

Situação: O preprint não foi submetido para publicação

Sobre a eficiência de barreiras sanitárias restritivas para conter o avanço da COVID-19: Uma modelagem matemática simples

Silvio Ferreira

DOI: 10.1590/SciELOPreprints.691

Este preprint foi submetido sob as seguintes condições:

- O autor submissor declara que todos os autores responsáveis pela elaboração do manuscrito concordam com este depósito.
- Os autores declaram que estão cientes que são os únicos responsáveis pelo conteúdo do preprint e que o depósito no SciELO Preprints não significa nenhum compromisso de parte do SciELO, exceto sua preservação e disseminação.
- Os autores declaram que a pesquisa que deu origem ao manuscrito seguiu as boas práticas éticas e que as necessárias aprovações de comitês de ética de pesquisa estão descritas no manuscrito, quando aplicável.
- Os autores declaram que os necessários Termos de Consentimento Livre e Esclarecido de participantes ou pacientes na pesquisa foram obtidos e estão descritos no manuscrito, quando aplicável.
- Os autores declaram que a elaboração do manuscrito seguiu as normas éticas de comunicação científica.
- Os autores declaram que o manuscrito não foi depositado e/ou disponibilizado previamente em outro servidor de preprints.
- Os autores declaram que no caso deste manuscrito ter sido submetido previamente a um periódico e estando o mesmo em avaliação receberam consentimento do periódico para realizar o depósito no servidor SciELO Preprints.
- O autor submissor declara que as contribuições de todos os autores estão incluídas no manuscrito.
- O manuscrito depositado está no formato PDF.
- Os autores declaram que caso o manuscrito venha a ser postado no servidor SciELO Preprints, o mesmo estará disponível sob licença [Creative Commons CC-BY](#).
- Caso o manuscrito esteja em processo de revisão e publicação por um periódico, os autores declaram que receberam autorização do periódico para realizar este depósito.

Submetido em (AAAA-MM-DD): 2020-06-02

Postado em (AAAA-MM-DD): 2020-08-13

Sobre a eficiência de barreiras sanitárias restritivas para conter o avanço da COVID-19: Uma modelagem matemática simples

On the efficiency of restrictive sanitary barriers to contain the progress of COVID-19: A simple mathematical modeling

Silvio C. Ferreira

12 de Agosto de 2020

Resumo Em maio de 2020, a COVID-19 avançou agressivamente no interior chegando à maior parte dos municípios brasileiros. Uma medida recorrentemente defendida e aplicada por administrações municipais brasileiras é a implantação de barreiras sanitárias restritivas que impedem parcialmente o fluxo de pessoas para evitar que o vírus chegue aos seus municípios por meio de casos importados. Tais barreiras, entretanto, têm se mostrado insuficientes em muitos municípios e novos registros dos primeiros casos acontecem a cada dia. Neste texto de caráter elucidativo usamos exemplos matemáticos simples para explicar o motivo desta ineficiência e apontar situações em que a barreira teria algum efeito expressivo. Todas as barreiras, mesmo as mais rigorosas, possuem alguma permeabilidade em que pessoas a atravessam e têm contato com os munícipes. Essa permeabilidade, associada com o baixo nível de distanciamento social, é uma explicação para o aparecimento precoce de casos de COVID-19 nos municípios que adotam restrições de acesso. Barreiras que geram impactos significativos nas curvas de prevalência epidêmica são muito difíceis de implementar e, portanto, a alternativa segura é reduzir a taxa de contágio comunitário por meio do distanciamento social e da proteção individual.

Abstract. In May 2020, COVID-19 advanced aggressively towards countryside reaching most Brazilian municipalities. A measure frequently applied by Brazilian municipality authorities is the implementation of restrictive sanitary barriers that limit the flow of people to prevent viruses from reaching their municipalities through imported cases. Such barriers, however, have shown to be insufficient in many municipalities and new reports of first cases occur every day. In this informative text, use simple mathematical examples to explain the reason of this inefficiency and point out situations in which the barrier presents some expressive effect. All barriers, even the most rigorous, have some permeability in which people cross it and have contact with citizens. This permeability, associated with the low level of social distance, is an explanation for early cases of COVID-19 in the municipalities that adopted access restrictions. Barriers that generate positive impacts in the epidemic prevalence curves are very difficult to implement and, therefore, a safe alternative is to reduce rates of local contagion by means of social distancing and individual protection.

Palavras chaves COVID-19 · Modelagem epidêmica · Barreiras sanitárias · Isolamento social

Keywords COVID-19 · Epidemic modeling · Sanitary barriers · Social distancing

Esse texto é pensado para um público amplo que inclui, entre outros, profissionais de saúde, gestores públicos e estudantes universitários de todos níveis. A matemática é mantida ao mínimo possível com os detalhes técnicos apresentados em apêndices.

S. C. Ferreira

Departamento de Física, Universidade Federal de Viçosa, 36570-900 Viçosa, Minas Gerais, Brasil
Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia de Sistemas Complexos, 22290-180, Rio de Janeiro, Brasil

E-mail: silviojr@ufv.br

 <https://orcid.org/0000-0001-7159-2769>

1 Introdução

O primeiro caso confirmado da COVID-19 (*coronavirus disease of 2019*) no Brasil ocorreu no dia 25 de fevereiro de 2020 em São Paulo, o maior município do país. De lá para cá, todos estados e grandes centros urbanos têm casos confirmados da doença. Um fator alarmante é que o interior da país registra um número cada vez maior de casos mesmo em municípios pequenos e isolados. No dia 31 de maio de 2020, mais de 70% dos municípios brasileiros registram casos confirmados da doença. Essa disseminação rápida deve-se às características desta doença e a principal é a alta transmissibilidade por pessoas com nenhum ou muito poucos sintomas, por simplicidade chamados de assintomáticos. Essas pessoas deslocam-se sem restrições e transmitem o vírus para outras sem ter ciência disso.

