

MAJORIZAÇÃO COMO BASE DE UM NOVO INDICADOR DA COMPLEXIDADE DE PROCESSADORES QUÂNTICOS

ALEXANDRE BARON TACLA

PROJETO PCI: NOVAS ABORDAGENS PARA A SIMULAÇÃO CLÁSSICA DE SISTEMAS
QUÂNTICOS DE MUITOS CORPOS

SUPERVISOR: FERNANDO DE MELO

JORNADA PCI-CBPF 2021/2022

22 DE NOVEMBRO DE 2022



COLABORADORES:



Nina Machado O'Neil
CBPF



Gabriel G. Carlo
CNEA, Buenos Aires



Raúl O. Vallejos
CBPF



Fernando de Melo
CBPF



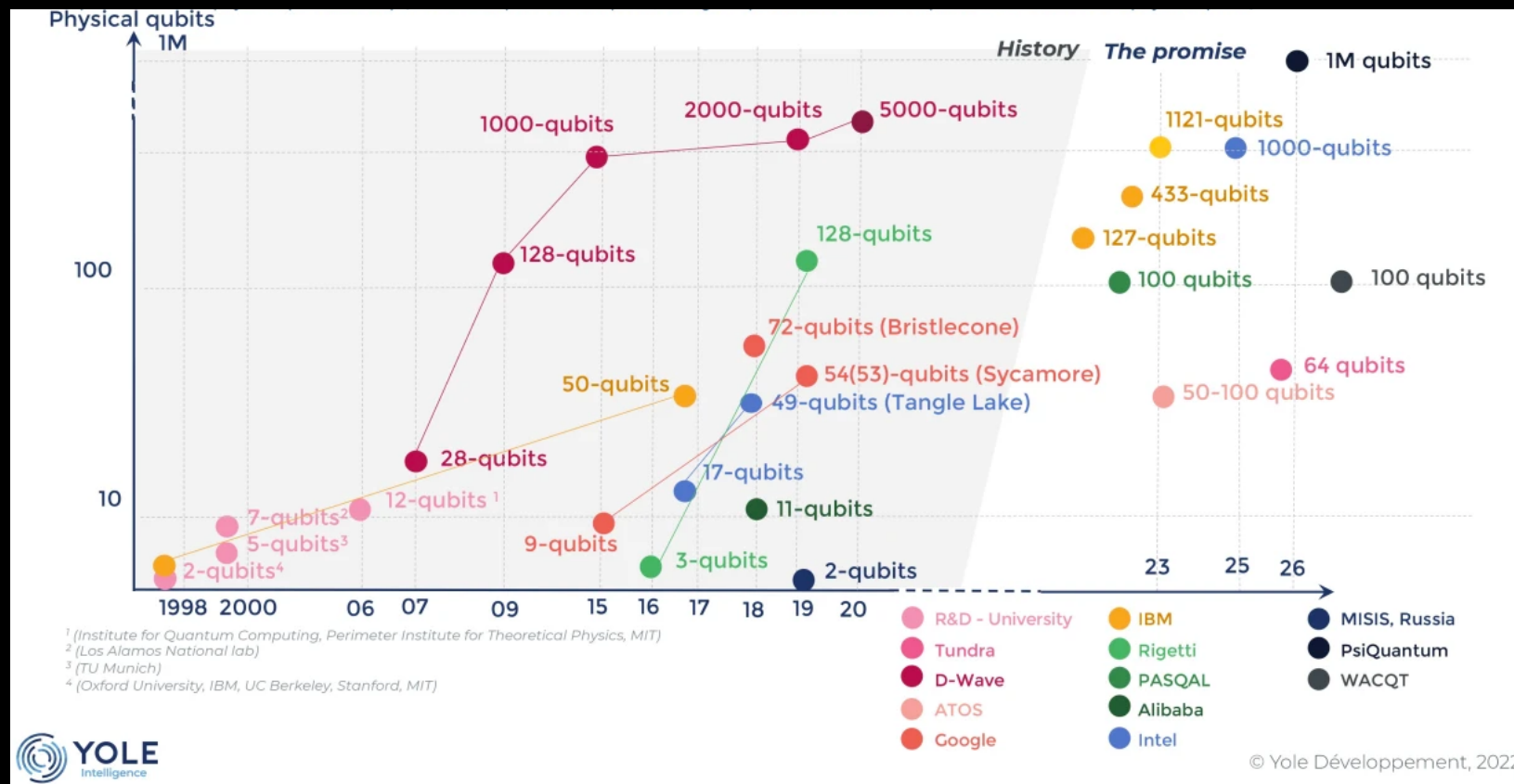
SENAI-CIMATEC
Centro de Computação Quântica

João Marcelo Silva Souza
Gleydson Fernandes
José Gabriel Bertolino de Castro



PROCESSADORES QUÂNTICOS NA ATUALIDADE

- > 100 qubits atualmente em operação (IBM)



