Curso de Cosmologia 2013B

Parte I
Aula 3

Martín Makler
CBPF

ICRA CBPF

MCTI

GOVERNO FEDERAL
BRASIL
PAÍS RICO É PAÍS SEM POBREZA

Universo Multicomponente

Universo Multicomponente

Equação de Friedmann

$$\boxed{H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}}$$

Universo Multicomponente

Equação de Friedmann

$$\boxed{H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}}$$

Componentes não interagentes

➔ Conservação da energia independente para cada tipo

Universo Multicomponente

Equação de Friedmann

$$\boxed{H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}}$$

Componentes não interagentes
➔ Conservação da energia independente para cada tipo

Conservação da energia

$$\boxed{\frac{d\rho_i}{da} + \frac{3}{a}\left(\rho_i + p_i\right) = 0}$$

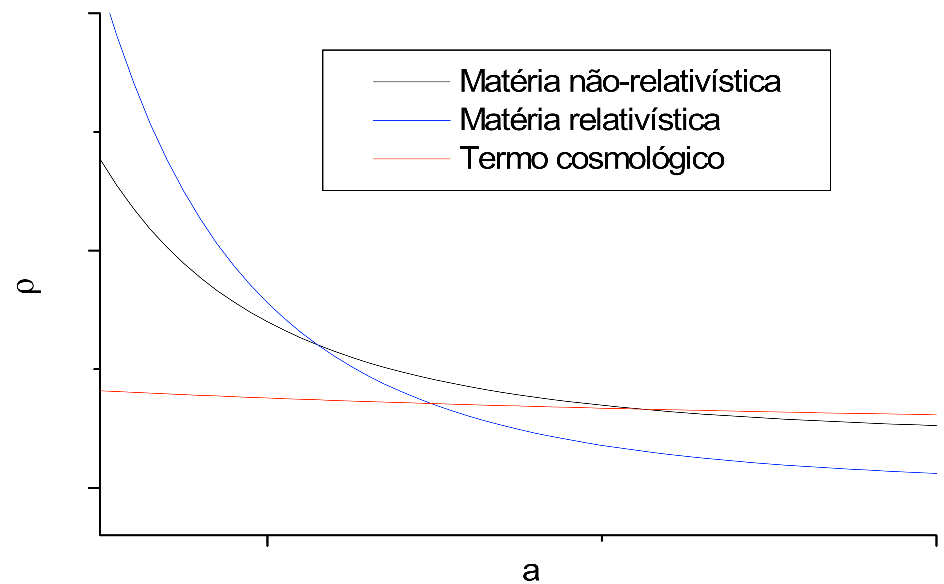
Quem "Comanda" a Expansão?

- Comportamento dos ingredientes

$\rho_{radiação} \propto a^{-4}$, $\rho_{matéria} \propto a^{-3}$, $\rho_x \propto a^{-3(1+w_x)}$, com $w_x < -1/2$

Equação de Friedmann

$$\boxed{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum \rho_i - \frac{K}{a^2}}$$



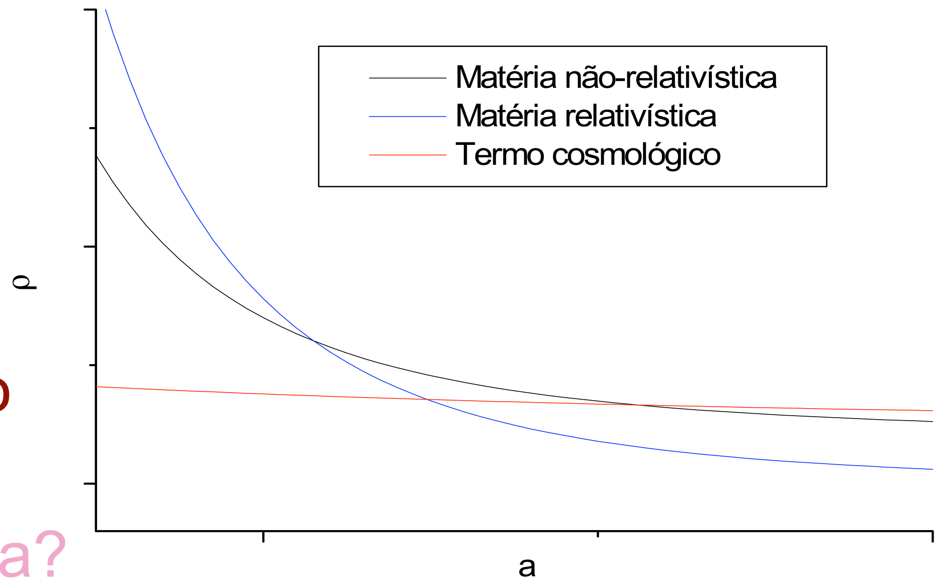
Quem “Comanda” a Expansão?

