

Jogos evolutivos: efeitos de difusão em redes complexas

Gabriel Canova and Jeferson J. Arenzon (orientador)

Instituto de Física e INCT-Sistemas Complexos

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

CP 15051, 91501-970 Porto Alegre RS, Brasil

I. INTRODUÇÃO

O surgimento e a manutenção de comportamento cooperativo em populações é um problema desafiador, ainda em aberto [1–4], que foi atacado com ferramentas de áreas tão distintas quanto psicologia e física estatística. Ainda mais surpreendente é a presença de cooperação em populações de indivíduos extremamente simples [5–12], onde outro mecanismo que não seja reciprocidade, direta ou indireta, devida à memória de encontros prévios ou relações de parentesco deve ser encontrado. De fato, tal comportamento também ocorre quando a mobilidade é muito limitada (alta viscosidade), o que aumenta a probabilidade de encontros futuros entre vizinhos próximos (a chamada *sombra do futuro*), embora diminuindo a taxa de propagação das estratégias. Axelrod [2] foi talvez o primeiro a considerar os efeitos de territorialidade na disseminação de estratégias no Dilema do Prisioneiro, por colonização ou imitação, mas sem migrações explícitas. Tal estudo preliminar foi estendido em seguida por Nowak e May [13, 14], que mostraram que a fixação geográfica aumenta a probabilidade de ulteriores interações de tal modo que mesmo regras bem intencionadas e simples, como cooperação incondicional, são capazes de sobreviver. Estes jogos espaciais, onde as interações são localizadas e não aleatórias, foram estudados e estendidos de várias maneiras (veja, por exemplo, Refs. [15–35]). Uma vez que uma população é espacialmente estruturada, uma questão natural concerne aos efeitos da mobilidade dos agentes o que, juntamente com outros fatores biológicos importantes, é normalmente ignorado [36]: é possível a evolução e sustentação de cooperação em uma população de agentes móveis, onde a retaliação pode ser evitada ao afastarmo-nos do antigo parceiro [37–43]? Uma vez que a mobilidade aumenta a mistura aleatória, poderíamos ingenuamente esperar que ao dissipar a sombra do futuro, a mobilidade se torne um fator limitante para a cooperação. Conjuntamente, outro problema fundamental é estabelecer as condições mínimas para o aparecimento do comportamento

cooperativo entre agentes móveis. É possível termos cooperação mesmo para cooperadores incondicionais movendo-se aleatoriamente? Se a mobilidade não for aleatória, qual a melhor regra, biologicamente consistente, para se deslocar?

Em um trabalho anterior, Vainstein e Arenzon [25] estudaram a questão da robustez da cooperação em jogos espaciais na presença de ambientes heterogêneos. Ao introduzir desordem congelada na rede (diluição aleatória), cada indivíduo percebe um ambiente localmente variável a medida que o número de vizinhos depende da localização: o comportamento cooperativo é maximizado para desordem fraca uma vez que os defeitos (ou regiões inacessíveis) agem como campos de *pinning* para as ondas de mudança de estratégia que atravessam o sistema, mantendo os grupos de cooperadores mais protegidos de invasões. Em outras palavras, um terreno irregular auxilia a cooperação ao criar defesas naturais contra os não cooperadores. Se os sítios vazios não são mais fixos, podem ser ocupados por um agente vizinho com uma probabilidade que depende da viscosidade da população e da regra de mobilidade. Inicialmente foram estudados os efeitos de movimentos aleatórios [44, 45], ou seja, independentes da estratégia, do *payoff*, dos vizinhos, etc. Os resultados foram obtidos não somente para o dilema do prisioneiro, mas também para outros jogos (*Snowdrift* e *Stag hunt*). A cooperação se mantém mesmo no caso extremo de uma população cujos agentes se movem descorrelacionadamente, sendo em alguns caso bastante aumentada.

O dilema do prisioneiro é geralmente estudado em teoria de jogos [1, 46, 47] como arquétipo para esta situação. No caso simples de um confronto entre dois indivíduos com comportamentos fixos (cooperativos, C , ou não, D), cada um recebe uma recompensa (*payoff*) que será refletida na sua capacidade reprodutiva, de acordo com a tabela

	C	D
C	1	$0/b$
D	$b/0$	0

onde $0 < 1 < b$. Em particular, se os dois assumem C cada um recebe mais do que se ambos assumissem D . Por outro lado, se um assume D enquanto o outro é C , o primeiro recebe ainda mais e o segundo ainda menos. O paradoxo vem porque é claro que a melhor estratégia é D , mas assim ambos perdem mais do que se cooperassem! O problema é então tentar entender sob que condições pode surgir, e se manter estável, a cooperatividade em uma população.

