

COMPORTAMENTO DO INVESTIDOR NA COMPLEXIDADE DO MERCADO DE AÇÕES.

Bruna Amin Gonçalves – brunaag9@hotmail.com

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Av. Amazonas, 7675,
30.510-000 Belo Horizonte, MG, Brasil

A.P.F. Atman – atman@dppg.cefetmg.br

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais e Instituto Nacional de
Sistemas Complexos, Av. Amazonas, 7675, 30.510-000 Belo Horizonte, MG, Brasil

Abstract. The efficient markets hypothesis is one of the most important subjects in finance theory. However, over the last years there was an intensification of studies which have shown evidences regarding the existence of abnormal comportment in financial assets return (“anomalies”) due to behavioral aspects of the economic agents. The debate on this polemic subject is still incipient. By one side, there is the efficient market hypothesis defenders, and on the other side, the supporters of the behavioral finance tendency. In this paper, a cellular automaton model is used to study the complexity of the stock market considering different behaviors of the economic agents. From the analysis of the stationary pattern of investment observed in simulations, and the Hurst exponents obtained for the temporal series of the stock indexes, we sketch some conclusions about the complexity of real markets which validate the model in question.

Keywords: Behavioral Finance, efficient market hypothesis, cellular automata, Hurst exponent.

Resumo: A hipótese dos mercados eficientes é um dos temas mais importantes na teoria de finanças. No entanto, nos últimos anos houve uma intensificação dos estudos que demonstraram evidências sobre a existência de um comportamento anormal nos retornos de ativos financeiros (“anomalias”), devido a aspectos comportamentais dos agentes econômicos. O debate sobre este assunto polêmico ainda é incipiente. Por um lado, há os defensores da hipótese do mercado eficiente, e do outro lado, os adeptos da tendência da finança comportamental. Neste trabalho, um modelo de autômato celular é usado para estudar a complexidade do mercado de ações, considerando diferentes comportamentos dos agentes econômicos. A partir da análise do padrão estacionário de investimento observado nas simulações, e dos expoentes de Hurst obtidos para as séries temporais do índice de ações, esboçamos algumas conclusões sobre a complexidade de mercados reais que validam o modelo em questão.

Palavras-chave: Finanças Comportamentais, Hipótese de Mercados Eficientes-Autômato Celular, Expoente de Hurst.

1. INTRODUÇÃO

O mercado de ações pode ser comparado a um ecossistema complexo, pois trata-se de um sistema dinâmico em que cada indivíduo (investidor) busca assegurar a própria sobrevivência (investimento). Modelos que avaliam o comportamento de multidões têm

sido desenvolvidos para se compreender melhor a dinâmica dos agentes no mercado financeiro.

Segundo a hipótese de mercado eficiente, os investidores são racionais e incorporam imediatamente as novas informações do mercado, processando-as para encontrarem os preços justos e fazendo com que mercado torne-se eficiente. Mas um novo campo, chamado de finanças comportamentais, incorpora conceitos da psicologia, sociologia e outras ciências nos investidores visando à aproximação da teoria de finanças à realidade dos mercados financeiros. Pesquisas empíricas mostram que o comportamento dos investidores muitas vezes foge à racionalidade. No comportamento racional, não caberiam traços psicológicos como excesso de confiança, indecisão, exagero e, portanto, não abririam a possibilidade para a ocorrência de crises.

Recentemente [12,13], foi proposto um modelo de autômato celular para simular um mercado de ações artificial e estudar a psicologia dos investidores considerando três tipos de comportamento: imitadores, que são influenciados pela preferência da maioria de seus vizinhos, os anti-imitadores, que adotam a posição contrária da maioria dos vizinhos, e indiferentes, que tomam suas decisões independentemente do estado da vizinhança. Para validar os modelos propostos, utiliza-se técnicas oriundas da física estatística [9], como o expoente de Hurst, para analisar as séries temporais obtidas e comparar os resultados com mercados reais.

Neste trabalho, utilizamos um modelo de autômato celular (CA) para estudar o comportamento do mercado em função da preferência dos investidores. A análise da evolução do comportamento do investidor é feita calculando o expoente de Hurst para as séries temporais do índice das ações produzido pelo modelo, e analisando o padrão estacionário para as opções de investimento, a fim de verificar se os resultados possuem grau de complexidade estatisticamente coerentes com mercados reais.

