

**Paulo Gontijo**

# *Joseph Valentin Boussinesq*

(França - 13/03/1842 - 19/02/1929)

Deformações de corpos elásticos sujeitos  
a uma carga exercida nas três direções principais

## *Sólido de Boussinesq*

Meio homogêneo, semi-infinito, elástico e isótropo  
solicitado à superfície por uma carga concentrada

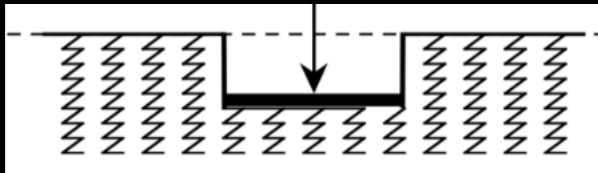


# *Harald Malcolm Westergaard*

*(Dinamarca – 09/10/1888 – 22/06/1950)*

*Teoria do líquido denso:  
Deslocamento proporcional à  
pressão exercida*

$$P_c = k \times d \quad \Rightarrow \quad k = P_c / d$$



*“Moments and Stress in Slabs”  
(1921)*

*“Stress in Concrete Pavements  
Computed by Theoretical Analysis  
(1926)*



# *Donald M. Burmister*

(EUA - 1895 - 15/05/1981)

“The theory of stresses of  
displacements in layered systems  
and applications to the design of  
airport runways”

Proc. Highways Research  
Board - Vol. 23 (1943)