II. DIFUSÃO EM REDES COMPLEXAS

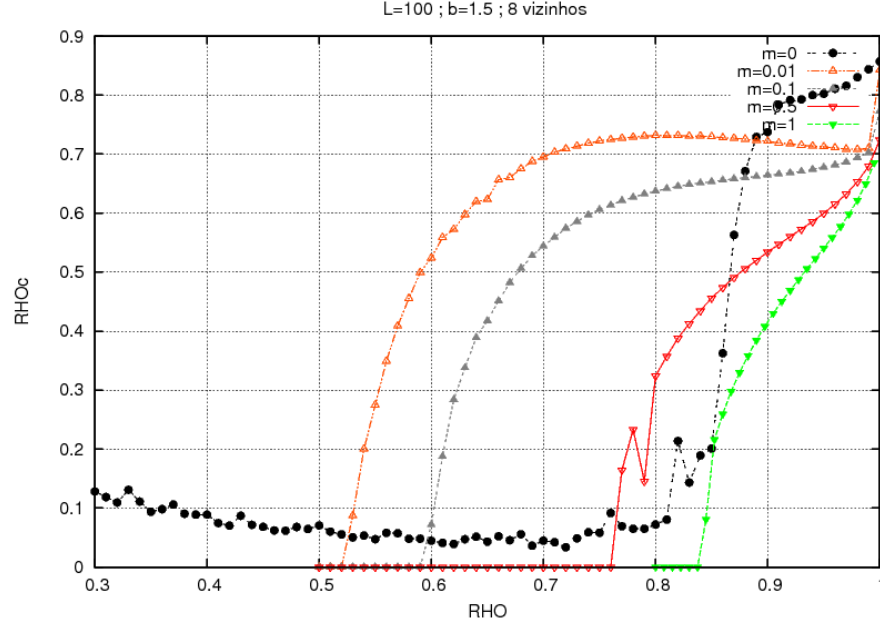
Neste trabalho se pretende elucidar os efeitos da dissociação da rede de contatos do espaço euclidiano no qual os agentes se movem. Embora os indivíduos continuem se movendo de forma aleatória em uma rede quadrada com condições de contorno periódicas, as interações não mais se limitam aos primeiros vizinhos, como nos trabalhos anteriores. A rede de conexões, ou de contatos, é formada então pelos primeiros (ou primeiros e segundos) vizinhos da rede quadrada mais quatro conexões aleatórias de longo alcance. Para formar a rede aleatória se parte de uma rede unidimensional de tamanho N com condições periódicas de contorno (anel), na qual cada sítio faz conexões com seus primeiros e segundos vizinhos. Após, tomamos as conexões existentes entre pares de sítios e as reconectamos com outros sítios escolhidos aleatoriamente construindo, desta maneira, uma rede aleatória regular (conectividade fixa). Cada indivíduo efetua o jogo com todos os seus contatos, tanto locais quanto na rede aleatória, e o payoff total acumulado, p_i , é

$$p_T^{(i)} = \varepsilon p_L^{(i)} + (1 - \varepsilon) p_{NL}^{(i)}$$

onde ε nos dá o peso relativo das conexões locais e $p_L^{(i)}$ ($p_{NL}^{(i)}$) é o payoff devidos às conexões locais (não locais). A difusão, por outro lado, ocorre somente na rede quadrada (se o sítio almejado estiver vazio), sendo portanto desacoplada da rede de contatos. A probabilidade de difusão é dada pela mobilidade m . A evolução do sistema se dá após o acúmulo do payoff quando então cada indivíduo compara o seu com o de seus vizinhos na rede de contato e troca para a estratégia do mais bem sucedido (maior payoff) dentre esses. Essa dinâmica mantém o número de indivíduos invariável. Quando $\rho = 1$ não há difusão, pois obviamente todos os sítios estão ocupados.