IBM

rigetti

Google

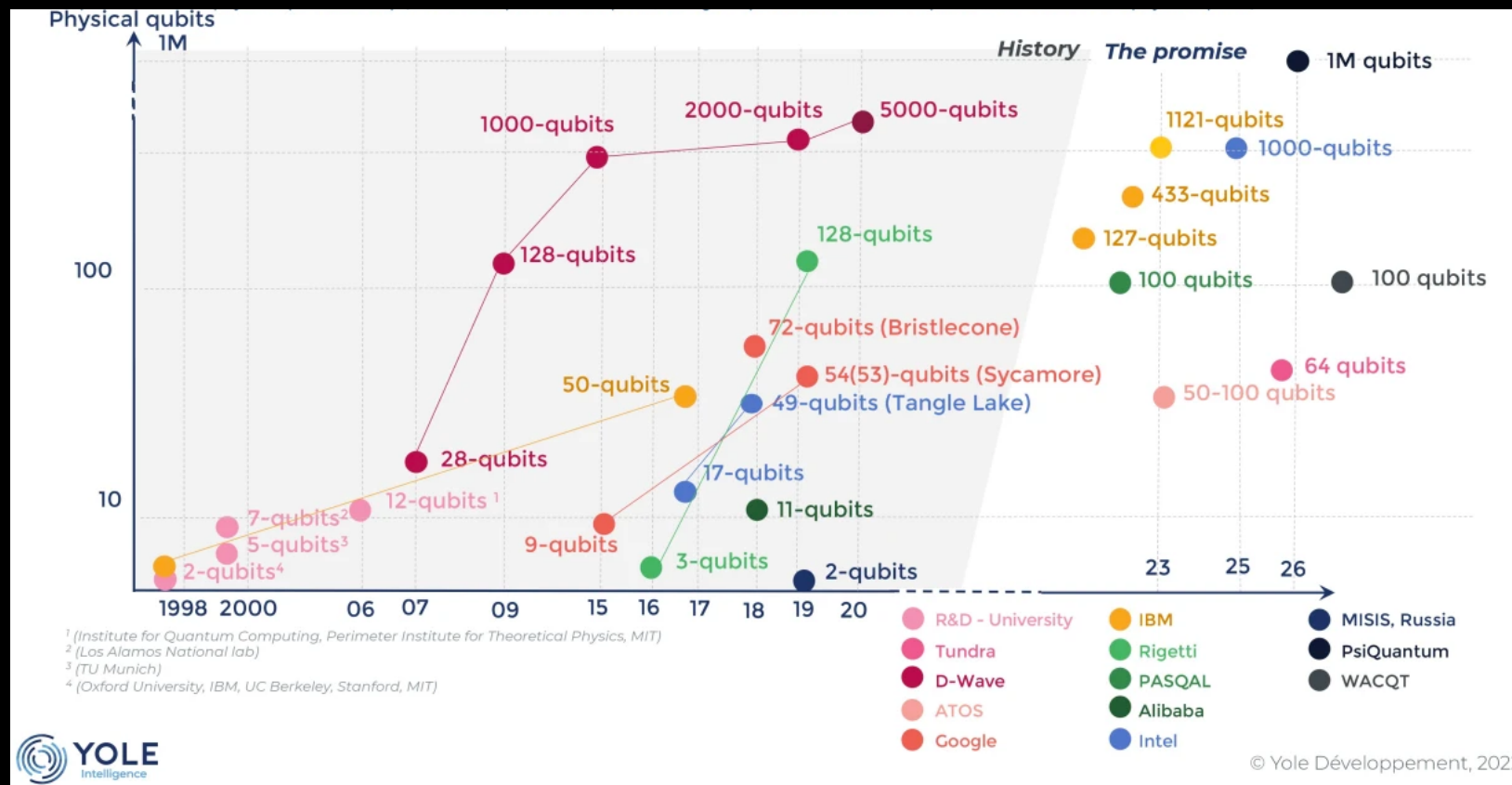
Honeywell

intel

IONQ

PROCESSADORES QUÂNTICOS NA ATUALIDADE

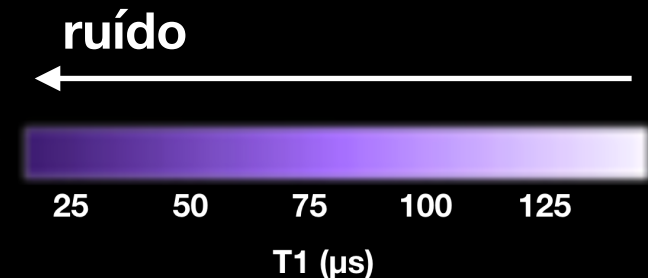
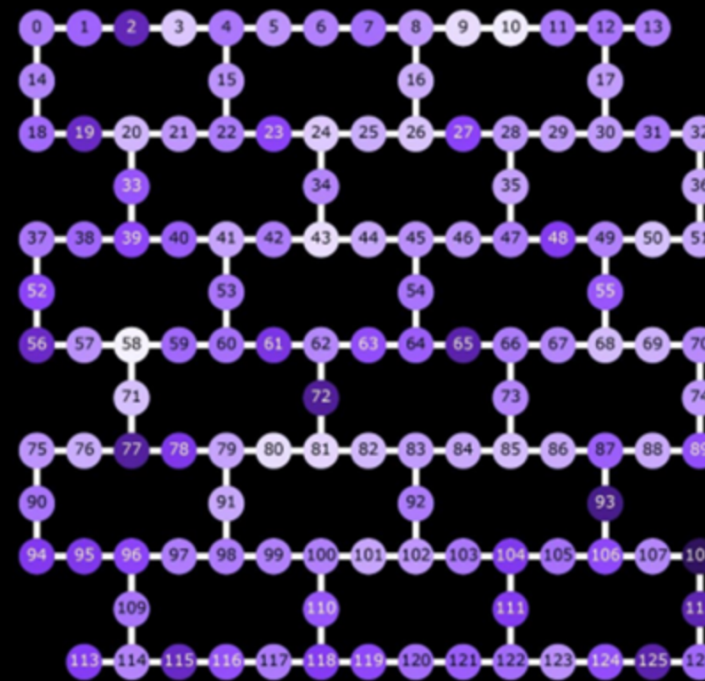
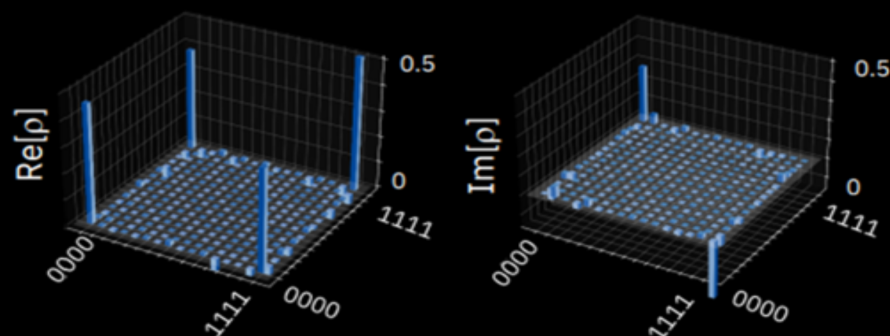
- > 100 qubits atualmente em operação (IBM)



