---------|---------|-------------|---------|---------|-------------|---------|---------|--------------|-------|
| Classe              | Unidades (m) | Guarda corpo | Passeio | Defensa | Acostamento | Faixa 1 | Faixa 2 | Acostamento | Defensa | Passeio | Guarda corpo | Total |
| I-B                 | Com passeio  | 0,15         | 1,50    | 0,40    | 2,50        | 3,60    | 3,60    | 2,50        | 0,40    | 1,50    | 0,15         | 16,30 |
| I-B                 | Sem passeio  |              |         | 0,40    | 2,50        | 3,60    | 3,60    | 2,50        | 0,40    |         |              | 13,00 |
| OAE - Pista dupla   |              |              |         |         |             |         |         |             |         |         |              |       |
| Classe              | Unidades (m) | Guarda corpo | Passeio | Defensa | Acost. Int. | Faixa 1 | Faixa 2 | Acost. Ext. | Defensa | Passeio | Guarda corpo | Total |
| I-A ou 0            | Com passeio  |              |         | 0,40    | 1,00        | 3,60    | 3,60    | 3,00        | 0,40    | 1,50    | 0,15         | 13,65 |
| I-A ou 0            | Sem passeio  |              |         | 0,40    | 1,00        | 3,60    | 3,60    | 3,00        | 0,40    |         |              | 12,00 |

Fonte: Adaptado de DNIT (1996)

A partir das dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização, onde foram utilizadas as normas brasileiras para realizar todo o dimensionamento da estrutura, nota-se que os resultados obtidos são semelhantes aos propostos na literatura, uma vez que as relações *ab/a* indicadas na Tabela 2.15 estão dentro da faixa de 0,28 a 0,35 de acordo com o FHWA (2015) e com o AASHTO (2017).

Quanto ao espaçamento entre longarinas, os resultados desse trabalho estão na mesma faixa apontada nos estudos de Lebet e Hirt (2013) quanto pelo FHWA (2015). Além disso, observa-se que as alturas ótimas encontradas para as longarinas variam entre  $15,4 \leq L/h \leq 22,2$  sendo que esse parâmetro é altamente utilizado como recomendação prática de dimensionamento.

**Tabela 2.15 – Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização**

| Classe                                  | Vão (m) | Largura do Tabuleiro (m) | $a_b/a$ adot. | "a" adot (m) | Nº longarinas calc. | Nº long. adotado | "a" calc. (m) | $a_b/a$ calc. | $t_c$ calc. (cm) | h (m) |
|-----------------------------------------|---------|--------------------------|---------------|--------------|---------------------|------------------|---------------|---------------|------------------|-------|
| IB – com passeio                        | 20      | 16,30                    | 0,3           | 3,20         | 5,49                | 5                | 3,50          | 0,33          | 27               | 1,30  |
|                                         | 25      | 16,30                    | 0,3           | 3,20         | 5,49                | 5                | 3,50          | 0,33          | 27               | 1,50  |
|                                         | 30      | 16,30                    | 0,3           | 3,20         | 5,49                | 5                | 3,50          | 0,33          | 27               | 1,80  |
|                                         | 35      | 16,30                    | 0,3           | 3,20         | 5,49                | 5                | 3,50          | 0,33          | 27               | 1,90  |
|                                         | 40      | 16,30                    | 0,3           | 3,20         | 5,49                | 5                | 3,50          | 0,33          | 27               | 2,10  |
| IB – sem passeio                        | 20      | 13,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,46                | 4                | 3,60          | 0,31          | 27               | 1,30  |
|                                         | 25      | 13,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,46                | 4                | 3,60          | 0,31          | 27               | 1,60  |
|                                         | 30      | 13,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,46                | 4                | 3,60          | 0,31          | 27               | 1,18  |
|                                         | 35      | 13,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,46                | 4                | 3,60          | 0,31          | 27               | 2,00  |
|                                         | 40      | 13,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,46                | 4                | 3,60          | 0,31          | 27               | 2,20  |
| IA ou 0 – com passeio                   | 20      | 13,65                    | 0,3           | 3,20         | 4,67                | 5                | 3,00          | 0,28          | 27               | 1,10  |
|                                         | 25      | 13,65                    | 0,3           | 3,20         | 4,67                | 5                | 3,00          | 0,28          | 27               | 1,30  |
|                                         | 30      | 13,65                    | 0,3           | 3,20         | 4,67                | 5                | 3,00          | 0,28          | 27               | 1,50  |
|                                         | 35      | 13,65                    | 0,3           | 3,20         | 4,67                | 5                | 3,00          | 0,28          | 27               | 1,70  |
|                                         | 40      | 13,65                    | 0,3           | 3,20         | 4,67                | 5                | 3,00          | 0,28          | 27               | 1,80  |
| IA ou 0 – sem passeio                   | 20      | 12,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,15                | 4                | 3,30          | 0,32          | 27               | 1,20  |
|                                         | 25      | 12,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,15                | 4                | 3,30          | 0,32          | 27               | 1,50  |
|                                         | 30      | 12,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,15                | 4                | 3,30          | 0,32          | 27               | 1,70  |
|                                         | 35      | 12,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,15                | 4                | 3,30          | 0,32          | 27               | 1,80  |
|                                         | 40      | 12,00                    | 0,3           | 3,20         | 4,15                | 4                | 3,30          | 0,32          | 27               | 2,00  |
| "adot." = adotado; "calc." = calculado. |         |                          |               |              |                     |                  |               |               |                  |       |