A replicação deste coronavírus, batizado SARS-CoV-2, é como a de outros vírus. É um organismo muito pequeno que invade as células, modifica seus funcionamentos para que estas repliquem várias cópias do vírus até se romperem e liberarem uma grande quantidade de novos vírus que também irão invadir outras células. O processo se repete até que as defesas do organismo reconheçam os agentes infecciosos e consigam eliminá-los ou o hospedeiro venha a óbito e o corpo devidamente sepultado ou cremado. Para continuar a replicação, os vírus precisam de novos hospedeiros. Aí entra o papel dos contatos. Humanos, como muitas outras espécies, são seres sociais que vivem em comunidades. Contato físico, compartilhamento de ambientes e objetos entre humanos são coisas tão comuns que às vezes não se dá conta que esta é a porta de transmissão da maioria das doenças. For exemplo, a culpa da transmissão da dengue é muitas vezes associada exclusivamente ao mosquito transmissor (chamado de vetor) *Aedes Aegyptis*, mas se esquece que sem humanos infectados (ou outros hospedeiros como os macacos) a transmissão da doença para outros humanos seria interrompida pois os vírus da dengue não são replicados de forma expressiva em mosquitos e sim nos humanos. Ou seja, a dengue é transmitida de um humano para outro por meio de um vetor, que nesse caso é o mosquito. Um agravante deste novo coronavírus é que ele não precisa de um vetor pois a sua transmissão se dá por contato direto ou indireto (tocar uma superfície contaminada com vírus expelido por alguém). Os vetores deste novo coronavírus são os próprios humanos, assim como são em outras doenças virais tais como a influenza, sarampo, caxumba, entre outras. Isso explica também a ineficácia do chamado *isolamento vertical*, no qual somente as populações de risco, tais como idosos e portadores de doenças crônicas, fariam isolamento. Neste caso, as pessoas fora deste grupo de risco, por exemplo crianças em idade escolar, seriam os vetores que rapidamente levariam a doença para este grupo.

Uma característica que acompanha a humanidade desde a pré-história é a necessidade de se deslocar. Essas migrações levam junto as doenças. Aprendemos já no ensino fundamental que após a chegada dos colonizadores portugueses ao Brasil em 1500, a população nativa foi dizimada pelas doenças europeias trazidas nas caravelas às quais os nativos não tinham nenhum tipo de imunidade. No mundo atual, nos movemos como nunca e longas distâncias não são mais obstáculos. A COVID-19 é uma prova disso. Uma doença identificada pela primeira vez no final de Dezembro em Wuhan, província de Hubei na China, foi confirmada em mais de 200 países [1] no presente momento. No Brasil, a COVID-19 já foi confirmada em pelo menos 3.999 (71,8%) dos 5570 municípios na data de 26 de maio de 2020 [2]. Esse número aumenta diariamente.

A combinação de mobilidade humana em todas as escalas e a fase assintomática é o fator chave para a disseminação da COVID-19. Outras doenças que acometem os humanos, até bem mais letais e contagiosas, não são tão ameaçadoras porque os doentes se deslocam menos e fazem distanciamento social permanecendo em casa ou são hospitalizados rapidamente e, portanto, reduzem seus contatos. Vamos simplificar essa discussão e considerar apenas dois tipos de mobilidade: as de distância curta que se faz dentro do município (ir ao trabalho, à escola, às compras, eventos sociais, etc) e as de distância longa que ocorre entre municípios. A primeira está diretamente relacionada à quantidade de contatos diários entre pessoas diferentes e a segunda a quão longe os contatos chegam. Do ponto de vista epidemiológico, a mobilidade de distância curta é a principal causa de contágio, enquanto a de distância longa é responsável por espalhar a doença a outros lugares lugares. A partir daí, duas medidas têm sido adotadas por

vários municípios na tentativa de impedir o avanço da COVID-19: barreiras sanitárias restritivas para evitar que o vírus entre no município e o distanciamento social para controlar a transmissão dentro da cidade. Existe uma terceira via muito importante que são as medidas de proteção individual com o uso de máscaras e intensificação das práticas de higiene pessoal. Porém, estas não estão relacionadas à mobilidade humana.

Barreiras sanitárias envolvem um esforço muito grande dos agentes públicos já sobrecarregados no combate à pandemia. Além disso, são restrições à liberdade de ir e vir com grande rejeição por parte da sociedade. Chama a atenção o fato de muitos municípios que adotaram barreiras sanitárias precocemente apresentarem casos de COVID-19 em um tempo relativamente curto. Qual seria a causa disso? Seriam estas barreiras mal feitas ou insuficientemente rigorosas? Tentamos mostrar aqui com argumentos matemáticos simples que as barreiras restritivas exequíveis não conseguirão impedir o progresso da COVID-19 por mais bem planejadas que sejam a menos que o distanciamento social dentro dos municípios ocorra concomitantemente. Apenas o confinamento de um município por períodos longos seria capaz de evitar o surto mas isso, em geral, levaria a um colapso social e econômico em um curtíssimo prazo. Essa possibilidade não é exequível. Por outro lado, o distanciamento social e medidas de proteção podem retardar e reduzir o pico da prevalência epidêmica e também diminuir significativamente o número total de doentes.

Existem formas de estimar o nível de distanciamento social por meio do rastreamento de dados de mobilidade geo-referenciados que são disponibilizados por algumas iniciativas como os projetos *Google COVID-19 Community Mobility Reports* [3] e do *Mapa brasileiro da COVID-19* [4]. Nessas análises determina-se quais dispositivos móveis deslocaram-se, assumidamente junto com seus proprietários, para fora do seu domicílio que pode ser definido como o local de pernoite, por exemplo. Pode-se levar em conta os tempos em cada local e a partir disso quantificar o índice de isolamento. Quanto mais tempo no domicílio, melhor este índice. Os mesmos dados geo-referenciados podem ser usados para determinar o fluxo de pessoas entre municípios diferentes. Por outro lado, existe uma base de dados pública disponibilizada pelo *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)* referente à *mobilidade pendular* a qual se refere às pessoas que declaram residência em um município mas deslocam-se diariamente para outro para estudar ou trabalhar. Os dados mais recentes disponíveis foram coletados no censo de 2010 [5]. A base de dados é muito interessante e o nível de mobilidade é bastante alto na grande maioria das cidades. A média de pessoas que entram nos municípios brasileiros devido a este tipo de deslocamento é em torno de 4% da população dos municípios, mas este número varia muito. A figura 1 mostra um histograma do número de cidades nas quais entram uma quantidade de pessoas que corresponde a um percentual p de sua população. Observe que a distribuição não é simétrica em relação ao máximo por isso o valor médio de p é maior que o valor mais provável.

