

SISTEMAS ECONÔMICOS COMPLEXOS

INCT-SC 23/03/09
Rosane Riera Freire
rrif@fis.puc-rio.br

Objetivos

- Apresentar o sistema financeiro como um sistema complexo
- Relacionar cada tópico ao projeto proposto no INCT-SC
(textos em itálico)
- Inserir alguns temas de pesquisa de interesse no contexto geral de pesquisa em Econofísica
- Ilustrar as oportunidades de colaboração

Projeto proposto - INCT-SC

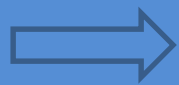
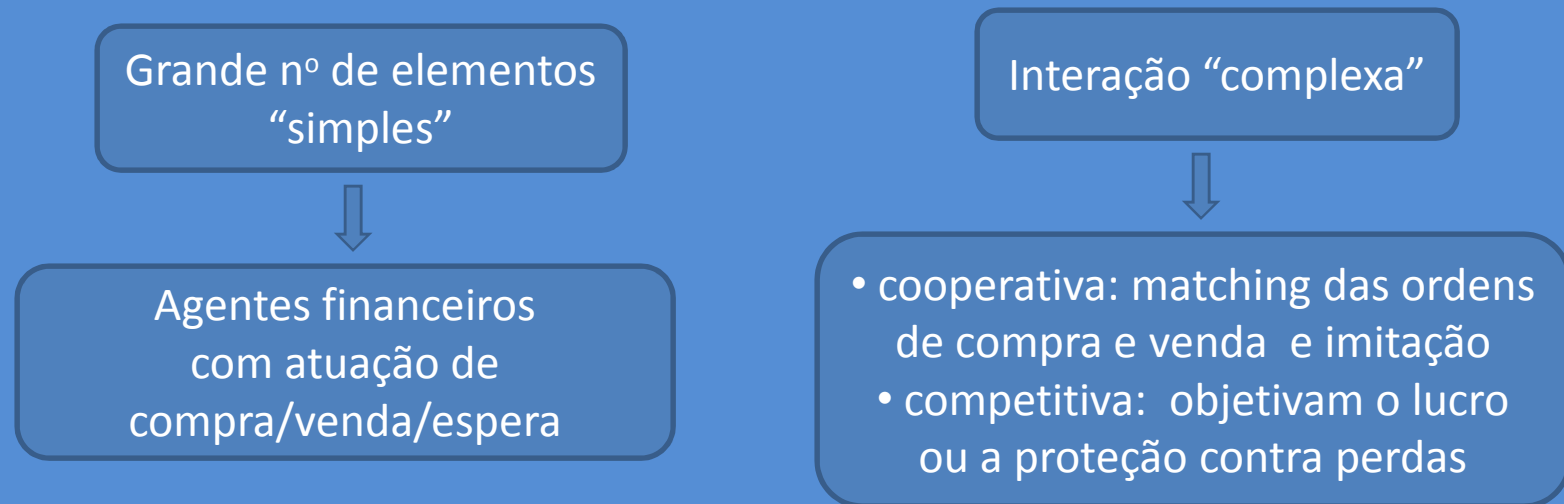
Meta B - Complexidade em sistemas econômicos:

- i) Modelagem física de processos econômicos
- ii) Física Estatística de redes de informação
- iii) Modelos baseados em agentes

Complexidade no Sistema Financeiro

Os sistemas ditos complexos são normalmente compostos por um grande número de elementos simples, interagindo entre si,

O tipo de interação entre estes elementos desempenha um papel fundamental,

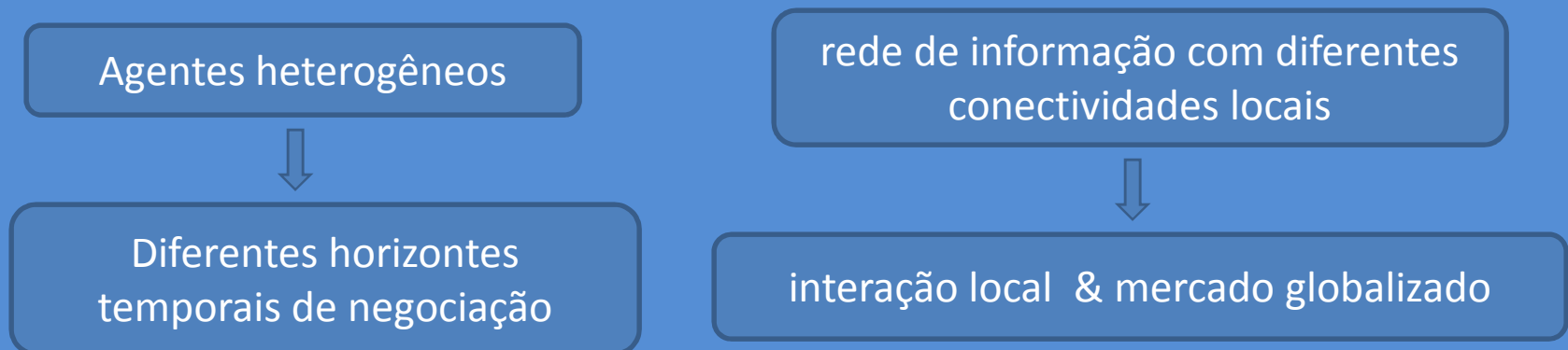


Modelos magnéticos: analogia com sistemas de spin na rede $S_i = +1, -1, 0$ com interação (anti) ferromagnética

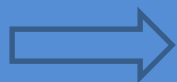
Os agentes são heterogêneos, atuando com diferentes estratégias e em diferentes escalas temporais.

