

Comentários sobre a q -transformada de Fourier

Max Jáuregui Constantino Tsallis

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

4 de Março de 2010

- 1 A q -transformada de Fourier (q -FT)
- 2 A q -delta de Dirac
 - Definição
 - Sobre a constante de normalização $1/c(q)$
 - Teste da q -delta de Dirac
- 3 Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa
 - 1º exemplo de Hilhorst
 - Variante
 - 2º exemplo de Hilhorst
- 4 Sobre a obtenção numérica da q -FT inversa
- 5 Conclusões e perspectivas

- 1 A q -transformada de Fourier (q -FT)
- 2 A q -delta de Dirac
 - Definição
 - Sobre a constante de normalização $1/c(q)$
 - Teste da q -delta de Dirac
- 3 Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa
 - 1º exemplo de Hilhorst
 - Variante
 - 2º exemplo de Hilhorst
- 4 Sobre a obtenção numérica da q -FT inversa
- 5 Conclusões e perspectivas

- 1 A q -transformada de Fourier (q -FT)
- 2 A q -delta de Dirac
 - Definição
 - Sobre a constante de normalização $1/c(q)$
 - Teste da q -delta de Dirac
- 3 Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa
 - 1º exemplo de Hilhorst
 - Variante
 - 2º exemplo de Hilhorst
- 4 Sobre a obtenção numérica da q -FT inversa
- 5 Conclusões e perspectivas

- 1 A q -transformada de Fourier (q -FT)
- 2 A q -delta de Dirac
 - Definição
 - Sobre a constante de normalização $1/c(q)$
 - Teste da q -delta de Dirac
- 3 Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa
 - 1º exemplo de Hilhorst
 - Variante
 - 2º exemplo de Hilhorst
- 4 Sobre a obtenção numérica da q -FT inversa
- 5 Conclusões e perspectivas

- 1 A q -transformada de Fourier (q -FT)
- 2 A q -delta de Dirac
 - Definição
 - Sobre a constante de normalização $1/c(q)$
 - Teste da q -delta de Dirac
- 3 Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa
 - 1º exemplo de Hilhorst
 - Variante
 - 2º exemplo de Hilhorst
- 4 Sobre a obtenção numérica da q -FT inversa
- 5 Conclusões e perspectivas

A q -transformada de Fourier (q -FT)

Definição

A q -FT de uma função $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ está dada por:

$$F_q[f](\xi) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx e_q^{i\xi x} \otimes_q f(x); \quad q \in [1, 3[\quad (1)$$

Lembrar que...

$$e_q^x \equiv [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}} \quad (e_1^x \equiv e^x) \quad (2)$$

$$x \otimes_q y \equiv (x^{1-q} + y^{1-q} - 1)^{\frac{1}{1-q}} \quad (x \otimes_1 y \equiv xy) \quad (3)$$

A q -transformada de Fourier (q -FT)

Definição

A q -FT de uma função $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ está dada por:

$$F_q[f](\xi) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx e_q^{i\xi x} \otimes_q f(x); \quad q \in [1, 3[\quad (1)$$

Lembrar que...

$$e_q^x \equiv [1 + (1 - q)x]^{\frac{1}{1-q}} \quad (e_1^x \equiv e^x) \quad (2)$$

$$x \otimes_q y \equiv (x^{1-q} + y^{1-q} - 1)^{\frac{1}{1-q}} \quad (x \otimes_1 y \equiv xy) \quad (3)$$

A q -transformada de Fourier (q -FT)

De outra forma

$$F_q[f](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dx e_q^{i\xi x [f(x)]^{q-1}} f(x) \quad (4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{f(x)}{\left\{ 1 - (q-1)i\xi x [f(x)]^{q-1} \right\}^{\frac{1}{q-1}}} \quad (5)$$

Observações

- A q -FT é uma transformada integral não linear!
- Quando $q \rightarrow 1$, a q -FT torna-se a transformada de Fourier padrão.
- Ainda não se tem encontrada a expressão analítica da q -FT inversa.

A q -transformada de Fourier (q -FT)

De outra forma

$$F_q[f](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dx e_q^{i\xi x [f(x)]^{q-1}} f(x) \quad (4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{f(x)}{\left\{ 1 - (q-1)i\xi x [f(x)]^{q-1} \right\}^{\frac{1}{q-1}}} \quad (5)$$

Observações

- A q -FT é uma transformada integral não linear!
- Quando $q \rightarrow 1$, a q -FT torna-se a transformada de Fourier padrão.
- Ainda não se tem encontrado a expressão analítica da q -FT inversa.

A q -transformada de Fourier (q -FT)

De outra forma

$$F_q[f](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dx e_q^{i\xi x [f(x)]^{q-1}} f(x) \quad (4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{f(x)}{\left\{ 1 - (q-1)i\xi x [f(x)]^{q-1} \right\}^{\frac{1}{q-1}}} \quad (5)$$

Observações

- A q -FT é uma transformada integral não linear!
- Quando $q \rightarrow 1$, a q -FT torna-se a transformada de Fourier padrão.
- Ainda não se tem encontrado a expressão analítica da q -FT inversa.

A q -transformada de Fourier (q -FT)

De outra forma

$$F_q[f](\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} dx e_q^{i\xi x [f(x)]^{q-1}} f(x) \quad (4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{f(x)}{\left\{ 1 - (q-1)i\xi x [f(x)]^{q-1} \right\}^{\frac{1}{q-1}}} \quad (5)$$

Observações

- A q -FT é uma transformada integral não linear!
- Quando $q \rightarrow 1$, a q -FT torna-se a transformada de Fourier padrão.
- Ainda não se tem encontrado a expressão analítica da q -FT inversa.

Definição da delta de Dirac, $\delta(x)$

É uma distribuição que cumpre a seguinte propriedade fundamental:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x)\delta(x) = f(0) \quad (6)$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ é uma função bem comportada.

Representação em ondas planas

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-ikx} \quad (7)$$

$$= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sin(kx)}{\pi x} \quad (8)$$

Definição da delta de Dirac, $\delta(x)$

É uma distribuição que cumpre a seguinte propriedade fundamental:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x)\delta(x) = f(0) \quad (6)$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ é uma função bem comportada.