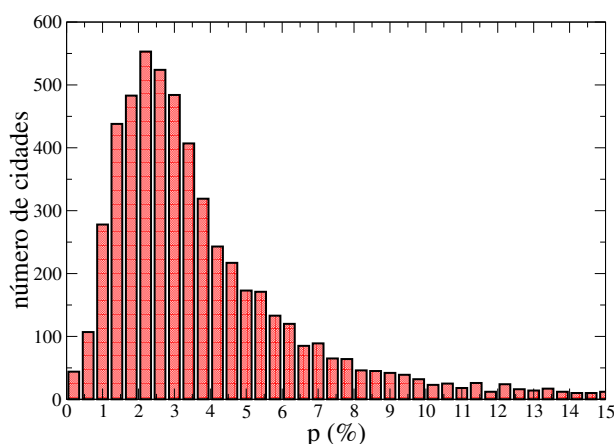


Figura 1 Histograma do número de cidades nas quais as pessoas que entram diariamente via mobilidade pendular correspondem a uma porcentagem p da sua população. Os dados de mobilidade pendular foram obtidos pelo censo de 2010 do IBGE.

No restante deste artigo, vamos descrever um modelo matemático bastante simples em que usamos um sistema compartimental [6] para descrever a epidemia em duas cidades com o fluxo de pessoas entre elas sendo controlado por uma barreira sanitária. Introduziremos o conceito de permeabilidade que se refere a um fluxo de pessoas nas barreiras mesmo quando há regras restringindo a entrada. Isso representa, por exemplo, trabalhadores de transportadoras, correios, outros serviços essenciais, pessoas que buscam tratamento médico, veículos em translaços para outras regiões que fazem paradas no município e também aqueles que burlam o sistema e entram de forma irregular. O modelo é apresentado na seção 2 e no apêndice A, alguns resultados são discutidos na seção 3 e considerações finais apresentadas na seção 4.

2 Um modelo para epidemia em dois municípios

Vamos usar o modelo matemático mais simples para simulação de uma epidemia que é o suscetível-infeccioso-removido (SIR). Esse modelo foi estudado em 1927 por Kermack and McKendrick e pode ser encontrado em qualquer livro de introdução à biologia matemática [6]. Ele não é o melhor para descrever a evolução da COVID-19 pois não tem o estado assintomático explicitamente. Entretanto, ele possui os mecanismos essenciais para explicar os efeitos das barreiras. Neste modelo as pessoas são classificadas de acordo com o estado epidêmico que podem ser:

- **Suscetível:** Indivíduo que ainda não teve contato com o vírus mas pode contraí-lo.
- **Infeccioso:** Indivíduo que é portador do vírus e pode transmiti-lo a outras pessoas com quem tenha contato.
- **Removido:** Indivíduo que teve a doença mas não a transmite mais e nem pode contraí-la pois está imunizado. Nesse grupo também podemos incluir os falecimentos e pessoas com sintomas agudos que estariam isoladas e não transmitiriam a doença.

O raciocínio por trás do modelo é muito simples. Pessoas doentes ficam recuperadas depois de um tempo característico T_c . Neste modelo o que interessa é a população e não o indivíduo. Então, é melhor definir uma taxa de cura $a = 1/T_c$ que dá a fração da população infectada que se cura por unidade de tempo, que aqui será dia. O processo de contágio se dá por contatos. Assumiremos que todos os indivíduos de um município fazem o mesmo número de contatos diários e chamaremos este número de k . Nem todos os contatos com pessoas infecciosas causam infecção. Então vamos definir um outro parâmetro que é a fração b dos contatos entre indivíduos suscetíveis e infecciosos que levam a uma nova infecção. Embora o que realmente importa para o modelo seja o produto bk , a escolha de dois parâmetros é devida a um deles ser relacionado ao distanciamento social (k), pois é uma medida dos contatos, e o outro relacionado com as medidas de proteção (b), pois quanto maior sua proteção menor a chance de contrair a doença quando tiver contato com alguém infeccioso.

Para descrever a dinâmica da epidemia dentro de uma cidade com N pessoas, fazemos as seguintes hipóteses básicas de modelos compartimentais: i) quaisquer dois indivíduos de um mesmo município podem fazer contato com igual chance e ii) as populações de cada compartimento podem ser aproximadas por variáveis contínuas. Vamos agora considerar duas cidades de mesma população N que chamaremos de A e B como ilustra a figura 2. Assumimos que a população não muda no período estudado. Além do contágio e cura descritos anteriormente, vamos introduzir uma permeabilidade com a qual permitimos o contato entre indivíduos de cidades diferentes. Isso representa uma pessoa que foi para outra cidade, ficou um certo tempo por lá e posteriormente retornou ao seu município de domicílio; vide figura 2. Vamos definir agora o parâmetro D_{AB} que é a fração da população de A que vai diariamente para B e, analogamente, D_{BA} a de B para A. Um fator importante é a possibilidade de pessoas infecciosas atravessarem as barreiras com a mesma frequência que as suscetíveis. Isto é ilustrado pelos círculos preenchidos na cidade B que representam habitantes infecciosos do município A. Isso geralmente não acontece com outras doenças, mas no caso da COVID-19 existem os assintomáticos que são responsáveis pela maior parte dos contágios [7, 8, 9, 10]. Muitas das hipóteses simplificadoras adotadas no modelo poderiam ser contornadas com um modelo mais sofisticado, porém a mensagem final seria qualitativamente a mesma. Também definiremos o número de contatos em

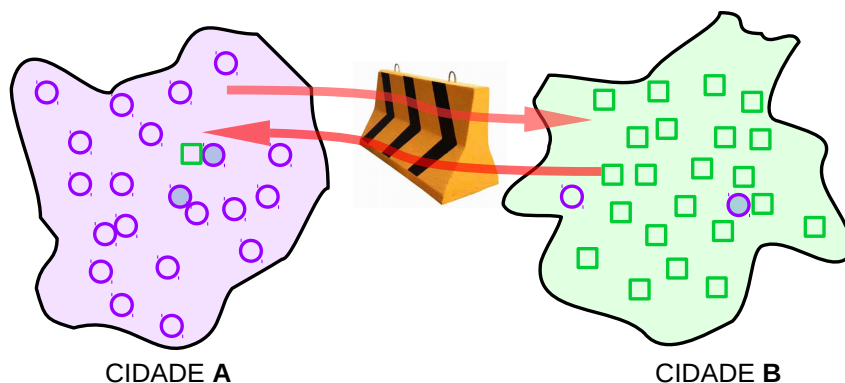


Figura 2 Representação esquemática de um modelo simples para uma epidemia em duas cidades cujo fluxo de pessoas, que são representadas por círculos para cidade A e quadrados para B, é controlado por uma barreira sanitária. Fluxo ocorre nos dois sentidos, como ilustra os círculos na cidade B e vice-versa. Símbolos preenchidos são os indivíduos infecciosos.