Comportamento dos ingredientes

$\rho_{radiação} \propto a^{-4}$, $\rho_{matéria} \propto a^{-3}$, $\rho_x \propto a^{-3(1+w_x)}$, com $w_x < -1/2$

Equação de Friedmann

$$\boxed{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum \rho_i - \frac{K}{a^2}}$$



- Era dominada pela radiação
- Era dominada pela matéria
- Era dominada pela curvatura?
- Era da expansão acelerada (energia escura?)

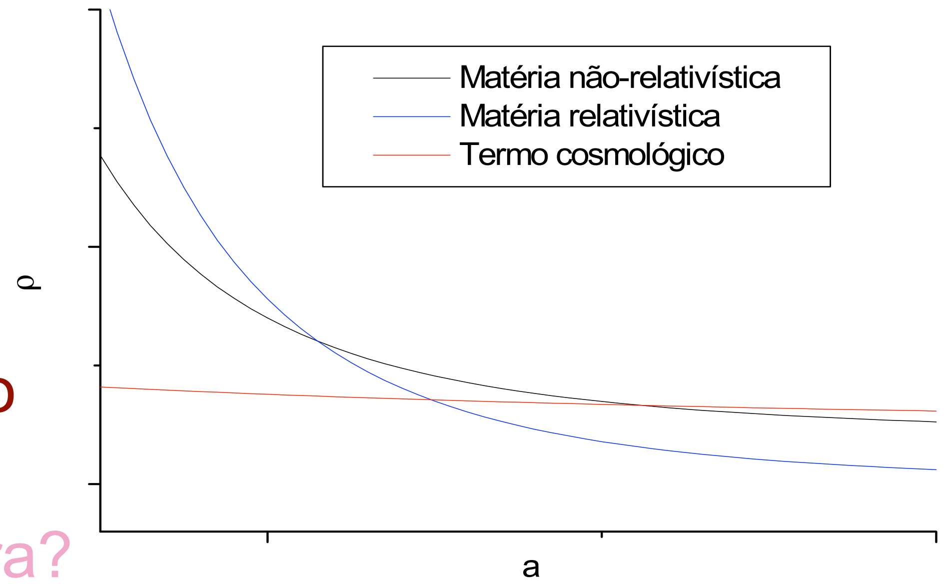
Quem “Comanda” a Expansão?

- Comportamento dos ingredientes

$\rho_{radiação} \propto a^{-4}$, $\rho_{matéria} \propto a^{-3}$, $\rho_X \propto a^{-3(1+w_X)}$, com $w_x < -1/2$

Equação de Friedmann

$$\boxed{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum \rho_i - \frac{K}{a^2}}$$



- Era dominada pela radiação
- Era dominada pela matéria
- Era dominada pela curvatura?
- Era da expansão acelerada (energia escura?)

⇨ **Problema da coincidência**

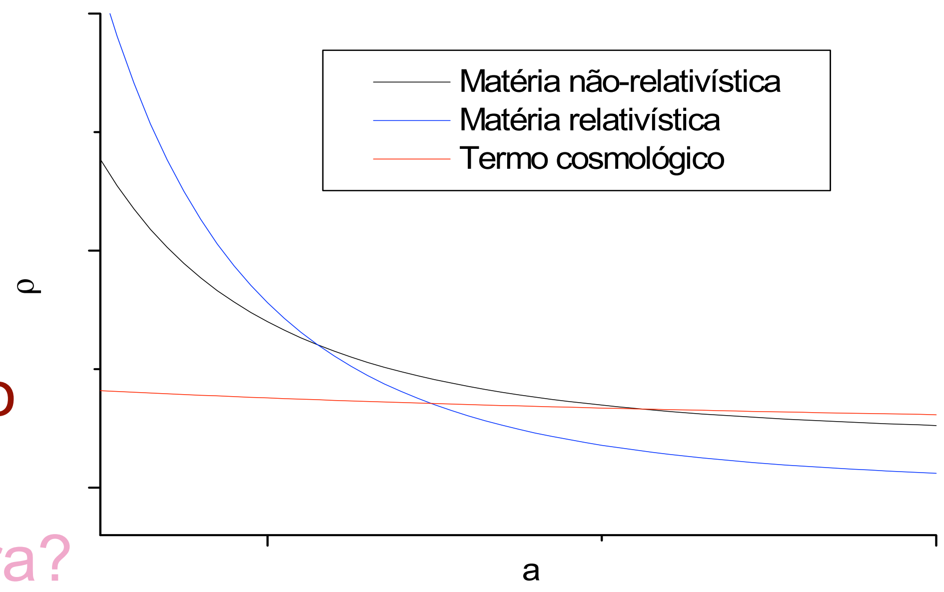
Quem “Comanda” a Expansão?

- Comportamento dos ingredientes

$\rho_{radiação} \propto a^{-4}$, $\rho_{matéria} \propto a^{-3}$, $\rho_X \propto a^{-3(1+w_X)}$, com $w_x < -1/2$

Equação de Friedmann

$$\boxed{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum \rho_i - \frac{K}{a^2}}$$



- Era dominada pela radiação
- Era dominada pela matéria
- Era dominada pela curvatura?
- Era da expansão acelerada (energia escura?)