Representação em ondas planas

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-ikx} \quad (7)$$

$$= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sin(kx)}{\pi x} \quad (8)$$

Definição da delta de Dirac, $\delta(x)$

É uma distribuição que cumpre a seguinte propriedade fundamental:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x)\delta(x) = f(0) \quad (6)$$

onde $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ é uma função bem comportada.

Representação em ondas planas

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk e^{-ikx} \quad (7)$$

$$= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\sin(kx)}{\pi x} \quad (8)$$

Representação em q -ondas planas (q -delta de Dirac)?

$$\delta_q(x) = \frac{1}{c(q)} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e_q^{-i\xi x} \quad ; \quad q \in [1, 2[\quad (9)$$

$$= \frac{2}{(2-q)x[c(q)]} \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\left[1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2 \right]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (10)$$

Condição de normalização

$c(q)$ deve ser encontrada da seguinte condição de normalização:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) = 1 \quad (11)$$

Representação em q -ondas planas (q -delta de Dirac)?

$$\delta_q(x) = \frac{1}{c(q)} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e_q^{-i\xi x} \quad ; \quad q \in [1, 2[\quad (9)$$

$$= \frac{2}{(2-q)x[c(q)]} \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\left[1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2 \right]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (10)$$

Condição de normalização

$c(q)$ deve ser encontrada da seguinte condição de normalização:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) = 1 \quad (11)$$

Representação em q -ondas planas (q -delta de Dirac)?

$$\delta_q(x) = \frac{1}{c(q)} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e_q^{-i\xi x} \quad ; \quad q \in [1, 2[\quad (9)$$

$$= \frac{2}{(2-q)x[c(q)]} \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\left[1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2 \right]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (10)$$

Condição de normalização

$c(q)$ deve ser encontrada da seguinte condição de normalização:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) = 1 \quad (11)$$

A constante $c(q)$

$$c(q) = \frac{2}{2-q} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\sin(2[\alpha(q)] \arctan z)}{z(1+z^2)^{\alpha[q]}} \quad (12)$$

onde

$$\alpha(q) = \frac{2-q}{2(q-1)} \quad (13)$$

Observação

O valor da integral acima não pôde ser encontrado analiticamente se a imagem de $\alpha(q)$ for \mathbb{R}^+ , devido a isso vamos considerar o caso em que $\alpha : D \subset [1, 2[\rightarrow \{1/2, 1, 3/2, 2, \dots\} \subset \mathbb{Q}$.

A constante $c(q)$

$$c(q) = \frac{2}{2-q} \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\sin(2[\alpha(q)] \arctan z)}{z(1+z^2)^{\alpha[q]}} \quad (12)$$

onde

$$\alpha(q) = \frac{2-q}{2(q-1)} \quad (13)$$

Observação

O valor da integral acima não pôde ser encontrado analiticamente se a imagem de $\alpha(q)$ for \mathbb{R}^+ , devido a isso vamos considerar o caso em que $\alpha : D \subset [1, 2[\rightarrow \{1/2, 1, 3/2, 2, \dots\} \subset \mathbb{Q}$.

A q -delta de Dirac

A constante $c(q)$

$$c(q) = \frac{4[\alpha(q)]}{2-q} \sum_{k=0}^{[\alpha(q)+\frac{1}{2}]-1} (-1)^k \frac{\Gamma(2[\alpha(q)] - k - \frac{1}{2}) \Gamma(k + \frac{1}{2})}{\Gamma(2k+2)\Gamma(2[\alpha(q)] - 2k)} \quad (14)$$

Hipótese

$$\sum_{k=0}^{[\frac{n+1}{2}]-1} (-1)^k \frac{\Gamma(n - k - \frac{1}{2}) \Gamma(k + \frac{1}{2})}{\Gamma(2k+2)\Gamma(n - 2k)} = \frac{\pi}{n} \quad ; \quad \forall n \in \mathbb{N}. \quad (15)$$

A constante $c(q)$

$$c(q) = \frac{4[\alpha(q)]}{2-q} \sum_{k=0}^{[\alpha(q)+\frac{1}{2}]-1} (-1)^k \frac{\Gamma(2[\alpha(q)] - k - \frac{1}{2}) \Gamma(k + \frac{1}{2})}{\Gamma(2k+2)\Gamma(2[\alpha(q)] - 2k)} \quad (14)$$

Hipótese

$$\sum_{k=0}^{[\frac{n+1}{2}]-1} (-1)^k \frac{\Gamma(n-k-\frac{1}{2}) \Gamma(k+\frac{1}{2})}{\Gamma(2k+2)\Gamma(n-2k)} = \frac{\pi}{n} ; \quad \forall n \in \mathbb{N}. \quad (15)$$

A q -delta de Dirac

A constante $c(q)$

Para certos (infinitos) valores racionais de q no intervalo $[1, 2[$, $c(q)$ fica dada por:

$$c(q) = \frac{2\pi}{2 - q} \quad (16)$$

Observação

Podemos verificar numericamente que a expressão de $c(q)$ dada acima é válida para todo valor real de $q \in [1, 2[$. Assim, propomos a seguinte conjectura:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\sin(2\alpha \arctan z)}{z (1 + z^2)^\alpha} = \pi \quad ; \quad \forall \alpha > 0 \quad (17)$$

A q -delta de Dirac

A constante $c(q)$

Para certos (infinitos) valores racionais de q no intervalo $[1, 2[$, $c(q)$ fica dada por:

$$c(q) = \frac{2\pi}{2 - q} \quad (16)$$

Observação

Podemos verificar numericamente que a expressão de $c(q)$ dada acima é válida para todo valor real de $q \in [1, 2[$. Assim, propomos a seguinte conjectura:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\sin(2\alpha \arctan z)}{z (1 + z^2)^\alpha} = \pi \quad ; \quad \forall \alpha > 0 \quad (17)$$

A constante $c(q)$

Para certos (infinitos) valores racionais de q no intervalo $[1, 2[$, $c(q)$ fica dada por:

$$c(q) = \frac{2\pi}{2 - q} \quad (16)$$

Observação

Podemos verificar numericamente que a expressão de $c(q)$ dada acima é válida para todo valor real de $q \in [1, 2[$. Assim, propomos a seguinte conjectura:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\sin(2\alpha \arctan z)}{z(1+z^2)^\alpha} = \pi \quad ; \quad \forall \alpha > 0 \quad (17)$$