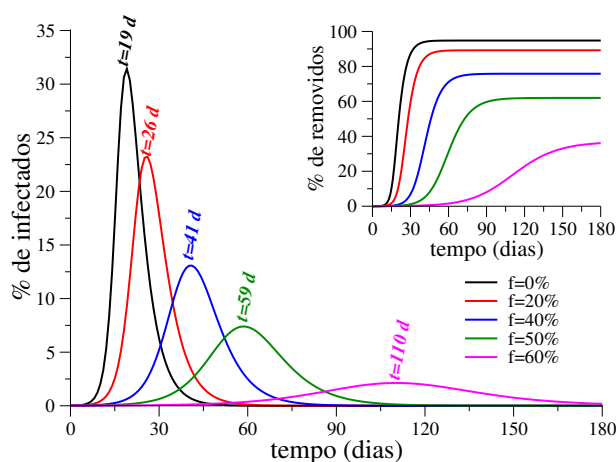


Figura 3 Evolução das curvas de prevalência epidêmica para diferentes níveis de distanciamento social em termos da redução percentual f dos contatos diários feitos por cada indivíduo em uma única cidade. No gráfico maior mostramos a porcentagem da população que está infecciosa em um dado dia. Na inserção do canto superior direito, mostramos a porcentagem da população removida do processo de contágio. O tempo em que ocorre o pico da prevalência epidêmica é mostrado próximo ao topo de cada curva.

cada cidade como k_A e k_B , o que nos permite estudar diferentes níveis de distanciamento social nos municípios. Os demais parâmetros epidemiológicos serão os mesmos nas duas localidades. As equações que descrevem o modelo são dadas no apêndice A e o código usado para resolver numericamente as equações é dado no apêndice B.

Iremos usar alguns valores de parâmetros consistentes com a epidemia de COVID-19 usados na Ref. [11]. O tempo característico de infecção será $T_c = 4$ dias, que corresponde a fase assintomática ou de sintomas leves, tal que a taxa de recuperação é $a = 1/T_c = 0,25 \text{ d}^{-1}$. A probabilidade de infecção por contato será $b = 0,06$ e o número de contatos diários sem nenhum tipo de isolamento será $k = 13 \text{ d}^{-1}$. Note que o tempo de cura real é maior que 4 dias, mas assumimos que indivíduos com sintomas agudos estão isolados e já pertencem ao compartimento de removidos.

3 Resultados

3.1 O achatamento da curva

Antes de começar a discutir o problema das barreiras, vamos revisar o que acontece quando uma cidade adota medidas de distanciamento social, ou seja, o famoso achatamento da curva de

prevalência epidêmica, que é a porcentagem da população que está infecciosa. Outro conceito importante é *incidência epidêmica* que é número de novas infecções diárias. Para isso vamos definir uma variável f que dá a redução percentual do parâmetro k , ou seja, quanto maior o valor de f maior é o distanciamento social. Vamos introduzir uma barreira perfeita com $D_{AB} = D_{BA} = 0$ e um foco epidêmico inicial com 0,01% (1 a cada 10000 habitantes) da população infectada em um dos municípios e o restante suscetível. No outro município, obviamente, não haverá surto epidêmico. Na figura 3 observa-se o comportamento típico de achatamento da curva à medida que o número médio de contatos é reduzido: o pico de prevalência epidêmica diminui, o tempo para ocorrência deste pico aumenta e o número total de infectados diminui. O último é igual ao número final de removidos pois nesse modelo todos os infectados terminam neste compartimento. Observe que a relação entre achatamento e redução de contatos não é linear, ou seja, torna-se mais efetiva quanto maior for a redução de contatos. Exemplificando com números, ao reduzir os contatos em 50% há um atraso de 30 dias na ocorrência do pico e o seu valor seria aproximadamente 4 vezes menor. Reduzindo mais 10%, ou seja, $f = 60%$, o pico ocorreria 89 dias mais tarde que o caso sem redução de contatos e a prevalência máxima seria quase 15 vezes menor. O número total de infectados cai de 93% no caso sem nenhum tipo de intervenção para 61% com redução de contatos pela metade e para 37% com uma redução de 60% dos contatos. Sempre é importante lembrar que além de reduzir o número total de infectados, achatar a curva é necessário para evitar a sobrecarga do sistema de saúde com um número muito grande de pessoas demandando cuidados hospitalares simultaneamente.

3.2 Duas cidades com mesmos índices de isolamento

Veremos agora como a epidemia evolui no modelo proposto considerando que as duas cidades adotam as mesmas medidas de isolamento. Por simplicidade, vamos assumir que o fluxo de A para B é igual ao de B para A, $D_{AB} = D_{BA} = D$. Estudaremos dois valores da permeabilidade entre os municípios que são $D = 0,1%$ (1 a cada 1000 habitantes) e $D = 0,01%$ (1 a cada 10000 habitantes) que chamaremos de *baixa* e *baixíssima*, respectivamente. Para se ter uma ideia do quão baixo esses valores são, em uma cidade como Viçosa em Minas Gerais, que adotou barreiras restritivas logo no início da pandemia em 22 de março de 2020 e que tem cerca de 80000 habitantes de acordo com projeção do IBGE [12], uma permeabilidade baixa representaria 80 pessoas entrando e saindo do município por dia e na baixíssima seria um número ínfimo de 8 pessoas. Somente os dados de mobilidade pendular do censo de 2010 feito pelo IBGE apontam que 9000 pessoas entram e saem de Viçosa diariamente. Novamente, vamos assumir que o foco epidêmico começa na cidade A com 1 infectado a cada 10000 habitantes. Antes de continuar apresentaremos um cálculo probabilístico ilustrativo cujos detalhes são explicados no apêndice C. Em um cidade de 80000 habitantes, quando o surto foi introduzido, a chance de que alguém doente atravessasse a barreira por dia seria cerca de 0,8% no caso de permeabilidade baixa e 0,08% no caso de baixíssima. Se estas probabilidades se mantivessem constantes (o que definitivamente não é caso), os tempos médios para que a primeira pessoa infecciosa atravessasse a barreira seriam 4 meses para baixa e 3,5 anos para baixíssima permeabilidades. No entanto, essa probabilidade vai crescer rapidamente à medida que pessoas são infectadas na cidade A e o resultado final será muito diferente. Por exemplo, quando a prevalência epidêmica é de 1 a cada 100 habitantes, a chance de que pelo menos um indivíduo infeccioso atravessasse a barreira por dia é 55% para permeabilidade baixa e 7,6% para baixíssima enquanto os tempos médios para que um infeccioso passe pela barreira despencam para 1 e 12 dias, respectivamente.