As interações podem se estender em escalas temporais e/ou espaciais de longo alcance, como acontece nos fractais, multifractais e outras estruturas hierárquicas.

Uma das propriedades essenciais dos processos sociais e econômicos é o papel das redes de informação entre os agentes.



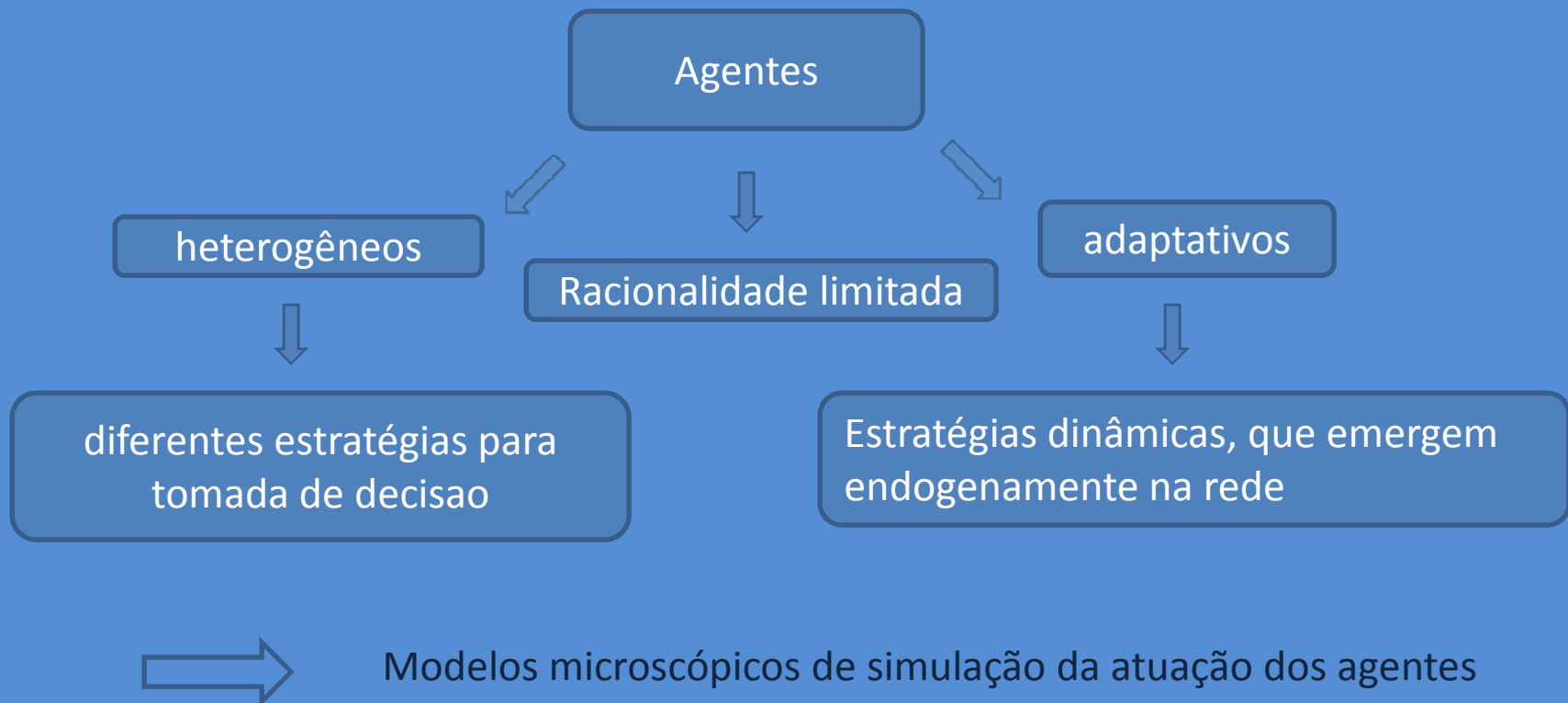
“multiscaling problem” / análise multifractal de séries temporais financeiras



Modelagem hierárquica da estrutura informacional dos agentes / redes complexas

Os agentes econômicos apresentam comportamento não linear baseado em informações atuais e passadas.

O crescimento da potência computacional possibilitou investigar numericamente problemas cuja abordagem era praticamente impossível há algumas décadas atrás.