Fonte: Adaptado de Coelho (2023)

### 3 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa, voltada para a otimização de pontes, revelou configurações e dimensões ideais tanto para pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido quanto para pontes mistas de aço e concreto, visando reduzir o consumo de materiais. Os resultados destacaram a importância da otimização estrutural, permitindo a obtenção de estruturas mais econômicas.

Com base nos resultados obtidos, podem-se destacar as conclusões:

- Verificou-se que a utilização de menos longarinas mais espaçadas entre si, tendem a apresentar menores consumos tanto para as longarinas de concreto pré-moldado protendido quanto para as pontes mistas. Ressalta-se, no entanto, que para espaçamentos superiores a 3,5 metros, as lajes e as pré-lajes necessitam de seções mais robustas.
- As alturas ótimas para as longarinas pré-moldadas protendidas, variam na faixa entre  $14,3 \leq L/h \leq 16,2$ , enquanto que para longarinas das pontes mistas de aço e concreto a altura ótima encontra-se na faixa de  $16,7 \leq L/h \leq 21,1$ .
- Verificou-se que a relação entre o comprimento do balanço e a distância entre as longarinas,  $ab/a$  próximas a 0,22 apresentaram os menores consumos totais de armadura para as pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido, enquanto que para as pontes mistas de aço e concreto recomenda-se uma relação  $ab/a$  de 0,30.
- Para as pontes com longarinas pré-moldadas protendidas, recomenda-se utilizar pelo menos uma transversina no centro do vão, enquanto que para as pontes mistas, a recomendação é de se utilizar diafragmas a cada 7,50 metros visto que é o maior espaçamento permitido por norma.
- A metodologia de otimização proposta permite ao projetista obter dimensões para a superestrutura, sendo, portanto, valores a serem tomados como ponto de partida de novos projetos e que conduzem a menores consumos de materiais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. AASHTO LRFD - Bridge Design Specifications. Washington, DC, set. 2017.

AASHTO. Bridge Welding Code. Washington, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT. NBR 15980 - Perfis laminados de aço para uso estrutural - Dimensões e tolerância. Rio de Janeiro: 2020a.

ABNT. NBR 16694 - Projeto de pontes rodoviárias de aço e mistas de aço e concreto. Rio de Janeiro: 2020c.

ABNT. NBR 5884 - Perfil I Estrutural Soldado por Arco Elétrico - Requisitos gerais. 2013b.

ABNT. NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento. Rio de Janeiro: 2014.

ABNT. NBR 6120 - Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: 2019.

ABNT. NBR 6123 - Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro: jun. 1988.

ABNT. NBR 7187 - Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto. Rio de Janeiro: 2021.

ABNT. NBR 7188 - Carga móvel rodoviária e de pedestre em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro: 2013a.

ABNT. NBR 7480 - Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificações. Rio de Janeiro: 2007.

ABNT. NBR 7483 - Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido- Especificação. Rio de Janeiro: 2020b.

ABNT. NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro: mar. 2003.

ABNT. NBR 8800 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro: 2008.

ABNT. NBR 9062 - Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro: [s.n.], 2017.

AHSAN, R.; RANA, S.; GHANI, S. N. Cost Optimum Design of Posttensioned I-Girder Bridge Using Global Optimization Algorithm. Journal of Structural Engineering, v. 138, n. 2, p. 273–284, fev. 2012.

SPECIFICATION FOR STRUCTURAL STEEL BUILDINGS. AISC. Specification for Structural Steel Buildings. Chicago: [s.n.]. 2016.

ALVES, M. S. Avaliação da distribuição transversal de cargas em tabuleiros de pontes em vigas múltiplas, com e sem transversinas internas. Salvador, 2010.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM A193 B7 - Specification for high tensile bolts, screws, stud bolts, threads rods, anchor bolts and other externally threaded fasteners. 2020.

BCSA. Steel Bridges - A Practical Approach to Design for Efficient Fabrication and Construction. [s.l.: s.n.], 2010. Disponível em: <[www.SteelConstruction.org](http://www.SteelConstruction.org)>.

CEN. Corrosion of metals and alloys - Corrosivity of atmospheres - Classification, determination and estimation (ISO 9223:2012). 2012.

CEN. EN 1994-1-1: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels: dez. 2004.