- Porém a computação quântica é ruidosa



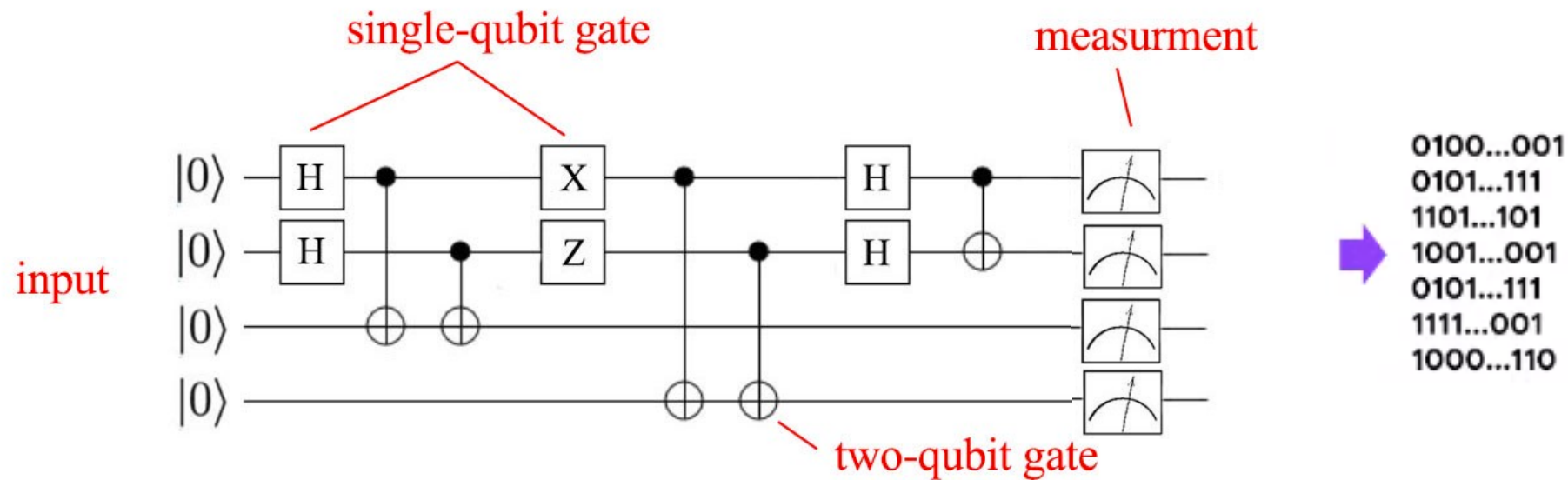
IBM Quantum
Eagle Processor
127 qubits



Vantagem
quântica?

VALIDAÇÃO USANDO CIRCUITOS QUÂNTICOS ALEATÓRIOS

- ***“Randomized Benchmarking”***
- **Dado um circuito quântico aleatório, queremos obter amostras de medição na base computacional $\{ |i\rangle \}$ da distribuição P_i**



- **Simulação clássica desse problema é difícil**

On the complexity and verification of quantum random circuit sampling

[Adam Bouland](#), [Bill Fefferman](#) , [Chinmay Nirkhe](#) & [Umesh Vazirani](#)

Nature Physics **15**, 159–163 (2019)

MAJORIZAÇÃO E CIRCUITOS QUÂNTICOS ALEATÓRIOS

Principle of majorization: Application to random quantum circuits

Raúl O. Vallejos, Fernando de Melo, and Gabriel G. Carlo
Phys. Rev. A **104**, 012602 – Published 7 July 2021

- Com $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$ e $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)$ sendo dois vetores de probabilidades, **$\mathbf{x}$ é majorizado por $\mathbf{y}$ ($\mathbf{x} \prec \mathbf{y}$), se**

$$\sum_{i=1}^k x_i^{\downarrow} \leq \sum_{i=1}^k y_i^{\downarrow} \quad (\text{para todo } 1 \leq k \leq N)$$

coordenadas em ordem decrescente

- Majorização é um indicador de desordem (“espalhamento”): **se $\mathbf{x} \prec \mathbf{y} \Rightarrow S(\mathbf{x}) \geq S(\mathbf{y})$**

Exemplo: $\left(\frac{1}{N}, \dots, \frac{1}{N}\right) \prec \left(\frac{1}{N-1}, \dots, \frac{1}{N-1}, 0\right) \prec \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, 0\right) \prec (1, 0, \dots, 0)$

MAJORIZAÇÃO E CIRCUITOS QUÂNTICOS ALEATÓRIOS

Principle of majorization: Application to random quantum circuits

Raúl O. Vallejos, Fernando de Melo, and Gabriel G. Carlo
Phys. Rev. A **104**, 012602 – Published 7 July 2021

- Com $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)$ e $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)$ sendo dois vetores de probabilidades, $\mathbf{x}$ é majorizado por $\mathbf{y}$ ($\mathbf{x} < \mathbf{y}$), se

$$\sum_{i=1}^k x_i^{\downarrow} \leq \sum_{i=1}^k y_i^{\downarrow} \quad (\text{para todo } 1 \leq k \leq N)$$