Os observáveis financeiros apresentam grau de estocasticidade análogo ao de muitos fenômenos naturais e gerados pelo homem,



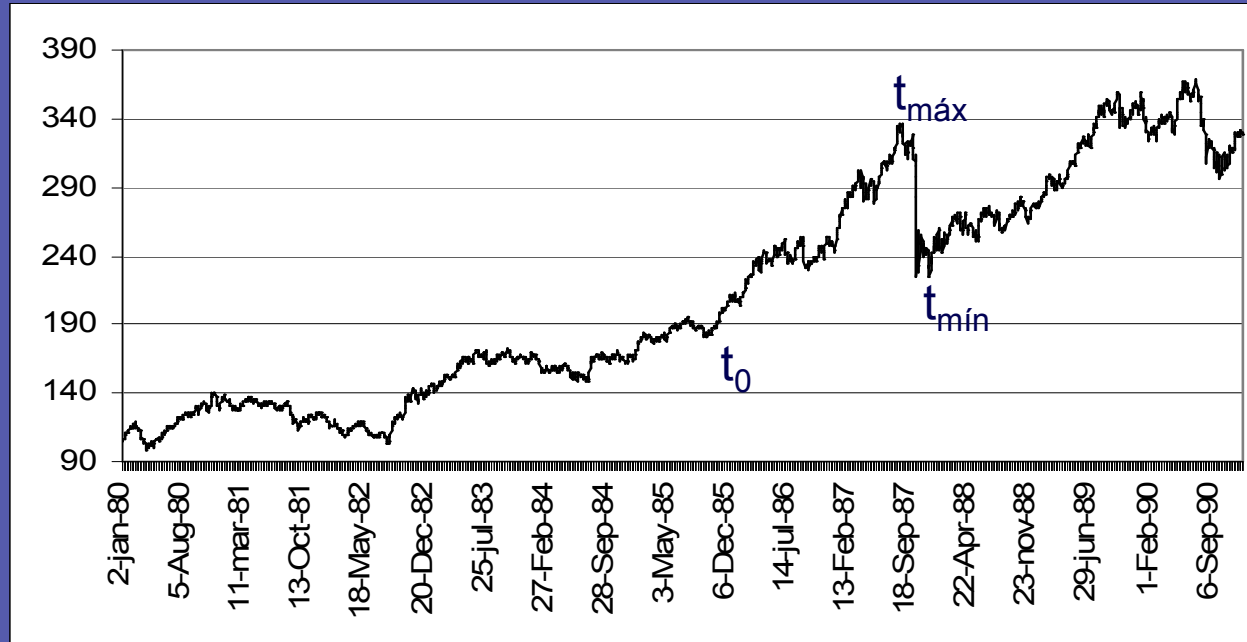
- { modelos difusivos para regime normal do mercado
- &
- { modelos de difusão com saltos para processo estocástico global
- o "crash" como fenômeno crítico [Sornette et al, 1998]
- &
- { modelo AR-GARCH-Log-periódico para bolha pré-crash [Gazola et al, 2008]

“The Log-Periodic Model for time evolution of prices: an Econometric Approach”



*Luiza Moraes Gazola
Cristiano Fernandes
Adrian Pizzinga
Rosane Riera Freire*

Série temporal de preços do S&P500 1980-1990 fase pré-crash 1987



fase pré-crash 1987 : 01/07/85 a 25/08/87

Modelo Log-periódico

✿ Princípios básicos:

- ✿ Regime de bolha especulativa de preços distinto do regime normal do mercado;
- ✿ Crescimento lento do comportamento cooperativo-imitativo dos investidores;
- ✿ *Crash* como fenômeno crítico, modelado pela dinâmica crítica de Ising;
- ✿ *Crash* como evento estocástico, com probabilidade de ocorrência racionalmente refletida no preço do ativo;
- ✿ Agentes conectados em uma rede de informação com estrutura hierárquica;

