Complexidade de Séries Temporais Financeiras

A. S. Ribeiro , R.Riera – Dep. Física – PUC-Rio

Objetivos

- Avaliar nível de Incerteza/Informação de séries temporais financeiras através de quantificadores provenientes da Teoria da Informação (medidas de Entropia e Complexidade Estatística).

- Identificar a presença de diferentes mecanismos determinísticos e aleatórios geradores das séries temporais de preços

- Discriminar as séries de ativos financeiros quanto a complexidade

Elementos de Teoria da Informação

Seja X uma variável aleatória que assume valores x pertencentes a um alfabeto finito $\mathbb{A}$ de N classes. Seja P(x) a probabilidade de ocorrência de valor particular x. Associam-se as seguintes medidas de informação I[P]:

Entropia de Shannon: $$H[P] \equiv -\sum_{x \in \mathbb{A}} P(x) \ln P(x)$$

Divergência de Jensen: $$J[P|U] = H\left[\frac{P+U}{2}\right] - \frac{H[P]}{2} - \frac{H[U]}{2}$$

Complexidade Estatística: $$C[P] = A * H[P] * J[P|U]$$

Entropia de Bloco

Considere a cadeia de variáveis aleatórias S_t que pode assumir valores reais. Denote por $S^{(L)}$ os blocos de n variáveis consecutivas $(S_{t+1}, \ldots, S_{t+L})$ e por $s^{(L)}$ uma sequência particular de valores. Considere uma medida μ sobre os blocos, invariante por translação, que associa $s^{(L)}$ a símbolos $x^{(m)}$ pertencentes a um alfabeto finito $\mathbb{B}$ de M classes. Seja $P(x^{(m)})$ a probabilidade de ocorrência de valor particular $x^{(m)}$, define-se Entropia de Bloco a Entropia de Shannon associada às $P(x^{(m)})$.

Ganho de Entropia $$\Delta H_L \equiv H_L - H_{L-1}$$

Taxa de Entropia $$h_L = H_L / L$$

$$h_L = (\Delta H_L + \Delta H_{L-1} + \ldots \Delta H_0) / L$$

Taxa Irredutível de Entropia: $$h_\mu = \lim_{L \to \infty} H_L / L$$

Informação Armazenada

$$\mathbf{E} \equiv \lim_{L \to \infty} \sum_{L'=1}^{L} [\Delta H_{L'} - h_\mu]$$

expressa como $\Delta H_{L'}$ converge para h_μ. Fornece a agregação do excesso de taxa de aleatoriedade aparente nas medidas em sequências finitas. Esta grandeza indica a quantidade de memória ou de informação contida nas sequências até revelar a taxa de incerteza intrínseca .

Para processos com E finito temos $$H_L \approx \mathbf{E} + h_\mu L \qquad L >> 1$$