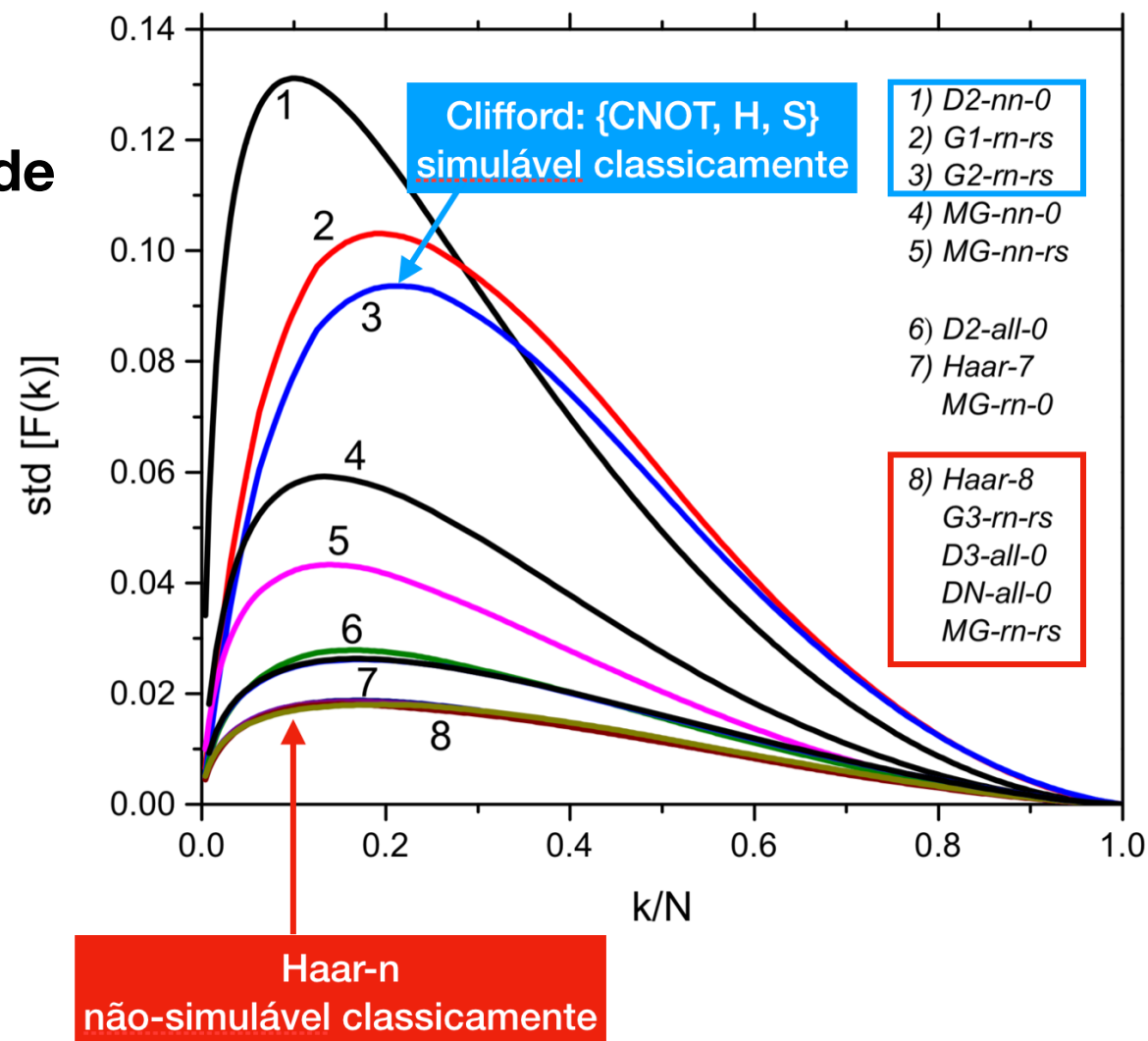
coordenadas em ordem decrescente

- Majorização é um indicador de desordem (“espalhamento”): se $\mathbf{x} < \mathbf{y} \Rightarrow S(\mathbf{x}) \geq S(\mathbf{y})$

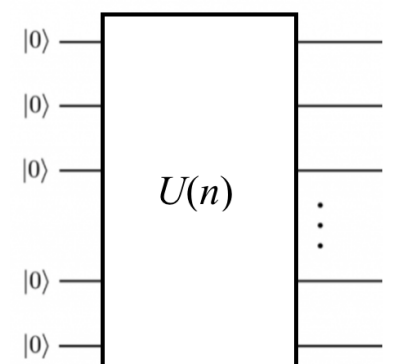
- Flutuação dos cumulantes é um indicador de complexidade

cumulantes

$$F(k) = \sum_{i=1}^k x_i^{\downarrow}$$

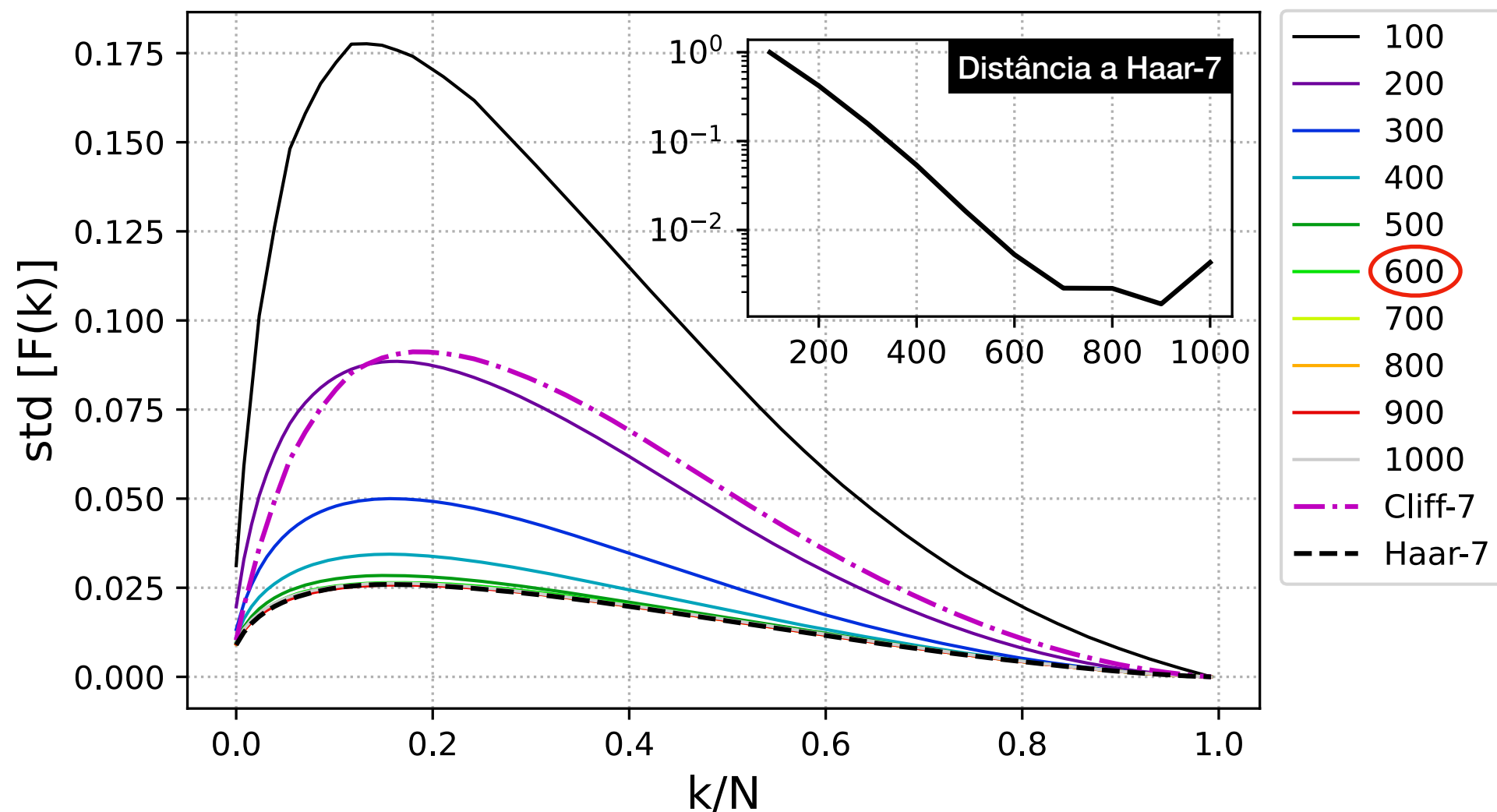
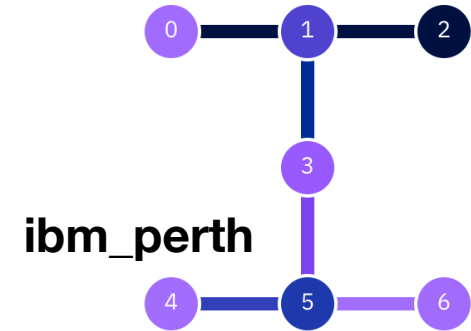