A q -delta de Dirac

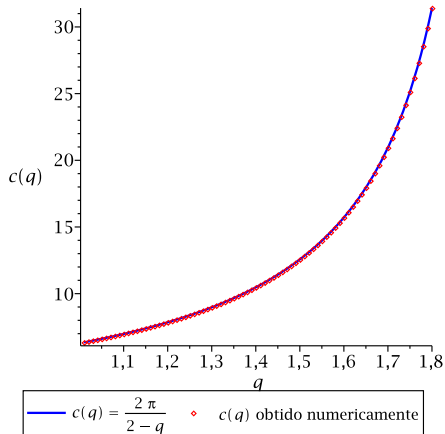


Figura: Gráfico de $c(q)$

Expressão da q -delta de Dirac

$$\delta_q(x) = \frac{2-q}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e_q^{-i\xi x} \quad ; \quad q \in [1, 2[\quad (18)$$

$$= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\pi x [1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (19)$$

Observação

Quando $q \rightarrow 1$, a q -delta de Dirac torna-se a representação em ondas planas da delta de Dirac.

Expressão da q -delta de Dirac

$$\delta_q(x) = \frac{2-q}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e_q^{-i\xi x} \quad ; \quad q \in [1, 2[\quad (18)$$

$$= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\pi x [1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (19)$$

Observação

Quando $q \rightarrow 1$, a q -delta de Dirac torna-se a representação em ondas planas da delta de Dirac.

Expressão da q -delta de Dirac

$$\delta_q(x) = \frac{2-q}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi e_q^{-i\xi x} \quad ; \quad q \in [1, 2[\quad (18)$$

$$= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\pi x [1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (19)$$

Observação

Quando $q \rightarrow 1$, a q -delta de Dirac torna-se a representação em ondas planas da delta de Dirac.

Será $\delta_q(x)$ uma representação da delta de Dirac?

Seja $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ uma função inteira, então:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) f(x) = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \times \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{x^k \sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\pi x [1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (20)$$

$$= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \frac{1}{(q-1)^k \xi^k} \times \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{z^{k-1} \sin \left(\frac{2-q}{q-1} \arctan z \right)}{\pi (1 + z^2)^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (21)$$

Será $\delta_q(x)$ uma representação da delta de Dirac?

Seja $f : D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ uma função inteira, então:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) f(x) &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \times \\ &\int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{x^k \sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan[(q-1)\xi x] \right\}}{\pi x [1 + (q-1)^2 \xi^2 x^2]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (20) \\ &= \lim_{\xi \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(0)}{k!} \frac{1}{(q-1)^k \xi^k} \times \\ &\int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{z^{k-1} \sin \left(\frac{2-q}{q-1} \arctan z \right)}{\pi (1 + z^2)^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \quad (21) \end{aligned}$$

Será $\delta_q(x)$ uma representação da delta de Dirac?

Ao aplicarmos o limite, todos os termos do somatório exceto o primeiro somem. Portanto:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) f(x) = f(0) \quad (22)$$

Conjetura

A relação acima foi testada numericamente com várias funções, não necessariamente inteiras, e os resultados foram positivos. Portanto podemos conjeturar o seguinte:

“A q -delta de Dirac é uma representação da delta de Dirac”.

Será $\delta_q(x)$ uma representação da delta de Dirac?

Ao aplicarmos o limite, todos os termos do somatório exceto o primeiro somem. Portanto:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) f(x) = f(0) \quad (22)$$

Conjetura

A relação acima foi testada numericamente com várias funções, não necessariamente inteiras, e os resultados foram positivos. Portanto podemos conjeturar o seguinte:

"A q -delta de Dirac é uma representação da delta de Dirac".

Será $\delta_q(x)$ uma representação da delta de Dirac?

Ao aplicarmos o limite, todos os termos do somatório exceto o primeiro somem. Portanto:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta_q(x) f(x) = f(0) \quad (22)$$

Conjetura

A relação acima foi testada numericamente com várias funções, não necessariamente inteiras, e os resultados foram positivos. Portanto podemos conjeturar o seguinte:

“A q -delta de Dirac é uma representação da delta de Dirac”.

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

1º exemplo de Hilhorst

$$h_1(x) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{1}{q-1}} & ; x \in (a, b) \\ 0 & ; \text{outro intervalo.} \end{cases} \quad (23)$$

Condição de normalização

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx h_1(x) = 1 \longrightarrow b = \begin{cases} \left(\frac{q-2}{q-1} \lambda^{-\frac{1}{q-1}} + a^{\frac{q-2}{q-1}}\right)^{\frac{q-1}{q-2}} & ; q \neq 2 \\ ae^{1/\lambda} & ; q = 2 \end{cases} \quad (24)$$

1º exemplo de Hilhorst

$$h_1(x) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{1}{q-1}} & ; x \in (a, b) \\ 0 & ; \text{outro intervalo.} \end{cases} \quad (23)$$

Condição de normalização

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx h_1(x) = 1 \longrightarrow b = \begin{cases} \left(\frac{q-2}{q-1} \lambda^{-\frac{1}{q-1}} + a^{\frac{q-2}{q-1}}\right)^{\frac{q-1}{q-2}} & ; q \neq 2 \\ ae^{1/\lambda} & ; q = 2 \end{cases} \quad (24)$$

1º exemplo de Hilhorst

$$h_1(x) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{1}{q-1}} & ; x \in (a, b) \\ 0 & ; \text{outro intervalo.} \end{cases} \quad (23)$$

Condição de normalização

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx h_1(x) = 1 \longrightarrow b = \begin{cases} \left(\frac{q-2}{q-1} \lambda^{-\frac{1}{q-1}} + a^{\frac{q-2}{q-1}}\right)^{\frac{q-1}{q-2}} & ; q \neq 2 \\ ae^{1/\lambda} & ; q = 2 \end{cases} \quad (24)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

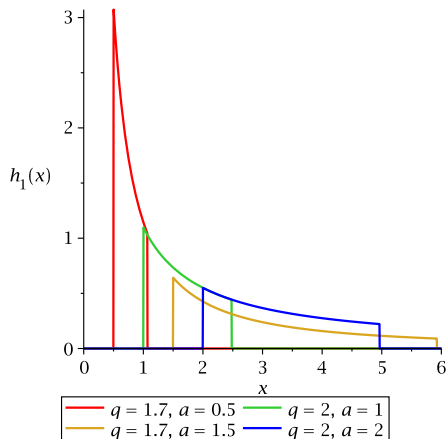


Figura: Gráfico de $h_1(x)$ para $\lambda = 1.1$ e diferentes valores de q e a .