Na figura 4 mostramos as curvas epidêmicas nos dois municípios para valores diferentes de permeabilidade. No município A, onde o foco epidêmico começou, os valores de permeabilidade usados não alteram as curvas de forma apreciável. No outro, o pico da prevalência epidêmica ocorre com atraso que aumenta à medida que a permeabilidade diminui. Entretanto, em uma situação de pouco distanciamento social, com apenas 20% de redução dos contatos, o ganho de tempo é bastante modesto quando passamos de permeabilidade baixa para baixíssima. O pico no município A ocorrerá após 26 dias e demorará somente mais 9 e 15 dias para ocorrer na cidade B quando permeabilidade é baixa ou baixíssima, respectivamente. Para um distanciamento moderado com diminuição de 40% dos contatos, o pico na cidade A demoraria 40 dias

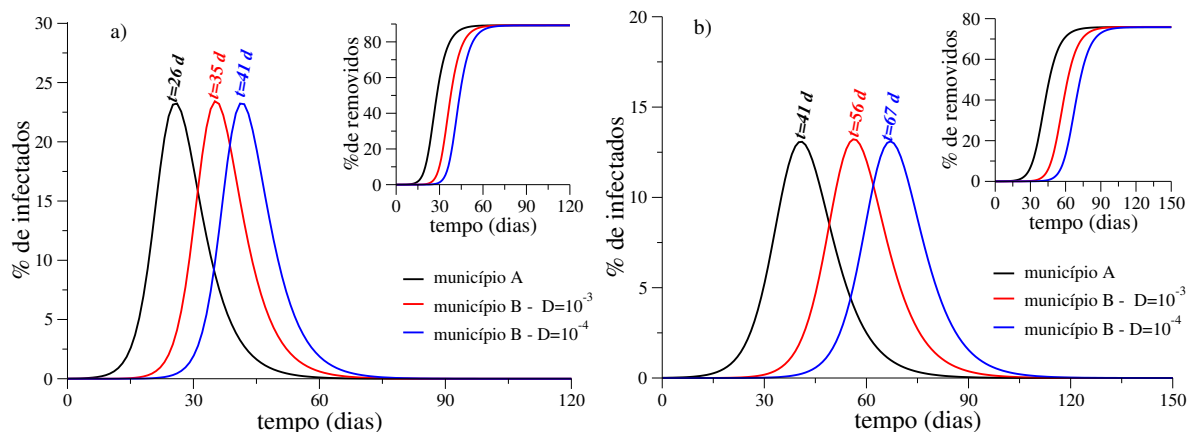


Figura 4 Curvas de prevalência epidêmica com diferentes níveis de permeabilidade das barreiras quando os dois municípios têm a mesma redução de contatos: a) $f = 20\%$ e b) $f = 40\%$. As inserções no canto superior direito mostram o número de removidos em função do tempo. O dia em que o pico ocorre é indicado no topo de cada curva. As curvas para diferentes permeabilidades no município A, no qual a epidemia foi iniciada, são praticamente indistinguíveis e apenas uma delas é mostrada.

enquanto na sua vizinha tardaria mais 15 e 26 dias com permeabilidades baixa e baixíssima, respectivamente. Se considerarmos um distanciamento elevado com redução dos contatos em 60%, todas as curvas tardariam muito mais para atingir o pico. Aconteceria após 110 dias (quase 4 meses) no município A e no B levaria 156 e 193 dias para acontecer para $D = 0,1\%$ e $0,01\%$, respectivamente. A diferença do tempo de ocorrência do pico epidêmico entre as cidades é mais significativo quando existe um maior distanciamento social, justamente a situação em que a epidemia é menos agressiva. Ao mesmo tempo que o intervalo entre os picos aumenta com o maior isolamento social, também achatamos a curva. Assim, a epidemia onde o surto começou dura mais tempo e mesmo com uma permeabilidade baixa o surto também ocorre na outra cidade.

Outro ponto importante é que a fração final de infectados não depende do nível de permeabilidade neste cenário de igual isolamento. A explicação para esse último resultado é simples. As barreiras restritivas atrasam a chegada dos chamados *casos importados*, aqueles contaminados por interações com pessoas de fora do município de residência. Um vez que a transmissão ganha força localmente, também chamada de *transmissão comunitária*, o crescimento do número de infectados é exponencial e os casos importados têm pouco efeito na incidência epidêmica. Vamos novamente considerar duas cidades com 80000 habitantes cada para um exemplo numérico. No pico da epidemia da cidade A para o caso mais grave com redução de apenas 20% dos contatos, o número médio de pessoas infectadas de B entrando diariamente em A seria 18 para um permeabilidade baixa o que, a princípio, poderia assustar. Entretanto, neste momento a cidade A já teria 4100 pessoas infectadas e os casos importados de B causariam um efeito irrisório na curva de prevalência epidêmica.

3.3 Duas cidades vizinhas com níveis de confinamento diferentes

O que acontece quando um município faz sua parte mas os seus vizinhos não? Essa é uma pergunta recorrente e para investigá-la vamos estudar agora um cenário no qual apenas uma das cidades tem nível elevado de distanciamento social com 60% de redução dos contatos, $k_A = 0,4k$, e na outra apenas 30%, $k_B = 0,7k$. Vamos considerar também que $D_{AB} = 0,57D_{BA}$ em que escolhemos a relação entre quantidade de contatos e viagens nas duas cidades sendo a mesma $k_A/k_B = D_{AB}/D_{BA} \approx 0,57$, ou seja, o município que tem maior isolamento também viaja menos para o outro município. O raciocínio desenvolvido aqui poderá ser aplicado a uma cidade que faz isolamento mas seu entorno não. Vamos considerar três níveis de permeabilidade nas barreiras: *normal* com $D_{BA} = 5\%$, *reduzida* com $D_{BA} = 1\%$ e *baixa* com $D_{BA} = 0,1\%$. O caso normal representa um valor típico de uma situação em que a barreira não impõem restrições ao fluxo de pessoas. Vamos estudar duas condições iniciais com a epidemia começando somente