Modelo Log-periódico

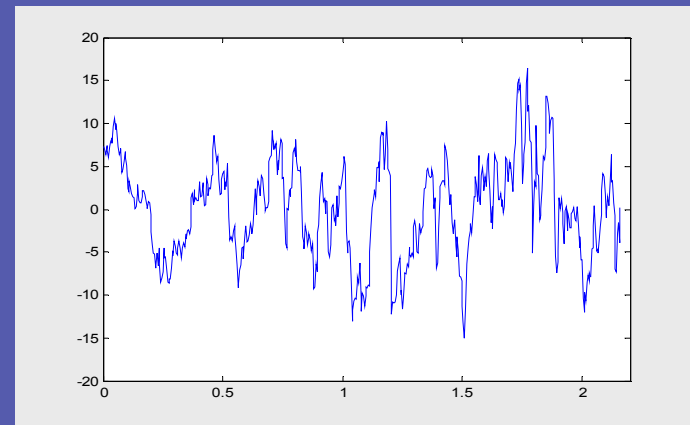
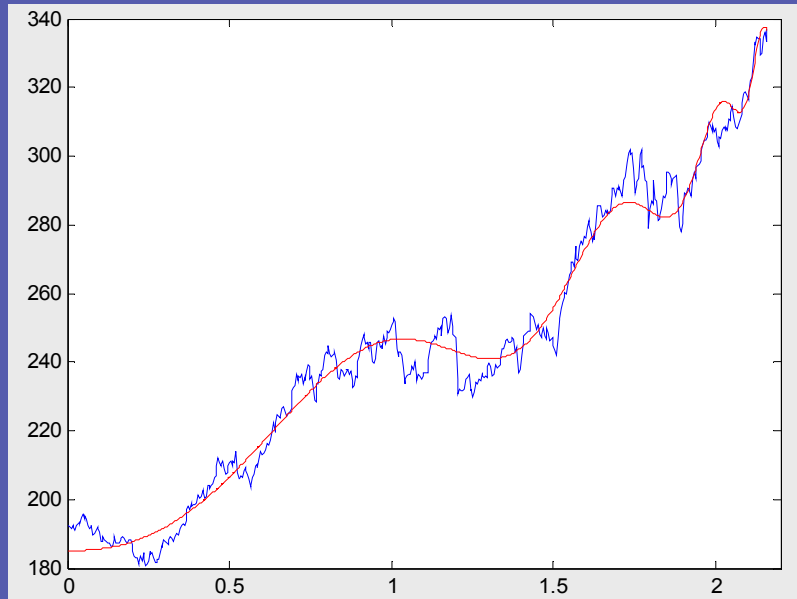
- ★ Equação fundamental: evolução do valor esperado do preço do ativo financeiro na fase pré-*crash*:

$$p(t) = A + B(t_c - t)^\beta + C(t_c - t)^\beta \cos[w \ln(t_c - t) + \phi] + u_t$$

- $p(t)$: índice de preço observado no instante t ;
- t_c : tempo crítico;
- β e w : parâmetros característicos do mercado;
- ϕ : fase correspondente à unidade temporal;
- A , B e C : constantes nas unidades do ativo;
- u_t : resíduo do modelo

Metodologia






- Ajuste do modelo Log-periódico
- Função custo: erro quadrático médio (MQO)
- Algoritmo de otimização: Generalized Simulated Annealing (GSA)



série do S&P500 - crash 1987
ajuste do modelo e resíduo
1 dia = 0.004 de ano

Metodologia

✿ Investigação Econométrica do modelo Log-periódico

- Identificação  por construção é globalmente identificado
- Estimativas pontuais dos parâmetros  satisfazem às premissas globais
- Estacionariedade  resíduos u_t estacionários
- Autocorrelação  forte autocorrelação de 1ª ordem na série do resíduo u_t
- Heterocedasticidade  presença de autocorrelação na série do quadrado do resíduo u_t^2

Modelo Log-periódico – AR(1) – GARCH(1,1)

- Definição:

$$p(t) = A + B(t_c - t)^\beta + C(t_c - t)^\beta \cos[w \log(t_c - t) + \phi] + u_t$$

com termo estocástico u_t :

- média condicional \leftrightarrow AR(1)

$$u_t = \rho u_{t-1} + \eta_t$$

$$\eta_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \sim N(0,1)$$

- variância condicional \leftrightarrow GARCH(1,1)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \eta_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-1}^2$$

$$\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \alpha_1 + \alpha_2 < 1$$

- Estimação do modelo






- Função custo: Log-verossimilhança

$$\ln L(\Theta) = -\frac{1}{2}(n-1)\ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^n \ln \sigma_t^2 - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^n \frac{\eta_t^2}{\sigma_t^2}$$

- Algoritmos de otimização: GSA e BFGS

Metodologia

- ✱ Investigação Econométrica do modelo Log-periódico - AR(1) – GARCH(1,1)

- Estacionariedade  Resíduos ε_t estacionários
- Autocorrelação  ausência de autocorrelação de 1ª ordem na série do resíduo ε_t
- Heterocedasticidade  ausência de autocorrelação na série do quadrado do resíduo ε_t^2
- Independência  a série dos resíduos é i.i.d
- Características  distribuição não-Gaussiana de resíduos ε_t

Resultados

- Série do S&P500 – Estimativas Pontuais

Crash SP500 - 1987		
	Log-per	Log-per+AR(1)+GARCH(1,1)
A	399.43	385.11
B	-153.06	-141.15
C	-12.09	-12.04
β	0.35	0.37
w	7.28	6.97
ϕ	1.19	1.41
ρ	-	0.935
α_0	-	0.023
α_1	-	0.036
α_2	-	0.962
tc	2.239	2.210

- Melhor estimativa da data de início do crash

Crash SP500 - 1987						
	tc	Data tc	tmax	Data tmax	tmin	Data tmin
Log-per	2.239	23-Sep-87	2.159	25-Aug-87	2.310	19-Oct-87
Log-per-AR(1)- GARCH(1,1)	2.210	11-Sep-87	2.159	25-Aug-87	2.310	19-Oct-87

Conclusões


Disseminar entre cientistas de diversas áreas do conhecimento o uso dos poderosos métodos da física, em particular da física estatística.