q -FT de $h_1(x)$

$$F_q[h_1](\xi) = \frac{1}{[1 - (q - 1)i\xi\lambda]^{\frac{1}{q-1}}} \quad (25)$$

Observação

A q -FT de $h_1(x)$ independe de a ! \rightarrow Será que não é possível encontrarmos a transformada inversa de $F_q[h_1](\xi)$?

q -FT de $h_1(x)$

$$F_q[h_1](\xi) = \frac{1}{[1 - (q - 1)i\xi\lambda]^{\frac{1}{q-1}}} \quad (25)$$

Observação

A q -FT de $h_1(x)$ independe de a ! \rightarrow Será que não é possível encontrarmos a transformada inversa de $F_q[h_1](\xi)$?

q -FT de $h_1(x)$

$$F_q[h_1](\xi) = \frac{1}{[1 - (q - 1)i\xi\lambda]^{\frac{1}{q-1}}} \quad (25)$$

Observação

A q -FT de $h_1(x)$ independe de a ! \rightarrow Será que não é possível encontrarmos a transformada inversa de $F_q[h_1](\xi)$?

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

Q -momento normalizado de ordem $n \in \mathbb{N}$ de uma função $f(x)$

$$\Pi_Q^{(n)}[f] = \frac{\mu_Q^{(n)}[f]}{\nu_Q[f]} \quad (26)$$

onde

$$\mu_Q^{(n)}[f] = \int_{-\infty}^{\infty} dx x^n [f(x)]^Q \quad (27)$$

$$\nu_Q[f] = \int_{-\infty}^{\infty} dx [f(x)]^Q \quad (28)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

No caso de $h_1(x)$

$$\mu_Q^{(n)}[h_1] = \frac{q-1}{(n+1)(q-1)-Q} \left[b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (29)$$

$$\nu_Q[h_1] = \frac{q-1}{q-1-Q} \left[b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (30)$$

$$\Pi_Q^{(n)}[h_1] = \frac{q-1-Q}{(n+1)(q-1)-Q} \frac{b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}}}{b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}}} \quad (31)$$

Se $Q = Q_n = nq - (n-1)$ com $q \neq 2$

$$\mu_{Q_n}^{(n)}[h_1] = \lambda^n \quad (32)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

No caso de $h_1(x)$

$$\mu_Q^{(n)}[h_1] = \frac{q-1}{(n+1)(q-1)-Q} \left[b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (29)$$

$$\nu_Q[h_1] = \frac{q-1}{q-1-Q} \left[b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (30)$$

$$\Pi_Q^{(n)}[h_1] = \frac{q-1-Q}{(n+1)(q-1)-Q} \frac{b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}}}{b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}}} \quad (31)$$

Se $Q = Q_n = nq - (n-1)$ com $q \neq 2$

$$\mu_{Q_n}^{(n)}[h_1] = \lambda^n \quad (32)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

No caso de $h_1(x)$

$$\mu_Q^{(n)}[h_1] = \frac{q-1}{(n+1)(q-1)-Q} \left[b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (29)$$

$$\nu_Q[h_1] = \frac{q-1}{q-1-Q} \left[b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (30)$$

$$\Pi_Q^{(n)}[h_1] = \frac{q-1-Q}{(n+1)(q-1)-Q} \frac{b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}}}{b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}}} \quad (31)$$

Se $Q = Q_n = nq - (n-1)$ com $q \neq 2$

$$\mu_{Q_n}^{(n)}[h_1] = \lambda^n \quad (32)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

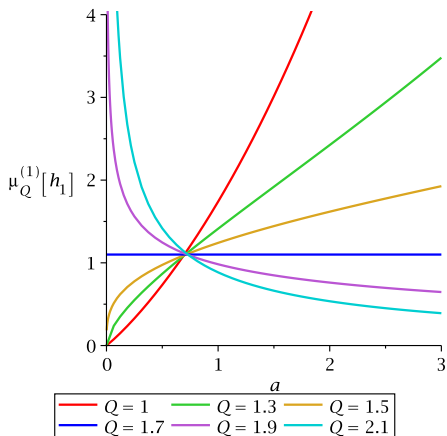


Figura: Gráfico de $\mu_Q^{(1)}[h_1]$, como função de a para $\lambda = 1.1$, $q = 1.7$, e distintos valores de Q . Nota-se que $\mu_q^{(1)}[h_1]$ independe de a .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

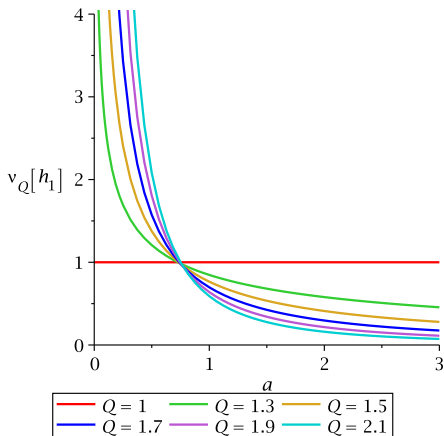


Figura: Gráfico de $v_Q[h_1]$ como função de a para $\lambda = 1.1$, $q = 1.7$, e distintos valores de Q .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

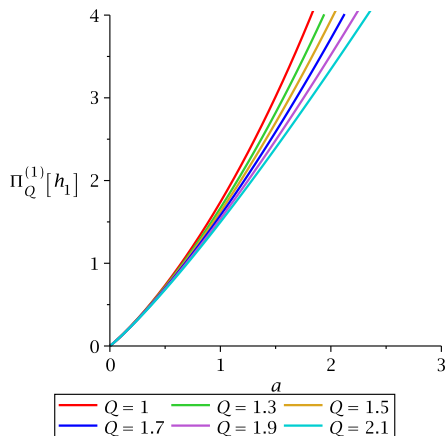


Figura: Gráfico de $\Pi_Q^{(1)}[h_1]$, como função de a para $\lambda = 1.1$, $q = 1.7$, e distintos valores de Q .