Durante o período da bolsa foram realizadas as seguintes atividades:

- Codificação dos programas e sua validação para o caso em que as duas redes coincidem, reproduzindo os resultados da Ref. [44].
- Para aferir a robustez dos resultados da Ref. [44], expandimos a vizinhança para incluir primeiros e segundos vizinhos (vizinhança de Moore), tanto para os contatos como para a difusão. Para o caso em que $b = 1.5$ obtemos, para vários valores da mobilidade, a densidade de cooperadores (normalizada pela densidade total ρ) em função de ρ após o sistema atingir o estado estacionário:



Para o próximo período, o plano de trabalho consiste nos seguintes pontos:

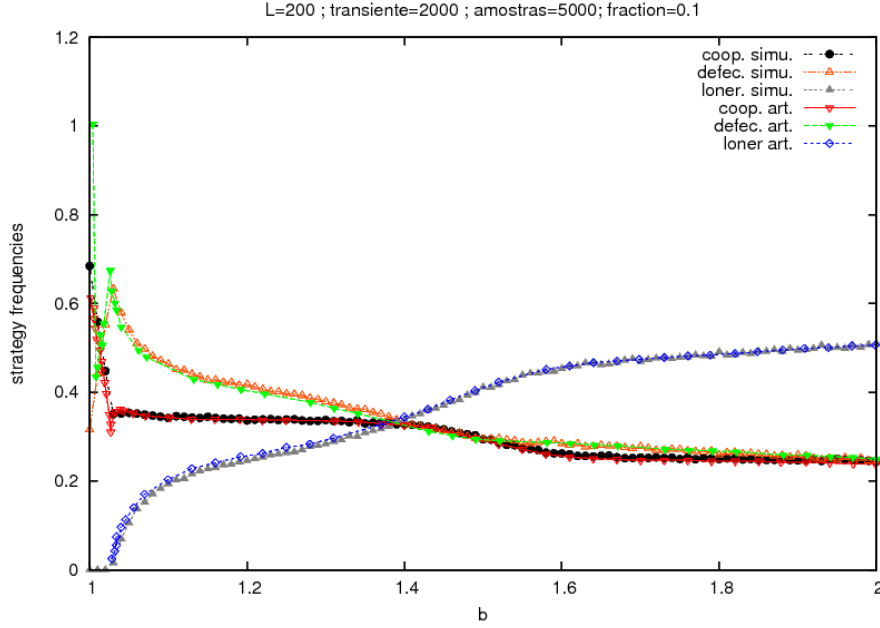
- Estudar o efeito da não localidade das interações (quantificada aqui pelo parâmetro ε) na fração de cooperadores.
- As redes de contato podem ser estruturadas, propriedade que está ausente na rede aleatória usada acima. À medida que as interações sociais ficam mais intrincadas, outras estruturas hierárquicas são possíveis, como por exemplo, redes do tipo mundo pequeno ou livres de escala, as quais podem ter também um elemento de aleatoriedade.

III. COOPERAÇÃO E SINCRONIZAÇÃO

Outro problema relacionado é o efeito que a presença de cooperação em um determinado grupo prova em outra população em função do grau de correlação entre elas. Para estudar este problema, inicialmente reproduzimos os resultados da Ref. [48]. O jogo é o mesmo descrito no item anterior com a inclusão de uma terceira estratégia (L , /it loner), correspondendo a um agente que não participa compulsivamente dos combates, seja por medo, fobia social, etc. Ele tem um pequeno payoff σ como sendo o resultado de seus esforços individuais ($0 < \sigma < R$). Quando um indivíduo escolhe a estratégia L , seu adversário é também obrigado a escolhê-la. A geometria considerada foi a rede quadrada (de lado 200) onde cada indivíduo conecta-se com seus quatro vizinhos, sem possibilidade de difusão. Em cada passo,

cada indivíduo escolhe aleatoriamente um de seus quatro vizinhos, e imita a estratégia do escolhido com probabilidade $W = (1 + e^{(p[i]-p[j])})^{-1}$ sendo $p[i]$ o payoff do indivíduo afim de comparar sua estratégia e $p[j]$ o payoff de seu vizinho.