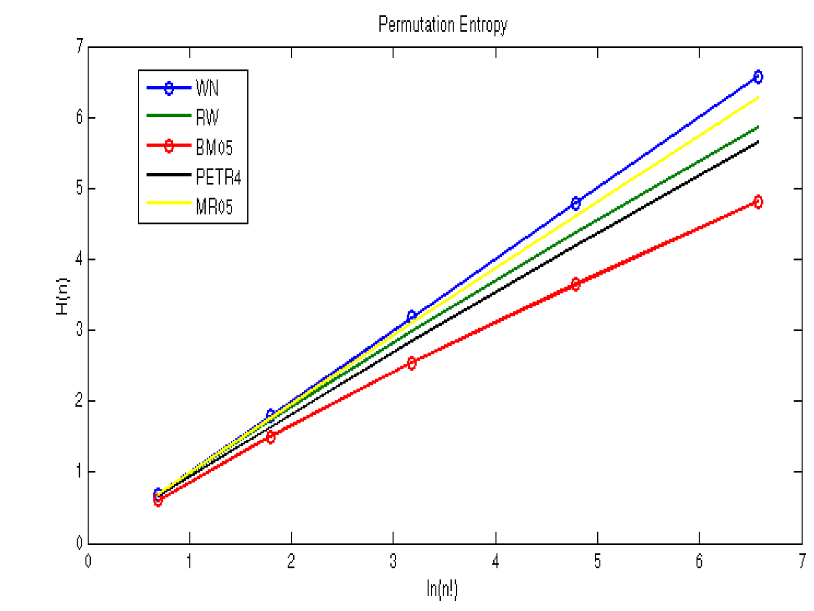
Distribuição de Permutação

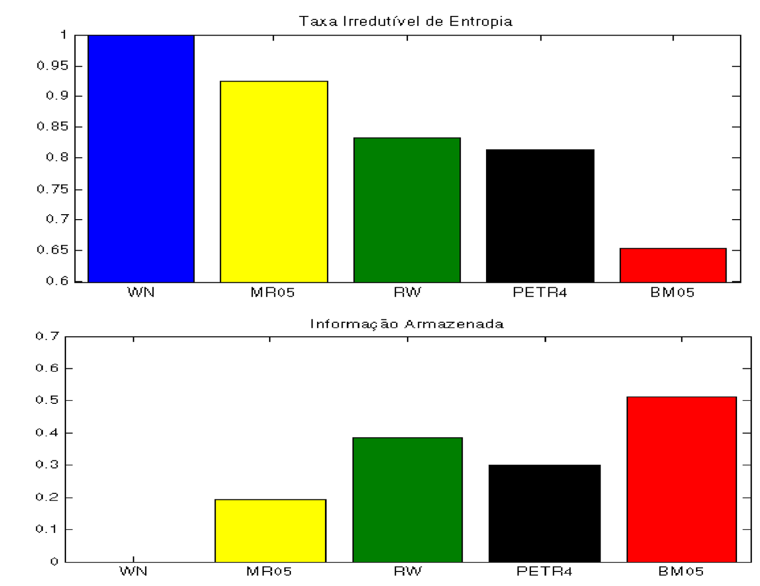
Consideram-se os valores relativos dos elementos vizinhos presentes nas sequências de tamanho n . Obtém-se a distribuição de probabilidade P $(x^{(m)})$ da ocorrência dos m= n! padrões possíveis de ordenamento. Abaixo mostramos exemplo para n=3.