2. MODELO DE AUTÔMATO CELULAR

Os autômatos celulares foram propostos por John Von Neumann, na década de 60 [1,2]. São sistemas dinâmicos, discretos, de simples construção, utilizados como modelos matemáticos para investigar a auto-organização em sistemas em diferentes áreas, tais como: mecânica estatística, reações químicas, dinâmicas de populações, computação, biologia, geologia, medicina, até problemas em teoria dos números [1,2]. São capazes de descrever sistemas que exibem complexidade, mesmo a partir de elementos simples. De modo geral, consistem de uma rede uniforme (ou vetor), onde o estado é representado como uma variável discreta em cada sítio (célula). O estado em um passo de tempo é determinado pelo estado da vizinhança no passo anterior e as regras de transição podem ser determinísticas ou probabilísticas [1,2].

Neste trabalho iremos considerar o mercado como representado por um autômato celular em duas dimensões onde cada sítio representa um investidor. A extensão linear da rede é $L=100$, com $N=10000$ sítios (investidores). As regras de evolução serão determinísticas ou probabilísticas, dependendo do tipo de implementação considerada. Serão testados diferentes estados iniciais para as opções dos investidores. A variável $S^t(i,j)$ denota a opção do investidor no sítio (i,j) , no tempo t , entre as seguintes opções: S_c (comprar), S_m (manter) e S_v (vender). Utilizamos a vizinhança de Moore, com oito vizinhos, e regras de evolução diferentes para cada caso de comportamento de investimento. De um modo geral, as regras são determinadas pelo estado predominante da vizinhança em um dado passo de tempo. Dessa forma, a opção do investidor no tempo $t+1$ é uma função do estado majoritário entre os vizinhos no tempo t :

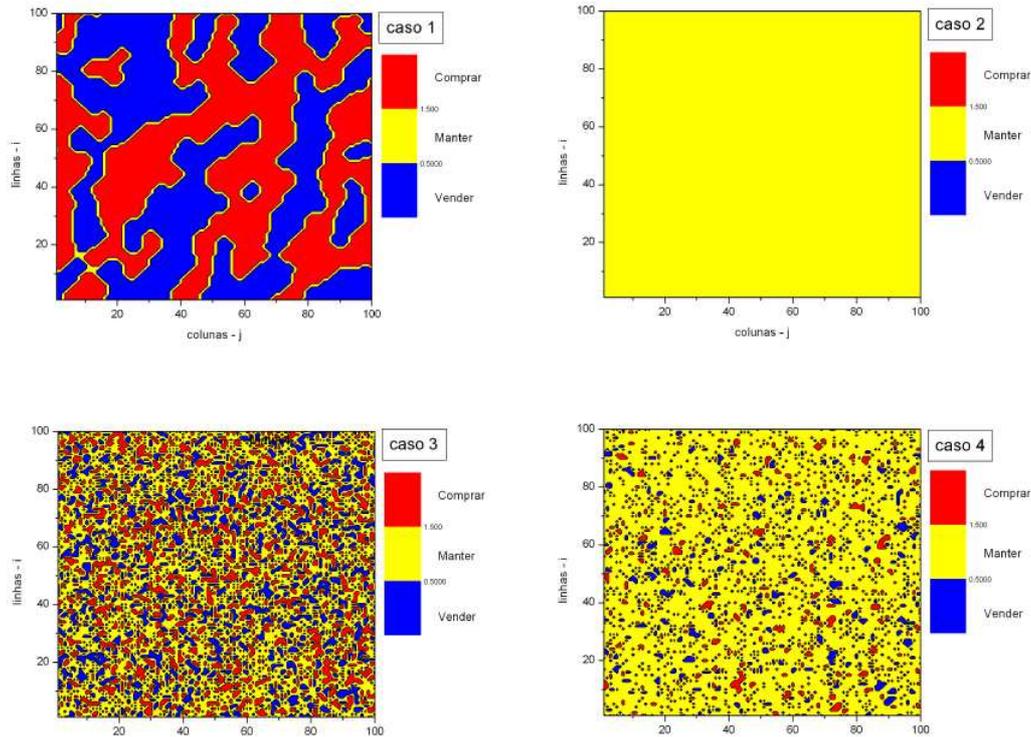


Fig. 1. Padrão espacial dos investidores para uma amostra em cada um dos casos estudados, todos com estado inicial aleatório (33% para cada opção).