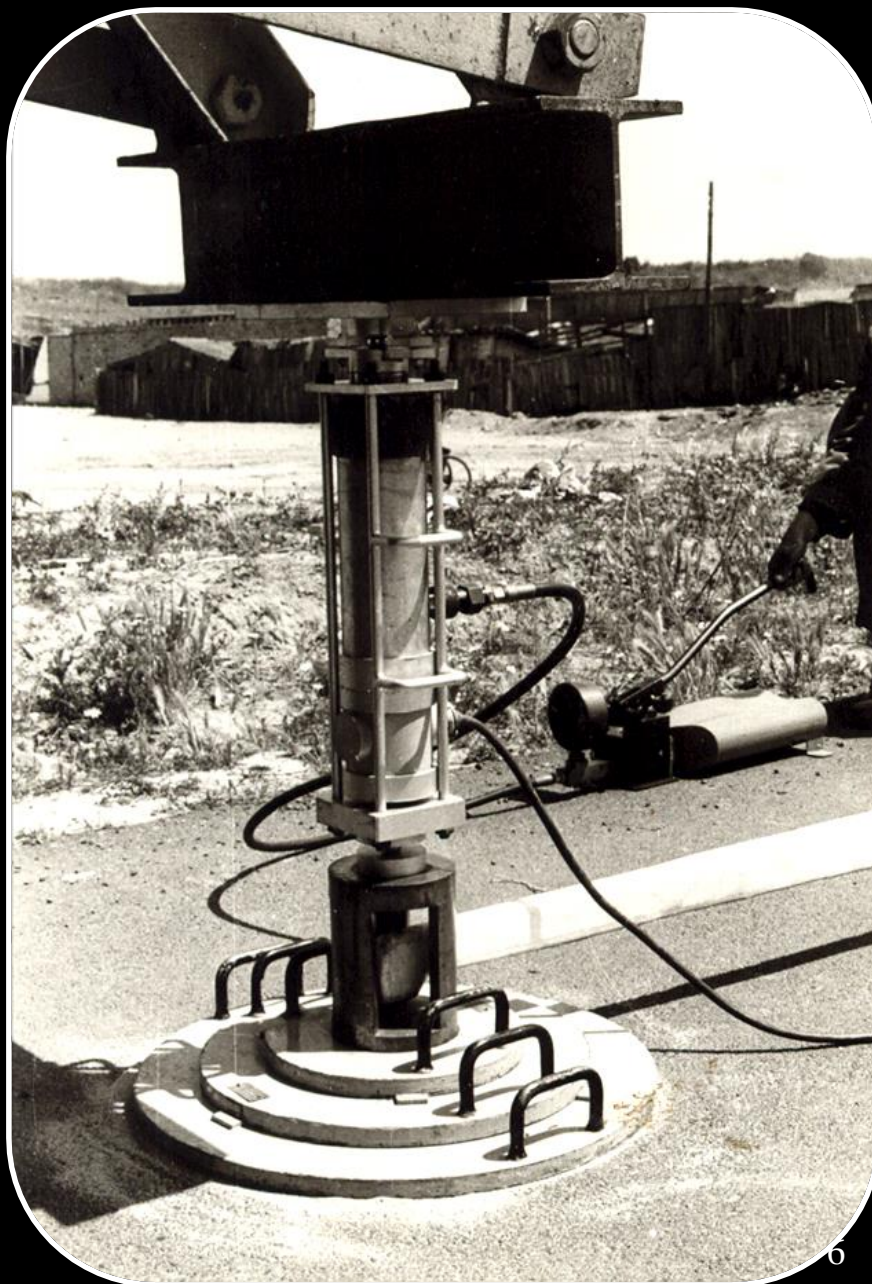
# SISTEMAS ELÁSTICOS ESTRATIFICADOS



Módulos de Elasticidade  
Coeficientes de Poisson



# ENSAIOS DE CARGA COM PLACA (ESTÁTICO)



## **ENSAIO COM PLACA** *(Corpo Estático)*

**ET (energia total) = EP (energia potencial)**

**Equação matricial estrutural representativa:**

$$\mathbf{F} = [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} \text{ (carga estática)}$$

**$[\mathbf{K}]$  = matriz de rigidez**

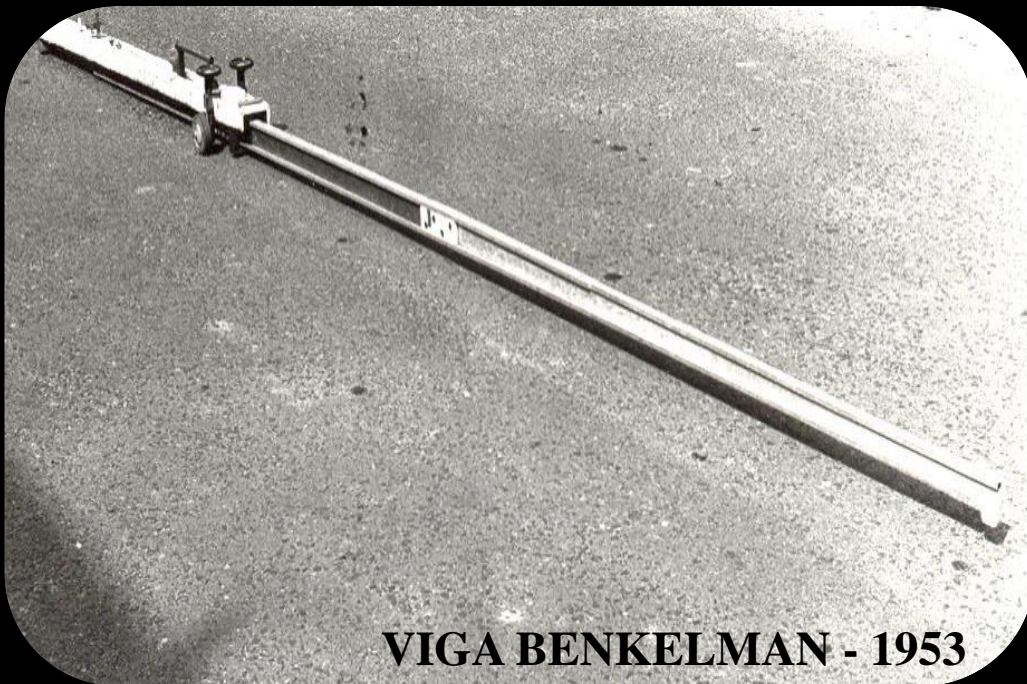
**$\{\mathbf{u}\}$  = vetor deslocamento**

# Alvin Carlton Benkelman

EUA - 1895-1987

Western Association of State Highway Officials - **WASHO**

Desenvolvimento de um equipamento para  
medir a deflexão imposta a um pavimento  
solicitado por um conjunto de rodas gêmeas  
de um caminhão pesado (18 kips)

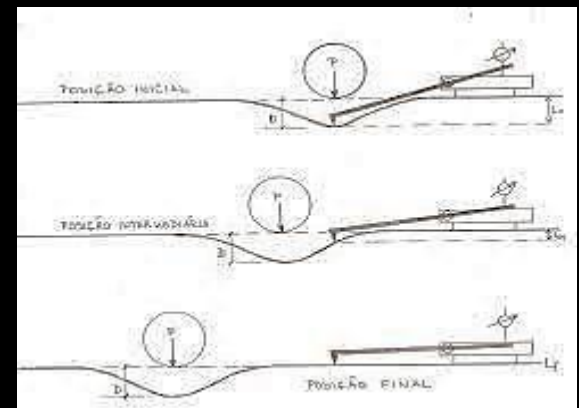
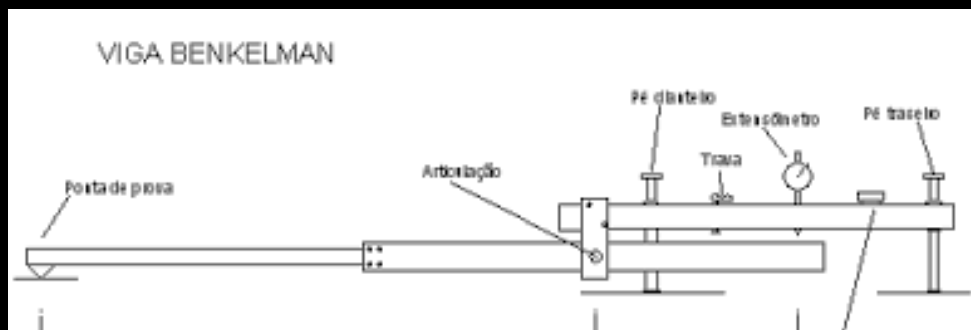