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h_1]$ é uma função monotonamente decrescente de a , para $Q \neq 1$.
- A informação adicional para identificarmos a q -FT inversa pode ser o valor de $v_q[h_1]$ para um certo valor de a .
- $v_1[h_1] = 1, \forall a \in \mathbb{R}^+$, desse jeito, a informação adicional no caso da transformada de Fourier padrão ($q \rightarrow 1$) é trivial.

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h_1]$ é uma função monotonamente decrescente de a , para $Q \neq 1$.
- A informação adicional para identificarmos a q -FT inversa pode ser o valor de $v_q[h_1]$ para um certo valor de a .
- $v_1[h_1] = 1, \forall a \in \mathbb{R}^+$, desse jeito, a informação adicional no caso da transformada de Fourier padrão ($q \rightarrow 1$) é trivial.

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h_1]$ é uma função monotonamente decrescente de a , para $Q \neq 1$.
- A informação adicional para identificarmos a q -FT inversa pode ser o valor de $v_q[h_1]$ para um certo valor de a .
- $v_1[h_1] = 1, \forall a \in \mathbb{R}^+$, desse jeito, a informação adicional no caso da transformada de Fourier padrão ($q \rightarrow 1$) é trivial.

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

Variante

$$h'_1(x) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{|x|}\right)^{\frac{1}{q-1}} & ; |x| \in (a, b) \\ 0 & ; \text{outro intervalo.} \end{cases} \quad (33)$$

Condição de normalização

$$b = \begin{cases} \left[\frac{q-2}{2(q-1)} \lambda^{-\frac{1}{q-1}} + a^{\frac{q-2}{q-1}} \right]^{\frac{q-1}{q-2}} & ; q \neq 2 \\ a e^{1/(2\lambda)} & ; q = 2 \end{cases} \quad (34)$$

Variante

$$h'_1(x) = \begin{cases} \left(\frac{\lambda}{|x|}\right)^{\frac{1}{q-1}} & ; |x| \in (a, b) \\ 0 & ; \text{outro intervalo.} \end{cases} \quad (33)$$

Condição de normalização

$$b = \begin{cases} \left[\frac{q-2}{2(q-1)} \lambda^{-\frac{1}{q-1}} + a^{\frac{q-2}{q-1}} \right]^{\frac{q-1}{q-2}} & ; q \neq 2 \\ ae^{1/(2\lambda)} & ; q = 2 \end{cases} \quad (34)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

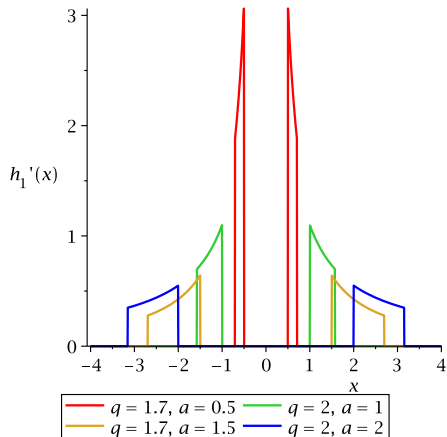


Figura: Gráfico de $h_1'(x)$ para $\lambda = 1.1$ e diferentes valores de q e a .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

q' -FT de $h'_1(x)$

$$F_{q'}[h'_1(x)](\xi) = 2 \int_a^b dx \frac{\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{1}{q'-1}} \cos \left\{ \frac{1}{q'-1} \arctan \left[(q' - 1) \xi x \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{q'-1}{q'-1}} \right] \right\}}{\left[1 + (q' - 1)^2 \xi^2 x^2 \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{2(q'-1)}{q'-1}} \right]^{\frac{1}{2(q'-1)}}} \quad (35)$$

Se $q' = q$

$$F_q[h'_1(x)](\xi) = \begin{cases} \frac{\cos \left\{ \frac{1}{q-1} \arctan[(q-1)\xi\lambda] \right\}}{\left[1 + (q-1)^2 \xi^2 \lambda^2 \right]^{\frac{1}{2(q-1)}}} & ; \quad q \neq 2 \\ \frac{1}{1 + \xi^2 \lambda^2} & ; \quad q = 2 \end{cases} \quad (36)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

q' -FT de $h'_1(x)$

$$F_{q'}[h'_1(x)](\xi) = 2 \int_a^b dx \frac{\left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{1}{q'-1}} \cos \left\{ \frac{1}{q'-1} \arctan \left[(q' - 1) \xi x \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{q'-1}{q'-1}} \right] \right\}}{\left[1 + (q' - 1)^2 \xi^2 x^2 \left(\frac{\lambda}{x}\right)^{\frac{2(q'-1)}{q'-1}} \right]^{\frac{1}{2(q'-1)}}} \quad (35)$$

Se $q' = q$

$$F_q[h'_1(x)](\xi) = \begin{cases} \frac{\cos \left\{ \frac{1}{q-1} \arctan[(q-1)\xi\lambda] \right\}}{[1+(q-1)^2\xi^2\lambda^2]^{\frac{1}{2(q-1)}}} & ; \quad q \neq 2 \\ \frac{1}{1+\xi^2\lambda^2} & ; \quad q = 2 \end{cases} \quad (36)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

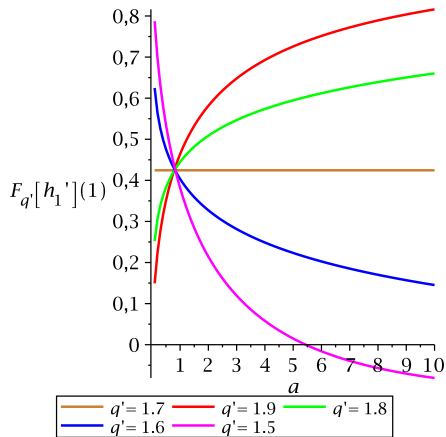


Figura: Gráfico de $F_{q'}[h_1'](1)$ como função de a para $q = 1.7$, $\lambda = 1.1$ e distintos valores de q' . Nota-se que quando $q' = q$, $F_{q'}[h_1'](1)$ independe de a .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

Q -momentos de $h'_1(x)$

$$\mu_Q^{(n)}[h'_1] = \frac{[(-1)^n + 1](q-1)}{(n+1)(q-1) - Q} \left[b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (37)$$

$$\nu_Q[h'_1] = \frac{2(q-1)}{q-1-Q} \left[b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (38)$$

$$\Pi_Q^{(n)}[h'_1] = \frac{[(-1)^n + 1](q-1-Q)}{2[(n+1)(q-1) - Q]} \frac{b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}}}{b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}}} \quad (39)$$