⇨ **Problema da coincidência (x2)**

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{com} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^{\,2}}{8\pi G}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{com} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{e} \quad \Omega_k = -\frac{K}{H_0^2}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{com} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^{\,2}}{8\pi G} \quad \text{e} \quad \Omega_k = -\frac{K}{H_0^{\,2}}$$

- Parâmetro de Hubble (modelo LCDM)

$$\boxed{H^2(a) = H_0^{\,2}\left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda\right]}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_k = 1 - \Omega_0 = 1 - \Omega_m - \Omega_r - \Omega_\Lambda = -\frac{K}{H_0^{\ 2}}$$

- Parâmetro de Hubble (modelo LCDM)

$$\boxed{H^2(a) = H_0^{\ 2}\left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda\right]}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{com} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^{\,2}}{8\pi G}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_k = -\frac{K}{H_0^2}$$

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{com} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{e}$$

Parâmetros Cosmológicos

- Equação de Friedmann

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\sum_i \rho_i - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

- Parâmetros de densidade

$$\Omega_i := \frac{\rho_{i0}}{\rho_{crit}} \quad \text{com} \quad \rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \quad \text{e} \quad \Omega_k = -\frac{K}{H_0^2}$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2} = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{\text{crit}}}$$

- Parâmetro de Hubble

$$H^2(a) = H_0^2\left[\Omega_r a^{-4} + \Omega_M a^{-3} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda\right]$$

A Geometria do Cosmos

"As visões de espaço e de tempo que pretendo apresentar aqui provêem da física experimental e nisso reside a sua força."

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:

$$\left(d\vec{r}\right)^2 = f(r)dr^2 + g(r)\left(r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:

$$\left(d\vec{r}\right)^2 = f(r)dr^2 + g(r)\left(r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:

$$\left(d\vec{r}\right)^2 = f(r)dr^2 + g(r)\left(r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

- r' definido pela área

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:

$$\left(d\vec{r}\right)^2 = f(r)dr^2 + g\left(r\right)\left(r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

- r' definido pela área
- Curvatura constante:

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:

$$(d\vec{r})^2 = f(r)dr^2 + g(r)\left(r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

- r' definido pela área
- Curvatura constante: $f = \dfrac{1}{1 - Kr^2}$

A Métrica (Espacial) do Universo Homogêneo

- Métrica: $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$
- Seção espacial, isotropia:

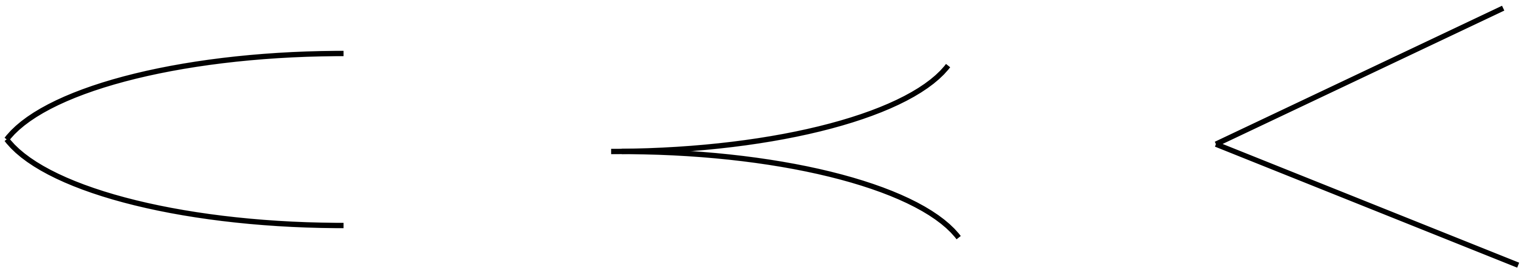
$$\left(d\vec{r}\right)^2 = f(r)dr^2 + g(r)\left(r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta \, d\phi^2\right)$$

- r' definido pela área
- Curvatura constante: $f = \dfrac{1}{1 - Kr^2}$

$$\boxed{\left(d\vec{r}\right)^2 = \frac{1}{1 - Kr^2} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta \, d\phi^2}$$

Geometria

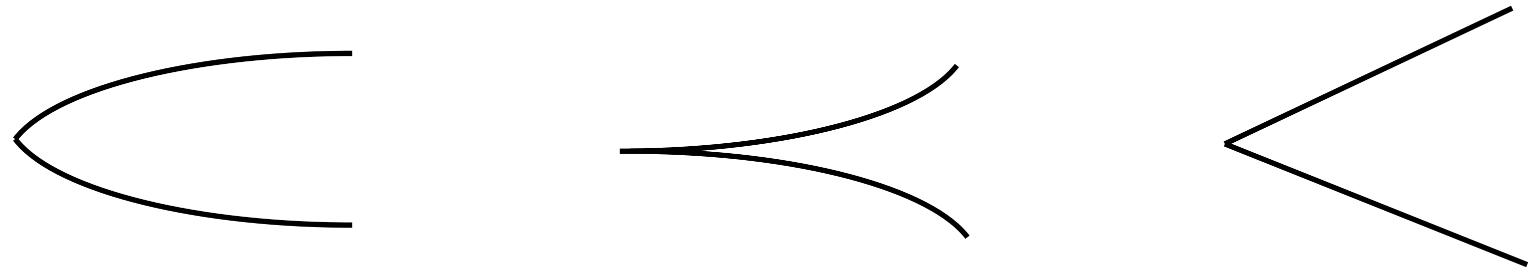
Ângulos:



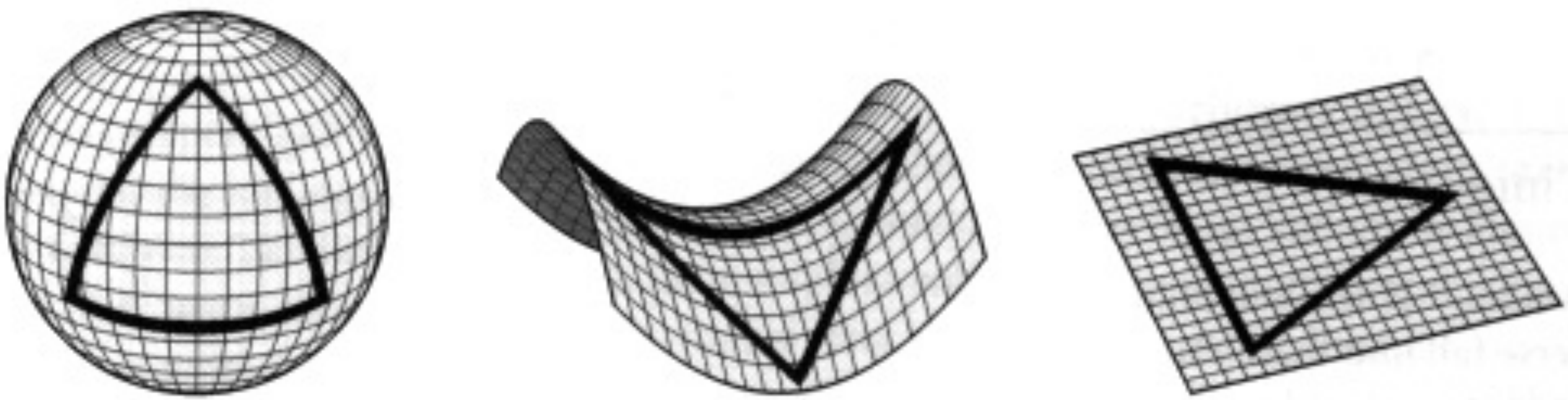
Analogia 2D:

Geometria

Ângulos:



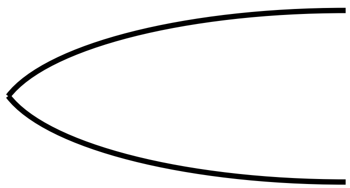
Analogia 2D:

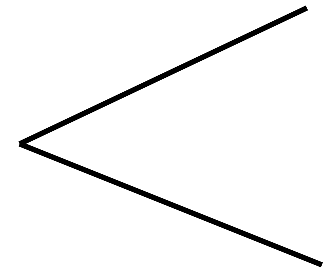


Esférica **Hiperbólica** **Plana**

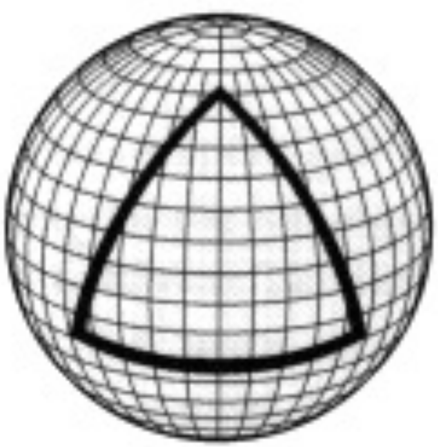
Geometria

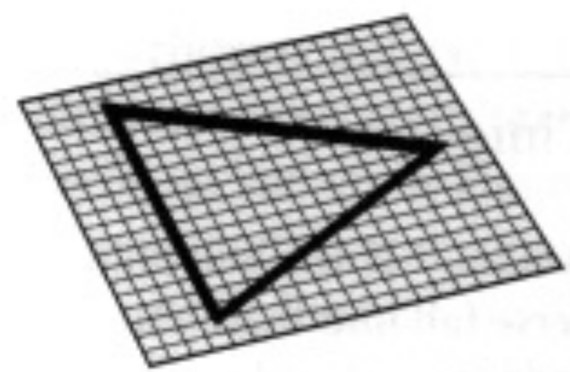
Ângulos:





Analogia 2D:





Esférica **Hiperbólica** **Plana**

Geometria Espaço-Temporal do Universo Homogêneo

- Invariante: $ds^2 = dt^2 - \left(d\vec{x}\right)^2$

Geometria Espaço-Temporal do Universo Homogêneo

- Invariante: $ds^2 = dt^2 - \left(d\vec{x}\right)^2$
- Todas as escalas expandem com $a(t)$:

Geometria Espaço-Temporal do Universo Homogêneo

- Invariante: $ds^2 = dt^2 - \left(d\vec{x}\right)^2$
- Todas as escalas expandem com *a(t)*:

$$\left(d\vec{x}\right)^2 = a^2(t)\left(d\vec{r}\right)^2 = a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

Geometria Espaço-Temporal do Universo Homogêneo

- Invariante: $ds^2 = dt^2 - \left(d\vec{x}\right)^2$
- Todas as escalas expandem com *a(t)*:

$$\left(d\vec{x}\right)^2 = a^2(t)\left(d\vec{r}\right)^2 = a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)}$$

Geometria Espaço-Temporal do Universo Homogêneo

- Invariante: $ds^2 = dt^2 - \left(d\vec{x}\right)^2$
- Todas as escalas expandem com *a(t)*:

$$\left(d\vec{x}\right)^2 = a^2(t)\left(d\vec{r}\right)^2 = a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)$$

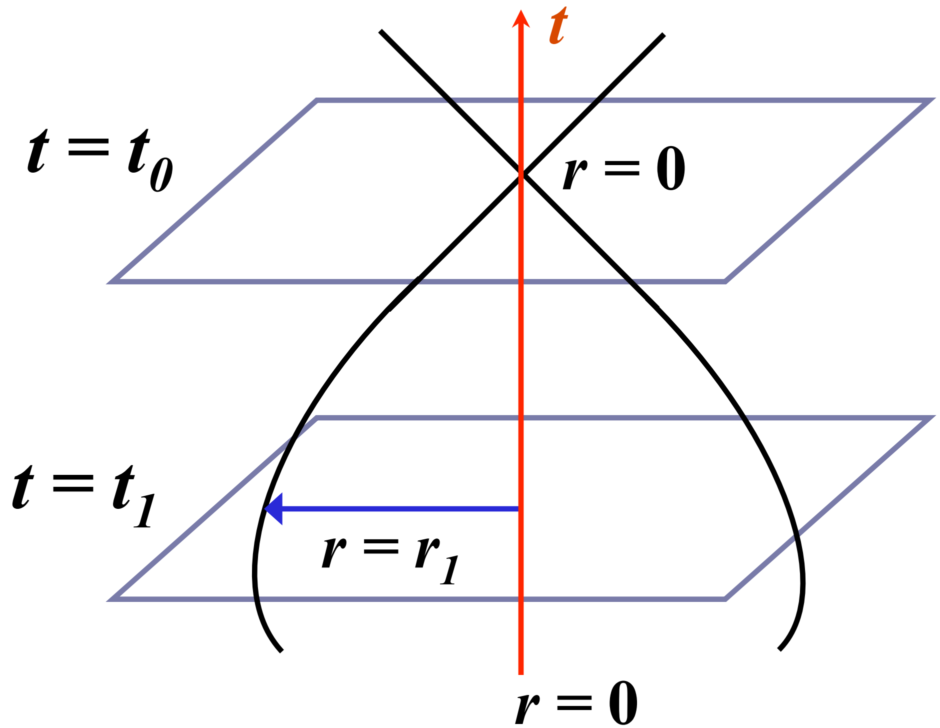
$$\boxed{ds^2 = dt^2 - a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 sen^2\theta\, d\phi^2\right)}$$

Métrica de Friedmann (Robertson-Walker)

Propagação da Luz

- Integrando uma geodésica nula na direção radial:

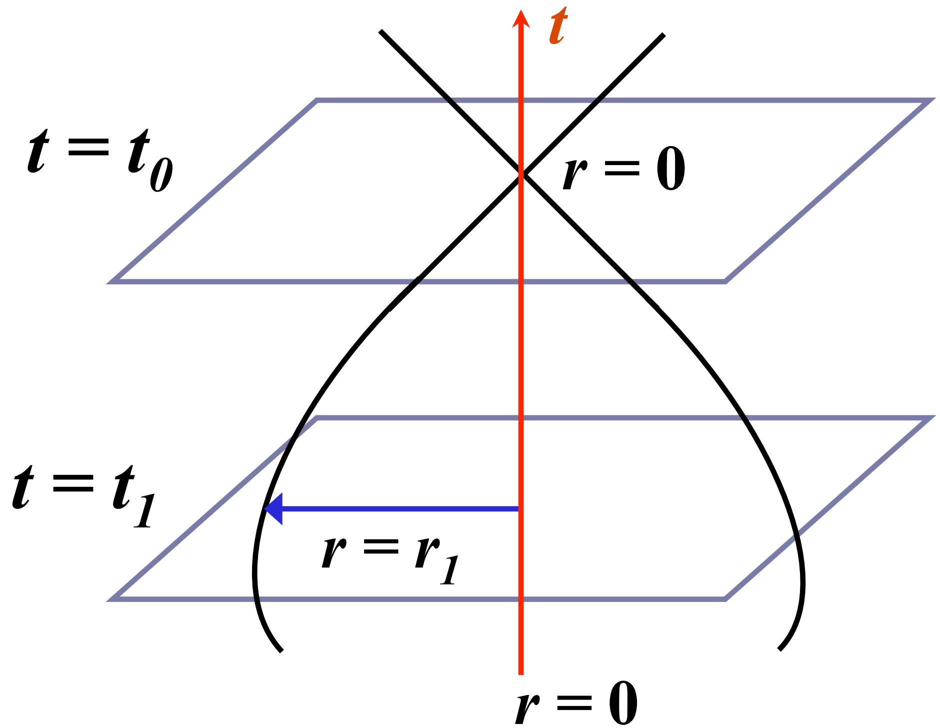
$$dt^2 = a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2\right)$$