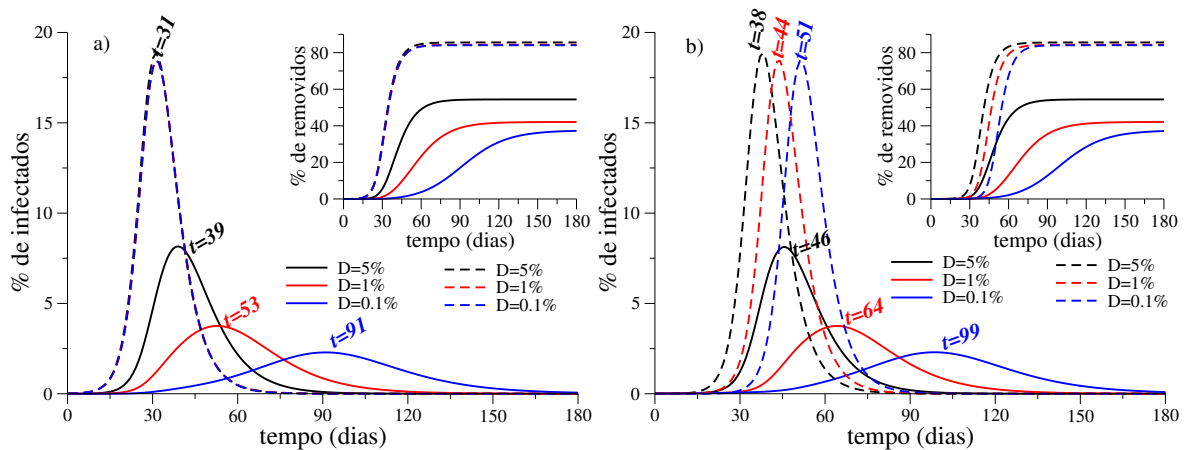


Figura 5 Evolução das curvas de prevalência epidêmica em duas cidades que adotam diferentes níveis de distanciamento social. Permeabilidades nas barreiras com intensidades diferentes são consideradas: normal ($D = 5\%$), reduzida ($D = 1\%$) e baixa ($D = 0,1\%$). Em a), a epidemia começa na cidade com menor (curvas tracejadas, com k_B reduzido em 30%) e em b) na de maior (curvas sólidas, com k_A reduzido em 60%) distanciamento. As inserções no canto superior direito mostram as curvas com o número de removidos. O tempo para ocorrência do pico de prevalência é indicado próximo ao topo de cada curva.

em uma das cidades, A ou B, novamente com 1/10000 infectados/habitante. A figura 5a) mostra o caso em que o surto inicia no município B, que tem baixo distanciamento. Nele, a prevalência epidêmica praticamente não se altera com a redução da permeabilidade. Por outro lado, as curvas epidêmicas para o município A com maior distanciamento são afetadas. Para uma barreira não restritiva com $D = 5\%$, o achatamento da curva em A é bastante prejudicado em relação ao caso com barreiras restritivas devido à alta taxa de contato com os habitantes de B. Ainda assim, a situação onde se faz mais distanciamento é muito melhor que onde ele é baixo. Quando o surto começa no município com maior distanciamento, a prevalência epidêmica muda pouco em relação ao caso anterior em ambas as cidades. Apenas atrasos na ocorrência do pico de prevalência são observados, sendo eles mais modestos na cidade de maior isolamento. Note que quando apenas um dos município adota distanciamento social elevado, o achatamento da curva é mais expressivo quando as barreiras são restritivas. Entretanto, o preço disso seria manter tanto as barreiras muito rigorosas quando o distanciamento social por meses, o que na prática pode ser muito difícil de ser implementado.

4 Considerações finais

Neste artigo analisamos um modelo matemático bastante simples para ilustrar como barreiras sanitárias que restringem o acesso aos municípios perdem eficiência para conter o avanço da COVID-19 quando o distanciamento social e, portanto, a redução da taxa de transmissão comunitária da doença são baixos. O problema é racionalizado em termos da permeabilidade sempre existente nas barreiras, permitindo o fluxo de pessoas mesmo que de forma reduzida. Em todos os cenários analisados, a redução do contágio por meio de distanciamento social tem efeito muito mais positivo que as barreiras sanitárias restritivas. Em uma situação em que o distanciamento social no município e seu entorno é parecido, o efeito das barreiras é gerar um atraso modesto no pico de prevalência epidêmica, mesmo com barreiras bastante restritivas. Por outro lado, quando o entorno possui aumento descontrolado da prevalência epidêmica as barreiras ajudam a achatar a curva mas, ainda assim, com efeito muito mais brando que o da redução de contatos.

O impedimento da entrada de pessoas à municípios é uma medida autoritária, onerosa e impopular mas que pode ser necessária em situações extremas. Entretanto, para ter eficiência precisa ser extremamente rigorosa e concomitante com um alto distanciamento social das populações. Esse tipo de medida foi adotada em Wuhan onde o surto do COVID-19 começou em uma ação sem precedentes no mundo. De fato, tais medidas tiveram um impacto positivo no início da pan-

demia mas foram as medidas de isolamento e ações coordenadas de restrição em outras regiões que permitiram o controle da epidemia na China [13]. As barreiras sanitárias brasileiras não se aproximam nem um pouco do que foi feito em Wuhan. Nossas barreiras, quando existem, tem permeabilidade alta e são adotadas de forma descoordenada por municípios. Uma sugestão deste trabalho é que os esforços dos agentes públicos seriam melhor aproveitados na intensificação do distanciamento social e medidas de proteção individual, formas confiáveis e exequíveis de reduzir o impacto da pandemia. Um exemplo onde as restrições de acesso não impediram a chegada do vírus é a cidade Viçosa em Minas Gerais onde, apesar de barreiras limitando a entrada de pessoas terem sido adotadas em 22 de março de 2020, antes da confirmação do primeiro caso de COVID-19 na cidade em 26 de abril de 2020. Praticamente 1 mês depois da confirmação do primeiro caso já tinha 20 registros de COVID-19 e indícios de transmissão comunitária. Vale ressaltar que as restrições de acesso ao município de Viçosa certamente tiveram um impacto positivo na atraso da incidência epidêmica e permitindo, entre outras ações, a adequação da estrutura hospitalar para o enfrentamento da pandemia. Entretanto, a nossa discussão sugere que medidas de distanciamento social, uso de máscaras e rastreamento de contatos adotadas no município de Viçosa são responsáveis pela baixa incidência epidêmica até o momento. Barreiras sanitárias são ferramentas importantes de conscientização e vigilância epidêmica. No entanto, a restrição parcial do acesso aos municípios é uma medida que não surte o impacto esperado e ainda pode ter um efeito anti-profilático com a redução do distanciamento social e relaxamento da proteção individual devido à falsa sensação de segurança gerada por tais barreiras.