Haar- $n = U(n)$ aleatória



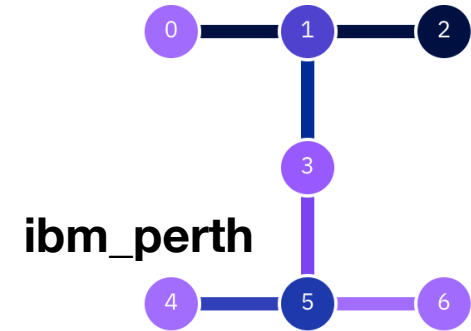
RESULTADOS: PROCESSADORES SEM RUÍDO

- **Processador ibm_perth**
 - 7-qubits
 - Conectados com topologia em “H”
 - Portas nativas: { X, $\sqrt{X}$, RZ, CNOT }
- Flutuações para 5000 circuitos aleatórios variando o **número de portas entre 100 e 1000**



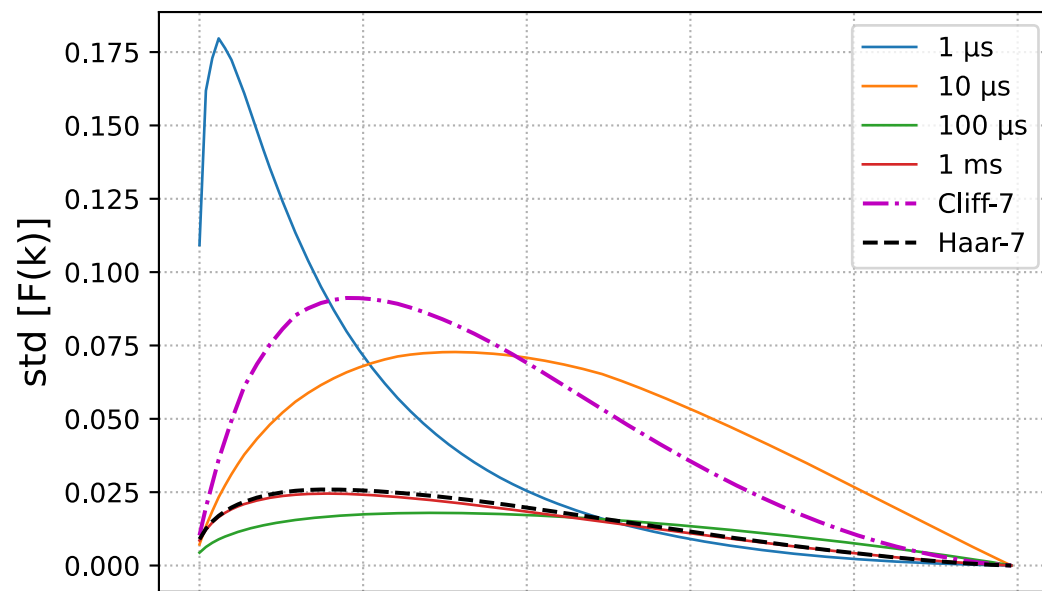
RESULTADOS: PROCESSADORES QUASE PERFEITOS

- **Portas lógicas perfeitas**, mas qubits sofrem ruído se ociosos
- Dois tipos de ruído: **decaimento de amplitude (T_1)** e **defasagem (T_2)**
- 5000 circuitos aleatórios com **600 portas lógicas**