VIGA BENKELMAN - 1953





# VIGA BENKELMAN



# TRELIÇA ARATANGY



1985



# **ENSAIO COM VIGA BENKELMAN** *(Corpo Quase Estático)*

**ET (energia total) = EP (energia potencial)**

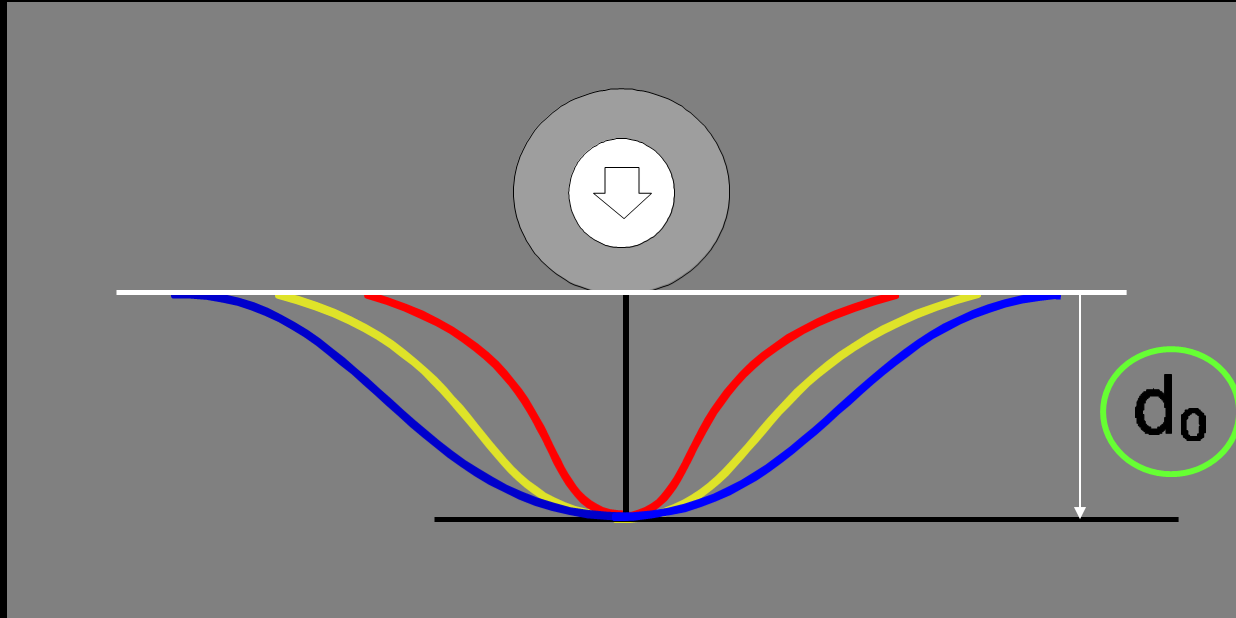
**Equação matricial estrutural representativa:**

$$\mathbf{F} = [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} \text{ (carga estática)}$$