- Alta dificuldade na estimação da solução ótima
É crucial a escolha de boas condições iniciais

 aplicação de conceitos e metodologias físico-computacionais
- método GSA

Disseminar entre os físicos importantes temáticas e questões abertas, tanto conceituais quanto aplicativas, oriundas de áreas fora da física, em sistemas naturais, artificiais e sociais, no intuito de focalizar problemas específicos a serem resolvidos.

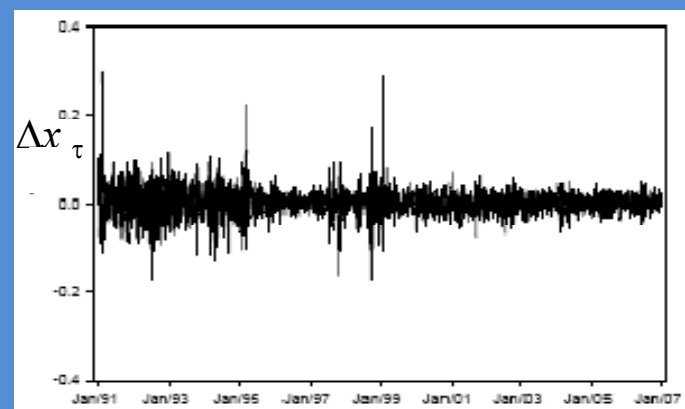
- A estimação do modelo Log-periódico – AR – GARCH é inferencialmente mais confiável.

 importância da utilização da análise de inferência estatística na validação dos modelos propostos

A compreensão profunda de fenômenos naturais, artificiais e sociais é frequentemente implementada através das **conexões entre as suas diversas escalas** (microscópica, mesoscópica, macroscópica).

Retorno logarítmico de preços:

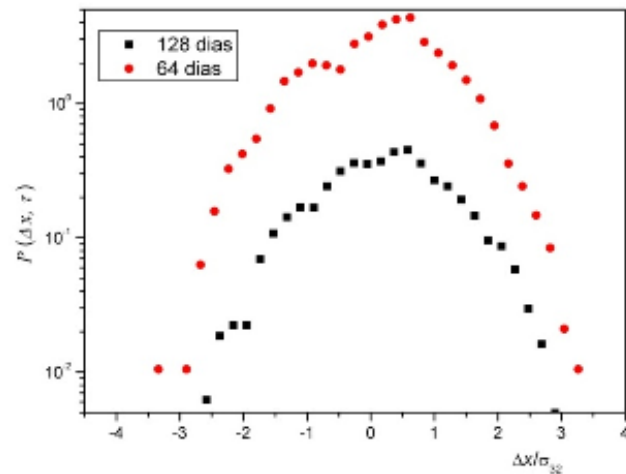
$$\Delta x_{\tau}(t) = \log p(t + \tau) - \log p(t)$$



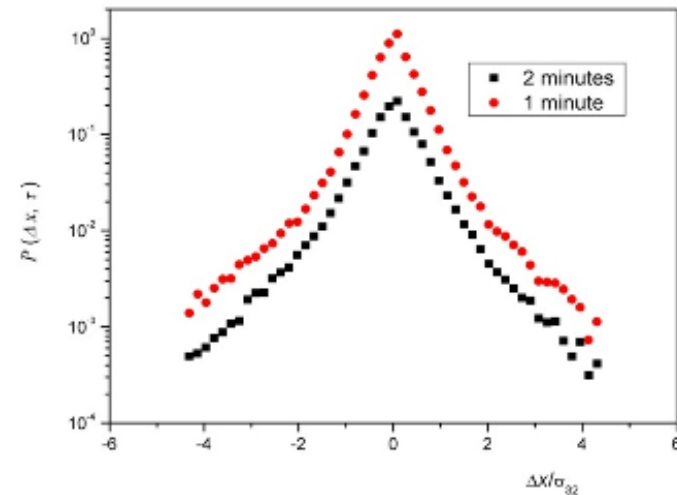
- escala microscópica de formação de preços e volumes ($\Delta t \sim$ segundos)
- escala mesoscópica de agregação ($\Delta t \sim$ horas)
- escala macroscópica de agregação ($\Delta t \sim$ meses)

O objetivo principal deste projeto é formular um modelo **unificado** que forneça, de modo realista, as propriedades financeiras estilizadas observadas no processo estocástico de retornos de preços

Distribuição de retornos em escalas temporais macroscópicas: regime gaussiano



Distribuição de retornos em escalas temporais microscópicas: regime de caudas longas



From Gaussian to fat tails: a unified approach



A.A.G.Cortines, C.Anteneodo, R.Riera, EPJB **65**, 289 (2008)

A.A.G.Cortines, R.Riera, C.Anteneodo, EPJB **60**, 385 (2007)

Motivation

➤ *typical feature of complex systems: existence of different mechanism at different timescales*

➤ *in particular, price fluctuations in long and short timescales are signalled by Gaussian and fat-tailed PDFs, respectively*