$$S^{t+1}(i, j) = f(S^t(i - 1, j - 1), S^t(i - 1, j), S^t(i - 1, j + 1), S^t(i, j - 1), S^t(i, j + 1), S^t(i + 1, j - 1), S^t(i + 1, j), S^t(i + 1, j + 1)) \quad (1)$$

Foram considerados três tipos de comportamento para os investidores. O primeiro tipo, denominado “imitador”, a opção do investidor será idêntica a opção predominante de sua vizinhança. O segundo, denominado “indiferente”, a opção do investidor é independente da tendência dos vizinhos, sendo determinada aleatoriamente entre as três opções possíveis. O terceiro tipo, denominado “anti-imitador”, cada investidor irá optar pelo contrário da tendência predominante entre seus vizinhos (caso a opção predominante seja manter, o anti-imitador também mantém).

O índice do mercado de ações é afetado a cada passo pelo comportamento dos investidores. Para cada estado de tempo é calculada a média global sobre os estados de todos os sítios; atribuímos o valor -1 caso a opção seja de vender, +1, caso seja comprar, e 0 se for manter. O resultado da soma dividido pelo número de sítios é somado ao índice do mercado, que possui o valor 100 inicialmente.

Quatro casos foram simulados:

- (1) 100% imitadores;
- (2) 100% anti-imitadores;
- (3) 100% indiferente;
- (4) 33% imitadores, 33% anti-imitadores, 33% indiferentes.

O estado inicial para cada investidor foi determinado considerando-se uma distribuição aleatória: a opção inicial de cada investidor é sorteada aleatoriamente com probabilidade de 1/3 para cada ação (comprar, vender, manter).

3. RESULTADOS

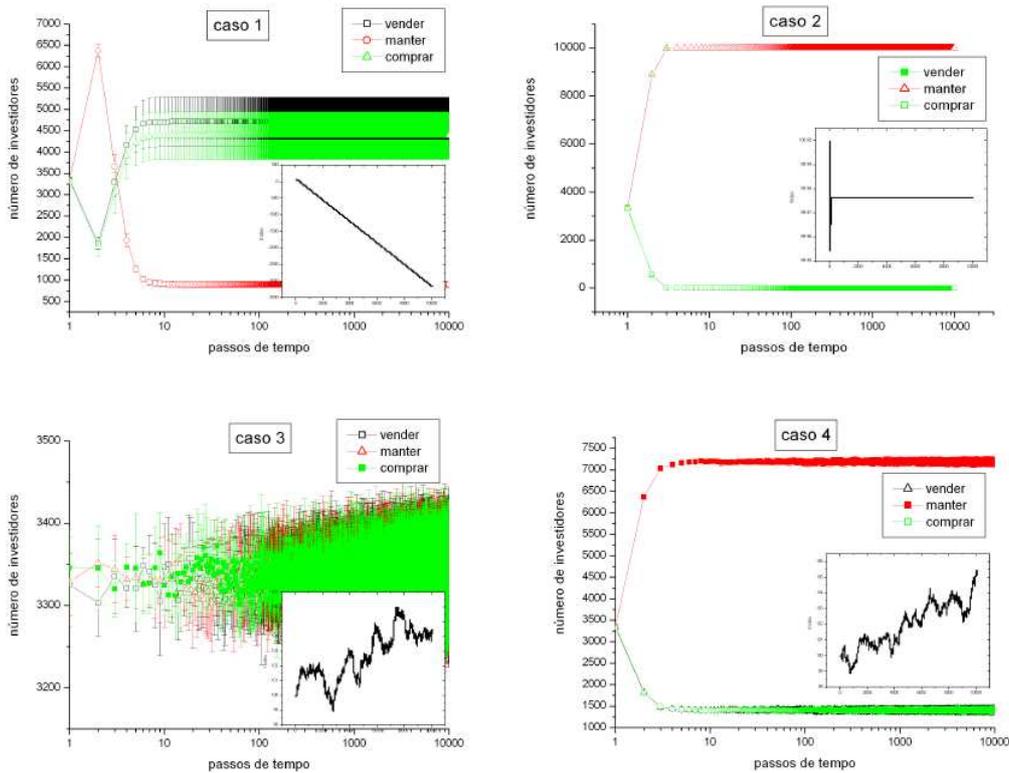
Para cada um dos casos foram simuladas 10 amostras durante 10.000 passos de tempo. Na figura 1, mostramos o padrão espaço-temporal observado em uma das amostras para cada um dos quatro casos considerados. Note que no caso (1) e (2) o estado estacionário é congelado, enquanto nos outros dois casos observa-se estocasticidade. No caso (1), observa-se um padrão interessante, com domínios para as opções de compra e venda separados por fronteiras de investidores fixos na opção de manter. Este padrão fica inalterado (congelado) a partir de um certo tempo. A forma dos padrões lembra os padrões para o modelo de Ising a baixas temperaturas e sugere a analogia com aquele modelo. No caso (2), todos os investidores optam pela mesma opção, tornando esse caso trivial. Nos casos (3) e (4) nota-se um grau maior de aleatoriedade, com predominância da opção de manter para o caso (4) e uma distribuição uniforme no caso (3).