**$[\mathbf{K}]$  = matriz de rigidez**

**$\{\mathbf{u}\}$  = vetor deslocamento**

# DEFORMABILIDADE ELÁSTICA



**ORLANDO D'ALMEIDA  
PEREIRA**

Laboratório de Engenharia Civil – LNEC

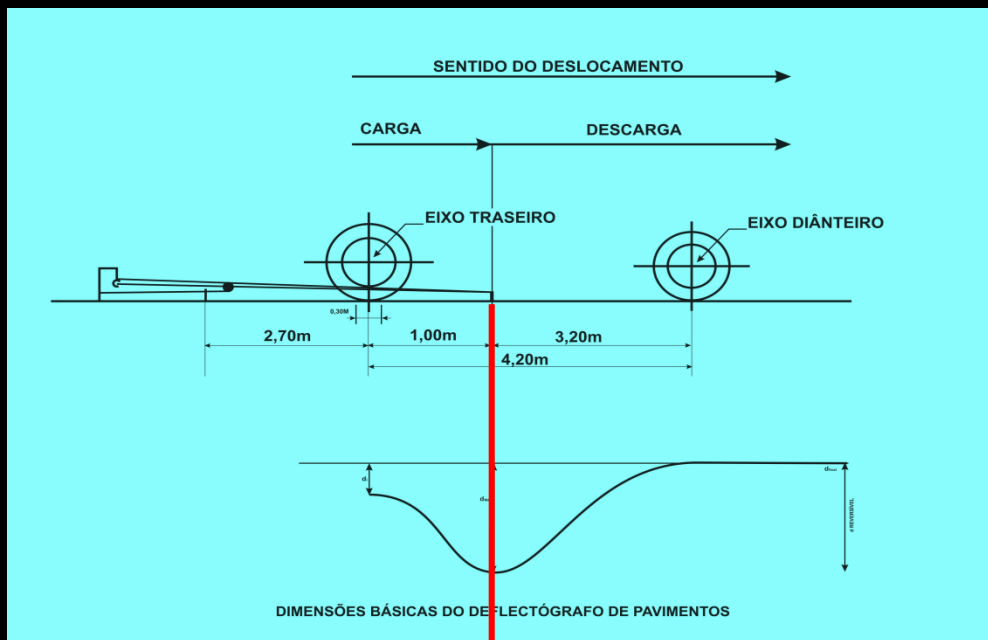


# 1º DEFLECTÓGRAFO DE PAVIMENTOS

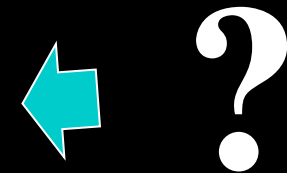
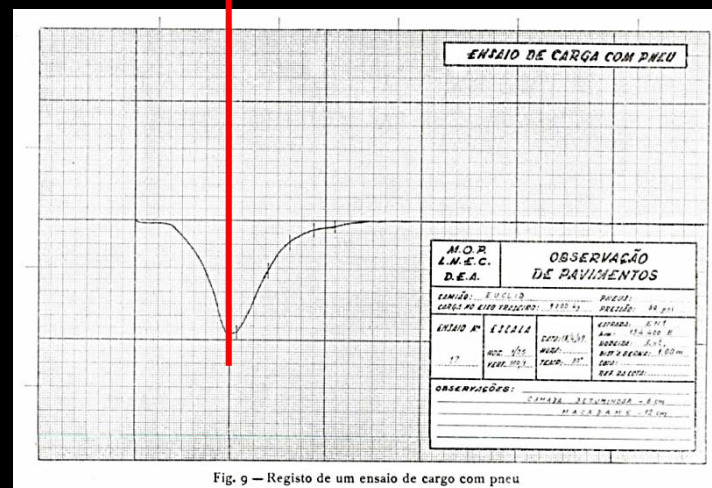
1967



LNEC



# Tese de Especialista LNEC (1969)



CRIADOR DA “RETROANÁLISE”