Na figura abaixo podemos ver a média para as densidades das três estratégias em função do parâmetro b (tentação) após o sistema atingir o estado estacionário. Os resultados reproduzem satisfatoriamente aqueles apresentados na Ref. [48]:

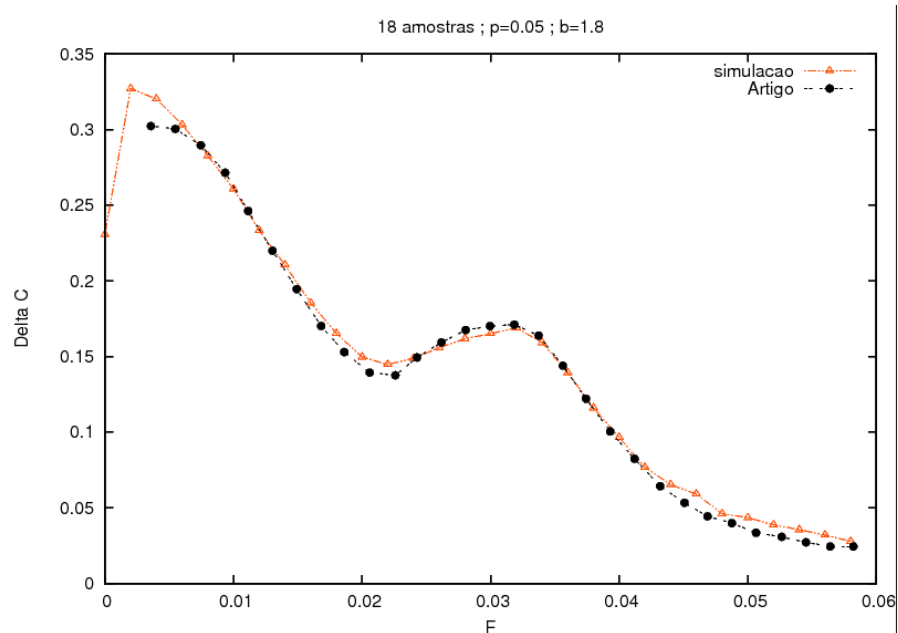


O acoplamento entre dois sistemas que realizam o jogo discutido acima é ponderado por um parâmetro F [49]. Indivíduos em uma das redes serão cooperadores com probabilidade $F \times C$, sendo C a densidade de cooperadores presentes na outra rede. Com probabilidade $1 - FC$ eles seguem a dinâmica descrita anteriormente, a de olhar para seus vizinhos e trocar de estratégia com probabilidade W . É importante notar que agora as redes são do tipo Small World, a qual é construída da seguinte maneira: partimos de uma rede quadrada com condições de contorno periódicas e então criamos novas conexões entre pares de sítios. A fração das novas conexões criadas sobre o total de conexões existentes na rede quadrada é dada por p . O grau de sincronia entre as redes é medido por ΔC , a somatória ao longo do tempo das diferenças entre as densidades de cooperadores das duas redes:

$$\Delta C = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N |C_1(t) - C_2(t)|.$$

Na figura abaixo, ΔC contra F para $T = 1.8$ e $p = 0.5$, vemos a comparação entre nossos resultados e os da Ref. [49]. Como era de se esperar, a média das diferenças das densidades

de cooperadores diminui a medida que F aumenta, pois com o aumento de F as redes se tornam mais síncronas.



O plano para a sequência do trabalho consiste em estudar distintos modos de acoplamento entre as redes, partindo de conexões locais e aumentando gradativamente o seu alcance.

-
- [1] J. Maynard Smith, *Evolution and the Theory of Games* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1982).
 - [2] R. Axelrod, *The Evolution of Cooperation* (BasicBooks, New York, 1984).
 - [3] L. A. Dugatkin and H. K. Reeve, *Game Theory and Animal Behavior* (Oxford University Press, New York, 1998).
 - [4] C. Hauert and G. Szabó, *Am. J. Phys.* **73**, 405 (2005).
 - [5] P. E. Turner and L. Chao, *Nature* **398**, 441 (1999).
 - [6] M. Vulic and R. Kolter, *Genetics* **158**, 519 (2001).
 - [7] T. Frick and S. Schuster, *Naturwissenschaften* **90**, 327 (2003).
 - [8] P. B. Rainey and K. Rainey, *Nature* **425**, 72 (2003).
 - [9] G. J. Velicer and Y. N. Yu, *Nature* **425**, 75 (2003).
 - [10] A. S. Griffin, S. A. West, and A. Buckling, *Nature* **430**, 1024 (2004).
 - [11] D. Greig and M. Travisano, *Proc. R. Soc. London B (Suppl.)* **271**, S25 (2004).