Propagação da Luz

- Integrando uma geodésica nula na direção radial:

$$dt^2 = a^2(t)\left(\frac{1}{1-Kr^2}dr^2\right)$$

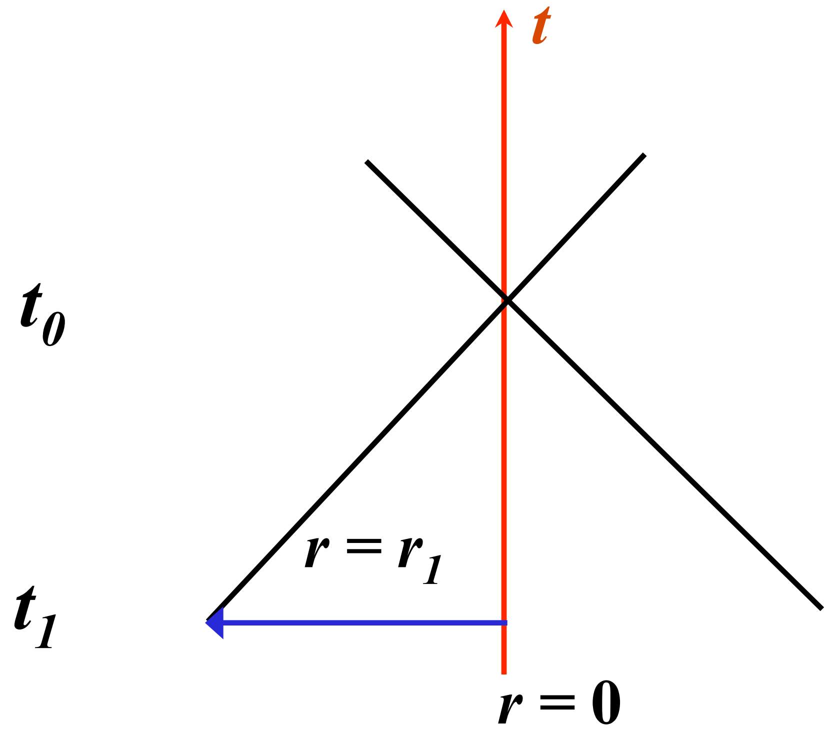


Logo

$$\boxed{\int_{t_1}^{t_0}\frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1}\frac{dr}{\sqrt{1-Kr^2}} \equiv f(r_1)}$$

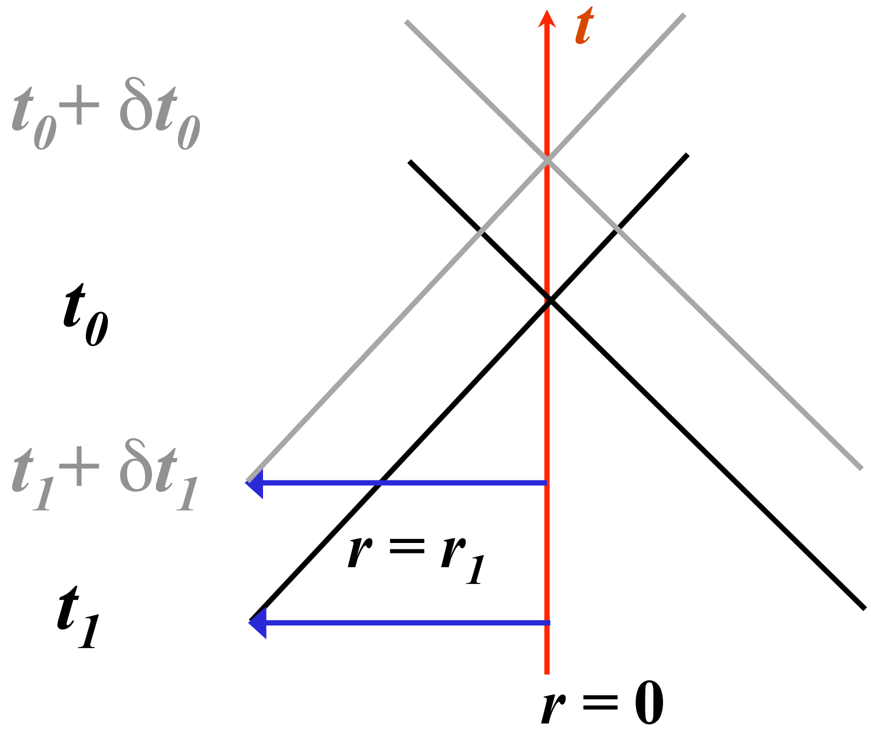
Propagação da Luz e Desvio para o Vermelho