Se $Q = Q_n = nq - (n-1)$ com $q \neq 2$ e n par

$$\mu_{Q_n}^{(n)}[h_1] = \lambda^n \quad (40)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

Q -momentos de $h'_1(x)$

$$\mu_Q^{(n)}[h'_1] = \frac{[(-1)^n + 1](q-1)}{(n+1)(q-1) - Q} \left[b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (37)$$

$$\nu_Q[h'_1] = \frac{2(q-1)}{q-1-Q} \left[b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (38)$$

$$\Pi_Q^{(n)}[h'_1] = \frac{[(-1)^n + 1](q-1-Q)}{2[(n+1)(q-1) - Q]} \frac{b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}}}{b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}}} \quad (39)$$

Se $Q = Q_n = nq - (n-1)$ com $q \neq 2$ e n par

$$\mu_{Q_n}^{(n)}[h_1] = \lambda^n \quad (40)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

Q -momentos de $h'_1(x)$

$$\mu_Q^{(n)}[h'_1] = \frac{[(-1)^n + 1](q-1)}{(n+1)(q-1) - Q} \left[b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (37)$$

$$v_Q[h'_1] = \frac{2(q-1)}{q-1-Q} \left[b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}} \right] \lambda^{\frac{Q}{q-1}} \quad (38)$$

$$\Pi_Q^{(n)}[h'_1] = \frac{[(-1)^n + 1](q-1-Q)}{2[(n+1)(q-1) - Q]} \frac{b^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}} - a^{\frac{(n+1)(q-1)-Q}{q-1}}}{b^{\frac{q-1-Q}{q-1}} - a^{\frac{q-1-Q}{q-1}}} \quad (39)$$

Se $Q = Q_n = nq - (n-1)$ com $q \neq 2$ e n par

$$\mu_{Q_n}^{(n)}[h_1] = \lambda^n \quad (40)$$

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

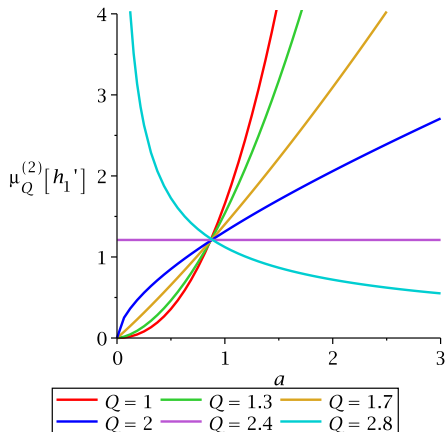


Figura: Gráfico de $\mu_Q^{(2)}[h_1']$, como função de a para $\lambda = 1.1$, $q = 1.7$, e distintos valores de Q . Nota-se que $\mu_{2q-1}^{(2)}[h_1']$ independe de a .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

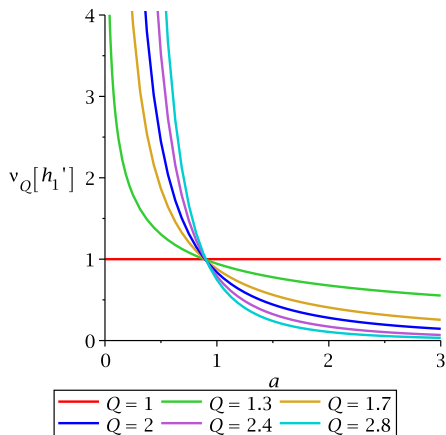


Figura: Gráfico de $v_Q[h_1']$ como função de a para $\lambda = 1.1$, $q = 1.7$, e distintos valores de Q .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

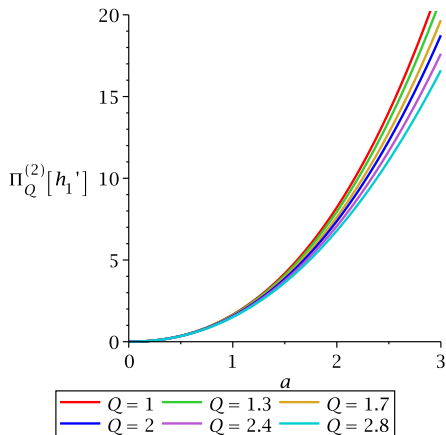


Figura: Gráfico de $\Pi_Q^{(2)}[h_1']$, como função de a para $\lambda = 1.1$, $q = 1.7$, e distintos valores de Q .

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h'_1]$ é uma função monotonamente decrescente de a , para $Q \neq 1$.
- Também neste caso, a informação adicional para identificarmos a q -FT inversa pode ser o valor de $v_{2q-1}[h'_1]$ para um certo valor de a .

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h'_1]$ é uma função monotonamente decrescente de a , para $Q \neq 1$.
- Também neste caso, a informação adicional para identificarmos a q -FT inversa pode ser o valor de $v_{2q-1}[h'_1]$ para um certo valor de a .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

2º exemplo de Hilhorst

$$h_2(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-A|x|)^2}{[(1-A|x|)^2 + \frac{1}{2}x^2]^2} & ; |x| < 1/A \\ 0 & ; \text{outro intervalo.} \end{cases} \quad (41)$$

Se $A \rightarrow 0$

$$h_2(x) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)^2} \quad (42)$$

que é uma 3/2-gaussiana.

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

2º exemplo de Hilhorst

$$h_2(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-A|x|)^2}{[(1-A|x|)^2 + \frac{1}{2}x^2]^2} & ; |x| < 1/A \\ 0 & ; \text{outro intervalo.} \end{cases} \quad (41)$$

Se $A \rightarrow 0$

$$h_2(x) \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{2}\right)^2} \quad (42)$$

que é uma 3/2-gaussiana.