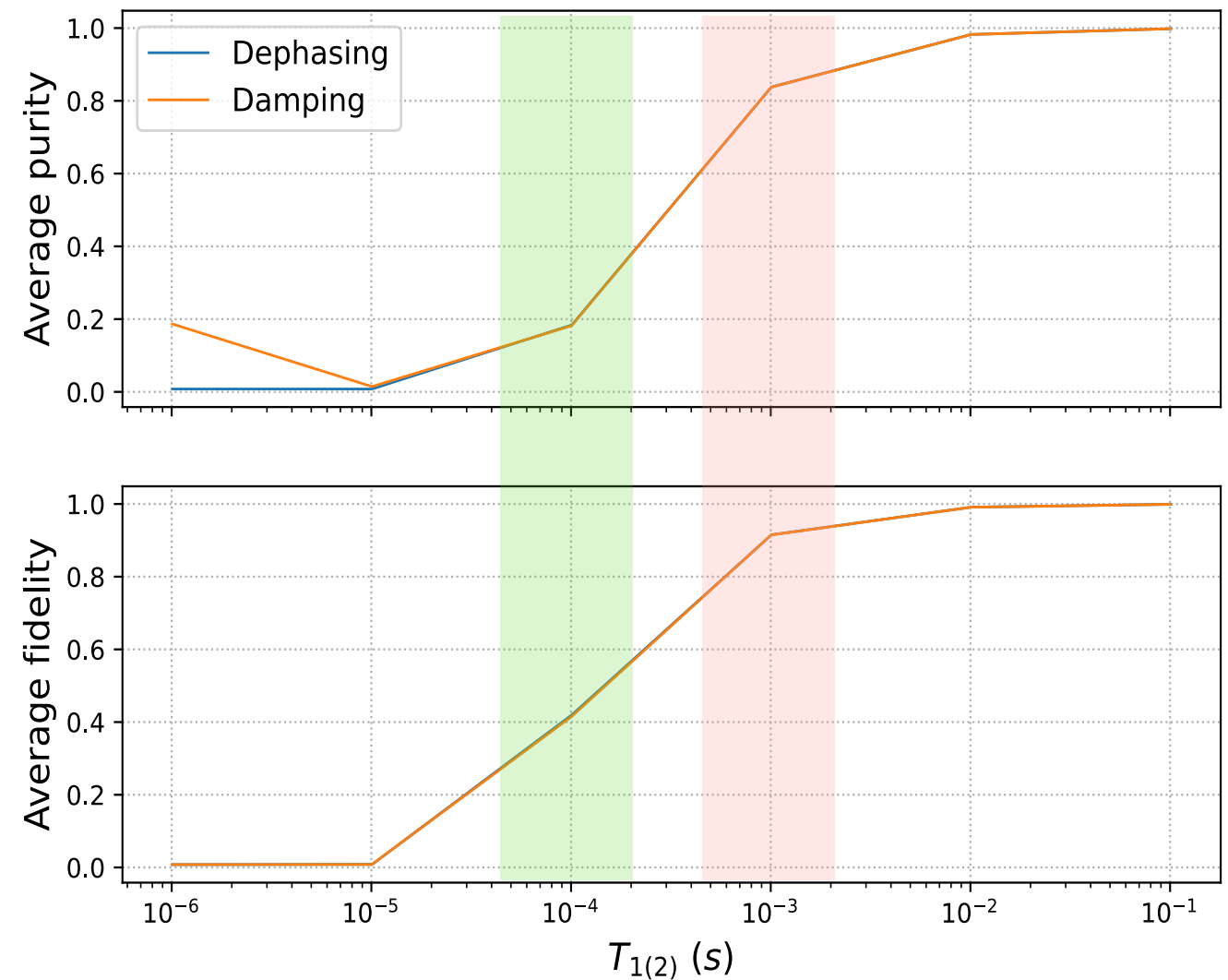
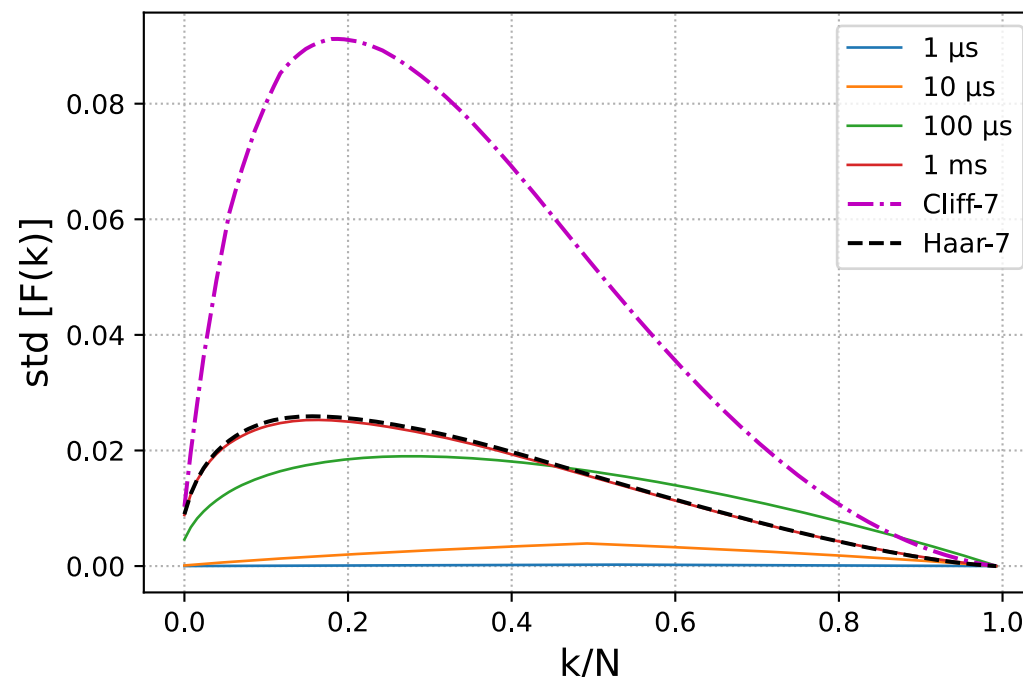


