

Há ainda novidade no modelo SIS estocástico e nas funções exponenciais generalizadas?

Alexandre Souto Martinez, Gilberto Medeiros Nakamura e Alexandre Henrique de Martini

Usualmente, para descrever o modelo epidemiológico SIS estocástico, se adiciona um termo de Langevin na equação de Verhulst. Também, em geral, considera-se uma variável complexa como argumento em uma função exponencial generalizada.

Não apresentaremos isso. Na primeira parte, de primeiros princípios, mostramos que a modelagem por N agentes que adotamos para formular o modelo SIS nos leva a novas equações compartmentais. Uma das equações descreve o valor médio do número de agentes infectados e a outra, sua variância. Erros nas condições iniciais e/ou na determinação inicial dos parâmetros epidemiológicos são propagados deterministicamente.

Essas equações também foram encontradas recentemente, de modo independente, por formulações (trucamento na aproximações de pares e fenomenologicamente) complementares e por pesquisadores diferentes. Elas levam dependem explicitamente de N e formam um sistema Hamiltoniano, independente do tempo quando $N \gg 1$, ou seja, têm-se uma constante de movimento. Já para N não tão grande assim, o Hamiltoniano H depende do tempo.

Para tempos curtos, H cai como lei de potência, com expoente independente dos parâmetros do modelo. Para tempos intermediários e diferentes parâmetros as curvas se cruzam em um mesmo ponto. Para tempos longos, H converge exponencialmente para o valor do regime estacionário. Na segunda parte da apresentação, mostramos uma maneira alternativa de generalizar a função exponencial para argumentos complexos. Essa maneira alternativa é validada em um contexto matemático por outros pesquisadores. Ela permite, de modo natural, definir uma nova transformada de Fourier (TF) generalizada que apresenta todas as propriedades da TF tradicionais. Além disso, permite definir novas funções trigonométricas (e hiperbólicas) preservando muitas das propriedades dessas funções tradicionais.

Essas novas funções podem ser descritas por funções log-periódicas, que tipicamente caracterizam fenômenos com invariância discreta por transformações de escala (por exemplo, fratura de materiais e índices econômicos).