➤ *usually, the two regimes have been treated separately*

➤ *usually, the attempts of modelling are phenomenological*



it calls for a unified non-parametric description

Modelagem não-paramétrica de séries temporais financeiras

General evolution equation for the PDFs: Kramers-Moyal (KM) expansion:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} P(\Delta x, \tau) = \sum_{k \geq 1} \left[-\frac{\partial}{\partial \Delta x} \right]^k D^{(k)}(\Delta x, \tau) P(\Delta x, \tau)$$

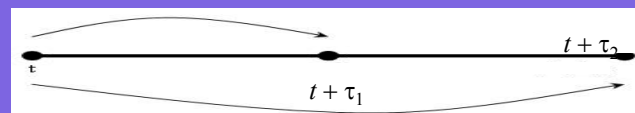
Moments of the conditional distributions obtained directly from data:

$$M^{(k)}(\Delta x, \tau, \Delta \tau) = \int d\Delta x' (\Delta x' - \Delta x)^k P(\Delta x', \tau + \Delta \tau | \Delta x, \tau)$$

KM coefficients:

$$\tilde{D}^{(k)}(\Delta x, \tau, \Delta \tau) = \frac{1}{k!} \frac{M^{(k)}(\Delta x, \tau, \Delta \tau)}{\Delta \tau}$$

$$D^{(k)}(\Delta x, \tau) = \lim_{\Delta \tau \rightarrow 0} \tilde{D}^{(k)}(\Delta x, \tau, \Delta \tau)$$

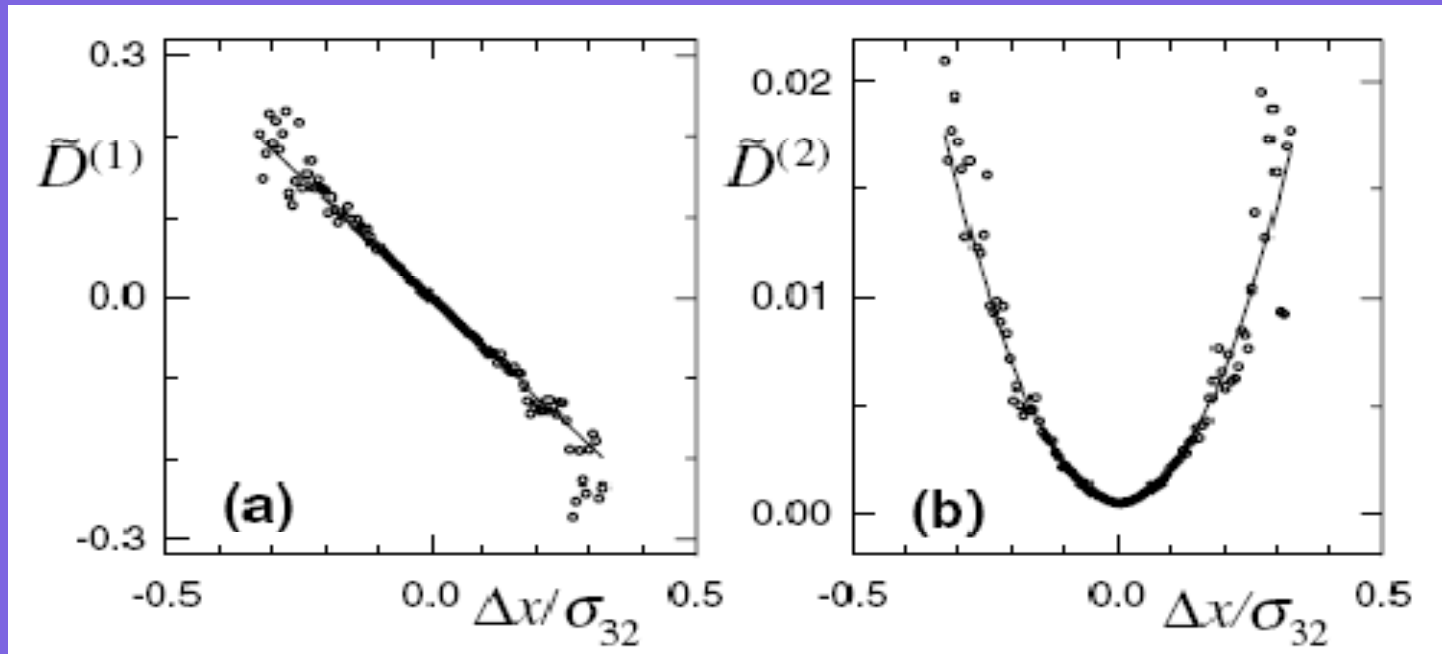


Fokker-Planck equation:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} P(\Delta x, \tau) = \left[-\frac{\partial}{\partial \Delta x} D^{(1)}(\Delta x, \tau) + \frac{\partial^2}{\partial \Delta x^2} D^{(2)}(\Delta x, \tau) \right] P(\Delta x, \tau)$$