Na figura 2 mostramos a distribuição das opções de investimento entre os investidores em cada um dos casos, e o comportamento médio do índice do mercado é mostrado no detalhe em cada um dos painéis. No caso (1), verifica-se que o número de pessoas que estão vendendo e comprando é proporcional, e o número de pessoas que está mantendo é menor. Além disso, depois de certo número de interações, esses comportamento entram num estado estacionário. Nesse caso, a média sobre as 10 amostras foi levemente favorável à venda, o que implicou em uma queda monotônica no índice do mercado. Para os casos (2) e (4), o número de pessoas vendendo e comprando também é proporcional, mas o número de pessoas mantendo é maior. No caso (2), como todos os investidores acabam optando por manter, não há flutuações no índice do mercado. No caso (3) observa-se, como esperado, que o número investidores em cada uma das opções flutua aleatoriamente, e o índice de ações reflete esse comportamento, exibindo características auto-similares. No caso (4), observa-se que a presença dos diferentes comportamentos permite uma flutuação estocástica no índice da bolsa mas com um padrão bastante diferente do comportamento puramente indiferente. A opção da maioria por manter reflete a realidade do mercado, e nota-se que os comportamentos de “manada” são restritos a pequenos domínios.

A análise do expoente de Hurst mostra que o caso (4) se aproxima mais do comportamento verificado em mercados reais. O expoente de Hurst surgiu com um biólogo chamado Harold E. Hurst, em 1951, que, através do cálculo do comportamento do fluxo de água de uma represa, propôs uma nova estatística para distinguir uma série aleatória de uma não-aleatória. Em 1972, o matemático B. Mandelbrot [5], introduziu o expoente de Hurst na análise de séries temporais para a determinação de sua dimensão fractal. Edgar E. Peters, alguns anos mais tarde, utilizou a descoberta de Hurst em fenômenos econômicos e em séries temporais financeiras [8].

O método mais comumente utilizado para o cálculo do expoente de Hurst é a análise livre de tendências (*Detrended Fluctuation Analysis -DFA*) [10], que calcula a rugosidade em torno da melhor reta que passa por um conjunto de pontos. Calculamos o expoente de Hurst para a série temporal do índice de ações reproduzidas pelo mercado artificial. No modelo, o valor do índice é $X(t)$, onde t é o tempo, variando de 0 a T , para cada dia de fechamento da cotação. Para cada t pertencente ao intervalo da série Dt , que

é dividida em N intervalos não sobrepostos I_n , todos de tamanho p. qual é obtida uma



reta de tendência local definida da seguinte forma:

Fig. 2. Evolução do comportamento dos investidores durante o tempo para cada um dos casos estudados. Nos detalhes em cada painel são mostrados os índices de ações médio para as 10 amostras. Em todos os casos o estado inicial é aleatório com 33% para cada opção de investimento.