# FWD

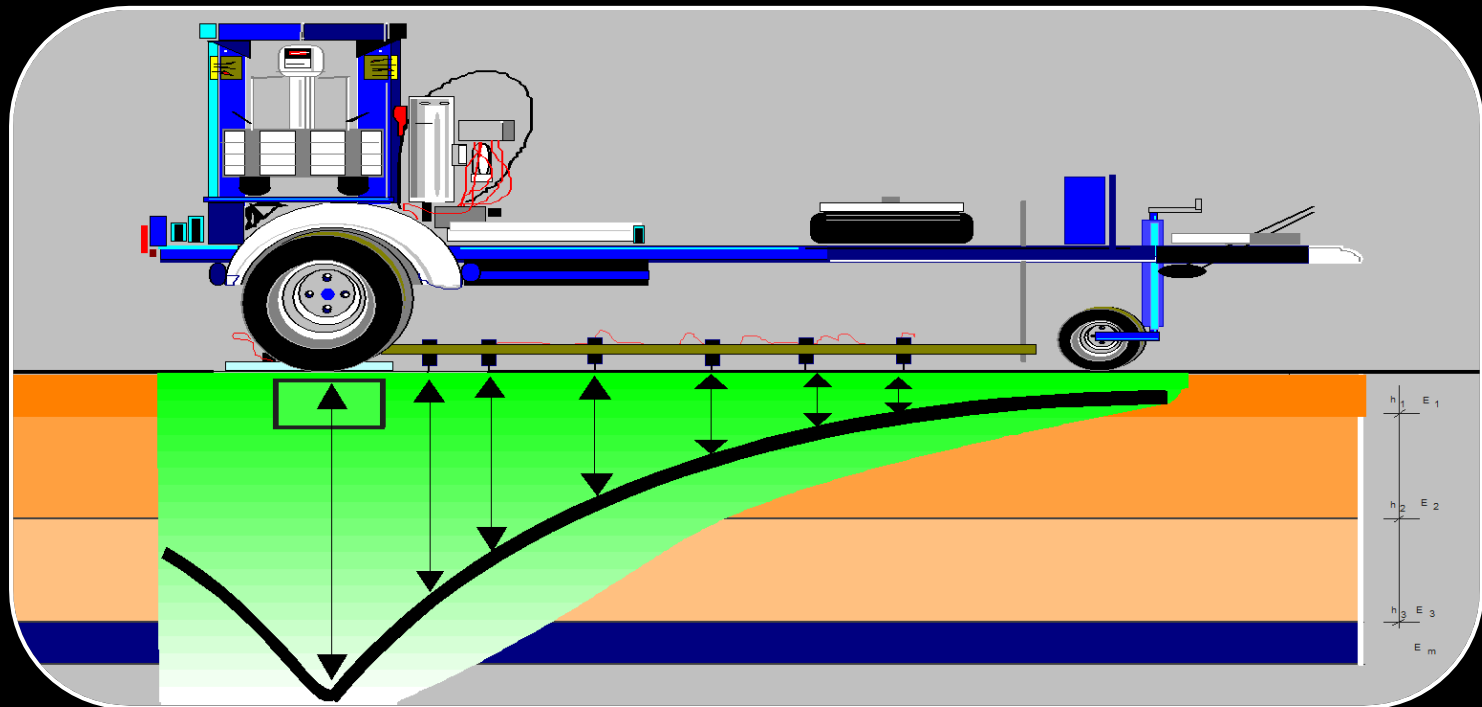
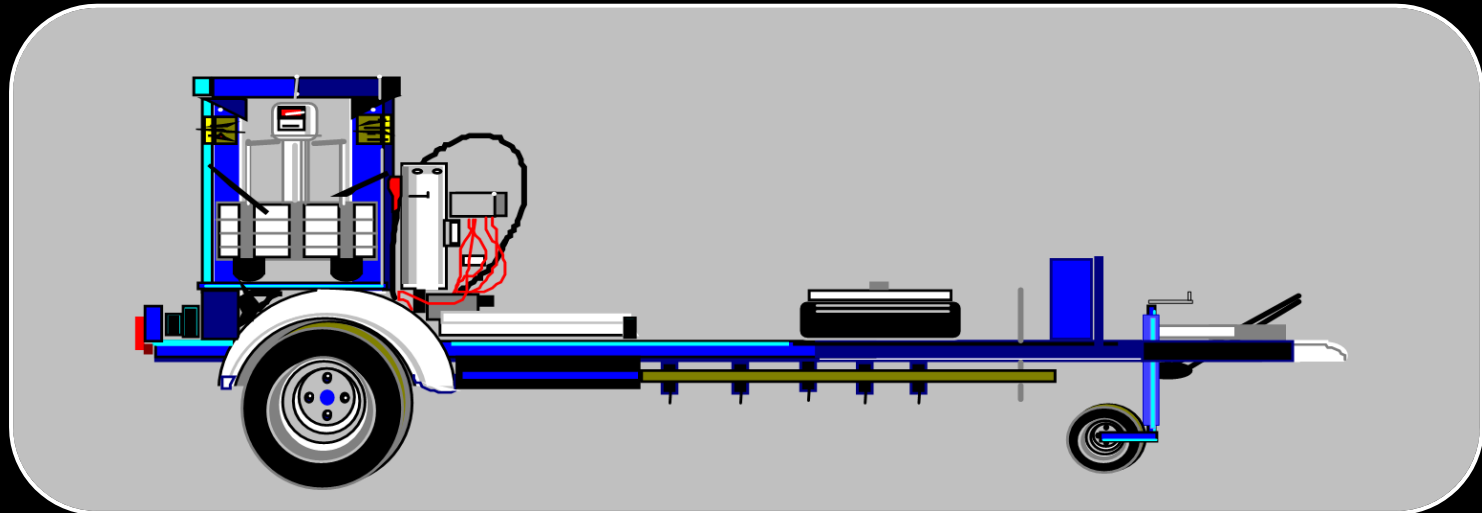
## FALLING WEIGHT DEFLECTOMETER