Esse trabalho não desaprova a função investigativa de vigilância epidemiológica das barreiras sanitárias. Pelo contrário, essa estratégia pode identificar pessoas infectadas, conduzi-las à quarentena domiciliar, permite o rastreamento de contatos dos casos identificados e deveria ser ampliada. Aqui, apresentamos um explicação quantitativa simples para a observação de surtos em cidades mesmo com restrição de acesso e alertamos que tais restrições sem distanciamento social e proteção individual dentro dos municípios são ineficazes.

A Equações do modelo

Sejam I_A o número de infectados, S_A de suscetíveis e R_A de removidos para a cidade A e similarmente I_B , S_B e R_B para a cidade B. A evolução das populações de cada compartimento e cidade em função do tempo t é dada pelas equações

$$\frac{dI_A}{dt} = -aI_A + bk_A \frac{I_A}{N} S_A + bk_B D_{AB} \frac{I_B}{N} S_A + bk_A D_{BA} \frac{I_B}{N} S_A \quad (1)$$

$$\frac{dR_A}{dt} = aI_A \quad (2)$$

$$\frac{dI_B}{dt} = -aI_B + bk_B \frac{I_B}{N} S_B + bk_A D_{BA} \frac{I_A}{N} S_B + bk_B D_{AB} \frac{I_A}{N} S_B \quad (3)$$

$$\frac{dR_B}{dt} = aI_B. \quad (4)$$

Os lados esquerdos fornecem as taxas de variação das populações dos compartimentos infectados e removidos de cada município. Não precisamos de uma equação para os suscetíveis pois a população total é fixa em cada município tal que $S_A = N - I_A - R_A$ e $S_B = N - I_B - R_B$. O primeiro termo do lado direito da equação (1) representa a quantidade de pessoas infecciosas que são removidas deste compartimento e o segundo os contágios dos suscetíveis por contato com infecciosos dentro do município A. O terceiro é o contágio devido às pessoas suscetíveis do município A que visitaram B enquanto o último termo é o contágio devido às pessoas infecciosas do município B visitaram para A. A equação (2) é simplesmente os infecciosos tornando-se removidos. As equações (3) e (4) são completamente análogas às equações (1) e (2), respectivamente.

Escrevemos as equações (1)-(4) em termos das frações da população de cada compartimento $i_A = I_A/N$, $r_A = R_A/N$, $s_A = S_A/N = 1 - i_A - r_A$ para cidade A e o equivalente para a B levando a

$$\frac{di_A}{dt} = -ai_A + bk_A i_A s_A + bk_B D_{AB} i_B s_A + bk_A D_{BA} i_B s_A \quad (5)$$

$$\frac{dr_A}{dt} = ai_A \quad (6)$$

$$\frac{di_B}{dt} = -ai_B + bk_B i_B s_B + bk_A D_{BA} i_A s_B + bk_B D_{AB} i_A s_B \quad (7)$$

$$\frac{dr_B}{dt} = ai_B. \quad (8)$$

Estas equações podem ser resolvidas numericamente usando um método de Runge-Kutta de quarta ordem [14]. Nesse trabalho usamos um código em Fortran 90 mostrado no Apêndice B.

B Código Fortran

Para compilar em um terminal no Linux com gfortran copie o conteúdo da figura 6 para um arquivo texto não formatado com nome prog.f90, por exemplo, e execute:

```
gfortran -freal-4-real-8 prog.f90
```

Para executar em um terminal execute:

```
./a.out
```

```

module geral
integer, parameter ::n=4
real, parameter ::h=1d-4
real y(n),aa,lbA,lbB,bb,DAB,DBA,xk,f_A,f_B
contains
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
function F(x)
real, dimension(n) ::F
real x(n)
F(1)=-aa*x(1)+lbA*(1d0-x(1)-x(2))*x(1)+(lbA*DAB+lbB*DAB)*x(3)*(1-x(1)-x(2))
F(2)=aa*x(1)
F(3)=-aa*x(3)+lbB*(1d0-x(3)-x(4))*x(3)+(lbA*DAB+lbB*DAB)*x(1)*(1-x(3)-x(4))
F(4)=aa*x(3)
end function F
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
subroutine rk4
real :: k1(n),k2(n),k3(n),k4(n)
k1=F(y)
k2=F(y+0.5*h*k1)
k3=F(y+0.5*h*k2)
k4=F(y+h*k3)
y=y+(h/6d0)*(k1+2*k2+2*k3+k4)
end subroutine rk4
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
end module geral

program seir
use geral
!Define os parametros
aa=0.25d0 !taxa de cura
xk=13 !número de contatos
f_A=0.08 !redução dos contatos em A
f_B=0.08 !redução dos contatos em B
bb=0.06 !taxa de infecção
DBA=0.001 !difusão de B para A
DAB=DBA*f_A/f_B !difusão de A para B
lbA=k*bb*f_A; lbB=k*bb*f_B

!condição inicial com surto em A em t=0
y(2)=0; y(1)=0.0001d0 ! (1) e (2) referem à cidade A
y(4)=0; y(3)=0.000000d0 ! (3) e (4) referem à cidade B
t=0 !tempo
t_sav=0.1 !tempo em que vai salvar

open(2,file='sir2city.dat') !arquivo de saída com 5 colunas:
!tempo i_A r_A i_B r_B

do while (t<300)
call rk4
t=t+h
if (t>t_sav) then
t_sav=t_sav+1
write(2,'(5E20.8)') t,y(1),y(2),y(3),y(4)
endif
enddo
close(2)
end program

```

Figura 6 Código Fortran 90 para solução numérica das equações (5) - (8). A saída será um arquivo sir2city.dat com 5 colunas correspondendo às variáveis tempo, i_A , r_A , i_B e r_B .