- [12] D. M. Wolf, V. V. Vazirani, and A. P. Arkin, *J. Theor. Biol.* **234**, 255 (2005).
- [13] M. A. Nowak and R. M. May, *Nature* **246**, 15 (1992).
- [14] M. Nowak and R. May, *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **3**, 35 (1993).
- [15] M. A. Nowak, S. Bonhoeffer, and R. M. May, *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **4**, 33 (1994).
- [16] M. A. Nowak, S. Bonhoeffer, and R. M. May, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **91**, 4877 (1994).
- [17] K. Lindgren and M. G. Nordahl, *Physica D* **75**, 292 (1994).
- [18] P. Grim, *J. Theor. Biol.* **173**, 353 (1995).
- [19] T. Killingback and M. Doebeli, *Proc. R. Soc. Lond. B* **263**, 1135 (1996).
- [20] M. Nakamaru, H. Matsuda, and Y. Iwasa, *J. Theor. Biol.* **184**, 65 (1997).
- [21] G. Szabó and C. Töke, *Phys. Rev. E* **58**, 69 (1998).
- [22] K. Brauchli, T. Killingback, and M. Doebeli, *J. Theor. Biol.* **200**, 405 (1999).
- [23] T. Killingback, M. Doebeli, and N. Knowlton, *Proc. R. Soc. B* **266**, 1723 (1999).
- [24] G. Szabó, T. Antal, P. Szabó, and M. Droz, *Phys. Rev. E* **62**, 1095 (2000).
- [25] M. H. Vainstein and J. J. Arenzon, *Phys. Rev. E* **64**, 051905 (2001).
- [26] G. Abramson and M. Kuperman, *Phys. Rev. E* **63**, 030901 (2001).
- [27] C. Hauert, *Int. J. Bif. Chaos* **12**, 1531 (2002).
- [28] B. J. Kim, A. Trusina, P. Holme, P. Minnhagen, J. S. Chung, and M. Y. Choi, *Phys. Rev. E* **66**, 021907 (2002).
- [29] C. A. Aktipis, *J. Theor. Biol.* **231**, 249 (2004).
- [30] C. Hauert and M. Doebeli, *Nature* **428**, 643 (2004).
- [31] F. C. Santos and J. M. Pacheco, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 098104 (2005).
- [32] O. Durán and R. Mulet, *Physica D* **208**, 257 (2005).
- [33] R. O. S. Soares and A. S. Martinez, *Physica A* **369**, 823 (2006).
- [34] V. M. Eguiluz, M. G. Zimmermann, C. J. Cela-Conde, and M. San Miguel, *Am. J. Sociol.* **110**, 977 (2005).
- [35] F. C. Santos, J. M. Pacheco, and T. Lenaerts, *Proc. Natl. Acad. Sci.* **103**, 3490 (2006).
- [36] A. I. Houston, *Trends In Ecology & Evolution* **8**, 194 (1993).
- [37] J. C. Koella, *Proc. R. Soc. B* **267**, 1979 (2000).
- [38] L. A. Dugatkin and D. S. Wilson, *American Naturalist* **138**, 687 (1991).
- [39] M. Enquist and O. Leimar, *Anim. Behav.* **45**, 747 (1993).
- [40] R. Ferrière and R. E. Michod, *Am. Nat.* **147**, 692 (1996).

- [41] R. Ferrière and R. E. Michod, Proc. R. Soc. B **259**, 77 (1995).
- [42] I. M. Hamilton and M. Taborsky, Proc. R. Soc. B **272**, 2259 (2005).
- [43] J.-F. Le Galliard, F. Ferrière, and U. Dieckmann, Am. Nat. **165**, 206 (2005).
- [44] M. H. Vainstein, A. T. C. Silva, and J. J. Arenzon, J. Theor. Biol. **244**, 722 (2007).
- [45] E. A. Sicardi, H. Fort, M. H. Vainstein, and J. J. Arenzon, J. Theor. Biol. **256**, 240 (2009).
- [46] W. Hamilton, J. Theor. Biol. **7**, 1 (1964).
- [47] J. Weibull, *Evolutionary Game Theory* (MIT Press, Cambridge, 1995).
- [48] G. Szabó and C. Hauert, Phys. Rev. E **66**, 062903 (2002).
- [49] Y. Chen, S.-M. Qin, L. Yu, and S. Zhang, Phys. Rev. E **77**, 032103 (2008).