Índice	Gráfico	Incrementos
0		↑ ↑
1		↓ ↑
2		↑ ↓
3		↑ ↓
4		↓ ↑
5		↓ ↓

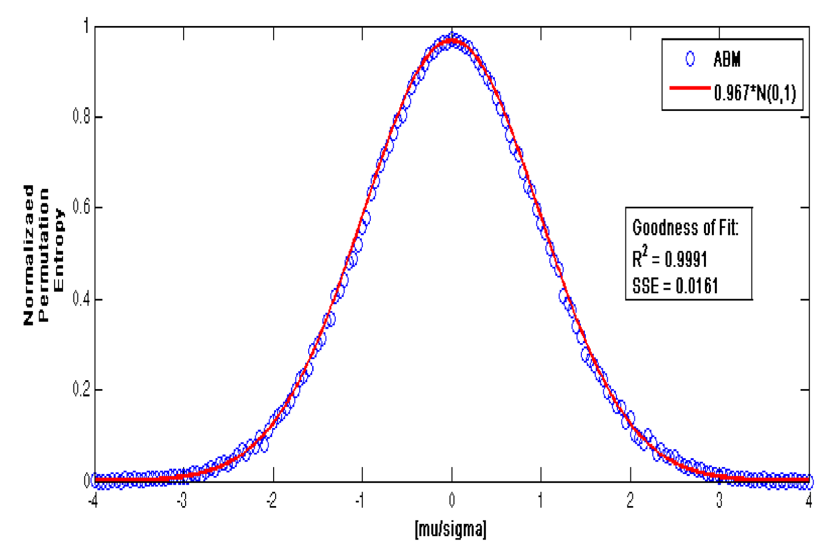
Resultados

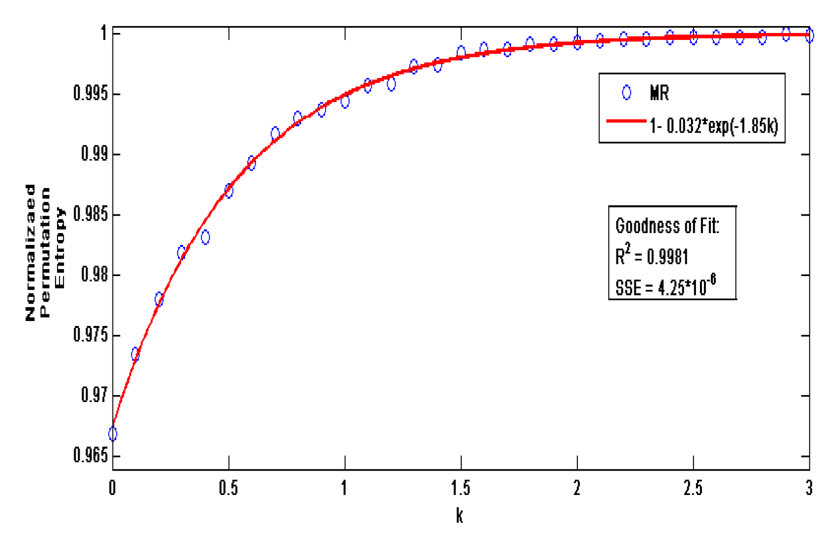
Calculamos a entropia de permutação e escalonamos com L = ln n!



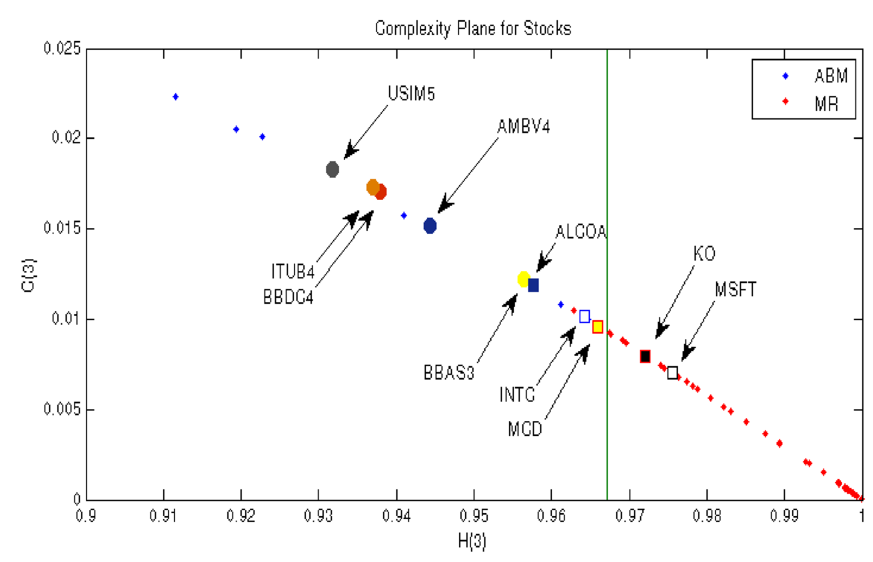


Forma Analítica da Entropia de Permutação





Mapa de Complexidade



Conclusões

A entropia de permutação permite discriminar os processos de acordo com a natureza dos mecanismos determinísticos presentes (“drift” ou de reversão).

Em particular, para os processos estocásticos protótipos ABM e MR, obtivemos valores de entropia complementares :

ABM → 0 < S(3) < 1,73

MR →1,73 < S(3) < 1,79

Séries de preço de ativos brasileiros possuem entropia baixa, indicando componente de tendência forte. Por outro lado, as americanas possuem entropia alta, indicando forte componente de reversão à média.

Rio de Janeiro, 2 a 4 de maio de 2012