atualidade
 $T_{1(2)} \sim 100 \mu\text{s}$ $T_{1(2)} \sim 1 \text{ ms}$

decaimento



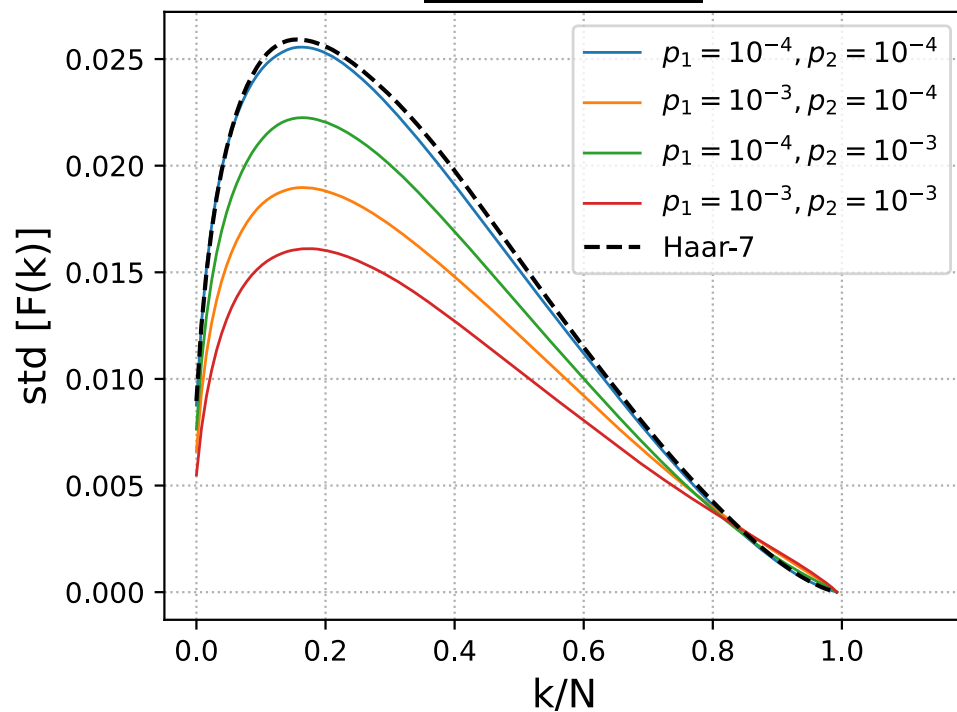
defasagem



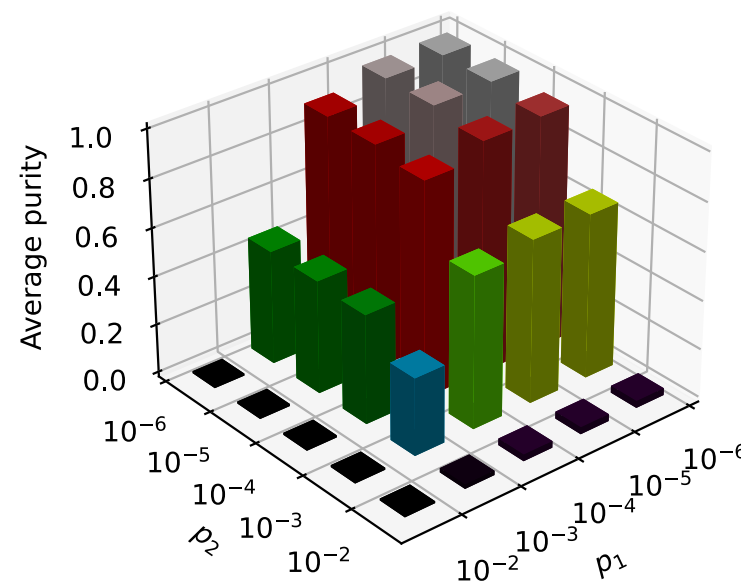
RESULTADOS: PROCESSADORES COM PORTAS RUIDOSAS

- Portas lógicas **não são perfeitas**
- Erros podem ocorrer com probabilidade p_1 (portas de 1 qubit) e p_2 (portas de 2 qubits)
- 5000 circuitos aleatórios com **600 portas lógicas**

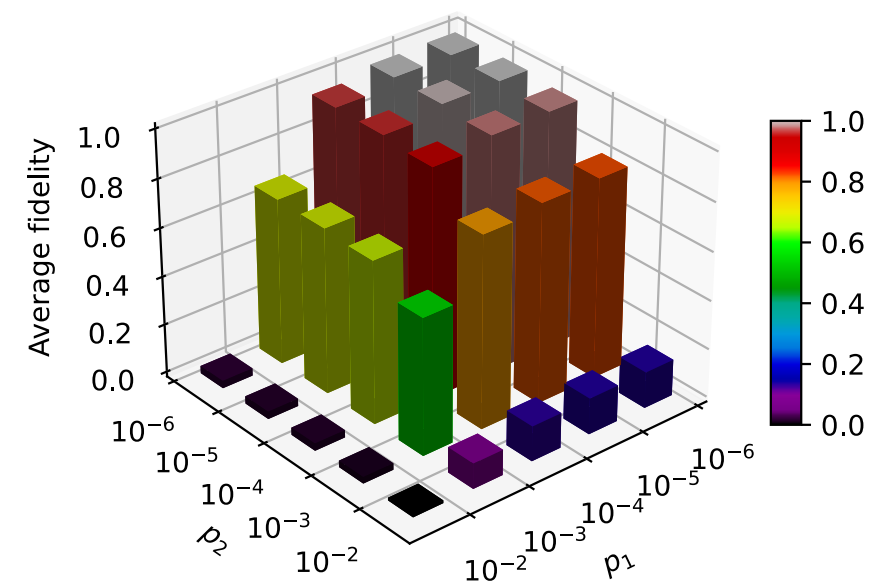
indicador



pureza média



fidelidade média



CONCLUSÃO

- Novo indicador consegue capturar a complexidade atingida por processadores quânticos atuais
- **Obtivemos resultados análogos para diversas arquiteturas diferentes**
- **Vantagens:**
 - ▶ Prático de implementar – depende apenas de operações nativas ao processador
 - ▶ Independente de arquitetura e topologia
 - ▶ Robusto à presença de diferentes tipos de ruídos
- **Indicador pode ser usado para auxiliar a calibração e *benchmarking* de processadores**
- **Manuscrito em preparação para publicação**