- Dois “pulsos de luz” emitidos pela galáxia:



Propagação da Luz e Desvio para o Vermelho

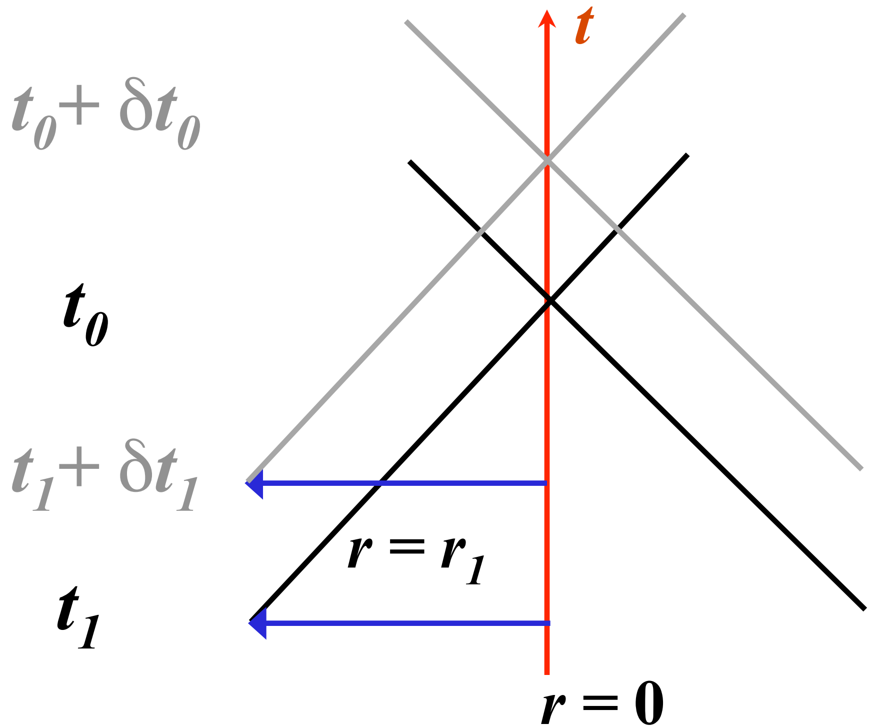
- Dois “pulsos de luz” emitidos pela galáxia:



Propagação da Luz
e Desvio para o Vermelho

- Dois “pulsos de luz” emitidos pela galáxia:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} = f(r_1) = \int_{t_1+\delta t_1}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)}$$

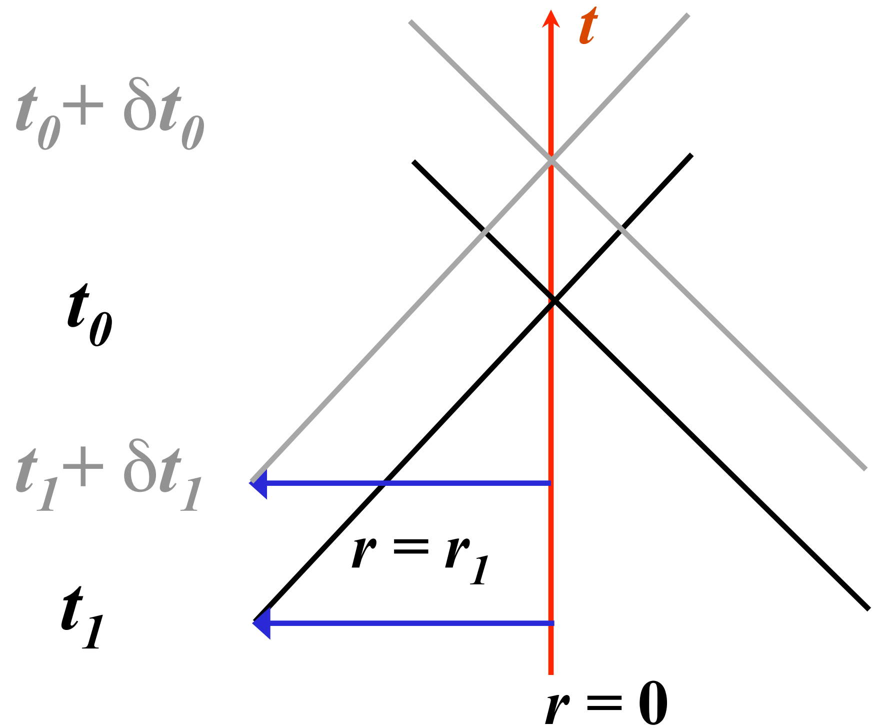


Propagação da Luz
e Desvio para o Vermelho

- Dois “pulsos de luz” emitidos pela galáxia:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{\mathrm{dt}}{a(t)} = f(r_1) = \int_{t_1+\delta t_1}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{dt}}{a(t)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\delta t_1}{a(t_1)} = \frac{\delta t_0}{a(t_0)}$$