### PER ULLIDTZ – Dinamarca (Dynatest)



**O primeiro FWD do Brasil**

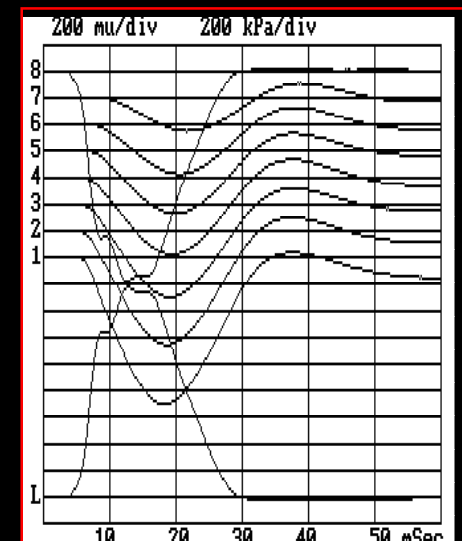
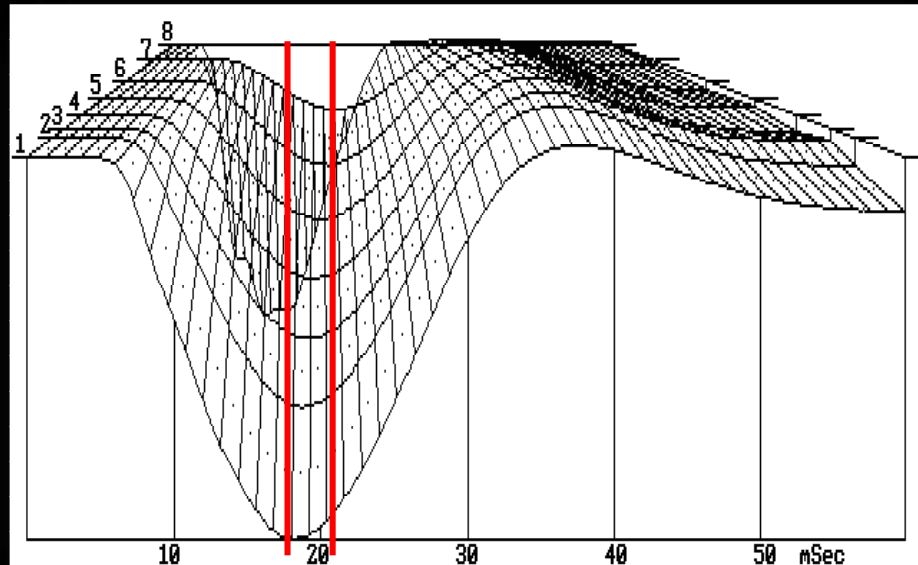
# Representação esquemática da linha de influência dos assentamentos reversíveis



**Os geofones registram as velocidades vibratórias geradas e recebidas pelo pavimento em distintos pontos quando uma massa em queda livre cai sobre um sistema de amortecedores de borracha. A proposição básica é que o pulso de carga gerado - pela carga fixa solicitante - se propague através de ondas aproximadamente senoidais**

**O cálculo efeito dinâmico se limita portanto na determinação de uma força de pico obtida ao se igualar a energia potencial da massa, antes da sua queda, com o trabalho desenvolvido pelos amortecedores de borracha, depois da queda.**

## 7 GEOFONES



## **ENSAIO FWD**

*(Corpo em queda livre)*

**ET = EPG (Energia Potencial Gravitacional)**

**A energia é medida pelo trabalho realizado por um corpo para ir de uma posição inicial a outra, final. Embora o ensaio resulte da queda livre de uma massa sobre um sistema de amortecedores de borracha, a intenção é de se gerar um pulso de carga que, ao ser recebido pelo pavimento, se propague através de ondas.**

**A força de pico da senóide (pulso de carga) é dada por:**

$$**F = \sqrt{2mghk}**$$

**m = massa; g = aceleração da gravidade; h = altura de queda e  
k = constante de mola do sistema de amortecedores**



# STRATA: 4 FWD





# CURVIÂMETRO



# CURVIÂMETRO (Vídeo)





# CURVIÂMETRO





# CURVIÂMETRO



# **ENSAIO COM O CURVIÂMETRO**

*(Corpo em movimento retilíneo sobre pneumáticos -  
movimento angular)*

$$\mathbf{ET} = \mathbf{EP} \text{ (energia potencial)} + \mathbf{EC} \text{ (energia cinética)}$$

A energia cinética está intrinsicamente ligada ao valor da massa do corpo e à velocidade de seu movimento.