Results

$$\tilde{D}^{(1)}(\Delta x) = -\tilde{a}_1 \Delta x + \tilde{a}_0 \quad \tilde{D}^{(2)}(\Delta x) = \tilde{b}_2 [\Delta x]^2 + \tilde{b}_1 \Delta x + \tilde{b}_0$$



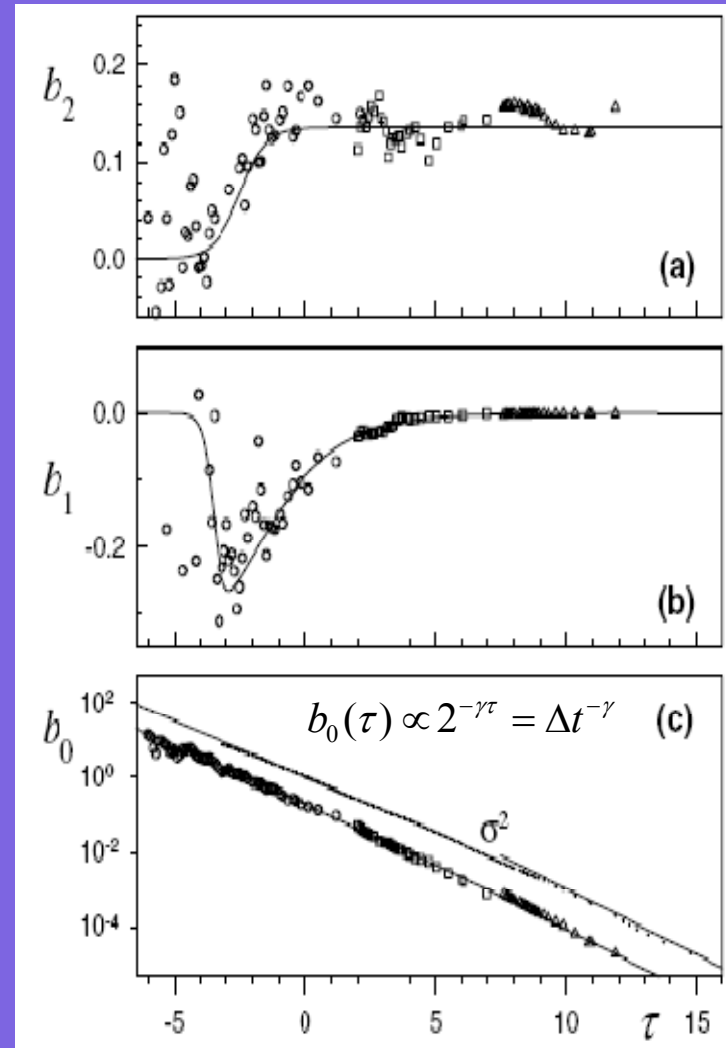
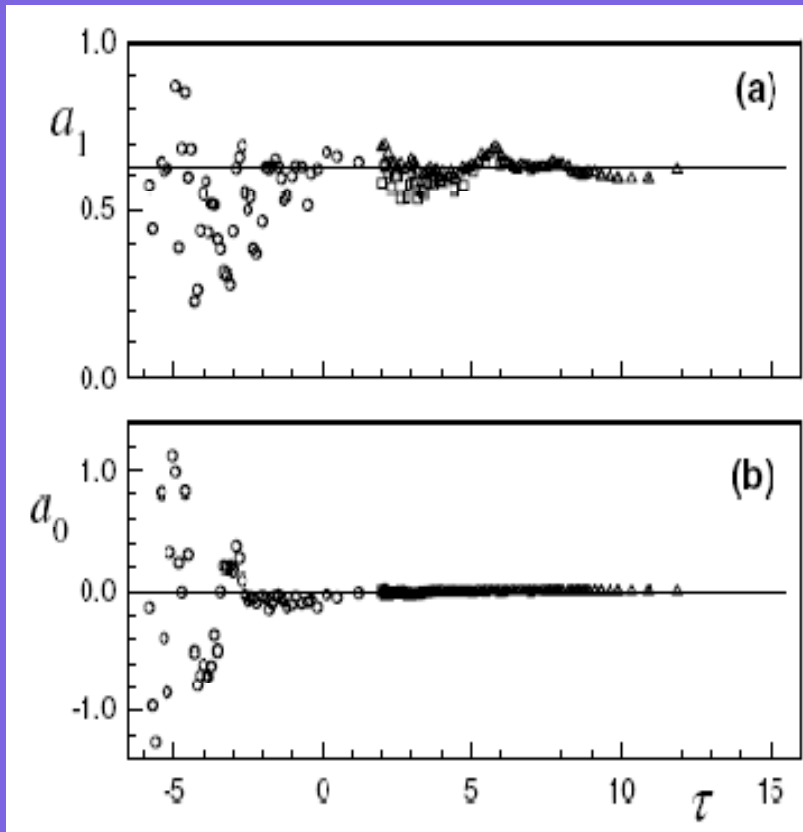
$$\Delta t_1 = 125 \text{ min} \quad \Delta t_2 = 109 \text{ min}$$