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

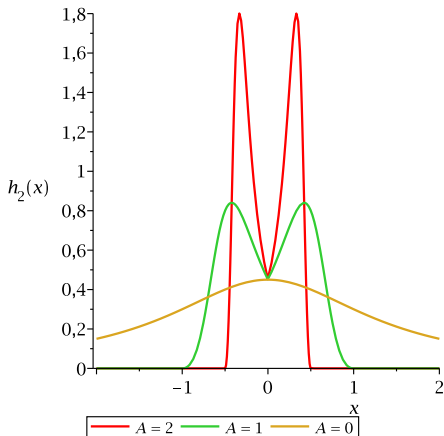


Figura: Gráfico de $h_2(x)$ para diferentes valores de a .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

q -FT de $h_2(x)$

$$F_q[h_2](\xi) = \int_{-1/A}^{1/A} dx \frac{\frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-A|x|)^2}{[(1-A|x|)^2 + \frac{1}{2}x^2]^2}}{\left\{ 1 - (q-1)i\xi x \left[\frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-A|x|)^2}{[(1-A|x|)^2 + \frac{1}{2}x^2]^2} \right]^{q-1} \right\}^{\frac{1}{q-1}}} \quad (43)$$

Se $q = 3/2$

$$F_{3/2}[h_2](\xi) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\xi^2}{4\pi\sqrt{2}} \right)^{3/2}} \quad (44)$$

que é uma 5/3-gaussiana.

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

q -FT de $h_2(x)$

$$F_q[h_2](\xi) = \int_{-1/A}^{1/A} dx \frac{\frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-A|x|)^2}{[(1-A|x|)^2 + \frac{1}{2}x^2]^2}}{\left\{ 1 - (q-1)i\xi x \left[\frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{(1-A|x|)^2}{[(1-A|x|)^2 + \frac{1}{2}x^2]^2} \right] \right\}^{\frac{1}{q-1}}} \quad (43)$$

Se $q = 3/2$

$$F_{3/2}[h_2](\xi) = \frac{1}{\left(1 + \frac{\xi^2}{4\pi\sqrt{2}} \right)^{3/2}} \quad (44)$$

que é uma 5/3-gaussiana.

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

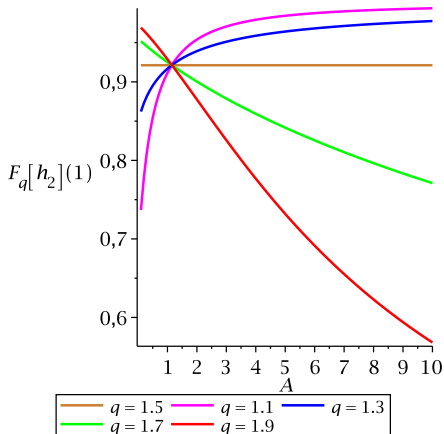


Figura: Gráfico de $F_q[h_2](1)$ como função de A . Nota-se que a 3/2-FT independe de A .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

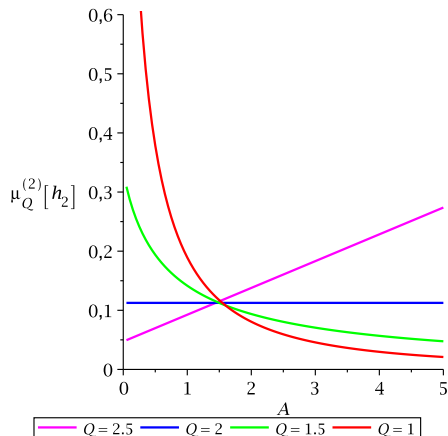


Figura: Gráfico de $\mu_Q^{(2)}[h_2]$ como função de A para distintos valores de Q .

Nota-se que $\mu_2^{(2)}[h_2]$ independe de A .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

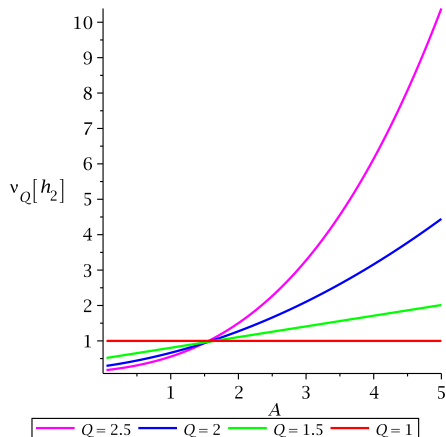


Figura: Gráfico de $v_Q[h_2]$ como função de A para diferentes valores de Q .

Peculiaridades sobre a existência da q -FT inversa

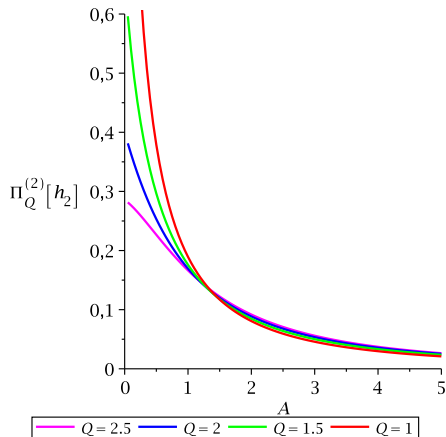


Figura: Gráfico de $\Pi_Q^{(2)}[h_2]$, como função de a para e distintos valores de Q .

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h_2]$ é uma função monotonamente crescente de A , para $Q \neq 1$.
- Se $q = 3/2$, $Q_2 = 2q - 1 = 2$. Por outro lado, $p_2^{(2)}[h_2]$ independe de A .
A informação adicional para identificar a $3/2$ -FT inversa pode ser o valor de $v_2[h_2]$ para um certo valor de A .

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h_2]$ é uma função monotonamente crescente de A , para $Q \neq 1$.
- Se $q = 3/2$, $Q_2 = 2q - 1 = 2$. Por outro lado, $\mu_2^{(2)}[h_2]$ independe de A .
- A informação adicional para identificarmos a $3/2$ -FT inversa pode ser o valor de $v_2[h_2]$ para um certo valor de A .

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h_2]$ é uma função monotonamente crescente de A , para $Q \neq 1$.
- Se $q = 3/2$, $Q_2 = 2q - 1 = 2$. Por outro lado, $\mu_2^{(2)}[h_2]$ independe de A .
- A informação adicional para identificarmos a $3/2$ -FT inversa pode ser o valor de $v_2[h_2]$ para um certo valor de A .

Identificação da q -FT inversa

- $v_Q[h_2]$ é uma função monotonamente crescente de A , para $Q \neq 1$.
- Se $q = 3/2$, $Q_2 = 2q - 1 = 2$. Por outro lado, $\mu_2^{(2)}[h_2]$ independe de A .
- A informação adicional para identificarmos a $3/2$ -FT inversa pode ser o valor de $v_2[h_2]$ para um certo valor de A .