$$Y_p(t) = a_n + b_n \cdot t \quad (2)$$

onde os valores de a_n e b_n são encontrados pelo método de mínimos quadrados Ordinários usando como parâmetro $D(t)$ no intervalo I_n . A função de flutuação $F(t)$ é definida pelo desvio padrão dos dados:

$$F(p) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [D(t) - Y_p(t)]^2} \quad (3)$$

O valor do expoente de Hurst H é obtido aproximadamente pela relação $F_p \sim p^H$. O expoente H é calculado como a inclinação angular da reta obtida pela regressão linear dos dados em um gráfico log-log. Foram calculados os expoentes de Hurst para todas as séries do índice da bolsa de cada uma das amostras, e também para o índice médio – figura 4. Nos casos (1) e (2), notamos um valor bastante baixo para a rugosidade, como esperado, já que o comportamento dos índices é monotônico. O valor de $H \sim 1$ para o caso (1) em grandes escalas denota exatamente o caráter trivial para o índice nesse caso. No caso (2), onde a bolsa fica estagnada, obtemos $H \sim 0$, também um valor trivial. Nos outros dois casos, observamos que há um comportamento auto-similar para o índice, tal

como em mercados reais. No caso (3), observamos a tendência de $H \sim 0.5$, o que é esperado para um mercado completamente descorrelacionado. Já para o caso (4), notamos uma leve tendência para $H > 0.5$, indicando a existência de pequenas correlações, novamente em acordo com observado para certos mercados reais [4].

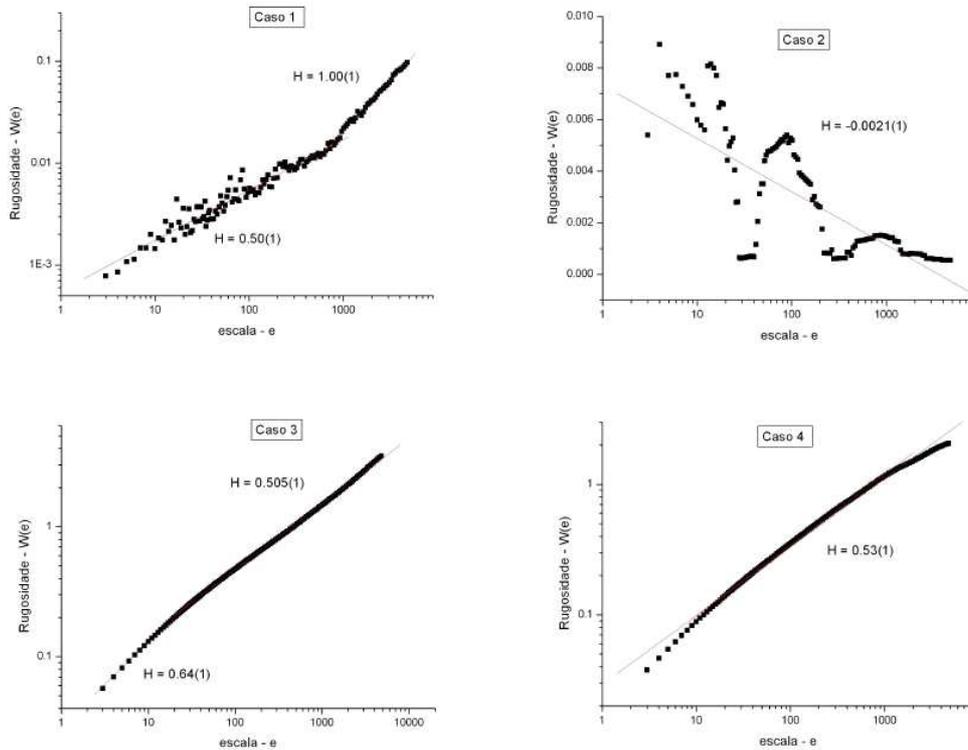


Fig. 4. Valor do expoente de Hurst para calculado para o índice médio das amostras simuladas em cada um dos casos estudados.