RUÍDOS TÍPICOS PARA PROCESSADORES DA IBM

- Gate times (in seconds)

```

id
qubit: 0 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0005230467
qubit: 1 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0004113165
qubit: 2 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0002968915
qubit: 3 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0002831768
qubit: 4 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0004876087
rz
qubit: 0 DURAÇÃO: 0.0 ERRO: 0
qubit: 1 DURAÇÃO: 0.0 ERRO: 0
qubit: 2 DURAÇÃO: 0.0 ERRO: 0
qubit: 3 DURAÇÃO: 0.0 ERRO: 0
qubit: 4 DURAÇÃO: 0.0 ERRO: 0
sx
qubit: 0 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0005230467
qubit: 1 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0004113165
qubit: 2 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0002968915
qubit: 3 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0002831768
qubit: 4 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0004876087
x
qubit: 0 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0005230467
qubit: 1 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0004113165
qubit: 2 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0002968915
qubit: 3 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0002831768
qubit: 4 DURAÇÃO: 3.6e-08 ERRO: 0.0004876087
    
```

```

[0, 1] DURAÇÃO: 8.11e-07 ERRO: 0.019282891590301804
[1, 0] DURAÇÃO: 7.75e-07 ERRO: 0.019282891590301804
[1, 2] DURAÇÃO: 4.48e-07 ERRO: 0.007567472907103495
[1, 3] DURAÇÃO: 4.34e-07 ERRO: 0.010890852498095904
[2, 1] DURAÇÃO: 4.12e-07 ERRO: 0.007567472907103495
[3, 1] DURAÇÃO: 3.98e-07 ERRO: 0.010890852498095904
[3, 4] DURAÇÃO: 5.9e-07 ERRO: 0.01012182186615787
[4, 3] DURAÇÃO: 5.55e-07 ERRO: 0.01012182186615787
    
```

- 1-qubit gates: 36 ns
- CNOT: 398-810 ns

- T_1 : 78-151 μ s
- T_2 : 24-161 μ s

- Noise times (for amplitude damping and dephasing):

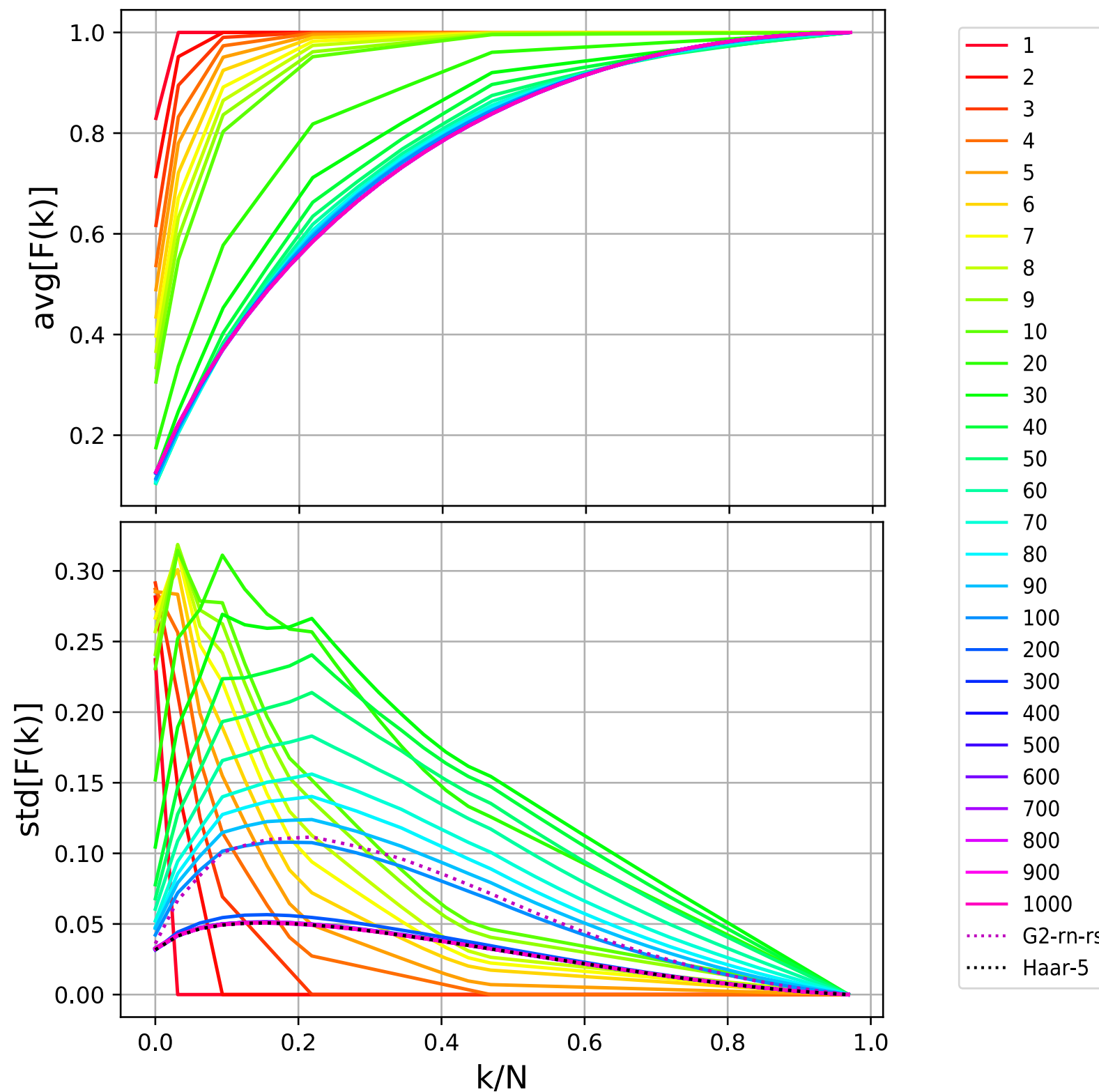
```

0 : T1 = 9.5e-05 , T2 = 2.4e-05
1 : T1 = 7.8e-05 , T2 = 0.00013
2 : T1 = 9.6e-05 , T2 = 6.9e-05
3 : T1 = 0.000108 , T2 = 0.000161
4 : T1 = 0.000151 , T2 = 0.000149
    
```

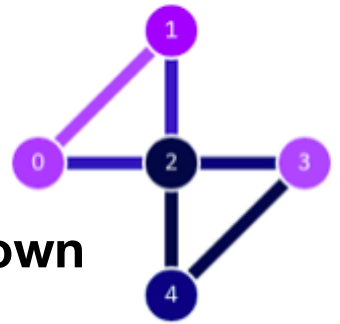
- p_1 : 3-5 10^{-4}
- p_2 : 0.8-2 10^{-2}

IBM Q5 Yorktown – Simulação sem ruído

- 5000 random circuits



ibm_yorktown



cumulantes

$$F(k) = \sum_{i=1}^k x_i^\downarrow$$