Distribuição de n degraus

Consideremos a seguinte distribuição:

$$D_n(x) = h_1 \theta(c_1 - |x|) + \sum_{k=2}^n h_k \theta(|x| - c_{k-1}) \theta(c_k - |x|) \quad (45)$$

onde os h_1, h_2, \dots, h_n são parâmetros independentes, e

$$c_k = \frac{2k - 1}{2 \left(h_1 + 2 \sum_{j=2}^n h_j \right)} \quad (46)$$

q -FT de $D_n(x)$

$$\begin{aligned}
 F_q[D_n](\xi) = & \frac{2h_1^{2-q}}{(2-q)\xi} \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan \left[(q-1)\xi c_1 h_1^{q-1} \right] \right\}}{\left[1 + (q-1)^2 \xi^2 c_1^2 h_1^{2(q-1)} \right]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} + \\
 & \sum_{k=2}^n \frac{2h_k^{2-q}}{(2-q)\xi} \left\{ \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan \left[(q-1)\xi c_{k-1} h_k^{q-1} \right] \right\}}{\left[1 + (q-1)^2 \xi^2 c_{k-1}^2 h_k^{2(q-1)} \right]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} + \right. \\
 & \left. - \frac{\sin \left\{ \frac{2-q}{q-1} \arctan \left[(q-1)\xi c_k h_k^{q-1} \right] \right\}}{\left[1 + (q-1)^2 \xi^2 c_k^2 h_k^{2(q-1)} \right]^{\frac{2-q}{2(q-1)}}} \right\} \quad (47)
 \end{aligned}$$

Plano

Seja $F_q[f](\xi)$ a q -FT de uma distribuição $f(x)$. Tentaremos aproximar a curva $f(x)$ usando a distribuição $D_n(x)$ para uma determinada escolha de n .

- Escolhemos certos n pontos $(\xi_k, F_q[f](\xi_k))$.
- Encontramos os $F_q[D_n](\xi_k)$.
- Afinal, resolvemos o sistema de n equações não lineares:

$$F_q[D_n](\xi_k) - F_q[f](\xi_k) = 0$$

para encontrarmos os parâmetros h_1, h_2, \dots, h_n .

Plano

Seja $F_q[f](\xi)$ a q -FT de uma distribuição $f(x)$. Tentaremos aproximar a curva $f(x)$ usando a distribuição $D_n(x)$ para uma determinada escolha de n .

- Escolhemos certos n pontos $(\xi_k, F_q[f](\xi_k))$.
- Encontramos os $F_q[D_n](\xi_k)$.
- Afinal, resolvemos o sistema de n equações não lineares:

$$F_q[D_n](\xi_k) - F_q[f](\xi_k) = 0$$

para encontrarmos os parâmetros h_1, h_2, \dots, h_n .

Plano

Seja $F_q[f](\xi)$ a q -FT de uma distribuição $f(x)$. Tentaremos aproximar a curva $f(x)$ usando a distribuição $D_n(x)$ para uma determinada escolha de n .

- Escolhemos certos n pontos $(\xi_k, F_q[f](\xi_k))$.
- Encontramos os $F_q[D_n](\xi_k)$.
- Afinal, resolvemos o sistema de n equações não lineares:

$$F_q[D_n](\xi_k) - F_q[f](\xi_k) = 0$$

para encontrarmos os parâmetros h_1, h_2, \dots, h_n .

Plano

Seja $F_q[f](\xi)$ a q -FT de uma distribuição $f(x)$. Tentaremos aproximar a curva $f(x)$ usando a distribuição $D_n(x)$ para uma determinada escolha de n .

- Escolhemos certos n pontos $(\xi_k, F_q[f](\xi_k))$.
- Encontramos os $F_q[D_n](\xi_k)$.
- Afinal, resolvemos o sistema de n equações não lineares:

$$F_q[D_n](\xi_k) - F_q[f](\xi_k) = 0$$

para encontrarmos os parâmetros h_1, h_2, \dots, h_n .

Sobre a obtenção numérica da q -FT inversa

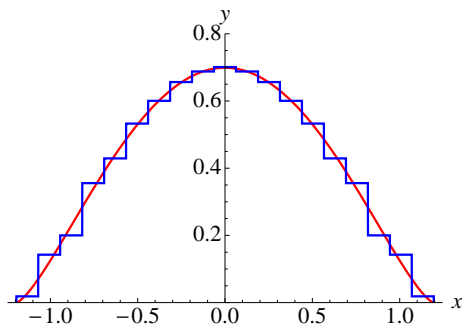


Figura: Aproximação de uma 0.3-gaussiana usando uma distribuição $D_{10}(x)$.

Conclusões e perspectivas

- A q -FT é uma transformada integral não linear. Devido a isso, a determinação da q -FT precisa de informação adicional, a qual, no limite $q \rightarrow 1$, é trivial.
- A q -delta de Dirac é uma forte candidata a ser uma generalização da representação em ondas planas da Delta de Dirac.
- Embora ainda não se tenha encontrado a expressão analítica da q -FT inversa, deve ser possível encontrarmos numericamente uma aproximação da q -FT inversa da q -FT de uma distribuição, usando a distribuição de n degraus.

Conclusões e perspectivas

- A q -FT é uma transformada integral não linear. Devido a isso, a determinação da q -FT precisa de informação adicional, a qual, no limite $q \rightarrow 1$, é trivial.
- A q -delta de Dirac é uma forte candidata a ser uma generalização da representação em ondas planas da Delta de Dirac.
- Embora ainda não se tenha encontrado a expressão analítica da q -FT inversa, deve ser possível encontrarmos numericamente uma aproximação da q -FT inversa da q -FT de uma distribuição, usando a distribuição de n degraus.

Conclusões e perspectivas

- A q -FT é uma transformada integral não linear. Devido a isso, a determinação da q -FT precisa de informação adicional, a qual, no limite $q \rightarrow 1$, é trivial.
- A q -delta de Dirac é uma forte candidata a ser uma generalização da representação em ondas planas da Delta de Dirac.
- Embora ainda não se tenha encontrado a expressão analítica da q -FT inversa, deve ser possível encontrarmos numericamente uma aproximação da q -FT inversa da q -FT de uma distribuição, usando a distribuição de n degraus.