4. CONCLUSÃO:

O expoente de Hurst é proposto na literatura para classificar os índices de mercado dos países e ser usado como uma medida da eficiência do mercado. Segundo Cajueiro [4], o valor do expoente de Hurst nos mercados de ações em mercados desenvolvidos – onde é válida a hipótese de mercado eficiente – deve estar próximo de $H=0.5$. No nosso mercado artificial, o valor do expoente de Hurst em dois casos considerados aproxima-se desse valor. Com isso o modelo foi capaz de reproduzir a complexidade do mercado em grau comparável à realidade e, portanto, é condizente com os mercados da vida real.

O comportamento tipo imitador no modelo podem ser relacionados aos investidores racionais da hipótese do mercado eficiente. Já os investidores anti-imitadores e indiferentes são considerados os “irracionais”. Através dos resultados, evidenciou-se que a estabilidade do mercado é afetada pela preferência de investimento. Quando o comportamento do investidor é afetado apenas comportamento de outros investidores, espera-se que enormes flutuações estejam presentes no mercado – efeito de “manada”.

Se o comportamento dos investidores é totalmente independente, espera-se uma maior estabilidade do mercado de ações. De fato, nota-se que no caso (1) a evolução depende fortemente do estado inicial: para diferentes estados iniciais, o índice pode crescer ou cair indefinidamente. Logo, o resultado final é imprevisível a partir do estado inicial, o que revela um grau de complexidade do modelo para reproduzir o mercado de ações. De acordo com esses resultados, conclui-se que o comportamento do investidor no mercado de ações pode ser modelado por autômatos celulares.

Agradecimentos: Os autores agradecem as estimulantes discussões com os professores Rodrigo Nogueira Cardoso, Felipe Paiva e Renato dos Santos. Os autores agradecem à FAPEMIG e ao CNPq pelos suportes financeiros. APFA agradece também ao CEFET-MG pelo auxílio PROPESQ.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Atman, A. P. F.; (2002). “Aspectos Fractais em Sistemas Complexos”, Tese de Doutorado, UFMG, Belo Horizonte.
- [2] Boccara, N. (2004). “Modeling Complex Systems”. Springer. USA.
- [3] Cajueiro, D. O. and Tabak, B. M. (2008). Testing for long-range dependence in world stock markets. *Chaos, Solitons and Fractals*. N. 37, 918–927.
- [4] Cajueiro, D. O. and Tabak, B. M. (2004). “The Hurst exponent over time : testing the assertion that emerging markets are becoming more efficient”. *Physica A*. N. 336, 521 – 537.
- [5] Carbone, A.; Castelli, G. and Stanley, H.E. (2004). ” Time-dependent Hurst exponent in financial time series”. *Physica A*. N. 344, 267- 271.
- [6] Costa, R. L. and Vasconcelos, G. L. (2003). “Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market”. *Physica A*, Vol 336, 231-248.
- [7] Falconer, K. (2003). “Fractal Geometry”. *Mathematical Foundations and Applications*, 2° ed., Kenneth Falconer. John Wiley & Sons, Ltd. USA.
- [8] Lima, F.G.; Antonini, V. A. (2009). “Análise do expoente de hurst em series temporais financeiras”. USP. São Paulo
- [9] Mantegna, R. N. and Stanley, H. E. (1999).” An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance”. Cambridge University Press. USA.
- [10] Moreira, J. G. ; [Silva, J. K. L.](#) ; Kamphorst, S. O. . *On the Fractal Dimension of Self-Affine Profiles*. *Journal of Physics. A, Mathematical and General*, London, v. 27, p. 8079-8089, 1994.
- [11] Schmidt, A. B. (2005) ” QUANTITATIVE FINANCE FOR PHYSICISTS: AN INTRODUCTION”. Elsevier. USA.
- [12] Yi-ming, W.; Shang-jun, Y.; Ying, F. and Bing-Hong, W. (2003). “The cellular automaton model of investment behavior in the stock market”. *PHYSICA A*, n.325, 507-516.
- [13] Yi-ming, W.; Shang-jun, Y.; Ying, F. and Bing-Hong, W. (2009). “The effect of investor psychology on the complexity of stock market: An analysis based on cellular automaton model”. *Computers & Industrial Engineering*, N. 56, 63–69.