**Equação matricial estrutural representativa:**

$$\mathbf{F(t)} = [\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{D}]\{\dot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} \text{ (Carga dinâmica)}$$

$[\mathbf{M}]$  = matriz massa

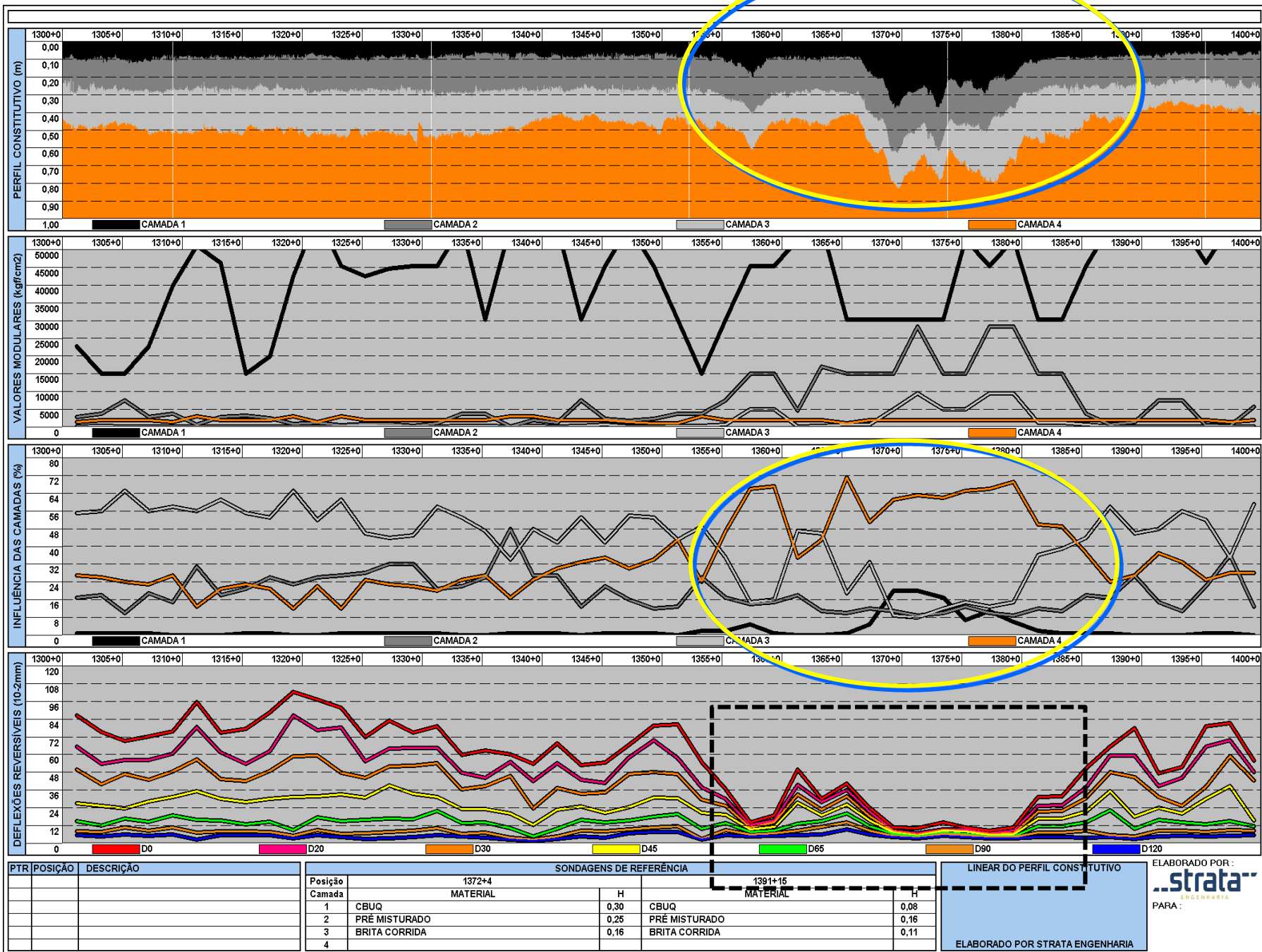
$[\mathbf{D}]$  = matriz amortecimento

$[\mathbf{K}]$  = matriz rigidez

$\{\ddot{\mathbf{u}}\}$  = vetor aceleração

$\{\dot{\mathbf{u}}\}$  = vetor velocidade

$\{\mathbf{u}\}$  = vetor deslocamento



Os softwares de cálculo de pavimento rodoviário atuais se fundamentam na consideração apenas da parcela referente à **energia Potencial** através da matriz de rigidez dos materiais de cada camada, ou seja:

$$[K].\{u\} = \{F\}$$

O ideal é se considerar um modelo matemático que considera tanto a **energia Potencial** como a **energia Cinética**, traduzido pela equação diferencial geral de um corpo em movimento, ou seja:

$$[K].\{u\} + [D].\{\dot{u}\} + [M].\{\ddot{u}\} = \{F(t)\}$$

**Premissa para o amanhã**



**Modelos de elementos finitos  
aplicados a sistemas de carregamento dinâmico**<sup>28</sup>



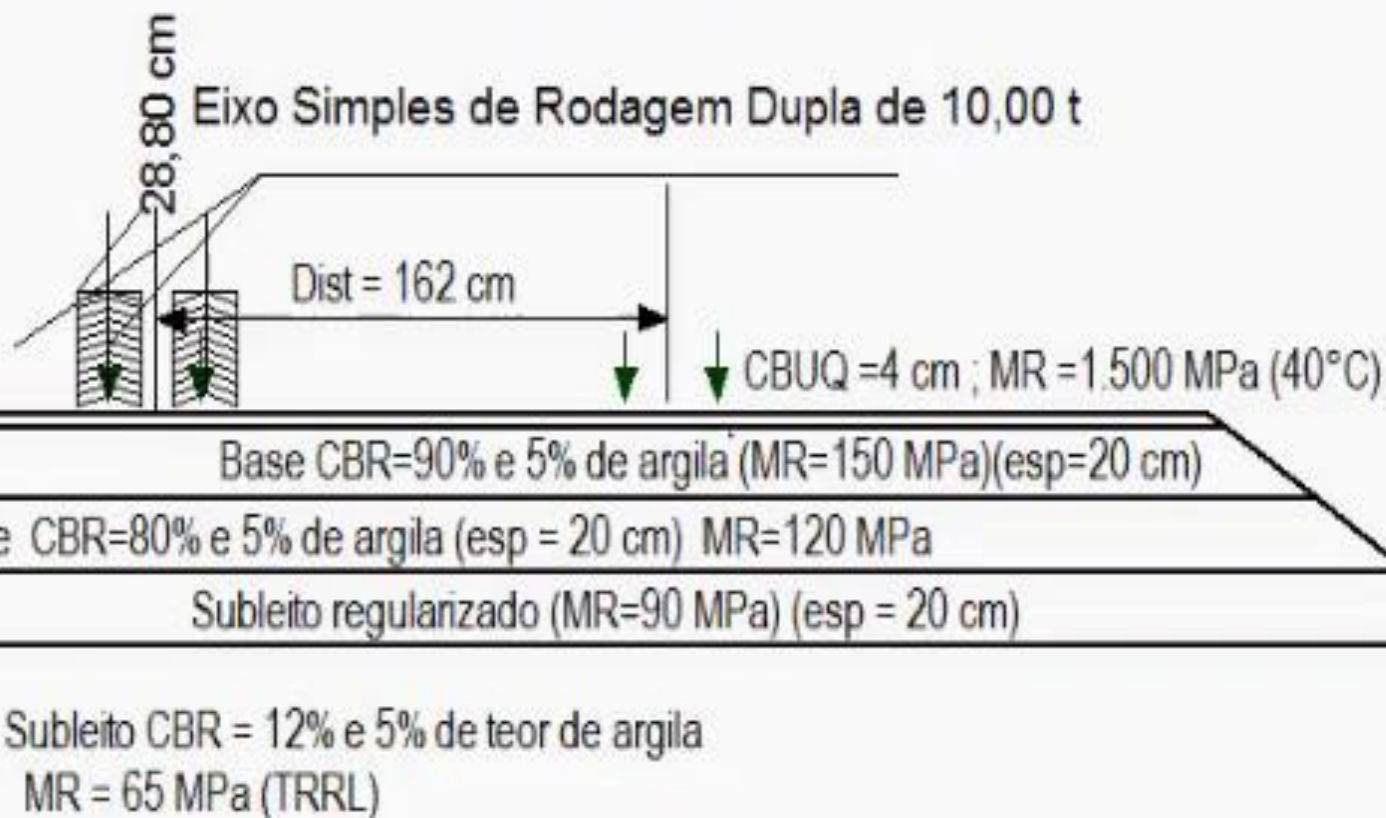
## Seção tipo: MG-352 (Trecho 3): Estaca 432+11,50

Semi-eixo Simples de Rodas (Aro 22,50 pol) Dupla de 10,00 t - Velocidade de 18 km/h

Geofones



MA - 034 (Greide Colado e Corte)  
S J dos Patos x P Franca



**GOD SAVE THE DNIT**

**Muito obrigado por vossas atenções!!!**