COELHO, A. C. Recomendações para otimização da superestrutura de pontes em concreto protendido e pontes mistas de aço e concreto. Dissertação (Mestrado). 320p. Universidade Federal de Viçosa. 2023.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ESTRADAS DE RODAGEM. DNER. Manual de projeto de obras de arte especiais. Manual 698. Rio de Janeiro, 1996.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES. DNIT. Sistema de Gerenciamento de Obras de Arte - SGO. Disponível em: <<https://www.gov.br/dnit/pt-br/servicos/sistemas-gerenciais/sgo>>. Acesso em: 10 nov. 2021.

FABEANE, R.; KRIPKA, M.; PRAVIA, Z. M. C. COMPOSITE BRIDGES: STUDY OF PARAMETERS TO OPTIMIZED DESIGN. International Journal of Bridge Engineering (IJBE), v. 5, n. 2, p. 1–20, 2017.

FERRAZ, A. M. S. Dimensionamento ótimo de pontes mistas rodoviárias de pequeno vão. Porto: [s.n.]. Disponível em: <<http://www.fe.up.pt>>. 2009.

FHWA. Federal Highway Administration. Load and Resistance Factor Design (LRFD) for Highway Bridge Superstructures - Reference Manual, jul. 2015a.

FHWA. Steel Bridge Design Handbook: Selecting the Right Bridge Type. , dez. 2015b.

FULGÊNCIO, J. P. O. R.; PAULA, F. A. DE; AZEVEDO, C. P. B. Análise do Uso de Vigas Transversinas em Pontes de Concreto Armado. VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, p. 10, 21 maio 2014.

FURTADO, J. J. H. C. Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.

GOCÁL, J.; DURŠOVÁ, A. Optimisation of transversal disposition of steel and concrete composite road bridges. Procedia Engineering, v. 40, p. 125–130, 2012.

GONÇALVES, C. DE S. *et al.* Comparativo técnico entre o dimensionamento de longarinas em concreto armado e concreto protendido. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, p. 10, 9 Maio 2018.

JUNIOR, A. T. D. S.; MOUÇO, D. L. Análise comparativa entre longarinas pré-moldadas de concreto armado e protendido para pontes rodoviárias. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro, 9 maio 2018.

KAVEH, A.; MANIAT, M.; ARAB NAEINI, M. Cost optimum design of post-tensioned concrete bridges using a modified colliding bodies optimization algorithm. *Advances in Engineering Software*, v. 98, p. 12–22, 1 ago. 2016.

KNIGHT, R. P. Economical Steel Plate Girder Bridges. *Engineering Journal*, p. 89–93, 2003.

LEBET, J.-P.; HIRT, M. A. Steel Bridges - Conceptual and Structural Design of Steel and Steel-Concrete Composite Bridges. (EPFL Press, Ed.), 2013.

LEONHARDT, F. CONSTRUÇÕES DE CONCRETO - VOLUME VI: Princípios Básicos da Construção de Pontes de Concreto. Rio de Janeiro. v. 6. 1979.

MARTÍ, J. V. *et al.* Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. *Engineering Structures*, v. 48, p. 342–352, mar. 2013.

MARTINS, G. A.; CARVALHO, D. I.; CASTRO, B. C. DE. Custo das longarinas em concreto protendido: Estudo de caso da ponte sobre o ribeirão Brejo Comprido na cidade de Palmas - TO. CONTECC. Palmas, 17 set. 2019.

MOGA, C. *et al.* Concrete shrinkage stresses and thermal effects in the composite girders according to Eurocodes. 16th International Multidisciplinary Scientific GeoConference, p. 501–508, 2016.

MOTA, J. E.; MOTA, M. M. C.; GONDIM, J. J. Estudo de Viga Pré-Moldada Tipo I para Tabuleiro de Pontes Rodoviárias até 30m. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas. Rio de Janeiro, 9 maio 2018.

PEDRO, R. L. *et al.* An efficient approach for the optimization of simply supported steel-concrete composite I-girder bridges. *Advances in Engineering Software*, v. 112, p. 31–45, 1 out. 2017.

PINHO, F. O.; BELLEI, I. H. Manual de Pontes e Viadutos em Vigas Mistas. Rio de Janeiro, 2020.

RESENDE, D. Projeto e Cálculo de uma viga em concreto protendido. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 14 mar. 2018.

SPESSATTO, R. P.; LAZZARI, P. M.; LAZZARI, P. M. Dimensionamento e Estudo Comparativo de Materiais de uma Viga de Ponte Rodoviária em Concreto Armado e Concreto Protendido. Anais do 62o Congresso Brasileiro do Concreto CBC2020. Florianópolis - SC, 1 set. 2020.

THOMAZ, E. C. S. Concreto Protendido. Notas de Aula. IME, 2002.

TOMA, S.; MAEDA, J. Optimum Girder Height and Minimum Sectional Area of highway Composite Girder Bridge. 2011.