Performing $\Delta \tau \rightarrow 0$ for each τ : $\{\tilde{a}_i, \tilde{b}_j\} \rightarrow \{a_i, b_j\}$

τ -dependence of parameters:

$$D^{(1)}(\Delta x) = -a_1 \Delta x + a_0$$

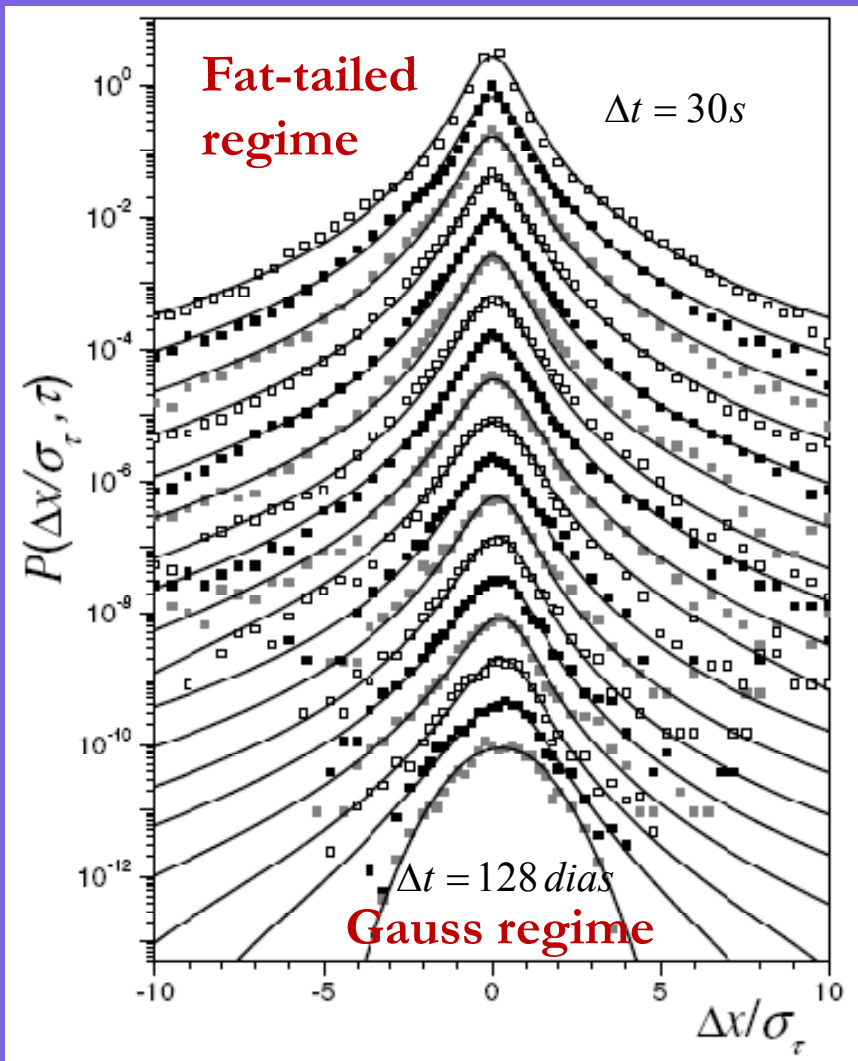
$$D^{(2)}(\Delta x) = b_2 [\Delta x]^2 + b_1 \Delta x + b_0$$



reverse

logarithmic scale : $\tau = \log_2 \left(\frac{\Delta t_0}{\Delta t} \right)$

$$\partial_{\tau} P(r, \tau) = \left[-\partial_r D^{(1)}(r, \tau) + \partial_{rr}^2 D^{(2)}(r, \tau) \right] P(r, \tau)$$



Comparison of the empirical return distributions at different time scales with the outcomes of the numerical integration of FPE



reliability of the method

Invariant asymptotic solution for the evolution equation:

$$\begin{aligned} \tau \gg 1: \\ \text{constant } a_1, b_2 \\ a_0, b_1 = 0 \\ b_0(\tau) \propto 2^{-\gamma\tau} \end{aligned}$$

$$P(\Delta x, \tau) = P_0 / [b_0(\tau) + b_2(\Delta x)^2]^{(\mu+1)/2}$$

$$\mu = 1 + (a_1 - \gamma \ln 2 / 2) / b_2$$

q-Gaussian form:

$$P(\Delta x, \tau) \propto [1 + \beta(\tau)(q-1)(\Delta x)^2]^{-1/(q-1)} \quad q = 1 + 2/(\mu+1)$$

variance scaling: $\sigma^2(\tau) = b_0(\tau) / (a_1 - \gamma \ln 2 / 2 - b_2)$

$$b_0(\tau) \propto 2^{-\gamma\tau} = \Delta t^{-\gamma}$$

$(\gamma > 1)$

→ Anomalous diffusion

Perspectivas:



Aplicação da análise empírica de KM a outras séries temporais



Comparação com outros métodos de análise de séries



Análise de não estacionariedade: dependência com épocas de crise



Investigação de correções às estimativas de KM devido ao valor limite de Δt finito.