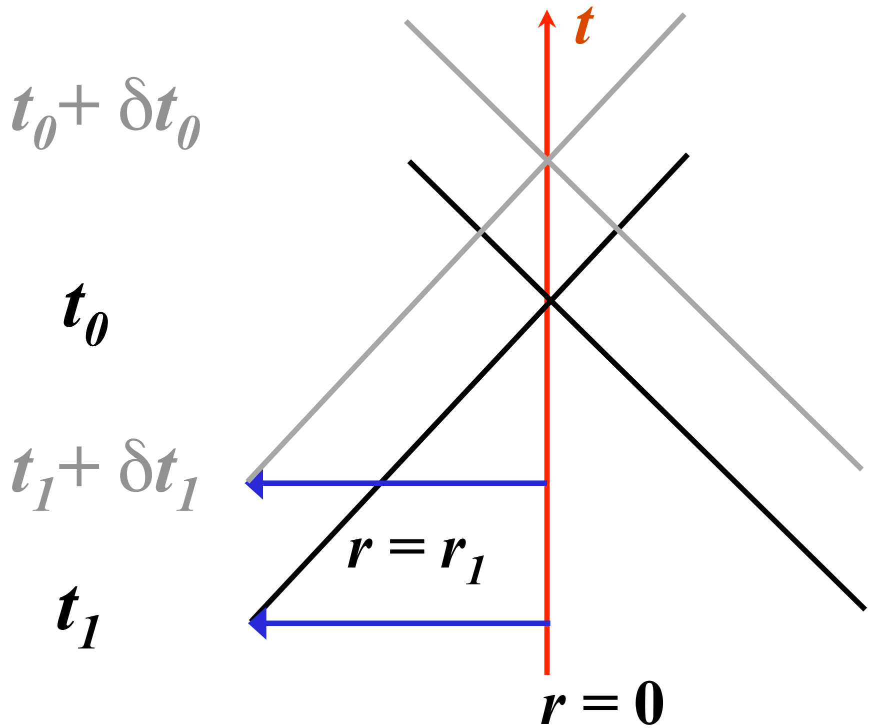


Propagação da Luz e Desvio para o Vermelho

- Dois “pulsos de luz” emitidos pela galáxia:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{\mathrm{dt}}{a(t)} = f(r_1) = \int_{t_1+\delta t_1}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{dt}}{a(t)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\delta t_1}{a(t_1)} = \frac{\delta t_0}{a(t_0)}$$



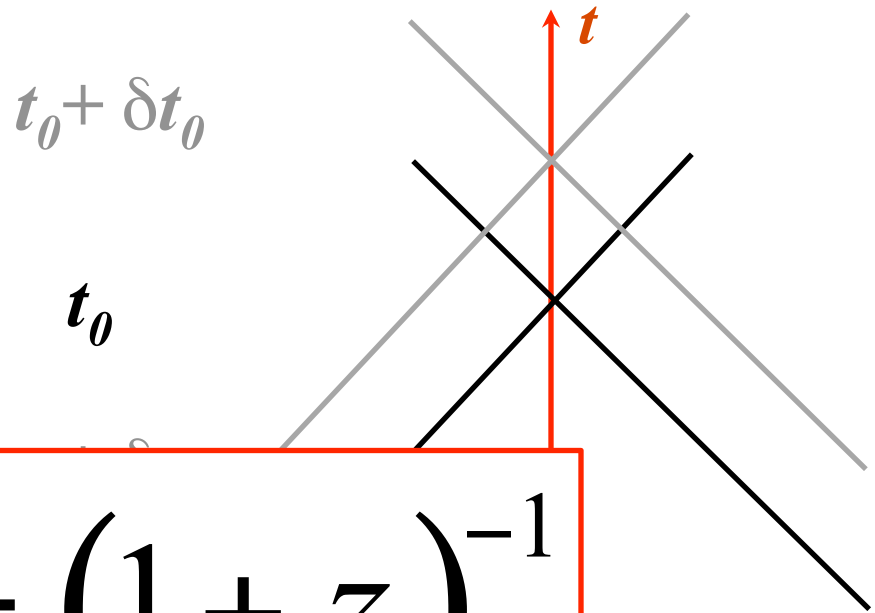
Desvio para o vermelho $\Rightarrow$

$$\boxed{z := \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} - 1}$$

Propagação da Luz e Desvio para o Vermelho

- Dois “pulsos de luz” emitidos pela galáxia:

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{\mathrm{dt}}{a(t)} = f(r_1) = \int_{t_1+\delta t_1}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{dt}}{a(t)}$$



$$\Rightarrow \frac{\delta t_1}{a(t_1)} = \boxed{a(t) = (1+z)^{-1}} = 0$$

Desvio para o vermelho $\Rightarrow$

$$\boxed{z := \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} - 1}$$