C Cálculos probabilísticos complementares

Em um município com uma fração ρ de pessoas infectadas em que K delas são escolhidas ao acaso para ir ao outro município, a chance que *nenhuma* pessoa escolhida esteja infecciosa será $(1 - \rho)^K$ pois seriam K escolhas aleatórias independentes e cada uma ocorre com probabilidade $1 - \rho$, que é a fração da população que não está infecciosa. A probabilidade de que pelo menos um infeccioso seja escolhido é dada pela soma de todas as demais possibilidades. Lembrando que a soma das probabilidades é igual a 1, o resultado é $p = 1 - (1 - \rho)^K$. Um truque matemático interessante é escrever na forma

$$p = 1 - \exp[-K \ln(1 - \rho)] \simeq 1 - \exp(-K\rho), \quad (9)$$

para $\rho \ll 1$ onde usamos a relação $\ln(1+x) \simeq x$ para $|x| \ll 1$. Se $K\rho$ ainda for pequeno podemos usar $\exp(x) \simeq 1+x$ para $x \ll 1$ e obter $p \simeq K\rho$. Para aqueles que não conhecem essas aproximações para as funções exponencial e logarítmica, basta verificar com uma calculadora que a aproximação é muito boa até quando x não é tão pequeno. Substituindo os valores $K = 7$ ou 70 e $\rho = 1/10000$ usados como exemplos na secção 3.2 obtemos os valores apresentados na referida secção.

Assumindo p fixo, para calcular o número médio de dias para o primeiro infeccioso atravessar a barreira vamos determinar a chance que isso aconteça após l dias. Ora, é simplesmente a probabilidade que não ocorreu nos $l-1$ dias anteriores multiplicada pela probabilidade de ocorrer no dia l , ou seja, $(1-p)^{l-1}p$. Para calcular o valor médio definimos $q = 1-p$ e avaliamos

$$\bar{l} = \sum_{l=1}^{\infty} l q^{l-1} p = p q \frac{d}{dq} \sum_{l=1}^{\infty} q^l = p q \frac{d}{dq} \frac{1}{1-q} = \frac{1-p}{p}. \quad (10)$$

Novamente, substituindo os valores de p , os números de dias apresentados na secção 3.2 serão encontrados.

Acknowledgements Este trabalho é parcialmente financiado pelo CNPq, CAPES e FAPEMIG. Agradeço Guilherme S. Costa e Wesley Cota, pelos dados de mobilidade pendular, e Angélica S. Mata Jakson Fonseca pela leitura do manuscrito.

Referências

1. <https://www.worldometers.info/coronavirus/>. URL <https://www.worldometers.info/coronavirus/#countries>. [Online; accessed 04-May-2020]
2. W. Cota, SciELOPreprints:362 (2020). DOI 10.1590/scielopreprints.362. URL <https://doi.org/10.1590/scielopreprints.362>
3. A. Aktay, S. Bavadekar, G. Cossoul, J. Davis, D. Desfontaines, A. Fabrikant, E. Gabrilovich, K. Gadepalli, B. Gipson, M. Guevara, et al., arXiv preprint arXiv:2004.04145 (2020). URL <https://arxiv.org/abs/2004.04145>
4. Mapa brasileiro da covid-19. URL <https://mapabrasileirodacovid.inloco.com.br/pt/>. [Online; accessed 19-May-2020]
5. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Censo demográfico 2010: resultados gerais da amostra (2012). URL <https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=799>. [Online; accessed 04-May-2020]
6. J. Murray, *Mathematical Biology: I. An Introduction*. Interdisciplinary Applied Mathematics (Springer New York, 2011). URL <https://books.google.com.br/books?id=4WbpP90Gk1YC>
7. R. Li, S. Pei, B. Chen, Y. Song, T. Zhang, W. Yang, J. Shaman, *Science* **368**(6490), 489 (2020). DOI 10.1126/science.abb3221. URL <https://doi.org/10.1126/science.abb3221>
8. E. Bendavid, B. Mulaney, N. Sood, S. Shah, E. Ling, R. Bromley-dulfano, C. Lai, Z. Weissberg, R. Saavedra-walker, J.J. Tedrow, D. Tversky, A. Bogan, T. Kupiec, D. Eichner, R. Gupta, J.P.A. Ioannidis, J. Bhattacharya, medRxiv p. 2020.04.14.20062463 (2020). DOI 10.1101/2020.04.14.20062463. URL <http://medrxiv.org/content/early/2020/04/17/2020.04.14.20062463.abstracthttps://doi.org/10.1101/2020.04.14.20062463>
9. Z. Du, L. Wang, S. Cauchemez, X. Xu, X. Wang, B.J. Cowling, L.A. Meyers, *Emerg. Infect. Dis.* **26**(5), 1049 (2020). URL http://wwwnc.cdc.gov/eid/article/26/5/20-0146{ }_article.htm
10. P. Hallal, F. Hartwig, B. Horta, G.D. Victora, M. Silveira, C. Struchiner, L.P. Videlletti, N. Neumann, L.C. Pellanda, O.A. Dellagostin, M.N. Burattini, A.M. Menezes, F.C. Barros, A.J. Barros, C.G. Victora, medRxiv (2020). DOI 10.1101/2020.05.30.20117531. URL <https://www.medrxiv.org/content/early/2020/05/30/2020.05.30.20117531>
11. G.S. Costa, W. Cota, S.C. Ferreira, medRxiv (2020). DOI 10.1101/2020.05.06.20093492. URL <https://www.medrxiv.org/content/early/2020/05/13/2020.05.06.20093492>
12. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), Estimativas da população residente para os municípios e para as unidades da federação brasileiros com data de referência em 1º de julho de 2019. Tech. rep., IBGE Rio de Janeiro (2019). URL <https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=2101662>. [Online; accessed 04-May-2020]

13. M.U.G. Kraemer, C.H. Yang, B. Gutierrez, C.H. Wu, B. Klein, D.M. Pigott, L. du Plessis, N.R. Faria, R. Li, W.P. Hanage, J.S. Brownstein, M. Layan, A. Vespignani, H. Tian, C. Dye, O.G. Pybus, S.V. Scarpino, *Science* **368**(6490), 493 (2020). URL <https://www.sciencemag.org/lookup/doi/10.1126/science.abb4218>
14. W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, *Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing*, 3rd edn. (Cambridge University Press, 2007). URL http://www.amazon.com/Numerical-Recipes-3rd-Scientific-Computing/dp/0521880688/ref=sr_1_1?ie=UTF8&s=books&qid=1280322496&sr=8-1